

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI

**ÉTUDE NUMÉRIQUE DES PHÉNOMÈNES  
AÉROÉLASTIQUES DES PALES D'ÉOLIENNES**

Mémoire présenté

dans le cadre du programme de maîtrise en ingénierie  
en vue de l'obtention du grade de maître en sciences appliquées

PAR

ION-SORIN MINEA

Mai 2012

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI  
Service de la bibliothèque

Avertissement

La diffusion de ce mémoire ou de cette thèse se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire « *Autorisation de reproduire et de diffuser un rapport, un mémoire ou une thèse* ». En signant ce formulaire, l'auteur concède à l'Université du Québec à Rimouski une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de son travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, l'auteur autorise l'Université du Québec à Rimouski à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de son travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits moraux ni à ses droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, l'auteur conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont il possède un exemplaire.



**Composition du jury :**

**Éric Hudier, président du jury, Université du Québec à Rimouski**

**Adrian Ilinca, directeur de recherche, Université du Québec à Rimouski**

**Thierry Tardif d'Hamonville, examinateur externe, Groupe DCNS**

Dépôt initial le 09 décembre 2011

Dépôt final le 16 mai 2012



## REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma plus sincère gratitude à mon directeur de maîtrise, Adrian Ilinca, pour son accueil chaleureux à Rimouski et à l'UQAR et son soutien tout au long de la maîtrise. Je le remercie également pour ses conseils techniques, sa confiance et de m'avoir aidé à tout moment et dans tout domaine.

Je tiens à remercier aussi tous mes professeurs de l'UQAR et de l'UQAC pour la qualité de l'enseignement qu'ils m'ont donné.

Je remercie mes collègues de LREE et de l'UQAR qui ont travaillé dans le même domaine de recherche avant moi et avec moi pour la qualité de leur travail et leur aide et soutien : Thierry Tardif d'Hamonville, Drishtysingh Ramdenee et Michel Fournier.

Je souhaite remercier tous les amis qui sont entrés dans ma vie ces dernières années et qui ont rendu mon séjour à Rimouski très agréable : Fahed, Drishty et René.

Je tiens à remercier également les étudiants de LREE et de l'UQAR pour les bons moments passés ensemble, notamment : Romain, Oloufemi, Pierre, Martin, Fabien, Véronique, Gabriel, Richard, Olivier, Dominique, Jean-Sébastien, Rudy, Julie, ...



## RÉSUMÉ

De nos jours, la tendance dans le domaine de la construction des éoliennes est vers des dimensions de plus en plus grandes parce que le coût de la puissance installée diminue proportionnellement avec l'agrandissement des dimensions et de la puissance de l'éolienne. Cette augmentation de puissance est associée à des pales de plus en plus longues et dans leur conception une attention particulière doit être apportée à la diminution du poids et aux déformations structurelles. Il est important de diminuer le poids des pales afin de diminuer leur coût, faciliter leur fabrication et installation et diminuer les sollicitations sur les autres composantes de l'éolienne, telles que la tour et le train de puissance. La diminution du poids rend les pales plus fragiles et les déformations produites par des vibrations ou des forces aérodynamiques plus grandes. Ceci peut influencer négativement la production d'énergie de l'éolienne et la durée de vie des pales. Pour satisfaire l'ensemble de ces exigences dans la conception des pales il est important de développer et valider des outils adéquats permettant l'analyse des phénomènes aéroélastiques complexes qui apparaissent pendant le fonctionnement des turbines éoliennes.

L'objectif de cette recherche est l'étude de phénomènes aéroélastiques des pales des turbines éoliennes par simulations numériques couplées fluide-structure, pour contribuer au développement et à la validation des procédures et techniques de conception des pales d'éoliennes. Ces développements visent à minimiser la durée de conception et répondre aux besoins d'une industrie en développement.

L'approche méthodologique proposée combine les calculs réalisés avec la méthode de l'élément de pale, les simulations numériques en utilisant le couplage des logiciels ANSYS Mechanical et CFX, et leur validation avec des résultats de tests en soufflerie.

Mots clés : pale d'éolienne, conception des pales, interaction fluide-structure, divergence aéroélastique, flottement, vibrations en décrochage.





## ABSTRACT

Today, the trend in the construction of wind turbines is towards increasingly larger dimensions because the cost of the installed power decreases proportionally with the size and power of the wind turbine. This power increase is associated with longer blades that brings special demands in their design. Particular special attention should be paid to weight reduction and structural deformations. It is important to reduce the blades weight in order to reduce their cost, facilitate their manufacture and installation and reduce the stress on the other components of the wind turbine, such as the tower and the power train. The reduced weight makes the blades more fragile and the deformations produced by vibration or aerodynamic forces larger. This can influence negatively the energy production and blades life time. To meet all these requirements in blades design it is important to develop and validate the right tools for the analysis of complex aeroelastic phenomena that appear during wind turbines operation.

The objective of this research is to study the aeroelastic phenomena of wind turbine blades by means of coupled field fluid-structure numerical simulations, in order to contribute to the development and validation of blade design techniques. These developments aim to minimize the design time and increase its accuracy to meet the needs of a developing industry.

The methodological approach combines computations using the blade element theory, numerical simulations using the coupling of the ANSYS Mechanical and CFX software and their validation by comparison with results of wind tunnel experiments.

Keywords : wind turbine blade, blade conception, fluid-structure interaction, aeroelastic divergence, flutter, stall flutter.



## TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS .....	VII	
RÉSUMÉ .....	IX	
ABSTRACT .....	XI	
TABLE DES MATIERES.....	XIII	
LISTE DES TABLEAUX.....	XIX	
LISTE DES FIGURES .....	XXI	
LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES .....	XXV	
LISTE DES SYMBOLES.....	XXVII	
<b>CHAPITRE 1</b>	<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 CONTEXTE DU PROJET.....</b>		<b>1</b>
<b>1.2 PROBLÉMATIQUE ET DOCUMENTATION PERTINENTE .....</b>		<b>2</b>
1.2.1 PHÉNOMÈNES TRANSITOIRES DANS LE FONCTIONNEMENT DES TURBINES ÉOLIENNES.....		2
1.2.2 PRÉDICTION DES CHARGES EN RÉGIMES TRANSITOIRES.....		3
1.2.3 ÉVALUATION DE LA RÉPONSE DYNAMIQUE DE LA PALE EN RÉGIMES TRANSITOIRES .....		5
<b>1.3 OBJECTIFS .....</b>		<b>6</b>
<b>1.4 MÉTHODOLOGIE ET APPROCHE PROPOSÉE .....</b>		<b>6</b>
1.4.1 MÉTHODOLOGIE DE CONCEPTION AÉRODYNAMIQUE ET STRUCTURELLE DES PALES D'ÉOLIENNES EN RÉGIME STATIONNAIRE .....		7
1.4.1.1 Conception aérodynamique des pales avec la méthode BEM.....		7
1.4.1.2 Analyse structurelle des pales par la méthode des éléments finis.....		7
1.4.2 ÉTUDE DES PHÉNOMÈNES AÉROÉLASTIQUES PAR SIMULATIONS NUMÉRIQUES COUPLÉES FLUIDE-STRUCTURE.....		7
1.4.2.1 Présentation des principaux phénomènes d'instabilité aéroélastique des rotors d'éoliennes...		7
1.4.2.2 Étude du cas de la divergence aéroélastique .....		8
1.4.2.3 Étude du cas du flottement.....		8

<b>CHAPITRE 2</b>	<b>ÉVALUATION DES PERFORMANCES DU ROTOR.....</b>	<b>9</b>
<b>2.1</b>	<b>VUE D'ENSEMBLE DES MÉTHODES UTILISÉES .....</b>	<b>9</b>
2.1.1	MÉTHODE DE L'ÉLÉMENT DE PALE (BLADE ELEMENT MOMENTUM) .....	9
2.1.2	MODÈLES AÉRODYNAMIQUES NON VISQUEUX 3D .....	11
2.1.3	MODÈLES GÉNÉRALISÉS DE DISQUE PORTANT .....	11
2.1.4	SOLVEURS NAVIER-STOKES .....	12
2.1.4.1	Approches.....	12
2.1.4.2	Application de la CFD à l'aérodynamique des turbines éoliennes .....	13
<b>2.2</b>	<b>CALCUL DES PERFORMANCES ET CONCEPTION DU ROTOR PAR LA MÉTHODE DE L'ÉLÉMENT DE PALE AVEC LE LOGICIEL PROPID.....</b>	<b>14</b>
2.2.1	PRÉSENTATION DU LOGICIEL PROPID .....	14
2.2.1.1	Structure du fichier d'entrée.....	15
2.2.1.2	Données demandées .....	15
2.2.2	MODE DE TRAVAIL EN ANALYSE DIRECTE.....	16
2.2.3	MODE DE TRAVAIL EN ANALYSE INVERSE.....	17
2.2.4	CONCEPTION DES ROTORS .....	19
2.2.4.1	Conception préliminaire.....	19
2.2.4.1.1	Choix du profil .....	19
2.2.4.1.2	Calcul de la géométrie de la pale.....	22
2.2.4.2	Calcul des performances des pales et raffinement de la conception par analyse directe.....	24
2.2.4.2.1	Analyse des performances des pales .....	24
2.2.4.2.2	Optimisation des pales.....	25
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>ANALYSE STRUCTURELLE DES PALES DES ROTORS.....</b>	<b>29</b>
<b>3.1</b>	<b>CALCUL DES FORCES QUI AGISSENT SUR LES PALES DU ROTOR .....</b>	<b>30</b>
<b>3.2</b>	<b>ANALYSE DES CONTRAINTES DANS LES PALES .....</b>	<b>33</b>
<b>3.3</b>	<b>ANALYSE MODALE DES PALES .....</b>	<b>41</b>
<b>3.4</b>	<b>CONCLUSION .....</b>	<b>46</b>
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>MODÈLES D'ANALYSE AÉROÉLASTIQUE DES PALES D'ÉOLIENNES.....</b>	<b>47</b>

<b>4.1 PRINCIPAUX PHÉNOMÈNES D'INSTABILITÉ AÉROÉLASTIQUE DES PALES D'ÉOLIENNES</b>	<b>47</b>
.....	
<b>4.2. MODÉLISATION DE L'INTERACTION FLUIDE-STRUCTURE</b>	<b>49</b>
4.2.1 LES MODÈLES CLASSIQUES	49
4.2.2 MODELES LINEAIRES ET NON LINEAIRES	51
4.2.3 LE DEFI INFORMATIQUE DE MODELISATION DE L'INTERACTION FLUIDE-STRUCTURE	52
4.2.4 COUPLAGE ANSYS-CFX	56
<b>CHAPITRE 5 ÉTUDE DU CAS DE LA DIVERGENCE AÉROÉLASTIQUE</b>	<b>61</b>
5.1 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE	61
5.2 CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES	64
5.3 COMPARAISON AVEC DES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX	68
5.3.1 DESCRIPTION DE L'EXPÉRIENCE	69
5.3.2 MODÈLE STRUCTUREL DE L'AILE	72
5.3.3 MODÈLE DU DOMAINE FLUIDE	74
5.3.4 RÉSULTATS ANALYTIQUES	77
5.3.5 RÉSULTATS DES SIMULATIONS	79
5.3.5.1 Construction de la courbe $C_L(\alpha)$	79
5.3.5.1.1 Résultats des simulations avec CFX	79
5.3.5.1.2 Résultats expérimentaux de Jacobs et Sherman	81
5.3.5.1.3 Résultats expérimentaux de Sheldahl et Klimas	81
5.3.5.2 Vérification du couplage fluide-structure	84
5.3.5.2.1 Simulation	84
5.3.5.2.2 Analyse des résultats	84
5.3.5.3 Simulations de la divergence	86
5.3.5.3.1 Paramètres des simulations	87
5.3.5.3.2 Simulation en utilisant la fonction de vitesse $U(t) = 24 - 23 \cdot \exp(-2 \cdot t)$	89
5.3.5.3.3 Simulation en utilisant la fonction de vitesse $U(t) = 21 - 20 \cdot \exp(-1,5 \cdot t)$	91
5.3.5.3.4 Simulation à vitesse constante $U = 19$ m/s	93
5.3.5.3.5 Simulation à vitesse constante $U = 20$ m/s	96
5.3.5.3.6 Simulation à vitesse constante $U = 21$ m/s	97

5.3.5.4 Méthodes expérimentales pour trouver la vitesse de divergence .....	98
5.3.5.5 Calcul de la vitesse de divergence à partir des simulations.....	105
5.3.5.5.1 Calcul de la vitesse de divergence à partir de la simulation 5.3.5.3.2 .....	106
5.3.5.5.2 Calcul de la vitesse de divergence à partir de la simulation 5.3.5.3.3 .....	112
<b>CHAPITRE 6 ÉTUDE DU CAS DU FLOTTEMENT .....</b>	<b>121</b>
<b>6.1 CONSIDÉRATIONS THÉORIQUES.....</b>	<b>121</b>
6.1.1. ÉQUATIONS DE MOUVEMENT D'UN SYSTÈME AÉROÉLASTIQUE.....	121
6.1.2 FORCES AÉRODYNAMIQUES SUR LES PROFILS .....	123
6.1.2.1 Introduction et sommaire.....	123
6.1.2.2 Approximations usuelles .....	125
6.1.3 SOLUTIONS DES ÉQUATIONS AÉROÉLASTIQUES DE MOUVEMENT .....	126
6.1.3.1 Solutions dans le domaine temporel.....	127
6.1.3.2 Solutions dans le domaine des fréquences .....	127
6.1.4 DISCUSSION DES RÉSULTATS REPRÉSENTATIFS.....	131
6.1.4.1 Domaine temporel.....	131
6.1.4.2 Domaine fréquentiel.....	133
6.1.5 CLASSIFICATION DU FLOTTEMENT ET DE LA RÉPONSE AUX RAFALES, Y COMPRIS LES TENDANCES DES PARAMÈTRES .....	137
6.1.5.1 Le flottement de flexion-torsion.....	138
6.1.5.2 Le flottement à un seul degré de liberté .....	140
<b>6.2 COMPARAISON AVEC L'EXPÉRIMENTATION.....</b>	<b>142</b>
6.2.1 EXPÉRIMENTATION À SIMULER.....	142
6.2.2 DESCRIPTION DE L'EXPÉRIENCE .....	143
6.2.3 SIMULATION .....	147
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE .....</b>	<b>157</b>
<b>ANNEXE I – COURBES DU COEFFICIENT DE PUISSANCE CALCULÉES POUR LE ROTOR DE 1 KW .....</b>	<b>159</b>
<b>ANNEXE II – COURBES DU COEFFICIENT DE PUISSANCE CALCULÉES POUR LE ROTOR DE 3 KW.....</b>	<b>165</b>

ANNEXE III - POLAIRES EXPÉRIMENTALES DU PROFIL NACA 0012 .....	169
ANNEXE IV - POLAIRE DU PROFIL NACA 0012 CALCULÉE AVEC CFX .....	171
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	173





## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 : Géométrie de la pale pour le rotor de 1 kW (R = 1.4 m) .....	23
Tableau 2 : Géométrie de la pale pour le rotor de 3 kW (R = 2.4 m) .....	24
Tableau 3 : Puissances générées par chaque section de pale pour l'éolienne de 1 kW et forces d'avancement correspondantes (pour une pale) .....	32
Tableau 4 : Traction agissant sur chaque section de pale pour l'éolienne de 1 kW et forces de flexion correspondantes (pour une pale) .....	32
Tableau 5 : Puissances générées par chaque section de pale pour l'éolienne de 3 kW et forces d'avancement correspondantes (pour une pale) .....	32
Tableau 6 : Traction agissant sur chaque section de pale pour l'éolienne de 3 kW et forces de flexion correspondantes (pour une pale) .....	33
Tableau 7 : Fréquences propres des pales .....	41
Tableau 8 : Vitesses de rotation qui excitent les modes de vibration des pales .....	42
Tableau 9 : Les paramètres dynamiques structuraux associés aux configurations de modèle de tunnel aérodynamique .....	70
Tableau 10 : Calcul analytique des conditions de divergence .....	70
Tableau 11 : Dimensions caractéristiques du domaine fluide .....	75
Tableau 12 : Coefficients de portance calculés avec ANSYS-CFX pour $Re = 2,6 \times 10^5$ .....	80
Tableau 13 : Analyse des résultats de la simulation 3.3.5.3.2 avec $U(t) = 24 - 23e^{-2t}$ .....	107
Tableau 14: Coefficients de portance calculés avec ANSYS-CFX pour $Re = 2,6 \times 10^5$ .....	111
Tableau 15: Analyse des résultats de la simulation 3.3.5.3.3 avec $U(t) = 21 - 20e^{-1,5t}$ .....	112



## LISTE DES FIGURES

Figure 1 : Schéma du mode de travail de PROPID en Analyse directe (Selig 1998).....	17
Figure 2 : Schéma du mode de travail de PROPID en Analyse inverse (Selig 1998).....	18
Figure 3 : Le profil aérodynamique Gemini .....	22
Figure 4 : Courbes de puissance : rotor 1kW – 260rpm, pitch 3° (rouge), rotor 3kW – 160rpm, pitch 3° (vert).....	26
Figure 5 : Courbes du coefficient de puissance – rotor 1kW (rouge), rotor 3kW (vert) .....	26
Figure 6 : Courbes de traction : rotor 1kW – 260rpm, pitch 3° (rouge), rotor 3kW – 160rpm, pitch 3° (bleu).....	27
Figure 7 : Modèle de la pale du rotor de 1 kW .....	29
Figure 8 : Modèle de la pale du rotor de 3 kW .....	30
Figure 9 : Discrétisation en éléments type Solid 92 de la pale de 1,4 m .....	34
Figure 10 : Fixation et application de la force d'avancement sur la pale de 1.4 m .....	35
Figure 11 : Application des forces de traction sur la pale de 1,4 m comme pressions (Pa) .	35
Figure 12 : Contraintes équivalentes dans la pale de 1.4 m mesurées en $N/m^2$ .....	37
Figure 13 : Contraintes dans la pale de 1,4 m dans la direction Z, mesurées en $N/m^2$ .....	37
Figure 14 : Déformations de la pale de 1,4 m dans la direction Y, mesurées en mètres .....	38
Figure 15 : Contraintes équivalentes dans la pale de 2.4 m mesurées en $N/m^2$ .....	39
Figure 16 : Contraintes dans la pale de 2,4 m dans la direction Z, exprimées en $N/m^2$ .....	40
Figure 17 : Déformations de la pale dans la direction Y de 2,4 m, exprimées en mètres ....	40
Figure 18 : Première fréquence propre de battement de la pale de 1,4 m (Hz) .....	43
Figure 19 : Deuxième fréquence propre de battement de la pale de 1,4 m (Hz) .....	43
Figure 20 : Première fréquence propre de traînée de la pale de 1,4 m (Hz) .....	44
Figure 21 : Première fréquence propre de battement de la pale de 2,4 m (Hz) .....	44
Figure 22 : Deuxième fréquence propre de battement de la pale de 2,4 m (Hz) .....	45
Figure 23 : Première fréquence propre de traînée de la pale de 2,4 m (Hz) .....	45

Figure 24 : Surfaces de contrôle.....	57
Figure 25 : Schéma de résolution .....	57
Figure 26 : Résolution simultanée et séquentielle de CFX et ANSYS .....	58
Figure 27 : Modèle aéroélastique simplifié pour illustrer le phénomène de divergence .....	65
Figure 28 : Divergence de la configuration #2 du modèle expérimental .....	71
Figure 29 : Modèle de la géométrie du profil NACA0012 construit en ANSYS .....	73
Figure 30 : Discrétisation en éléments finis du modèle ANSYS .....	73
Figure 31 : Illustration du domaine fluide.....	74
Figure 32 : Maillage du domaine fluide. Vue d'ensemble.....	75
Figure 33 : Maillage du domaine fluide autour du profil .....	76
Figure 34 : Maillage autour du profil. Détail .....	76
Figure 35 : Courbe du coefficient de portance $C_L(\alpha)$ du profil NACA 0012 pour $Re = 2,6 \times 10^5$ calculée avec ANSYS-CFX et résultats expérimentaux de Jacobs & Sherman (carré magenta pour $Re = 1,7 \times 10^5$ , triangle jaune pour $Re = 3,3 \times 10^5$ ) .....	82
Figure 36 : Courbe du coefficient de portance $C_L(\alpha)$ du profil NACA 0012 pour $Re = 2,6 \times 10^5$ calculée avec ANSYS-CFX et résultats expérimentaux de Sheldahl & Klimas (cercle magenta pour angle croissant, triangle jaune pour angle décroissant) .....	83
Figure 37 : Réponse oscillante du profil soumis soudainement à un écoulement constant de 15m/s .....	86
Figure 38 : Effet de la dimension du pas de temps sur les résultats d'une simulation transitoire.....	88
Figure 39 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse d'air variable, selon la fonction $U=24-23e^{-2t}$ , de 1m/s à 23,94 m/s.....	91
Figure 40 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse d'air variable, selon la fonction $U(t) = 21-20e^{-1,5t}$ , de 1 m/s à 20,99 m/s.....	93
Figure 41 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air constante de 19 m/s, pas de temps $2 \cdot 10^{-3}$ s.....	94

Figure 42 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air constante de 19 m/s, pas de temps $5 \cdot 10^{-4}$ s .....	95
Figure 43 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air constante de 20 m/s, pas de temps $5 \cdot 10^{-4}$ s .....	96
Figure 44 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air constante de 21 m/s, pas de temps $5 \cdot 10^{-4}$ s .....	97
Figure 45 : Surveillance du moment de torsion pour prédire le début de la divergence .....	99
Figure 46 : Prédiction de la divergence en utilisant les angles d'attaque .....	100
Figure 47 : Méthode Southwell - graphique intermédiaire .....	101
Figure 48 : Méthode Southwell - prédiction du début de la divergence .....	101
Figure 49 : Résultats de la méthode Southwell obtenues en utilisant plus de données .....	102
Figure 50 : Poursuite de la fréquence pour prédire la divergence .....	103
Figure 51 : Inverse de l'amplitude de la densité spectrale de puissance de la réponse (angle d'attaque) .....	103
Figure 52 : Courbe du coefficient de portance $C_l(\alpha)$ calculé avec ANSYS-CFX pour des angles d'incidence entre $0^\circ$ et $1,0^\circ$ .....	111
Figure 53 : Détail de la courbe de l'angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air variable, de 1m/s à 20,99 m/s, représentant la première seconde de la simulation .....	119
Figure 54 : Géométrie de la section typique .....	122
Figure 55 : Forces aérodynamiques sur la section typique .....	122
Figure 56 : Variation temporelle du mouvement instable ou "flottement" .....	131
Figure 57 : Variation temporelle du mouvement stable .....	132
Figure 58 : Variation temporelle de la vitesse de rafale .....	133
Figure 59 : Variation temporelle du mouvement dû à la vitesse de rafale .....	133
Figure 60 : Composantes réelle et imaginaire de la fréquence en fonction de la vitesse ...	134
Figure 61 : Spectre de puissance de rafale .....	135
Figure 62 : Fonction de transfert .....	136
Figure 63 : Spectre de puissance du mouvement .....	136
Figure 64 : Composantes réelle et imaginaire de la fréquence en fonction de la vitesse ...	139

Figure 65 : Composantes réelle et imaginaire de la fréquence en fonction de la vitesse...	141
Figure 66 : Composantes réelle et imaginaire de la fréquence en fonction de la vitesse...	142
Figure 67: Instabilité rencontrée pour l'angle d'attaque rigide $\alpha_0 = 0^\circ$ , Configuration #2 .	144
Figure 68 : Instabilités rencontrées pour des différentes valeurs de l'angle d'attaque rigide, Configuration #2 .....	146
Figure 69 : Simulation de l'instabilité rencontrée pour une valeur de l'angle d'attaque rigide $\alpha_0 = 5^\circ$ , Configuration #2.....	149
Figure 70 : Simulation de l'instabilité rencontrée pour une valeur de l'angle d'attaque rigide $\alpha_0 = 5^\circ$ , Configuration #2 – détail.....	150
Figure 71 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,8449 s, l'angle d'attaque $\alpha = 6,53^\circ$ , la vitesse maximale de l'air $U = 26,95$ m/s.....	152
Figure 72 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,88822 s, l'angle d'attaque $\alpha = 10,78^\circ$ , la vitesse maximale de l'air $U = 33,65$ m/s.....	153
Figure 73 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,93154 s, l'angle d'attaque $\alpha = 14,58^\circ$ , la vitesse maximale de l'air $U = 215,38$ m/s.....	154
Figure 74 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,9627 s, l'angle d'attaque $\alpha = 9,91^\circ$ , la vitesse maximale de l'air $U = 29,64$ m/s.....	155
Figure 75 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,99766 s, la valeur de l'angle d'attaque est $\alpha = -0,1^\circ$ , la vitesse maximale de l'air $U = 18,49$ m/s.....	156

## LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES

BEM	- élément de pale et quantité de mouvement ( <i>blade element momentum</i> )
CFD	- mécanique des fluides numérique ( <i>computational fluid dynamics</i> )
DNS	- simulation turbulente directe ( <i>direct eddy simulation</i> )
EDO	- équation différentielle ordinaire
EDP	- équation à dérivés partielles
IP	- faces d'interpolation
LES	- simulation turbulente à grande échelle ( <i>large eddy simulation</i> )
NREL	- Laboratoire National des Énergies Renouvelables des ÉUA
NACA	- Comité Consultatif National pour l'Aéronautique des ÉUA
psf	- livres-force par pied carré ( <i>pounds-force per square foot</i> )
ROM	- modèle d'ordre réduit ( <i>reduced order model</i> )
rpm	- rotations par minute





## LISTE DES SYMBOLES

- $B$  - nombre de pales du rotor, [-]
- $b$  - largeur du profil, [m]
- $C_d$  - coefficient de traînée, [-]
- $C_l$  - coefficient de portance, [-]
- $C_m$  - coefficient de moment au niveau de l'axe élastique, [-]
- $C_p$  - coefficient de puissance du rotor, [-]
- $Co$  - nombre de Courant, [-]
- $C^{\theta\theta}$  - coefficient de flexibilité du ressort, [rad/N·m]
- $c$  - longueur de la corde du profil de pale, [m]
- $E_L$  - module d'élasticité longitudinal, [N/m<sup>2</sup>]
- $e$  - distance entre le centre élastique et le centre de pression du profil, [m]
- $FA$  - force d'avancement pour une section de pale, [N]
- $F_L$  - force aérodynamique, [N]
- $f, f_\alpha$  - fréquence propre, [Hz]
- $H_{LG}, H_{MG}, H_{L\dot{h}}, H_{L\dot{\alpha}}, H_{M\dot{h}}, H_{M\dot{h}}$  - fonctions de transfert [-]
- $h$  - coordonnée verticale du ressort, [m]
- $I_\alpha$  - moment d'inertie, [kg·m<sup>2</sup>]
- $I_{Lh}, I_{L\alpha}, I_{L\dot{h}}, I_{L\dot{\alpha}}, I_{M\dot{h}}, I_{M\dot{h}}$  - fonctions d'impulsion, [-]
- $K_\alpha$  - constante élastique du ressort, [N·m/rad]
- $K_h$  - constante élastique du ressort, [N/m]
- $L$  - longueur caractéristique pour le calcul du nombre de Reynolds, [m]
- $l_1, l_2$  - dimensions caractéristiques du domaine fluide, [-]
- $M$  - nombre de Mach, [-]
- $M_E$  - moment élastique, [N·m]

$M_y$  - moment aérodynamique, [N·m]  
 $m$  - masse, [kg]  
 $P$  - puissance, [W]  
 $p$  - pression, [N/m<sup>2</sup>]  
 $q$  - pression dynamique, [N/m<sup>2</sup>]  
 $R$  - rayon du rotor, [m]  
 $Re$  - nombre de Reynolds, [-]  
 $r$  - rayon de la section de pale, [m]  
 $S$  - aire de la surface rigide de la section de pale, [m<sup>2</sup>]  
 $S_\alpha$  - balourd, [kg·m]  
 $SINT$  - contrainte équivalente, [N/m<sup>2</sup>]  
 $SX, SY, SZ$  - contrainte en direction X, Y, Z, [N/m<sup>2</sup>]  
 $s$  - fonction d'impulsion, [-]  
 $t$  - temps, [s]  
 $U, u$  - vitesse de l'air, [m/s]  
 $U_D$  - vitesse de divergence, [m/s]  
 $U_F$  - vitesse de flottement, [m/s]  
 $U_\infty$  - vitesse du courant non perturbé, [m/s]  
 $UX, UY, UZ$  - déplacement en direction Y, [m]  
 $v$  - vitesse, [m/s]  
 $w_a$  - composante de vitesse normale du fluide, [m/s]  
 $w_G$  - vitesse de rafale verticale, [m/s]  
 $X, Y, Z$  - axes du système de coordonnées  
 $x, y, z$  - coordonnées spatiales, [m]  
 $\alpha$  - angle d'attaque du profil, [rad]  
 $\alpha_0$  - angle d'attaque initial du profil, [rad]  
 $\alpha_r$  - angle de portance nulle du profil, [rad]  
 $\zeta$  - taux d'amortissement de la vibration, [-]  
 $\eta$  - viscosité dynamique du fluide, [Pa·s]

$\theta, \theta_r$  - angle de vrillage élastique, [rad]

$\lambda$  - rapport de vitesse en bout de pale, [-]

$\lambda_r$  - rapport local de vitesse, [-]

$\mu$  - coefficient du Poisson, [-]

$\rho$  - densité, [kg/m<sup>3</sup>]

$\sigma$  - fonction d'impulsion, [-]

$\nu$  - viscosité cinématique du fluide, [m<sup>2</sup>/s]

$\Phi$  - potentiel de vitesse, [m<sup>2</sup>/s]

$\varphi$  - angle du vent relatif, [°]

$\Omega$  - vitesse angulaire du rotor de l'éolienne, [rpm]

$\omega, \omega_\alpha$  - pulsation propre, [rad/sec]

$\omega_F$  - pulsation de flottement, [rad/sec]



# CHAPITRE 1

## INTRODUCTION

### 1.1 Contexte du projet

L'énergie éolienne connaît, parmi toutes les sources d'énergie, la croissance la plus importante au Canada et dans le monde à cause du coût relativement faible de production et de ses avantages économiques, environnementaux et sociaux. Le 4 février 2010, le Global Wind Energy Council (GWEC) a annoncé que la puissance éolienne mondiale a augmenté de 31 % en 2009, ce qui se traduit par l'ajout de 37 500 mégawatts (MW) et par des installations qui totalisent 157 900 MW. Le tiers de ces ajouts ont été effectués en Chine, qui affiche une croissance de plus de 100 % pour une autre année.

Parallèlement, le secteur canadien de l'énergie éolienne a connu une année record : de nouvelles installations éoliennes générant une puissance de 950 MW ont été implantées dans huit provinces, plaçant ainsi le Canada au 9<sup>e</sup> rang mondial en ce qui concerne la nouvelle puissance installée en 2009. Les nouveaux développements du secteur de l'éolien représentent un investissement de plus de 2,2 G\$, haussant la puissance installée totale du Canada à 3 319 MW (**CanWEA 02/04/2010**). Pour se joindre aux autres chefs de file mondiaux du secteur de l'énergie éolienne, le Canada, selon CanWEA, peut et doit atteindre son objectif qui est de produire un minimum de 20 % de toute son électricité au moyen du vent d'ici 2025 (**CanWEA 02/04/2010**). Cependant, le Canada fait face à des défis particuliers dans le développement de cette filière énergétique, principalement à cause des caractéristiques climatiques et géographiques.

De nos jours, la tendance dans le domaine des éoliennes est vers l'augmentation des envergures, générant une production d'énergie plus importante, ou bien à l'amincissement des profils des pales des éoliennes permettant des coûts de production moindres. Cependant, ces évolutions rendent les pales plus fragiles et sujettes à des déformations ou des vibrations en réponse aux forces du vent. Au Canada s'ajoutent des sollicitations particulières pour les turbines éoliennes, principalement à cause du froid, du givrage et de

la corrosion. Les grandes déformations des pales dues à une flexibilité accrue ont une influence majeure sur la production d'énergie et sur les charges structurelles résultantes (**Ahlström 2005**). Mais surtout, ces déformations et vibrations génèrent une fatigue plus importante pour les pales, ce qui conduit irrémédiablement à diminuer de manière considérable la durée de vie de celles-ci, voire directement générer leur destruction. Pour ces raisons il est important d'étudier ces déformations et vibrations, résultats des sollicitations transitoires des éoliennes.

## **1.2 Problématique et documentation pertinente**

### **1.2.1 Phénomènes transitoires dans le fonctionnement des turbines éoliennes**

Les performances aérodynamiques des turbines éoliennes sont reliées aux caractéristiques moyennes du vent. Il y a, quand même, quelques effets transitoires et dynamiques importants qui causent l'augmentation des charges et de la fatigue, ou la diminution de la puissance, par rapport aux valeurs moyennes calculées. Les phénomènes non stationnaires les plus importants sont (**Manwell 2002**):

- Les charges cycliques – charges générées par le mouvement de rotation de la turbine et dues principalement à la gravité et à la variation de la vitesse du vent avec la hauteur;
- La turbulence du vent – variations aléatoires de courte durée de la vitesse du vent à travers le rotor, temporelles et spatiales, qui causent des variations rapides des forces aérodynamiques;
- Le passage devant la tour – la chute impulsive de la vitesse du vent lors du passage de la pale devant la tour. Les pales du rotor subissent ce changement à chaque rotation, le résultat étant une chute rapide de la puissance et des vibrations induites dans la structure de la turbine;
- Le décrochage dynamique – le changement rapide des conditions de vent peut causer le décrochage soudain et puis le rattachement de la couche limite au long du profil de la pale. Ça peut conduire à l'apparition des forces aérodynamiques élevées et au retard du décrochage statique;

- Variations dynamiques – la variation de l'écoulement du fluide due à la turbulence et aux changements des conditions de travail du rotor (changement du pas ou de la vitesse de rotation);

### 1.2.2 Prédiction des charges en régimes transitoires

À l'heure actuelle il y a des logiciels qui calculent les performances du rotor et les charges aérodynamiques auxquelles il est assujéti. Le Laboratoire National en Énergies Renouvelables (NREL) de Boulder, Colorado, a soutenu le développement de quelques-uns de ces logiciels et les a rendus accessibles par internet. Parmi les plus connus de ces logiciels sont :

- WT\_Perf – code de calcul de la performance des rotors de turbinc à axe horizontal. Il comprend des corrections pour les pertes en bout de pale et le cisaillement du vent ainsi que des calculs aérodynamiques tridimensionnels (**Manwell 2002**).
- YawDyn – code complet d'analyse aérodynamique et dynamique des turbines éoliennes à axe horizontal à vitesse constante. La partie aérodynamique du logiciel, AeroDyn, est une bibliothèque de sous-routines qui peut être reliée à d'autres codes d'analyse structurelle (**Manwell 2002**).
- FAST – code d'analyse des turbines éoliennes à axe horizontal, plus évolué que YawDyn, avec un nombre limité de degrés de liberté (22 pour la dernière version, 6.01) mais qui peut modéliser la plupart des configurations usuelles des turbines éoliennes à axe horizontal. FAST utilise lui aussi le module AeroDyn pour modéliser l'aérodynamique du rotor (**Jonkman 2005**).
- PROPID – code de conception et de calcul de la performance des rotors de turbine à axe horizontal développé par le Group Aérodynamique Appliquée de l'Université d'Illinois (**Selig 1998**).

Il y a d'autres codes de calcul des turbines éoliennes plus développés comme :

- DHAT (Dynamic Analysis of Horizontal Axis Turbines) – code d'analyse des turbines éoliennes de Germanischer Lloyd qui a commencé à être développé à la



fin des années 1980 et il continue à subir des modifications pour couvrir les demandes actuelles. Ce code n'est pas disponible sur le marché (**Buhl Jr. 2006**).

- GH Bladed - code d'analyse des turbines éoliennes de la firme Garrad Hassan qui est validé par Germanischer Lloyd pour le calcul des charges sur les éoliennes pour la conception et la certification. Ce code couvre presque tous les aspects de l'analyse d'une éolienne, on-shore et off-shore, mais il est très coûteux, seulement le module de base est environ 60,000 CAD.

Cependant, ces logiciels ne couvrent pas avec exactitude toutes les situations de fonctionnement des turbines éoliennes.

NREL a réalisé des essais en tunnel aérodynamique pour une turbine de 10 m de diamètre et a obtenu des ensembles de données pour un total de plus de 1700 conditions d'essai différentes de la turbine. Après ces essais expérimentaux, NREL a organisé une comparaison à l'aveugle dans laquelle des experts en la matière ont été invités à prévoir le comportement de la turbine de NREL fonctionnant dans des conditions commandées avec précision dans le tunnel aérodynamique. Trente experts de 18 organismes (12 Européennes) ont participé à la comparaison à l'aveugle. Le travail individuel de ces experts a eu comme résultat des modèles produits en utilisant un total de 19 outils différents de modélisation des turbines éoliennes (**Simms 2001**).

Les résultats de la comparaison à l'aveugle n'ont pas été concluants. Par exemple, en conditions stationnaires, avec la nacelle orientée vers le vent, sans décrochage, les prévisions de la puissance de la turbine se sont étendues de 25% à 175% des valeurs mesurées et les prévisions de la force de fléchissement de la pale se sont étendues de 85% à 150% des valeurs mesurées. Les résultats lors du décrochage à hautes vitesses de vent étaient particulièrement décevants, les prévisions de puissance se sont étendues de 30% à 275% des valeurs mesurées et les prévisions de la force de fléchissement des pales se sont étendues de 60% à 125% des valeurs mesurées (**Simms 2001**).

À la lumière de ces résultats il apparaît que la résolution de ces problèmes demande encore des efforts de recherche et développement et que la mise en place de meilleures procédures et outils d'analyse est nécessaire.

### 1.2.3 Évaluation de la réponse dynamique de la pale en régimes transitoires

De nos jours, tous les logiciels de conception de turbines éoliennes sont basés sur les forces aérodynamiques dérivées des résultats d'essais bidimensionnels (2-D) stationnaires en tunnel aérodynamique. Des essais pratiques, effectués aux États-Unis et en Europe, ont prouvé que les éoliennes subissent des phénomènes aérodynamiques très complexes lors du fonctionnement réel. Les essais ont prouvé que les effets tridimensionnels et le caractère dynamique des charges sont prédominants dans le fonctionnement réel des turbines à cause de la turbulence et du cisaillement au travers du plan du rotor (Simms 2001).

Plusieurs modèles ont été proposés pour décrire les phénomènes non stationnaires et calculer les performances du rotor dans ces conditions, mais comme mentionné plus haut, nous sommes loin d'avoir résolu tous les problèmes. Ces dernières années, associé à la croissance de la capacité de calcul des ordinateurs, la Mécanique des Fluides Numérique (CFD – Computational Fluid Dynamics) a été appliquée aux rotors des turbines éoliennes.

La Mécanique des Fluides Numérique (CFD) consiste en la résolution sur ordinateur des équations différentielles qui gouvernent l'écoulement. En fonction des approximations choisies, qui sont en général le résultat d'un compromis en termes de besoins de représentation physique par rapport aux ressources de calcul ou de modélisation disponibles, les équations résolues peuvent être les équations d'Euler, de Navier-Stokes, etc.

La CFD est devenue un outil essentiel dans pratiquement toutes les branches de la dynamique des fluides, de la propulsion aérospatiale aux prédictions météorologiques en passant par le dessin des coques de bateaux.

Les logiciels de mécanique des fluides numérique évoluent rapidement et à présent quelques-uns de ces logiciels peuvent réaliser et résoudre des modèles de grandes dimensions. ANSYS CFX peut analyser des modèles de jusqu'à 100 millions de nœuds, ce qui est suffisant pour réaliser la plupart des analyses aérodynamiques et aéroélastiques sur une éolienne.

### 1.3 Objectifs

L'objectif du projet est l'étude des phénomènes aéroélastiques des pales d'éoliennes à l'aide des méthodes numériques. C'est un domaine vaste d'études qu'on n'a pas l'ambition de couvrir complètement dans l'espace de ce mémoire. On va nous limiter à étudier les charges qui sollicitent les pales d'éoliennes en fonctionnement en régime stationnaire, et deux de plus importantes phénomènes aéroélastiques qui peuvent apparaître dans ces conditions: la divergence aéroélastique et le flottement de décrochage. L'intérêt est de connaître le mieux possible les charges qui sollicitent les pales et de définir avec précision les limitations du domaine de fonctionnement, pour augmenter la production d'énergie et la durée de vie et minimiser les coûts de fabrication et d'exploitation des éoliennes.

L'atteinte de cet objectif principal est tributaire de celle d'une série d'étapes intermédiaires spécifiques :

1) L'analyse des charges qui sollicitent les pales en régime stationnaire et l'analyse modale des pales pour identifier leurs fréquences naturelles et leurs modes de vibration, en utilisant la méthode de l'élément de pale et la méthode des éléments finis.

2) Présentation sommaire des modèles d'analyse des phénomènes aéroélastiques des pales d'éoliennes, ainsi que la modalité de simuler ces phénomènes par méthodes numériques;

3) L'étude de la divergence aéroélastique et du flottement de décrochage par simulations numériques couplées fluide - structure;

### 1.4 Méthodologie et approche proposée

L'atteinte des objectifs du projet requiert une approche méthodologique qui combine les simulations à l'aide des méthodes numériques, les calculs réalisés avec un logiciel qui emploie une méthode classique de la mécanique des fluides – la méthode de l'élément de pale – et leur validation avec des résultats de tests en soufflerie.

Le projet sera mené en deux grandes parties, divisées en cinq chapitres, permettant de compléter les différentes étapes.

## **1.4.1 Méthodologie de conception aérodynamique et structurelle des pales d'éoliennes en régime stationnaire**

### ***1.4.1.1 Conception aérodynamique des pales avec la méthode BEM***

Présentation de la méthode de l'élément de pale (Blade Element Momentum Method), méthode qui permet le calcul des performances des rotors en régime stationnaire (vitesse de rotation et vitesse du vent constantes). Calcul des performances des rotors avec le logiciel PROPID, logiciel dédié au calcul des turbines éoliennes basé sur la méthode BEM. Application du logiciel à la conception de deux rotors pour de petites éoliennes, de 1 et 3 kW et au calcul des forces aérodynamiques qui agissent sur ces rotors.

### ***1.4.1.2 Analyse structurelle des pales par la méthode des éléments finis***

En utilisant les forces aérodynamiques qui agissent sur les pales des rotors en régime stationnaire, calculées avec le logiciel PROPID, on fait l'analyse des contraintes et déplacements générées dans les pales par ces forces aérodynamiques pour un cas de calcul, avec le logiciel ANSYS Mechanical. On a choisi le cas de charge qui correspond à la vitesse de vent maximale de fonctionnement des rotors, dans lequel les charges sont les plus élevées. Finalement, après avoir vérifié la résistance des pales, on réalise l'analyse modale pour trouver leurs fréquences propres et vérifier si dans la plage de vitesse de rotation de fonctionnement du rotor elles ne sont pas en danger d'entrer en résonance.

## **1.4.2 Étude des phénomènes aéroélastiques par simulations numériques couplées fluide-structure**

### ***1.4.2.1 Présentation des principaux phénomènes d'instabilité aéroélastique des rotors d'éoliennes***

On commence par une présentation sommaire des principaux phénomènes d'instabilité aéroélastique rencontrés par les rotors d'éoliennes. Ensuite on fait un passage en revue des modèles physiques les plus utilisés dans le traitement des phénomènes

d'interaction fluide-structure, modèles qui peuvent être aussi employés à l'analyse des phénomènes aéroélastiques des rotors d'éoliennes. On présente une approche par les moyens de la mécanique des fluides numérique – les outils de simulation des phénomènes d'interaction fluide - structure offertes par la famille des logiciels ANSYS.

#### ***1.4.2.2 Étude du cas de la divergence aéroélastique***

On fait d'abord une étude bibliographique des ouvrages sur le phénomène de divergence aéroélastique et ensuite on présente le modèle théorique de calcul de la vitesse de divergence d'un profil aérodynamique. On modélise un cas de divergence aéroélastique, pour lequel on a des résultats expérimentaux. Les données expérimentales sont celles extraites du travail de Jennifer Heeg, réalisé à Langley Research Center, Hampton, Virginia et présentées dans le rapport NASA/TP-2000-210310 de Novembre 2000 - **Dynamic Investigation of Static Divergence: Analysis and Testing (Heeg 2000)**.

#### ***1.4.2.3 Étude du cas du flottement***

On continue l'étude de la méthodologie d'analyse de l'interaction fluide-structure avec le couplage ANSYS-CFX pour connaître les possibilités et les limitations des modèles aérodynamiques et de transition offertes par ce logiciel. On fait d'abord une présentation théorique du phénomène et on présente les principaux types de flottement. On modélise un cas de flottement de décrochage à un degré de liberté, pour lequel on a un modèle théorique et des résultats expérimentaux. Pour ce cas aussi, les données expérimentales sont extraites du rapport NASA/TP-2000-210310 de Jennifer Heeg. (**Heeg 2000**)

En ce qui concerne les dimensions du domaine de calcul et les paramètres optimaux de maillage en fonction de la vitesse de l'écoulement, du modèle de turbulence utilisé et de la dimension moyenne des tourbillons, on va se baser sur les conclusions de l'étude (**Tardif d'Hamonville 2009**). Pour le choix du modèle aérodynamique et du modèle de transition laminaire-turbulent parmi celles proposées par le logiciel CFX, on va se baser sur les conclusions de l'étude (**Ramdence 2010**).

## CHAPITRE 2

### ÉVALUATION DES PERFORMANCES DU ROTOR

#### 2.1 Vue d'ensemble des méthodes utilisées

Il y'a plusieurs méthodes de différents niveaux de complexité qui permettent le calcul des charges aérodynamiques sur les rotors des éoliennes. La plupart des logiciels utilisent la méthode de l'élément de pale (Blade Element Momentum), parce que cette méthode est simple, rapide et, lorsque les caractéristiques aérodynamiques des profils utilisées sont bien connues, donne de bons résultats en régime stationnaire.

##### 2.1.1 Méthode de l'élément de pale (Blade Element Momentum)

BEM est l'outil le plus utilisé pour calculer les charges aérodynamiques sur les rotors des turbines éoliennes. Il fournit des résultats très satisfaisants à condition que la géométrie des pales et que les polaires des profils aérodynamiques utilisés soient bien connues (coefficients de portance et de traînée en fonction de l'angle d'attaque et, si possible, du nombre de Reynolds) (Hansen 2006). La précision élevée des méthodes de la dynamique des fluides numérique (CFD), particulièrement pour les modèles de transition et de turbulence, a permis la conception de nouveaux profils aérodynamiques adaptés spécifiquement aux pales d'éoliennes.

En plus des données géométriques de la pale, pour faire l'analyse des phénomènes aéroélastiques, nous devons avoir la distribution temporelle et spatiale de la vitesse du vent. Cette distribution doit répondre à quelques exigences statistiques minimales, telles qu'un spectre indiqué de puissance et une cohérence spatiale. Dans la méthode BEM, nous considérons chaque composante de la vitesse indépendante des autres. À l'avenir, on s'attend à ce que la variation spatiale et temporelle du vent soit plus réaliste en utilisant des outils numériques telles que les grandes simulations de tourbillons (LES – Large Eddy

Simulation) ou simulations numériques directes (DNS – Direct Numerical Simulation) des équations de Navier-Stokes.

Pour calculer les charges aérodynamiques en régime transitoire nous utilisons des modèles empiriques. Les régimes transitoires les plus connus sont :

a) Écoulement dynamique

Les vitesses induites calculées au moyen des équations de la méthode BEM sont quasi-statiques, leurs valeurs sont correctes uniquement lorsque le sillage est stationnaire. Si les conditions de l'écoulement varient dans le temps, il y a un certain délai, proportionnel au diamètre de rotor divisé par la vitesse du vent avant qu'un nouvel équilibre soit atteint. Pour tenir compte de ce délai, un modèle d'écoulement dynamique doit être appliqué. Un tel modèle est particulièrement important pour une éolienne à pas variable.

b) Modèle de giration/inclinaison

Un autre modèle empirique pour les vitesses induites doit tenir compte de l'inclinaison du rotor face au vent. Lorsque l'axe du rotor n'est pas parfaitement aligné avec le vent, un modèle de giration/inclinaison redistribue les vitesses relatives du vent; il augmente les vitesses induites sur la partie aval du rotor et les diminue sur la partie amont du disque rotor. Cela introduit un moment de giration qui essaie d'aligner le rotor avec le vent entrant et, en conséquence, tend à réduire le défaut d'alignement. Pour une turbine sous le vent, un tel modèle est de la plus haute importance pour l'estimation de la stabilité de giration de la machine.

c) Décrochage dynamique

La vitesse incidente du vent sur un point de la pale change constamment en raison du cisaillement, du mauvais alignement giration/inclinaison, du passage de la pale devant la tour et de la turbulence atmosphérique. Cela a un impact direct sur l'angle d'attaque qui varie dynamiquement durant une révolution. L'effet du changement d'angle d'attaque des

pales n'apparaît pas instantanément, mais avec un délai proportionnel au rapport entre la longueur de la corde et la vitesse relative locale. L'influence de ces variations sur les charges aérodynamiques dépend de la situation de la couche limite, si elle est attachée ou en partie séparée. Par exemple, lorsque l'angle d'attaque augmente d'une valeur dans la zone avant décrochage à une valeur dans la zone de décrochage, les coefficients aérodynamiques du profil sont corrigés, pour un court délai, en modifiant la valeur de l'écoulement stationnaire par une oscillation déterminée empiriquement.

### 2.1.2 Modèles aérodynamiques non visqueux 3D

Les modèles aérodynamiques non visqueux tridimensionnels sont utilisés pour caractériser l'écoulement autour d'une turbine éolienne. Le fait que les effets visqueux soient négligés est restrictif mais ces modèles contribuent à mieux comprendre la variation temporelle et spatiale de la vitesse du vent incidente sur le rotor et ils fournissent une meilleure image du développement global de l'écoulement. Il y a eu des tentatives d'introduire des effets visqueux en utilisant le couplage visqueux - non visqueux mais ils ne sont pas utilisés dans les applications aéroélastiques (Hansen 2006). Les modèles de ce type les plus connues sont :

1. Le modèle de vortex;
2. Les méthodes de panneaux :
  - a. La théorie de la ligne portante;
  - b. La théorie de la surface portante;
  - c. Le modèle *vortex-lacis*;
  - d. Le modèle *vortex-blob*.

### 2.1.3 Modèles généralisés de disque portant

Le modèle de disque est le premier outil analytique utilisé pour analyser les performances du rotor. Dans ce modèle, le rotor est représenté par un disque perméable traversé par l'écoulement et assujéti à l'influence des forces extérieures. Le modèle



« classique » du disque portant est basé sur la conservation unidimensionnelle de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie et permet de déterminer la limite de Betz (**Manwell 2002**). La distribution unidimensionnelle de la vitesse du vent lorsqu'il traverse le rotor est utilisé aussi dans la méthode de l'élément de pale. Sous sa forme générale cependant, le disque portant est utilisé pour modéliser le passage du fluide à travers le rotor tandis que le reste du champ de l'écoulement est modélisé avec les équations d'Euler ou de Navier-Stokes (**Hansen 2006**). Dans ce cas, les équations de Navier-Stokes (ou Euler) sont typiquement résolues par un schéma de différences/volumes finis de deuxième ordre de précision, comme dans un calcul habituel de CFD. À la place de considérer tel quel la géométrie des pales et l'écoulement visqueux autour des pales, la surface du rotor est remplacée par des forces de surface (différence de pression locale). Cela peut être mis en œuvre soit à un taux correspondant au travail mécanique moyenné par période de rotation, soit à l'aide des valeurs locales instantanées sur les profils.

#### **2.1.4 Solveurs Navier-Stokes**

##### **2.1.4.1. Approches**

La plupart des logiciels d'analyse numérique (CFD) des rotors ont été développés pour l'industrie aéronautique et considèrent la forme compressible des équations de Navier-Stokes pour tenir compte des régimes transsoniques. Ceci est particulièrement nécessaire pour le calcul des rotors d'hélicoptère où la compressibilité joue un rôle important. Pour les turbines éoliennes, le nombre de Mach ne justifie pas de considérer les effets de compressibilité et, afin de « stabiliser » les schémas numériques, nous devons recourir à un pré-conditionnement des équations lors de la discrétisation. D'autre part, les solveurs compressibles proposent de nombreuses fonctionnalités attrayantes, parmi lesquelles la facilité de mise en œuvre de maillages non coïncidents et glissants, l'application des schémas en amont d'ordre supérieur et des méthodes de solutions très développées.

Une autre méthode très populaire est la Méthode de la Compressibilité Artificielle, où une vitesse sonore artificielle est introduite pour permettre d'appliquer des méthodes et schémas de solution compressible standard pour les flux incompressibles. En cas de calculs

transitoires des sous itérations sont faites au sein de chaque étape de temps pour imposer l'incompressibilité.

Étant donné le faible nombre de Mach rencontré dans l'aérodynamique des turbines éoliennes, un choix évident est donc la résolution des équations NS incompressibles. Ces méthodes sont généralement basées sur le traitement de la pression comme une variable principale. La méthode n'est pas aussi facilement généralisée aux grilles qui se chevauchent comme la méthode compressible ou la méthode de la compressibilité artificielle, en raison de l'équation elliptique de correction de pression. Mais la méthode est bien adaptée pour résoudre les problèmes presque incompressibles souvent rencontrés en éolien.

#### ***2.1.4.2 Application de la CFD à l'aérodynamique des turbines éoliennes***

Les données extraites des calculs de rotor CFD typiques sont le couple de l'arbre de basse vitesse ou la production d'électricité et les moments de flexion à la base de la pale. En outre des quantités normalement mesurées, les simulations CFD fournissent une énorme quantité d'informations détaillées qui peuvent être utilisées pour fournir une meilleure compréhension. Les données généralement extraites sont les distributions des coefficients de force sur l'envergure, les limites des lignes de courant sur les surfaces des pales et les distributions de pression en section le long de l'envergure de la pale.

Une autre application du CFD au rotor est l'étude des différents détails aérodynamiques du rotor, tels que les bouts de pale, la section de base etc. Ici, la technique CFD peut être utilisée pour obtenir des informations que les autres méthodes d'ingénierie ne sont pas en mesure d'offrir et pour peaufiner la conception du rotor.

## 2.2 Calcul des performances et conception du rotor par la méthode de l'élément de pale avec le logiciel PROPID

### 2.2.1 Présentation du logiciel PROPID

PROPID est un logiciel de conception et analyse des turbines éoliennes à axe horizontal. L'unicité de sa méthode de conception lui permet de réaliser la conception du rotor en fonction des performances attendues. Par exemple la méthode permet à l'utilisateur de spécifier directement la puissance maximale pour un rotor régulé par décrochage aérodynamique. La sous-routine de résolution inverse itérative est alors utilisé pour ajuster une des entrées choisies par l'utilisateur de sorte que la puissance maximale désirée du rotor soit atteinte. Plus généralement, la méthode permet au concepteur d'indiquer plusieurs caractéristiques d'exécution tant qu'on permet à un nombre égal de paramètres d'entrée d'être automatiquement ajustés par la méthode.

PROPID tient compte non seulement des spécifications des variables simples, comme la puissance maximale, mais également des distributions de certaines variables, comme la distribution du coefficient de puissance de la pale et/ou la distribution du facteur d'induction axiale. De telles distributions sont utilisées comme données d'entrée si on veut déterminer une autre distribution, spécifiquement la distribution de la corde où du vrillage de la pale.

La méthode a également des possibilités de conception multipoint. Par exemple, la distribution du coefficient de portance de la pale peut être prescrite pour une situation tandis que simultanément la distribution du facteur d'induction axiale peut être prescrite pour un état différent. En outre, le concepteur peut simultanément indiquer la contrainte maximale de puissance de rotor, qui peut correspondre à encore une autre condition.

Le code emploie la théorie de l'élément de pale dans la version en cours de PROPID. Des points forts du code sont qu'il permet l'analyse rapide, adapte des caractéristiques différentes de profil pour chaque élément de pale, et inclut une méthode de synthétisation

3D de la performance post-décrochage des profils aérodynamiques pour une meilleure prévision de puissance maximale à des vitesses de vent élevées.

### **2.2.1.1 Structure du fichier d'entrée**

PROPID est un logiciel basé sur mots clé. Le fichier d'entrée est un fichier texte qui contient un journal de commandes pour l'exécution directe ou l'usage interactif. Les lignes qui ne commencent pas dans la première colonne sont ignorées. Si un mot-clé n'est pas identifié, alors la ligne sera écrite sur l'écran et l'utilisateur aura l'option de suivre l'exécution ou de l'arrêter.

### **2.2.1.2 Données demandées**

- Paramètres d'analyse

- densité de l'air ( $lb\ sec^2/pi^4$ )
- rayon du rotor ( $pi$ )
- rayon normalisé du moyeu (le rapport du rayon du moyeu au rayon du rotor)
- hauteur normalisé du moyeu (le rapport de l'hauteur du moyeu au rayon du rotor)
- angle de conicité du rotor (deg)
- nombre de pales
- nombre de segments de pale
- nombre de segments circonférentiels
- nombre du premier segment à employer dans l'analyse
- nombre du dernier segment à employer dans l'analyse

- Options d'analyse

- pertes en bout de pale : on a les options de les ignorer, d'utiliser le modèle de Prandtl selon l'approche de Wilson ou selon l'approche originale de Prandtl.

- pertes au moyeu : on a l'option de les ignorer ou d'utiliser le modèle de Prandtl

- modèle de l'état de freinage : on a deux modèles disponibles

- *effets de basculement du moyeu* : on a l'option de les ignorer ou de les inclure
- *modèle post décrochage* : on peut choisir entre le modèle plaque plane et le modèle

de Viterna

- *effets de sillage*: on a l'option de les ignorer ou de les inclure
- *exposant du profil du vent*

- Géométrie de la pale

On a besoin des distributions de la corde et du vrillage pour chaque segment de pale, de la racine au bout.

- Caractéristiques aérodynamiques du profil

On a besoin des caractéristiques  $\alpha-C_l$  et  $\alpha-C_d$  pour chaque segment de pale. Le nombre maximal des paires  $\alpha - C_l$  et  $\alpha - C_d$  qu'on peut employer pour un segment donné est de 20.

### 2.2.2 Mode de travail en analyse directe

La méthode de travail en analyse directe, schématiquement présentée dans la Figure 1, consiste en réaliser le calcul des performances d'un rotor avec une géométrie donnée. Si on veut améliorer les performances calculées on modifie les caractéristiques du rotor et on répète l'analyse. On continue ces itérations jusqu'on obtient des résultats qu'on juge acceptables.

Les résultats que PROPID peut produire par analyse directe sont :

- Courbe de puissance vs. vitesse du vent
- Courbe de puissance vs. vitesse en bout de pale
- Courbe du coefficient de puissance vs. vitesse du vent
- Courbe de traction du rotor vs. vitesse du vent
- Distribution de la puissance au long de la pale
- Distribution du facteur d'induction axiale
- Distribution des coefficients aérodynamiques

- Distribution de la corde et du vrillage
- Distribution du numéro de Reynolds

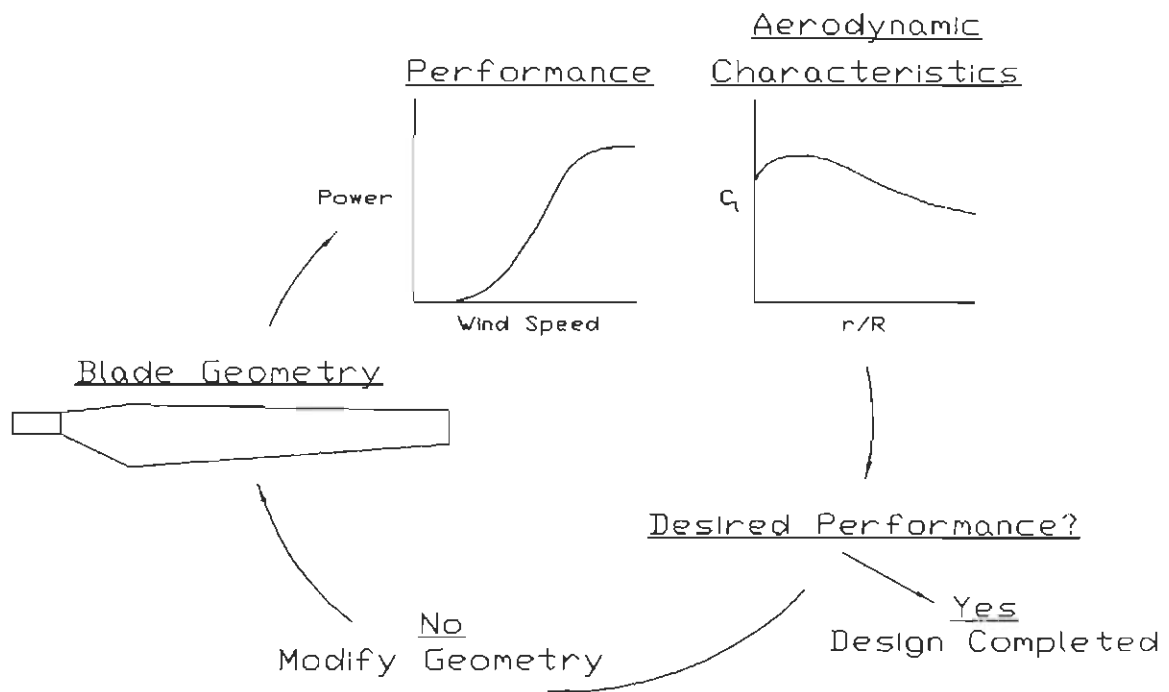


Figure 1: Schéma du mode de travail de PROPID en Analyse directe (Selig 1998)

### 2.2.3 Mode de travail en analyse inverse

La méthode de travail en analyse inverse, schématiquement présentée dans la Figure 2, consiste en calculer la géométrie du rotor en fonction d'une certaine performance désirée.

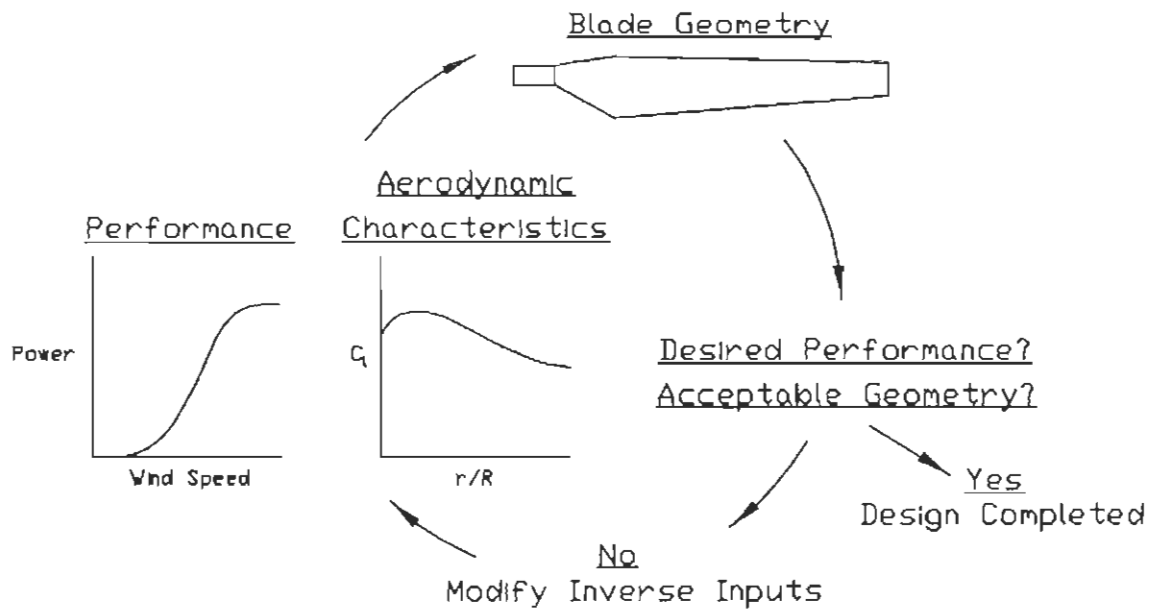


Figure 2 : Schéma du mode de travail de PROPID en Analyse inverse (Selig 1998)

- Spécification désirée (une à la fois) :
  - Puissance maximale;
  - Vitesse du vent à puissance maximale;
  - Coefficient de puissance maximal;
  - Puissance locale (pour un segment de pale donné).
  
- Résultats (un à la fois) :
  - Corde pour chaque segment;
  - Vrillage de chaque segment;
  - Distribution des coefficients aérodynamiques.

Le mode de travail en analyse inverse (mode de conception) peut être utilisé pour spécifier une sortie souhaitée qui est atteinte en ajustant automatiquement une des entrées.

## 2.2.4 Conception des rotors

Pour faire l'analyse des performances et des charges aérodynamiques on a choisi de concevoir deux rotors pour de petites éoliennes. La vérification de la conception devait être faite en construisant les deux rotors et en faisant la comparaison avec leurs performances réelles. Malheureusement le projet de construction de ces prototypes n'a pas été finalisé faute de financement.

Pour compléter la conception des rotors, c'est-à-dire pour vérifier la structure des pales et calculer leurs fréquences propres de vibration, on a utilisé le logiciel d'analyse aux éléments finis ANSYS Mechanical. Les charges aérodynamiques sur les pales ont été calculées avec PROPID.

L'objectif est de concevoir les rotors pour deux éoliennes, avec les spécifications suivantes:

- **Spécifications de l'éolienne 1 kW:**
  - Puissance nominale 1kW;
  - Puissance maximale du générateur 1,5kW;
  - Vitesse de rotation entre 120 et 350 rpm;
- **Spécifications de l'éolienne 3 kW:**
  - Puissance nominale 3kW;
  - Puissance maximale du générateur 4,2kW;
  - Vitesse de rotation entre 120 et 350 rpm;

NOTE: Les pales seront réalisées en bois de tremble massif

### 2.2.4.1 Conception préliminaire

#### 2.2.4.1.1 Choix du profil

PROPID accepte comme donné d'entrée les caractéristiques aérodynamiques d'un profil,  $C_l$  et  $C_d$ , à plusieurs nombres de Reynolds. Ensuite, quand il fait le calcul, pour chaque section de pale il calcule le nombre de Reynolds et, par interpolation, les valeurs de



$C_l$  et  $C_d$ . En première phase on doit estimer les valeurs minimales et maximales des nombres de Reynolds pour le domaine de fonctionnement du rotor.

Le **nombre de Reynolds** ( $Re$ ) est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides. Il caractérise la nature laminaire, transitoire, turbulente d'un écoulement et représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.

On le définit de la manière suivante :

$$Re_L = \frac{\rho UL}{\eta} = \frac{UL}{\nu} \quad (2.1)$$

où

- $U$  – vitesse du fluide [m/s]
- $L$  – longueur caractéristique [m]
- $\nu$  – viscosité cinématique du fluide :  $\eta/\rho$  [m<sup>2</sup>/s]
- $\rho$  – masse volumique du fluide [kg/m<sup>3</sup>]
- $\eta$  – viscosité dynamique du fluide [Pa·s] ou Poiseuille [P]

Pour l'air la viscosité de référence est  $\eta_0 = 18,27 \times 10^{-6}$  Pa·s à la température de référence  $T_0 = 18^\circ\text{C}$ .

• **Choix des paramètres initiaux:**

- Nombre des pales :  $B = 3$  pour les deux cas;
- Longueurs des pales :  $R = 1,4$  m pour la 1 kW et 2,4 m la 3 kW;
- Vitesses de vent :  $V = 7$  m/s pour la 1 kW et 7,5 m/s pour la 3 kW;
- Vitesses de rotation :  $\Omega = 240$  rpm pour la 1 kW et 180 rpm pour la 3 kW;

La longueur caractéristique dans une section de la pale est la longueur de la corde,  $c$ . Pour une longueur de corde de 0,1 m en bout de pale, à la vitesse maximale du vent de 25 m/s le nombre de Reynolds est :

• **Pale de 1,4m**

$$Re = \frac{1,225 \times U \times c}{18,27 \times 10^{-6}} \quad (2.2)$$

La vitesse totale dans une section est

$$U = [V^2 + (2\pi r\Omega/60)^2]^{1/2} \quad (2.3)$$

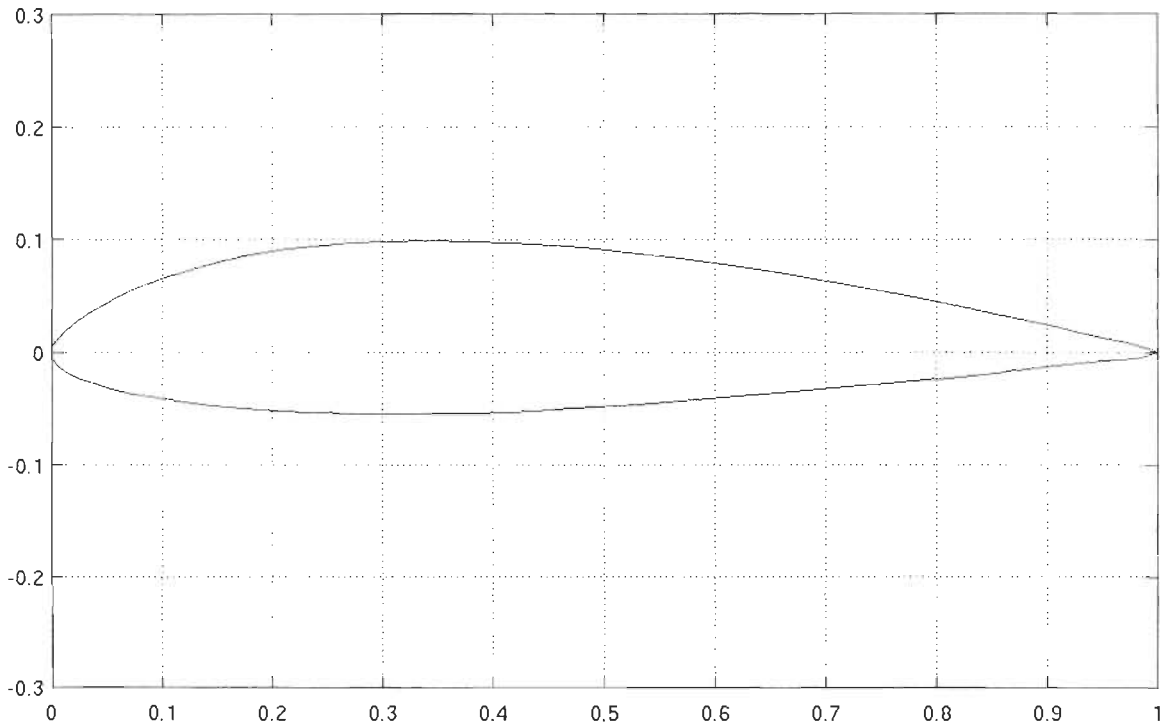
- À la base - pour  $r/R = 0,1$ 
  - Vitesse de vent de démarrage: 4 m/s
  - Vitesse de rotation de démarrage: 150 rpm
  - Corde  $c = 0,23398$  m
  - $Re = 71612$
- Au bout - pour  $r/R = 1$ 
  - Vitesse de vent maximale: 25 m/s
  - Vitesse de rotation maximale: 240 rpm
  - Corde  $c = 0,09169$  m
  - $Re = 265357$

- **Pale de 2,4m**

- À la base - pour  $r/R = 0,1$ 
  - Vitesse de vent de démarrage: 4 m/s
  - Vitesse de rotation de démarrage: 90 rpm
  - Corde  $c = 0,34753$  m
  - $Re = 107078$
- Au bout - pour  $r/R = 1$ 
  - Vitesse de vent maximale: 25 m/s
  - Vitesse de rotation maximale: 180 rpm
  - Corde  $c = 0,1101$  m
  - $Re = 381564$

On a choisi un seul type de profil aérodynamique, épais, approprié pour une pale en bois – **Gemini**, de la bibliothèque de UIUC Applied Aerodynamics Group (**Selig 1995**)

(voir Figure 3). Ici on trouve les caractéristiques aérodynamiques du profil Gemini,  $C_l$  et  $C_d$ , jusqu'à un nombre de Reynolds de 305 600. On a choisi les paramètres initiaux pour être proche de cette valeur à la vitesse maximale de vent et de rotation dans chacun des deux cas.



**Figure 3 : Le profil aérodynamique Gemini**

#### 2.2.4.1.2 Calcul de la géométrie de la pale

Pour le calcul préliminaire de la géométrie des pales on a utilisé la théorie de l'élément de pale. On a discrétisé la pale en 10 segments et on a utilisé les formules pour la pale optimale avec sillage de (Manwell 2002) pour calculer la corde et l'angle de vrillage de chacun de ces segments.

$$\varphi = (2/3)\tan^{-1}(1/\lambda_r) \quad (2.4)$$

$$c = \frac{8\pi r}{BC_l} (1 - \cos\varphi) \quad (2.5)$$

La forme de pale pour un rotor idéal qui inclut les effets de rotation de sillage est déterminée utilisant l'analyse développée pour un rotor général. Cette optimisation comprend la rotation de sillage, mais ignore la traînée ( $C_d = 0$ ) et les pertes en bout de pale. Cependant ces pertes sont prises en considération par PROPID lors du calcul des performances.

- Choix des paramètres initiaux:
  - Nombre des pales :  $B = 3$  pour les deux cas;
  - Coefficient de portance maximale du profil :  $C_{lmax} = 1,15$ ;
  - Vitesses de vent :  $V = 7$  m/s pour 1 kW et 7,5 m/s pour 3 kW;
  - Vitesses de rotation :  $\Omega = 240$  rpm pour 1 kW et 180 rpm pour 3 kW;
  - Longueurs des pales :  $R = 1,4$  m pour 1 kW et 2,4 m pour 3 kW.

Pour des raisons constructives on a réalisé la linéarisation de la pale :

- Variation linéaire de la corde en commençant de la deuxième section (15% de la base de la pale). La base de la pale est considérée comme étant une composante du moyeu;
- Pale droite (pas de vrillage).

On a obtenu les résultats suivants pour la corde des deux pales :

**Tableau 1 : Géométrie de la pale pour le rotor de 1 kW ( $R = 1.4$  m)**

Position $r/R$	Angle de vrillage (deg)	Angle de vrillage choisi	Corde (pi)	Corde normalisée	Corde linéarisée normalisée
<b>0,05</b>	50,5994	<b>0,000</b>	0,6111	0,1330	<b>0,1330</b>
<b>0,15</b>	35,3322	<b>0,000</b>	0,9245	0,2013	<b>0,2013</b>
<b>0,25</b>	25,6841	<b>0,000</b>	0,8265	0,1799	<b>0,1843</b>
<b>0,35</b>	19,7512	<b>0,000</b>	0,6890	0,1500	<b>0,1673</b>
<b>0,45</b>	15,9072	<b>0,000</b>	0,5766	0,1255	<b>0,1504</b>
<b>0,55</b>	13,2634	<b>0,000</b>	0,4909	0,1069	<b>0,1334</b>
<b>0,65</b>	11,3505	<b>0,000</b>	0,4254	0,0926	<b>0,1164</b>
<b>0,75</b>	9,9088	<b>0,000</b>	0,3744	0,0815	<b>0,0994</b>
<b>0,85</b>	8,7863	<b>0,000</b>	0,3338	0,0727	<b>0,0825</b>
<b>0,95</b>	7,8890	<b>0,000</b>	0,3008	0,0655	<b>0,0655</b>

Tableau 2 : Géométrie de la pale pour le rotor de 3 kW ( $R = 2.4$  m)

Position r/R	Angle de vrillage (deg)	Angle de vrillage choisi	Corde (pi)	Corde normalisée	Corde linéarisée normalisée
<b>0,05</b>	48,8168	<b>0,000</b>	0,9795	0,1244	<b>0,1244</b>
<b>0,15</b>	31,9176	<b>0,000</b>	1,3009	0,1652	<b>0,1652</b>
<b>0,25</b>	22,3757	<b>0,000</b>	1,0797	0,1371	<b>0,1503</b>
<b>0,35</b>	16,9047	<b>0,000</b>	0,8675	0,1102	<b>0,1354</b>
<b>0,45</b>	13,4893	<b>0,000</b>	0,7121	0,0904	<b>0,1205</b>
<b>0,55</b>	11,1883	<b>0,000</b>	0,5996	0,0761	<b>0,1056</b>
<b>0,65</b>	9,5437	<b>0,000</b>	0,5160	0,0655	<b>0,0906</b>
<b>0,75</b>	8,3139	<b>0,000</b>	0,4521	0,0574	<b>0,0757</b>
<b>0,85</b>	7,3614	<b>0,000</b>	0,4019	0,0510	<b>0,0608</b>
<b>0,95</b>	6,6027	<b>0,000</b>	0,3614	0,0459	<b>0,0459</b>

#### 2.2.4.2 Calcul des performances des pales et raffinement de la conception par analyse directe

Pour calculer les performances des pales et raffiner leur conception on a utilisé le logiciel PROPID en mode de travail analyse directe. On a choisi cette méthode parce que, pour faciliter la construction, on a réalisé les pales sans vrillage et avec une variation linéaire de la corde et aussi parce qu'on a trouvé des caractéristiques de portance et de traînée pour un seul type de profil aérodynamique avec une forme adéquate pour une pale en bois – Gemini. Pour travailler en mode analyse inverse (mode de conception) on avait besoin d'avoir accès à des bases de données de profils aérodynamiques plus riches.

##### 2.2.4.2.1 Analyse des performances des pales

À l'aide de PROPID on a analysé les performances des deux pales en tenant compte des pertes suivantes :

- Pertes en bout de pale;
- Pertes au moyeu;
- Pertes dues au sillage;
- On a utilisé le modèle post-décrochage de Viterna

- On n'a pas pris en considération le retard de décrochage

Les résultats qui nous intéressent premièrement sont les courbes de puissance en fonction de la vitesse du vent pour toutes les vitesses de rotation de fonctionnement.

#### 2.2.4.2.2 Optimisation des pales

- Pour chacune des deux pales on a essayé d'établir le pas optimal en calculant les familles de courbes de puissance en fonction de la vitesse du vent pour des vitesses de rotation entre 10 et 350 rpm.
- On a fait les calculs pour des pas entre  $0^\circ$  et  $15^\circ$  pour choisir la meilleure configuration.
- Pour les deux pales, le pas choisi a été  $3^\circ$ . À ce pas les courbes de puissance ont la meilleure allure, c'est-à-dire une valeur élevée pour des basses vitesses de vent et une variation acceptable de la puissance dans la région de décrochage.
- Les valeurs numériques des courbes de puissance des deux rotors sont présentées dans les **ANNEXES I – Courbes de puissance calculées pour le rotor de 1 kW** et **II – Courbes de puissance calculées pour le rotor de 3 kW**
- Dans les figures 4, 5 et 6 on présente les courbes de puissance, de traction et du coefficient de puissance des deux rotors pour une seule vitesse de rotation (260 rpm pour la 1 kW et 160 rpm pour la 3 kW).

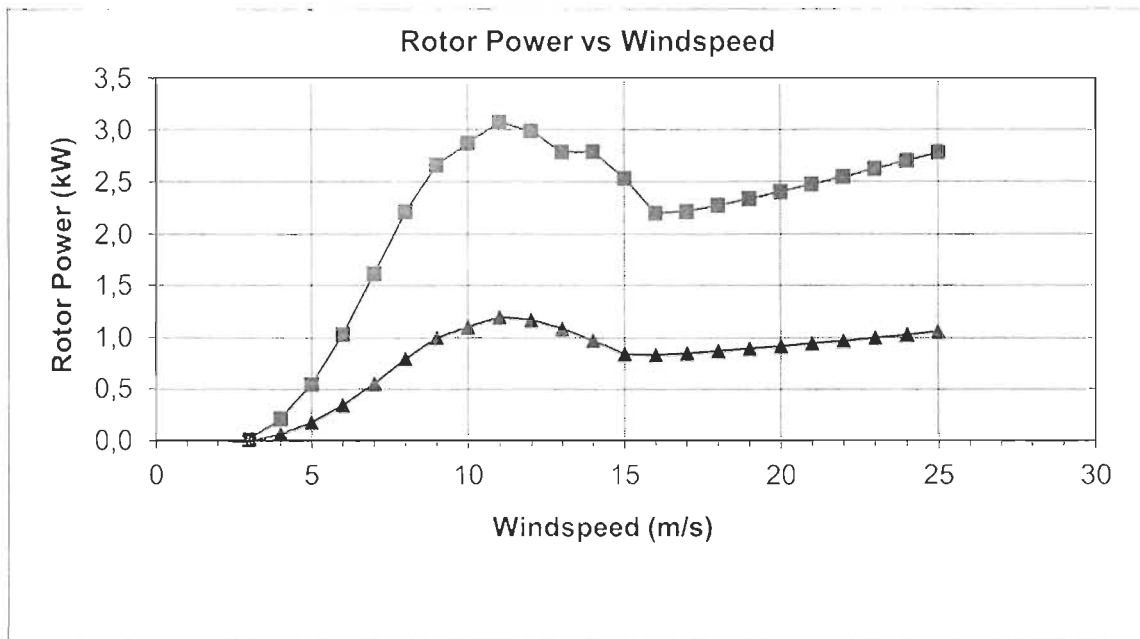


Figure 4 : Courbes de puissance : rotor 1kW – 260rpm, pitch 3° (rouge), rotor 3kW – 160rpm, pitch 3° (vert)

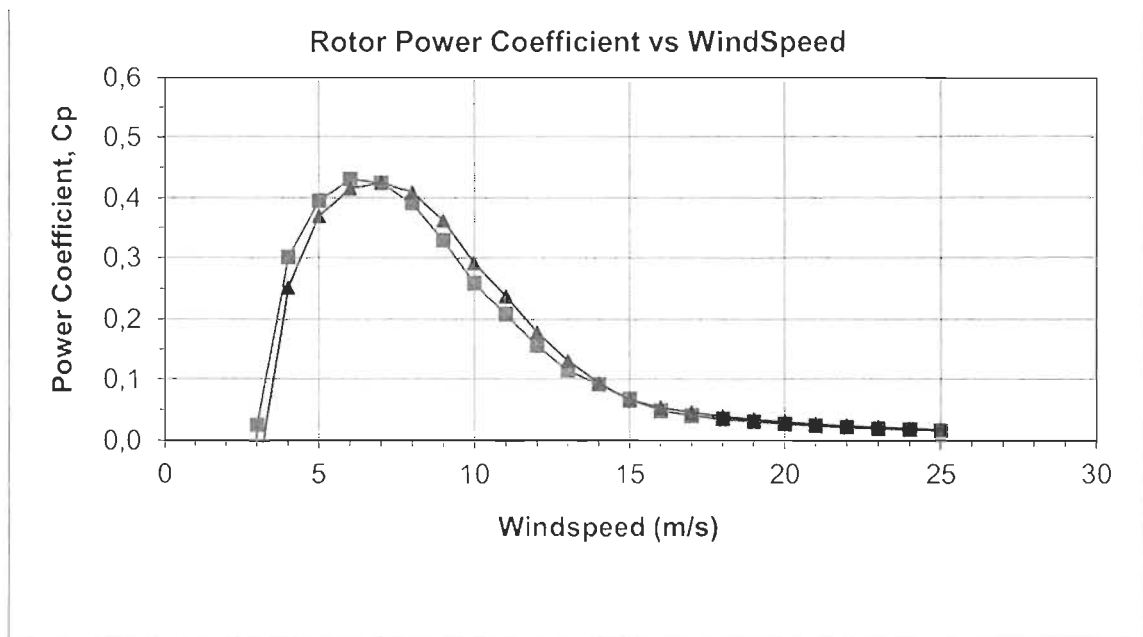


Figure 5 : Courbes du coefficient de puissance – rotor 1kW (rouge), rotor 3kW (vert)

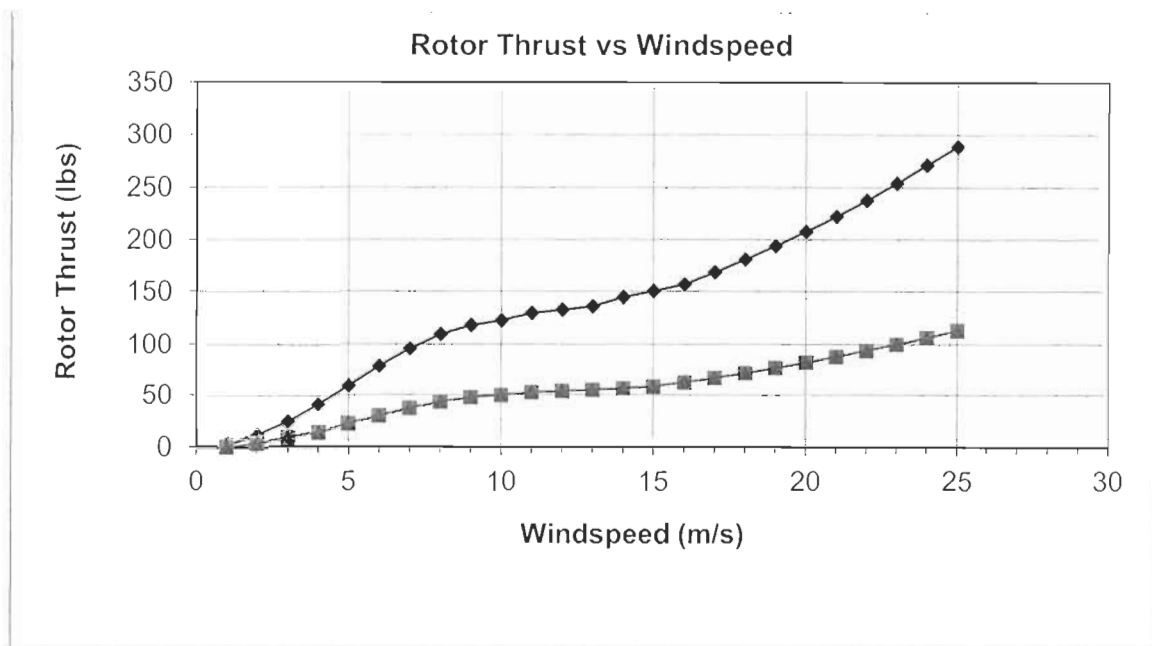


Figure 6: Courbes de traction : rotor 1kW – 260rpm, pitch 3° (rouge), rotor 3kW – 160rpm, pitch 3° (bleu)

En étudiant les courbes de puissance on voit qu'on peut sortir plus d'énergie à des vitesses de rotation plus élevées. Ces courbes nous donnent les informations nécessaires pour concevoir le module de contrôle de l'éolienne en fonction du domaine de fonctionnement choisi. On doit tenir compte en premier des caractéristiques de vent des sites où on veut utiliser les rotors. Dans le cas des petites éoliennes, on est surtout intéressés à avoir de bonnes performances aux faibles vitesses de vent, étant donné que ces turbines sont généralement utilisées comme réserve d'énergie résidentielle et que les mâts ne sont pas très hauts. Cela n'exclut pas qu'elle puissent être utilisées en des sites avec de très bonnes caractéristiques de vent, qui nécessitent des éoliennes avec des bonnes performances à des vitesses de vent plus élevées.

En conclusion on peut souligner que la conception d'un rotor est un processus itératif qui dépend des critères d'optimisation choisis ainsi que des limitations posées par les propriétés des matériaux utilisés, comme on verra dans le chapitre suivant.





### CHAPITRE 3

## ANALYSE STRUCTURELLE DES PALES DES ROTORS

Après avoir établi les caractéristiques géométriques des pales pour les deux rotors on doit réaliser leurs dessins et calculer les forces auxquelles elles sont soumises en lien avec les divers régimes de fonctionnement. En plus on doit réaliser l'analyse modale des pales pour calculer leurs fréquences propres et établir quelles sont les vitesses de rotation dangereuses pour les deux rotors.

Les dessins des pales réalisées avec le préprocesseur d'ANSYS sont présentés ci-dessous dans les Figures 7 et 8.

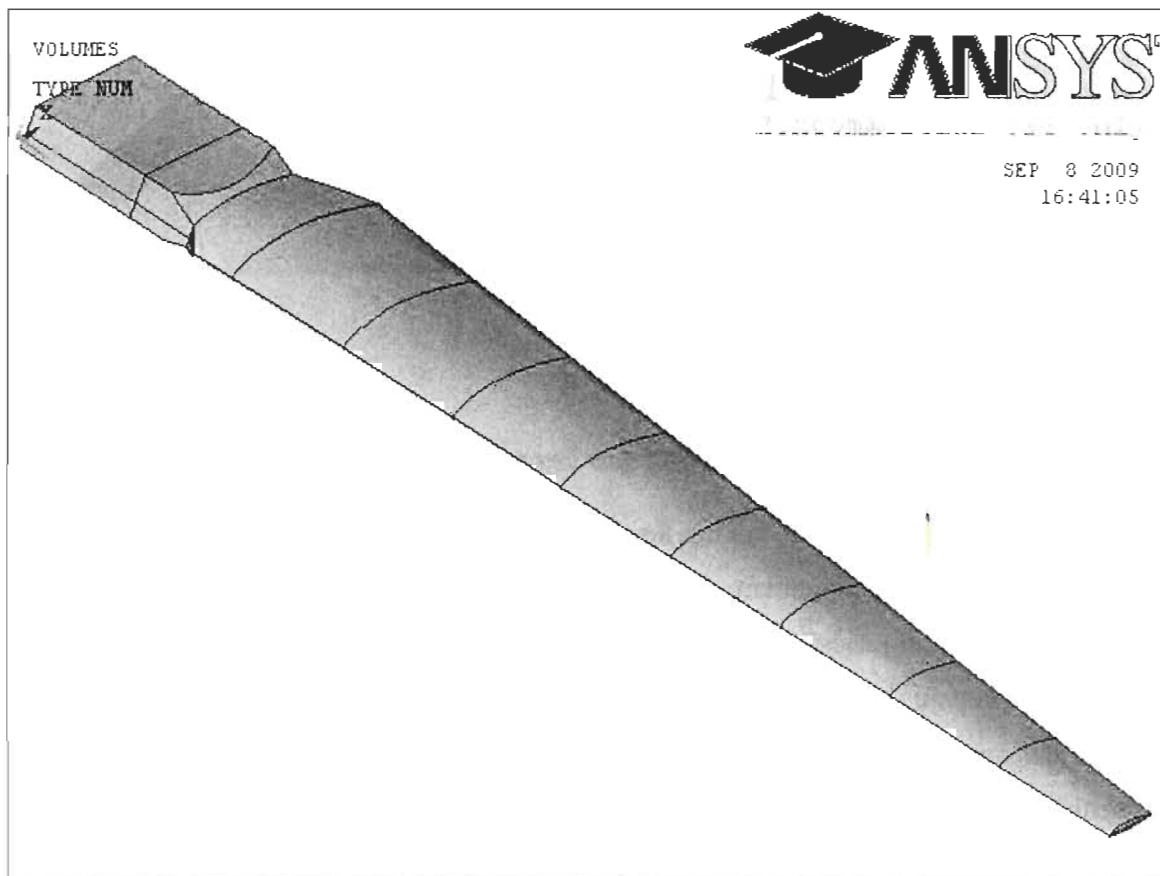


Figure 7: Modèle de la pale du rotor de 1 kW

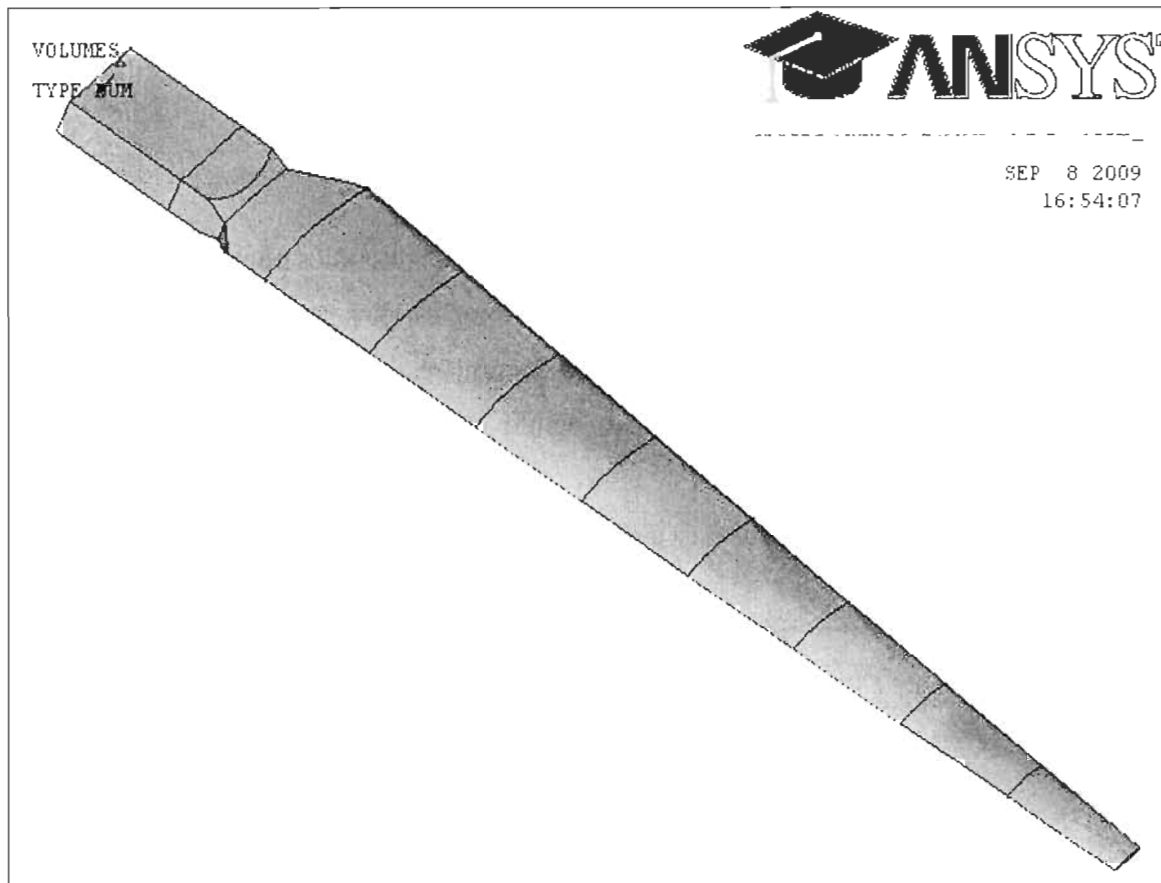


Figure 8: Modèle de la pale du rotor de 3 kW

### 3.1 Calcul des forces qui agissent sur les pales du rotor

À l'aide de PROPID on calcule les forces aérodynamiques qui agissent sur le rotor à divers régimes de fonctionnement, pour chaque section de pale.

On commence par calculer la traction et la puissance du rotor dans la section la plus éloignée du moyeu, dans notre cas la dixième, en introduisant dans le fichier d'entrée des valeurs des cordes de la pale nulles pour les premières neuf sections et la valeur réelle pour la dernière section. On continue par calculer la traction et la puissance pour les sections 9 et 10 en introduisant dans le fichier d'entrée des cordes de la pale nulles pour les premières 8 sections et pour les sections 9 et 10 leurs valeurs réelles. Les valeurs de la traction et de la

puissance pour la neuvième section on les obtient en soustrayant de ces derniers résultats les valeurs antérieures obtenues pour la dixième section seulement. On itère ensuite cette méthode pour obtenir les valeurs de la traction et de la puissance pour toute autre section sauf la première, qui est occupée par le moyeu.

Les forces qui agissent sur les pales dans le plan perpendiculaire au rotor, nommées ici forces de flexion, sont calculées directement en divisant la traction du rotor par 3, tandis que les forces qui agissent sur les pales dans le plan du rotor, nommées ici forces d'avancement, sont calculées à partir des puissances du rotor selon la formule (3.1).

$$F_A = P/3 \cdot v = P/6 \cdot \pi \cdot r \cdot f \quad (3.1)$$

où

$F_A$  – force d'avancement pour une section de pale [N];

$P$  – puissance fourni par une section de pale pour tout le rotor [W];

$v$  – vitesse de déplacement de la section de pale [m/s];

$r$  – rayon moyen de la section [m];

$f$  – fréquence de rotation [Hz].

À titre d'exemple les tableaux 3 ÷ 6 présentent les forces qui agissent sur les pales des deux rotors dans les situations suivantes:

- pour l'éolienne de 1 kW, à une vitesse de rotation de 260 rpm et une vitesse de vent de 25 m/s;
- pour l'éolienne de 3 kW, à une vitesse de rotation de 160 rpm et une vitesse de vent de 25 m/s;

On peut voir dans la Figure 6, qu'à cette vitesse de vent la force de traction du rotor est la plus élevée, en régime de fonctionnement stationnaire.

**Tableau 3 : Puissances générées par chaque section de pale pour l'éolienne de 1 kW et forces d'avancement correspondantes (pour une pale)**

Section	Puissance (W)	Force d'avancement (N)
2	23,1	1,347
3	41,1	1,438
4	62,9	1,572
5	88,8	1,726
6	117,5	1,868
7	147,4	1,983
8	174,9	2,039
9	196,4	2,021
10	207,1	1,906

**Tableau 4 : Traction agissant sur chaque section de pale pour l'éolienne de 1 kW et forces de flexion correspondantes (pour une pale)**

Section	Traction (N)	Force de flexion (N)
2	65,405	21,802
3	62,735	20,912
4	60,687	20,229
5	59,054	19,685
6	56,897	18,966
7	55,270	18,423
8	52,401	17,467
9	48,451	16,150
10	43,357	14,452

**Tableau 5: Puissances générées par chaque section de pale pour l'éolienne de 3 kW et forces d'avancement correspondantes (pour une pale)**

Section	Puissance (W)	Force d'avancement (N)
2	64,0	3,537
3	113,8	3,773
4	174,0	4,121
5	224,1	4,496
6	320,4	4,829
7	396,3	5,054
8	461,5	5,101
9	502,1	4,896
10	504,9	4,406

Tableau 6: Traction agissant sur chaque section de pale pour l'éolienne de 3 kW et forces de flexion correspondantes (pour une pale)

Section	Traction (N)	Force de flexion (N)
2	173,134	57,711
3	165,079	55,026
4	158,854	52,951
5	153,419	51,140
6	147,414	49,138
7	142,904	47,635
8	129,889	43,296
9	116,179	38,726
10	99,153	33,051

### 3.2 Analyse des contraintes dans les pales

Maintenant, si on connaît les forces qui agissent sur les pales, on peut analyser les contraintes créées dans les pales par ces forces. On réalisera ces analyses avec le logiciel d'analyse aux éléments finis ANSYS Mechanical. On n'a pas fait dans ce chapitre une présentation détaillée de ces analyses, parce que ce n'est pas l'objectif principal de cet ouvrage, mais on a considéré quand même utile de montrer un peu plus du processus de conception des pales.

Pour analyser les contraintes dans les pales et pour calculer leurs fréquences propres on a besoin de connaître les caractéristiques mécaniques du bois utilisé pour la construction des pales.

Dans notre cas on a employé les valeurs des caractéristiques mécaniques pour le tremble à 12% d'humidité données dans le **chapitre 4 – Mechanical Properties of Wood** du livre « **Wood handbook—Wood as an engineering material.** » publiée en 1999 à la demande du Département de l'Agriculture des États-Unis (**Wood 1999**). Les valeurs de ces caractéristiques sont :

- $\mu_{LT} = 0,374$  – coefficient de Poisson pour la déformation transversale causée par la contrainte le long de l'axe tangentiel;
- $\rho = 380 \text{ kg/m}^3$  – densité;
- $E_L = 8\,100 \text{ N/m}^2$  – module d'élasticité déterminé en flexion.

### A. Analyse des contraintes dans la pale de l'éolienne de 1 kW

On a utilisé **Solid 92** – élément solide tridimensionnel tétraédrique à 10 nœuds, pour modéliser la pale (Figure 9). On a encastré la pale à la base en fixant les surfaces supérieures de la section de base, comme on peut voir dans la Figure 10. On a ensuite appliqué sur la pale les forces aérodynamiques calculées dans le chapitre antérieur pour la vitesse de rotation de 4,333 rotations/seconde, ainsi que l'accélération centrifuge qui correspond à cette vitesse.

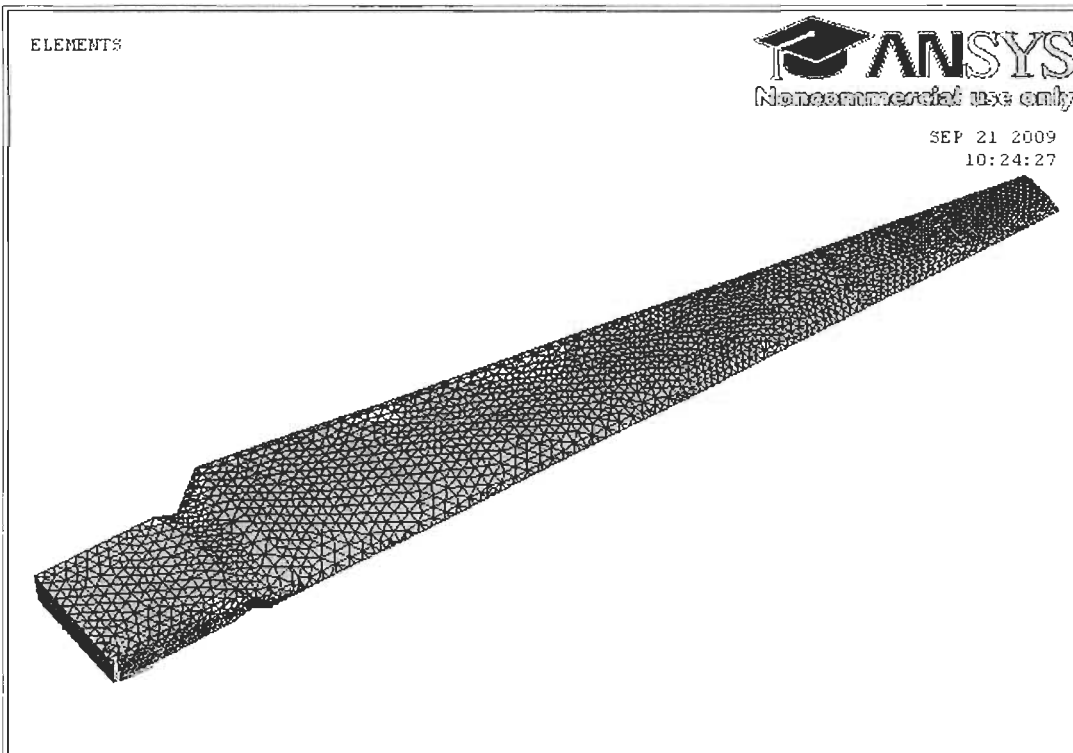


Figure 9: Discrétisation en éléments type Solid 92 de la pale de 1,4 m

La force d'avancement a été appliquée dans les nœuds de la ligne du bord d'attaque (Figure 10) et la force de flexion provenant de la traction du rotor a été appliquée comme pression sur la face supérieure de la pale (Figure 11). Dans la Figure 10 on peut voir aussi les points de fixation de la pale colorés en bleu.

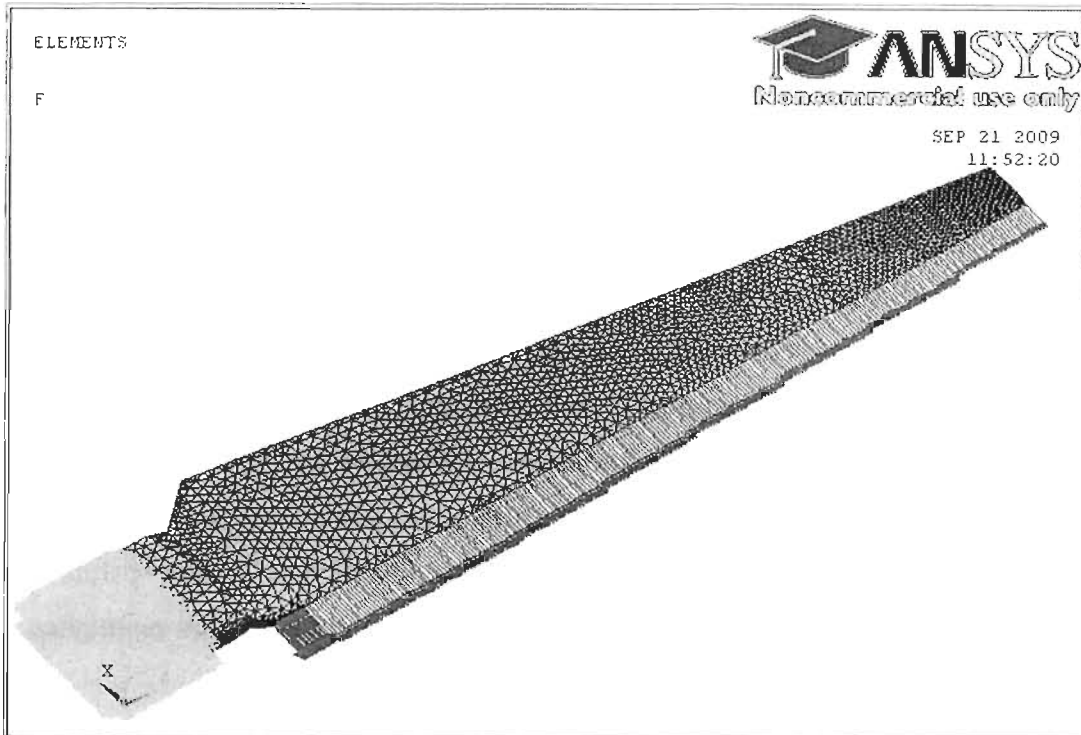


Figure 10 : Fixation et application de la force d'avancement sur la pale de 1,4 m

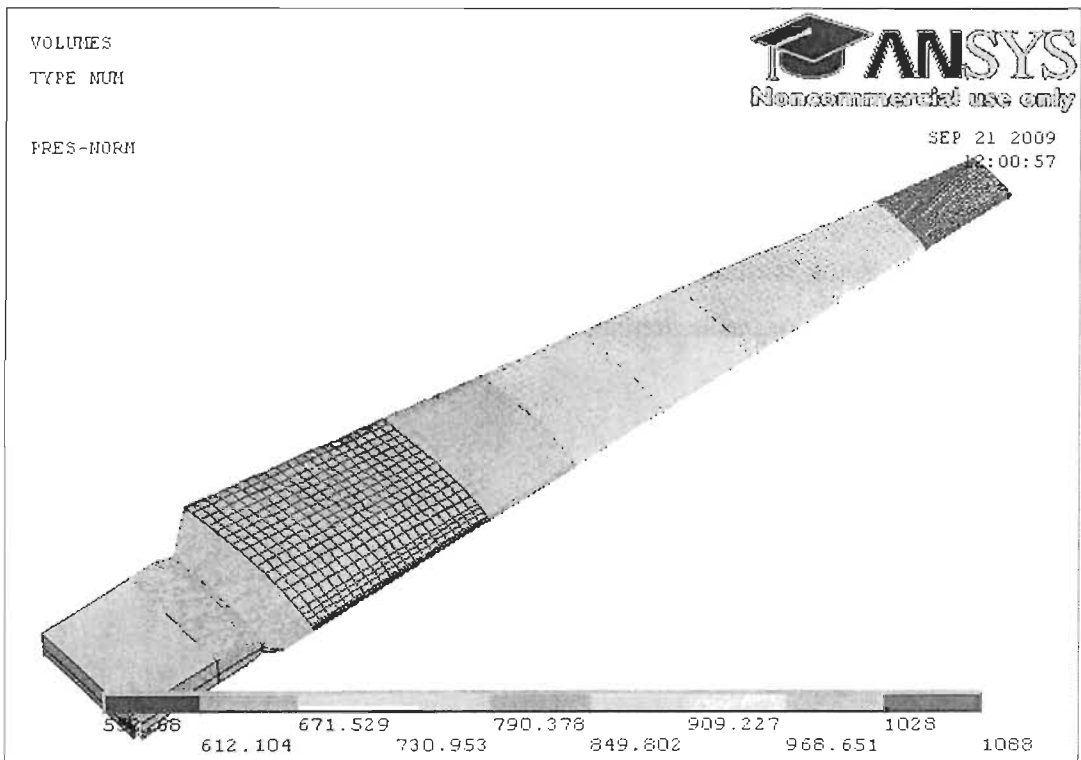


Figure 11: Application des forces de traction sur la pale de 1,4 m comme pressions(Pa)



Les résultats des analyses sont présentés dans les figures 12 à 14.

La figure 12 présente les contraintes équivalentes dans la pale mesurées en Pascals ou  $\text{N/m}^2$  tandis que la figure 13 présente les contraintes dans la direction Z. La valeur maximale de la contrainte équivalente est de  $2,68 \times 10^6 \text{ N/m}^2$  ou  $2,68 \text{ N/mm}^2$  et elle provient principalement de la contrainte SZ qui a la valeur maximale de  $2,72 \text{ N/mm}^2$ . Cette valeur doit être comparée avec la valeur maximale admissible en contrainte parallèle pour le bois de tremble qui est de  $29,3 \text{ N/mm}^2$  (Tableau 4.3a dans le **chapitre 4 – Mechanical Properties of Wood** du livre « **Wood handbook—Wood as an engineering material**) (Wood 1999). Comme on peut voir on est bien loin de cette valeur mais, étant donné que le bois est un matériel orthotrope, pour faire une vérification complète on doit vérifier aussi les contraintes dans les directions perpendiculaires à la fibre du bois et les contraintes de cisaillement.

En ce qui concerne la fatigue du matériel, pour notre cas – cantilever en flexion – on trouve dans (Wood 1999) pour un nombre de cycles pulsateurs de  $30 \times 10^6$  une valeur maximale admissible des contraintes de 40% de la valeur maximale statique, ça veut dire  $11,72 \text{ N/mm}^2$ . En effet, la valeur de  $2,68 \text{ N/mm}^2$ , qui représente un cycle de fatigue de la pale au démarrage de la turbine jusqu'à une vitesse de vent de  $25 \text{ m/s}$ , est bien loin de cette limite.

La figure 14 présente la déformation de la pale dans le plan perpendiculaire au plan de rotation, en mètres. Dans ce cas le déplacement en bout de pale est de 1,05 centimètres.

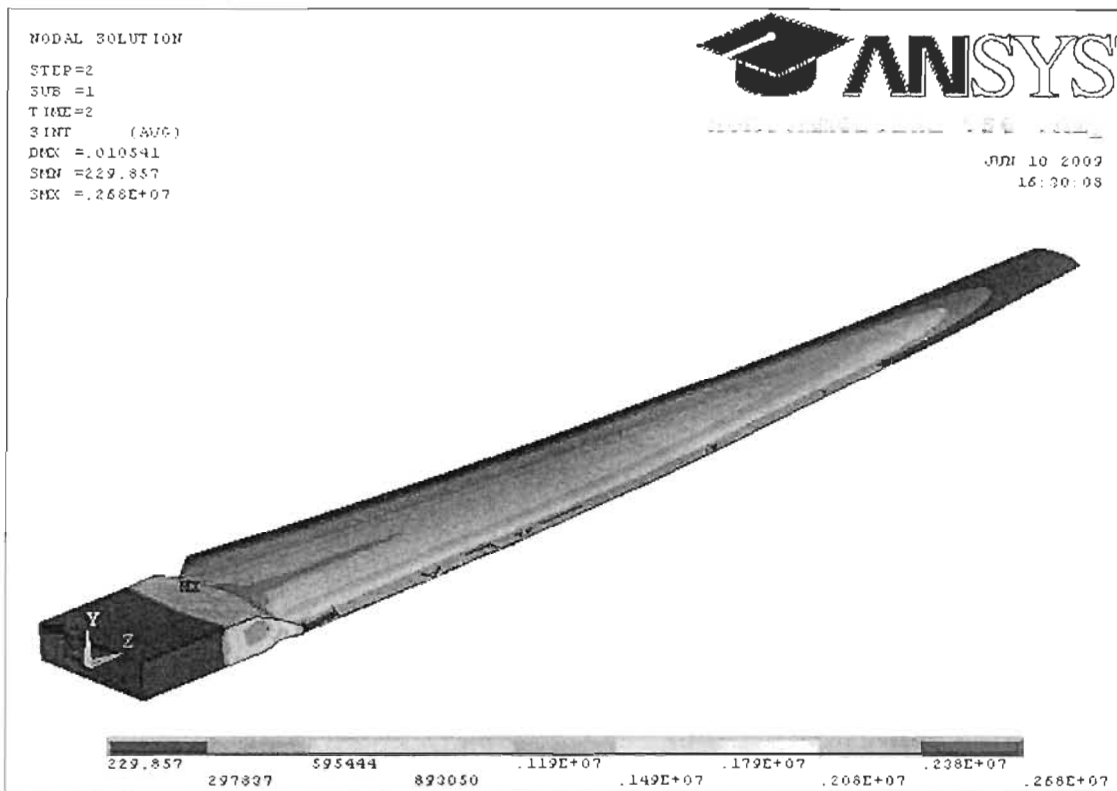


Figure 12 : Contraintes équivalentes dans la pale de 1,4 m mesurées en  $N/m^2$

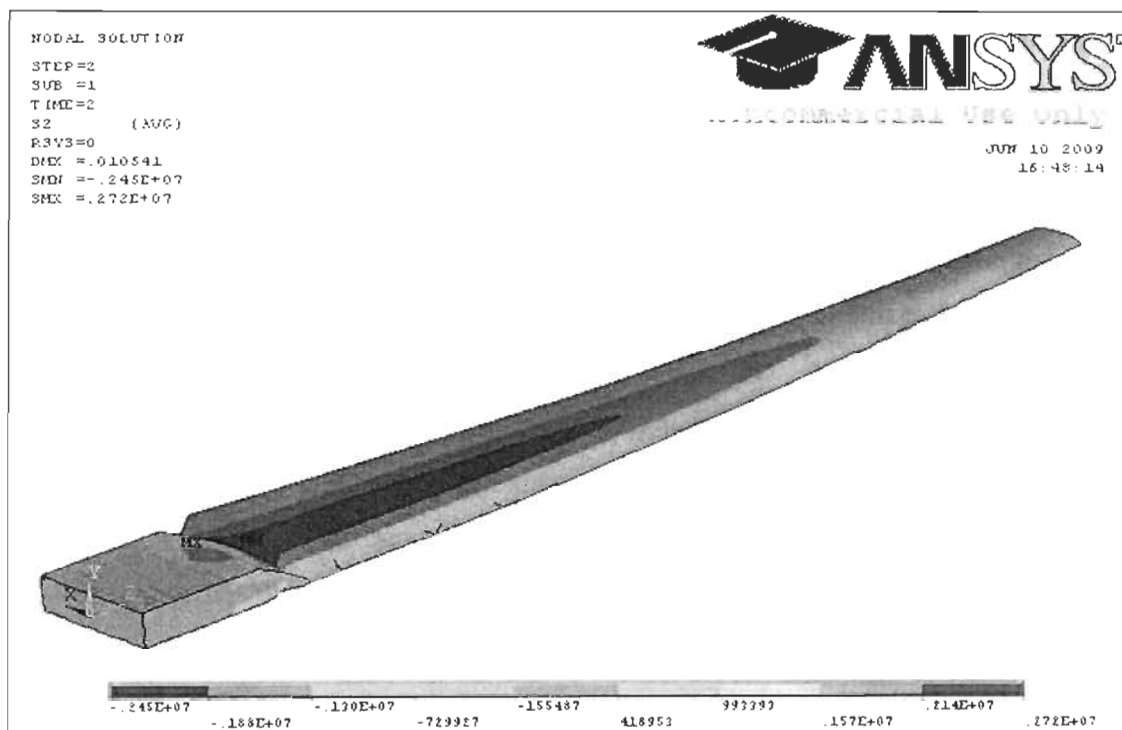


Figure 13 : Contraintes dans la pale de 1,4 m dans la direction Z, mesurées en  $N/m^2$

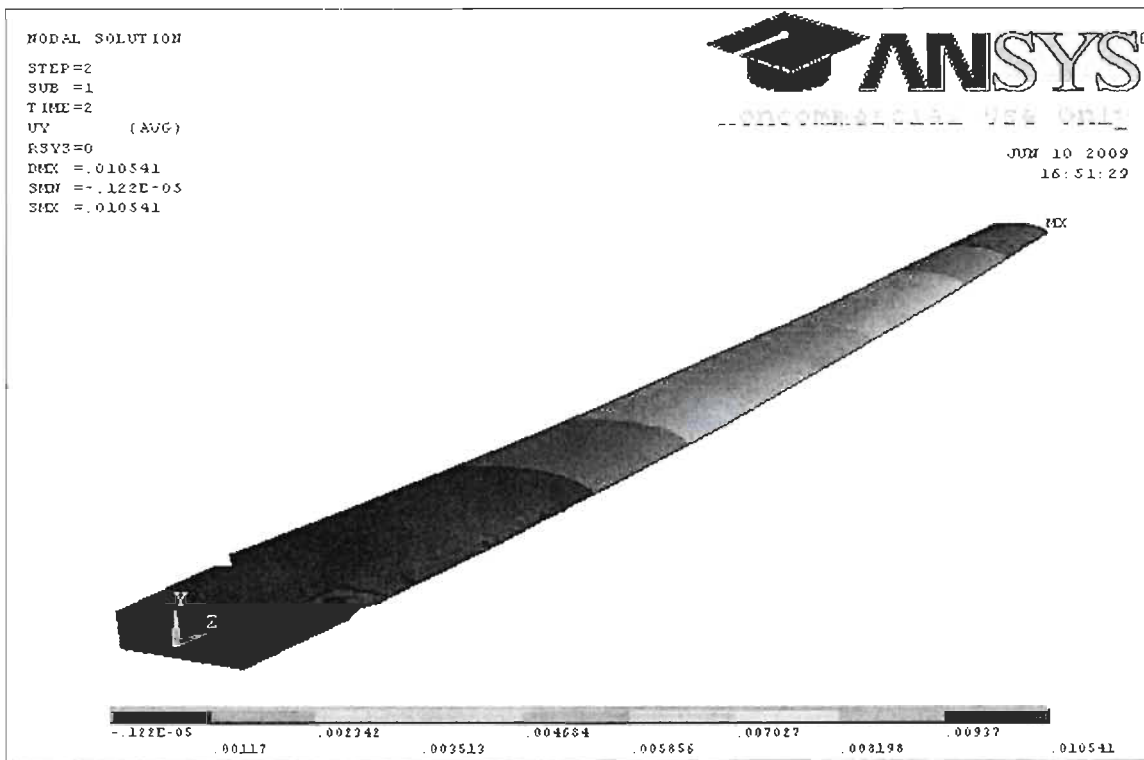


Figure 14 : Déformations de la pale de 1,4 m dans la direction Y, mesurées en mètres

### B. Analyse des contraintes dans la pale de l'éolienne de 3 kW

On a utilisé le même type d'élément, **Solid 92** – élément solide tridimensionnel tétraédrique à 10 nœuds, pour discrétiser la pale. On a encastré la pale à la base en fixant les surfaces supérieures de la section de base, de la même façon que pour la pale de 1,4 m (voir Figure 10). On a ensuite appliqué sur la pale les forces aérodynamiques calculées dans le chapitre antérieur pour la vitesse de rotation de 2,666 rotations/seconde, ainsi que l'accélération centrifuge qui correspond à cette vitesse (voir Figures 10 et 11).

Les résultats des analyses sont présentés dans les figures 15 à 17.

La valeur maximale de la contrainte équivalente est de  $4,21 \times 10^6$  N/m<sup>2</sup> où 4,21 N/mm<sup>2</sup> (Figure 15) et elle provient principalement de la contrainte SZ qui a la valeur maximale de 4,28 N/mm<sup>2</sup> (Figure 16).

Comme au point précédent, la valeur maximale admissible en contrainte parallèle pour le bois de tremble est de 29,3 N/mm<sup>2</sup> et on a atteint seulement 14,6% de cette valeur.

En ce qui concerne la fatigue du matériel, on a atteint 35,9% de la valeur admissible pour un nombre de cycles pulsateurs de  $30 \times 10^6$ , qui est de  $11,72 \text{ N/mm}^2$ .

La figure 17 présente la déformation de la pale dans le plan perpendiculaire sur le plan de rotation, en mètres. En ce cas la déformation en bout de pale est de 3,63 centimètres.

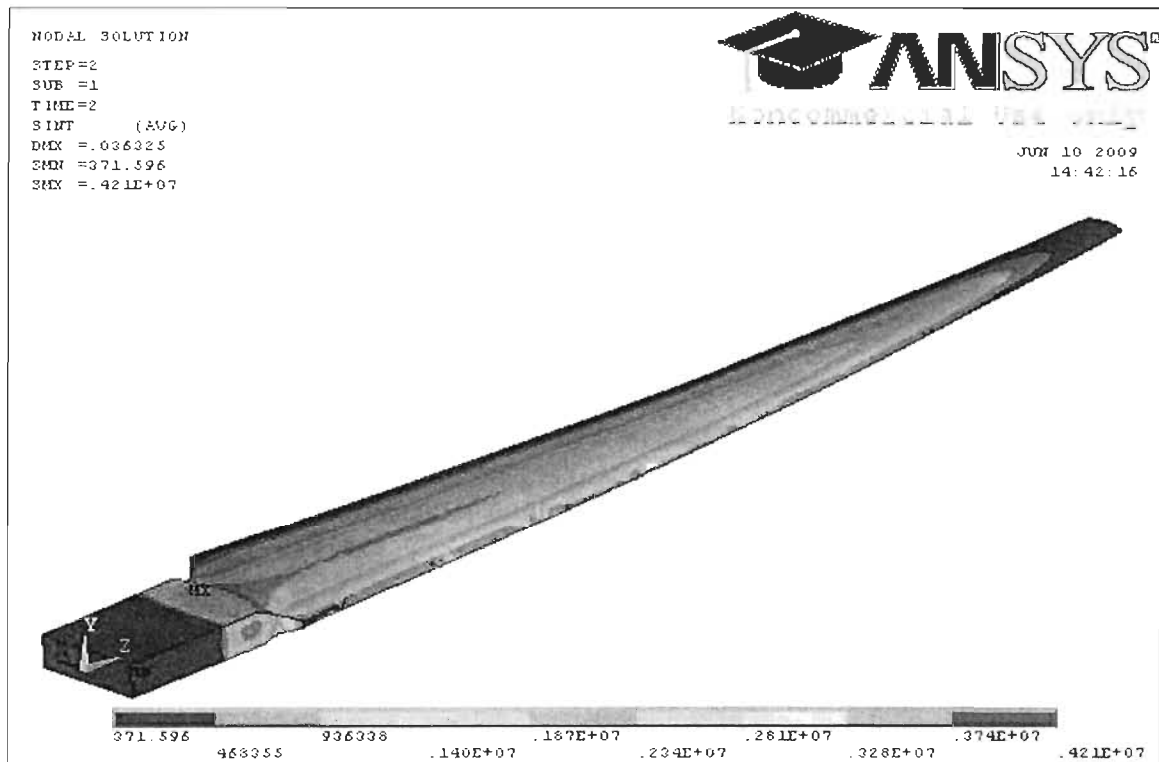


Figure 15 : Contraintes équivalentes dans la pale de 2,4 m mesurées en  $\text{N/m}^2$

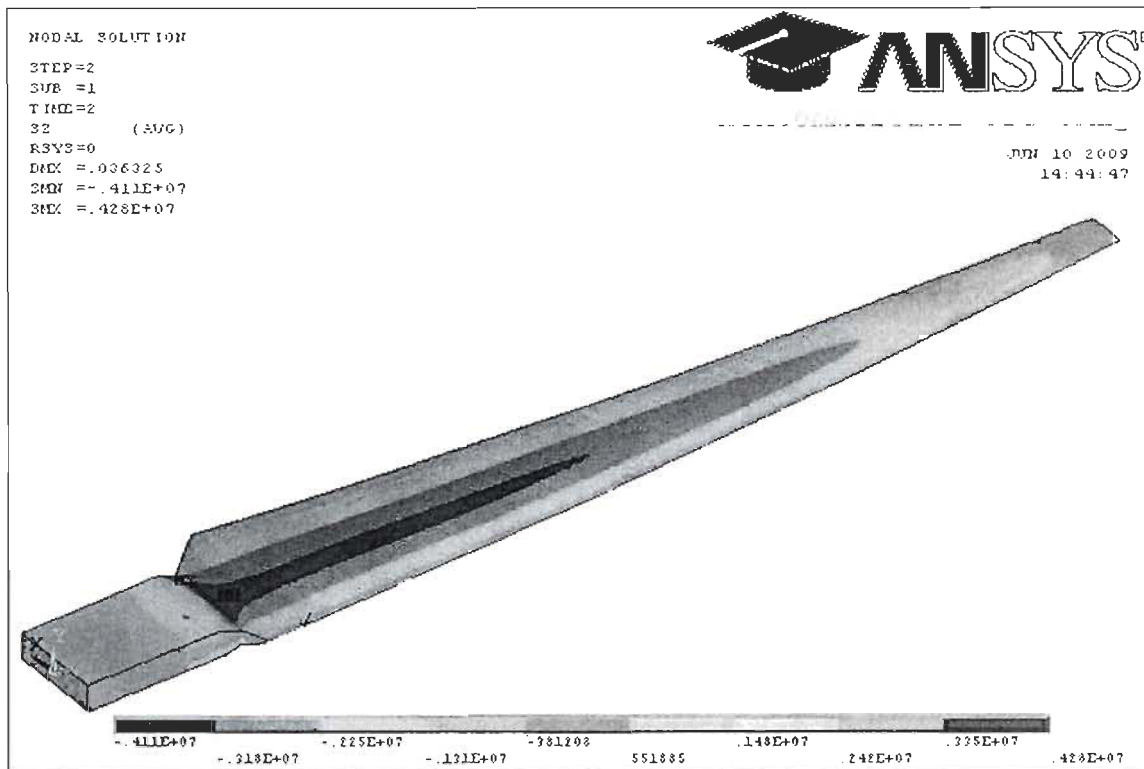


Figure 16: Contraintes dans la pale de 2,4 m dans la direction Z, exprimées en  $N/m^2$

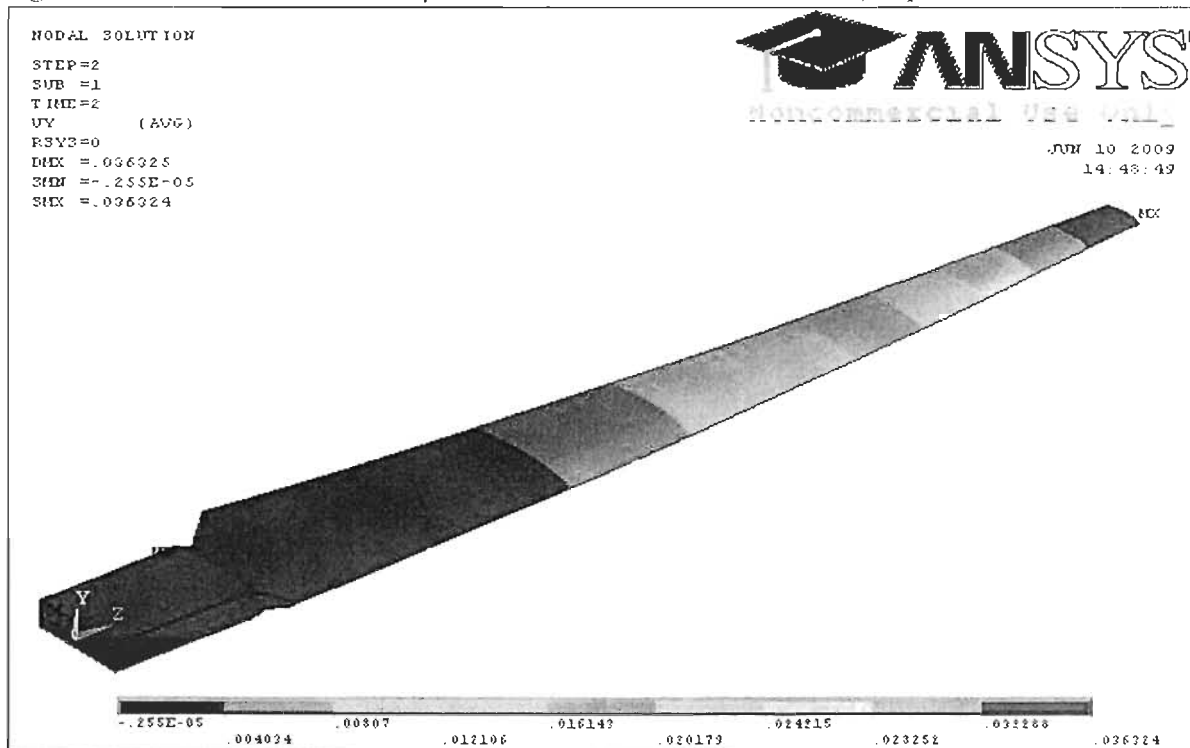


Figure 17 : Déformations de la pale dans la direction Y de 2,4 m, exprimées en m

### 3.3 Analyse modale des pales

Un élément fondamental du fonctionnement des éoliennes sont les vibrations. Une excitation vibratoire trop importante peut être causée par une excitation des modes propres (fréquences de résonance) de la structure et peut entraîner des dommages, tels que la rupture par fatigue vibratoire, ou générer des nuisances sonores. Pour éviter les phénomènes de résonance pendant le fonctionnement il est donc nécessaire de connaître les fréquences propres et les modes de vibration de tous les éléments constructifs, premièrement des pales. En pratique, seulement les premières plus bas fréquences naturelles sont importantes d'habitude (Manwell et al, 2002).

Dans le cas des éoliennes qui fonctionnent à vitesse de rotation fixe c'est très important d'ajuster cette vitesse à la fréquence propre des pales (et des autres éléments) de manière à éviter la résonance.

Dans le cas des éoliennes qui fonctionnent à vitesse de rotation variable c'est très probable qu'on ne peut pas éviter complètement la résonance et que des modes propres de vibration de quelques composants seront excités en fonctionnement à certaines vitesses de rotation. Cependant, parce que la vitesse de rotation ne reste pas constante assez longtemps, l'énergie accumulée dans les éléments excités n'est pas assez grande pour conduire à leur destruction, mais cela fera augmenter les charges en fatigue (Muladji 2000). La solution est d'estimer les charges en fatigue et dimensionner en conséquence les éléments en cause. On peut aussi programmer le contrôleur de l'éolienne à éviter les vitesses de résonance.

On a réalisé l'analyse modale des deux pales modélisées en ANSYS et on a obtenu les résultats inscrits dans le tableau 7.

**Tableau 7 : Fréquences propres des pales**

	Première fréquence de battement	Deuxième fréquence de battement	Première fréquence de traînée
Pale 1,4 m	29,251 Hz	95,698 Hz	159,126 Hz
Pale 2,4 m	14,821 Hz	45,529 Hz	77,784 Hz

La plage de variation de la vitesse de rotation du rotor de 1kW est entre 150 et 280 rpm (voir Annexe A). La plage de variation de la vitesse de rotation du rotor de 3kW est entre 80 et 180 rpm (voir Annexe B). En construisant le diagramme de résonance des deux rotors on trouve les vitesses de rotation qui excitent les modes de vibration des pales. Pour faciliter la lecture de données on présente seulement celles qui nous intéressent, sous forme tabulaire (voir Tableau 8).

Dans la première ligne du tableau 8 on a noté les harmoniques de la vitesse de rotation de 1 à 12 avec les symboles 1P, ..., 12P. On a noté 1Fb1, la première fréquence de battement de la pale de 1,4 m du rotor de 1kW et 2Fb1, la première fréquence de battement de la pale de 2,4 m du rotor de 3kW.

**Tableau 8 : Vitesses de rotation qui excitent les modes de vibration des pales**

	1P	2P	3P	4P	5P	6P	7P	8P	9P	10P	11P	12P
1Fb1	1755,1	877,5	585,0	438,8	351,0	292,5	<b>250,7</b>	<b>219,4</b>	195,0	175,5	159,6	146,3
2Fb1	889,3	444,6	296,4	222,3	<b>177,9</b>	<b>148,2</b>	127,0	111,2	98,8	88,9	80,8	74,1

On a mis en gras les valeurs de la vitesse de rotation qui excitent le premier mode de battement de pales et qui se trouvent dans la plage de fonctionnement. Les valeurs des premières 12 harmoniques de la vitesse de rotation qui excitent les deux autres modes de vibration, sont au-dessus des vitesses maximales de fonctionnement.

Les figures 18 à 23 présentent ces premiers trois modes de vibration pour les deux pales.

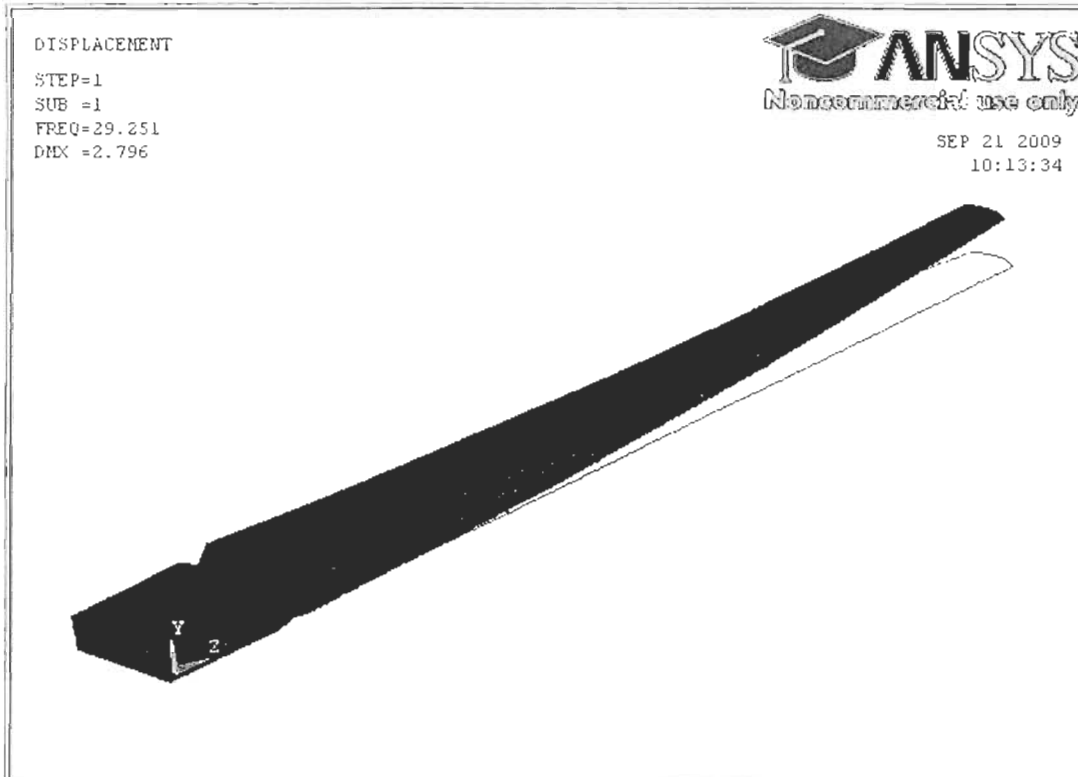


Figure 18 : Première fréquence propre de battement de la pale de 1,4 m (Hz)

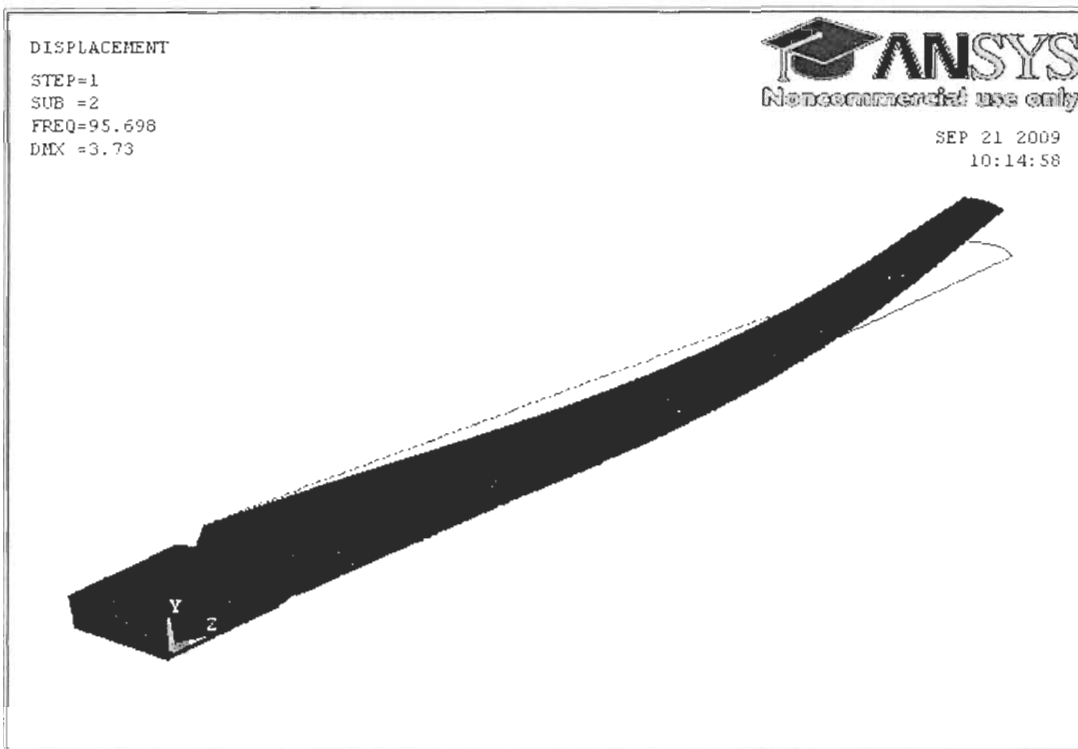


Figure 19 : Deuxième fréquence propre de battement de la pale de 1,4 m (Hz)



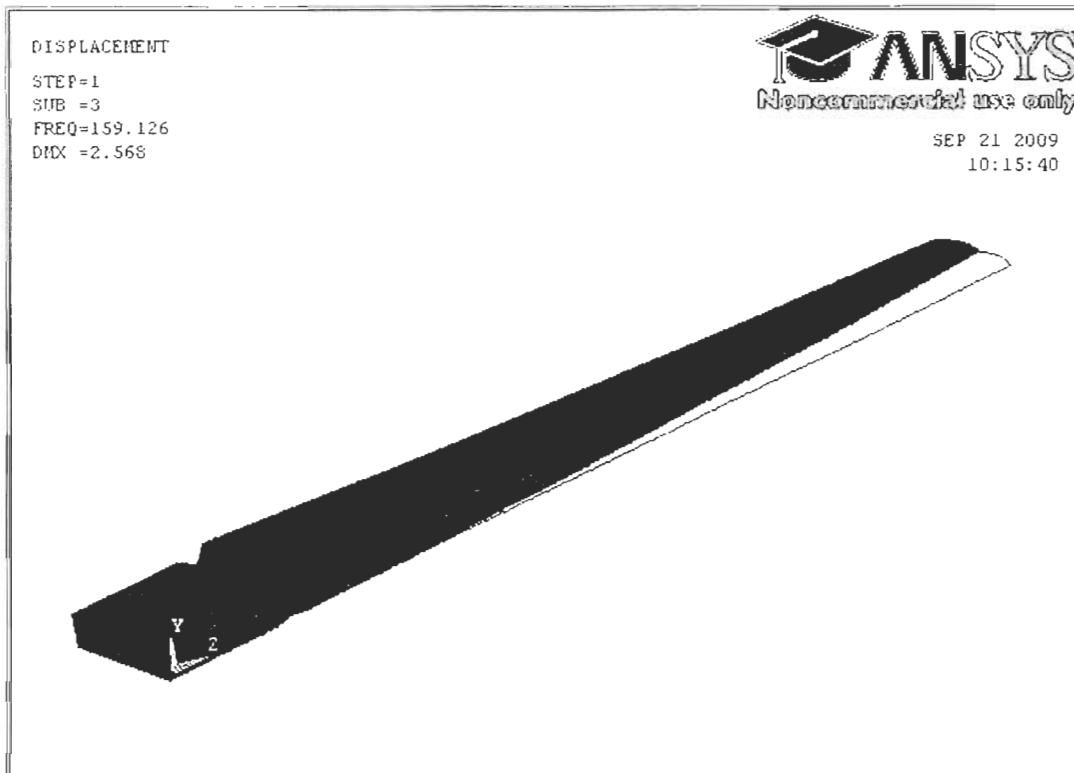


Figure 20 : Première fréquence propre de traînée de la pale de 1,4 m (Hz)

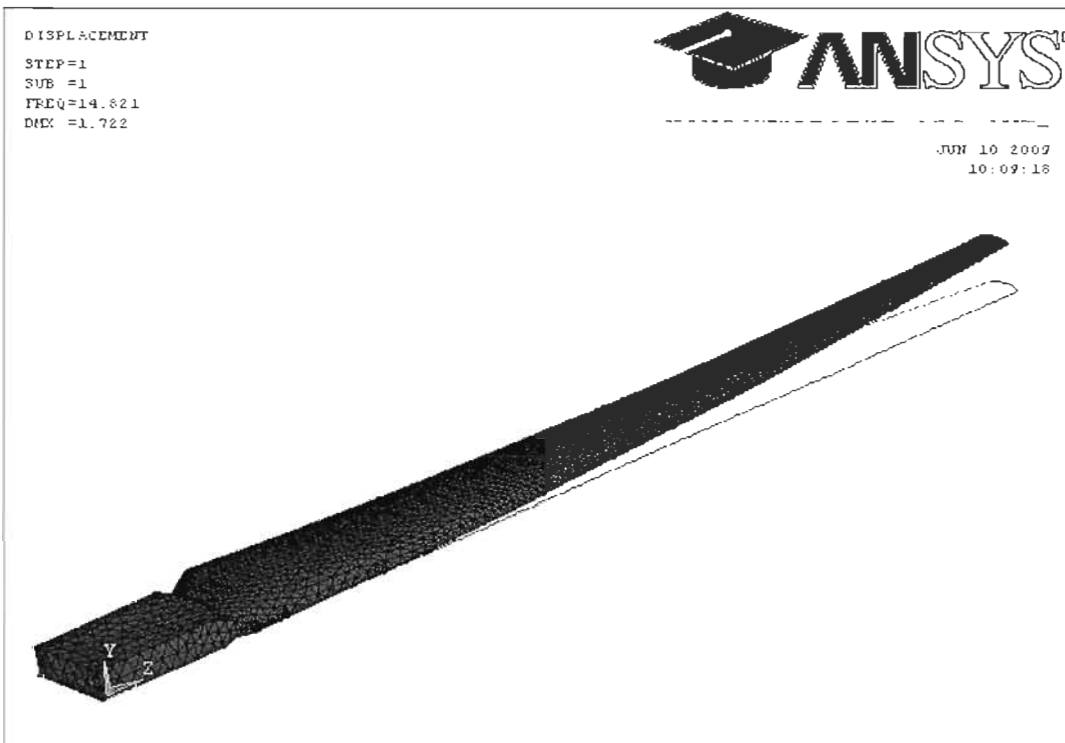


Figure 21 : Première fréquence propre de battement de la pale de 2,4 m (Hz)

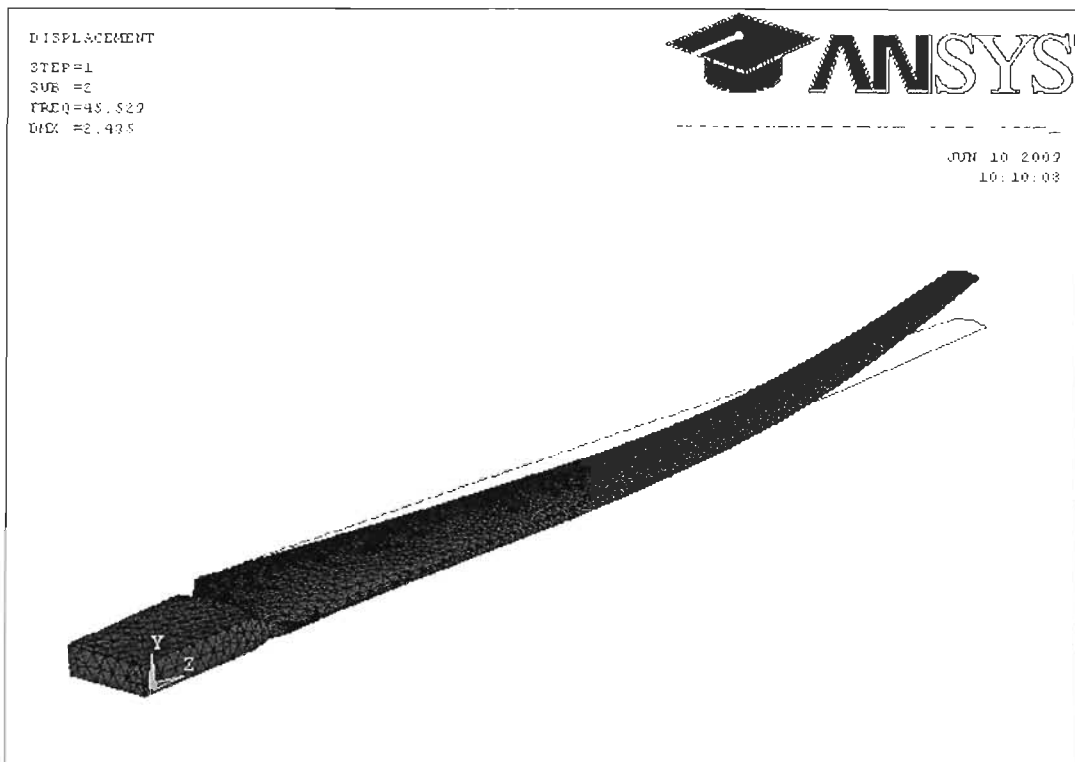


Figure 22 : Deuxième fréquence propre de battement de la pale de 2,4 m (Hz)

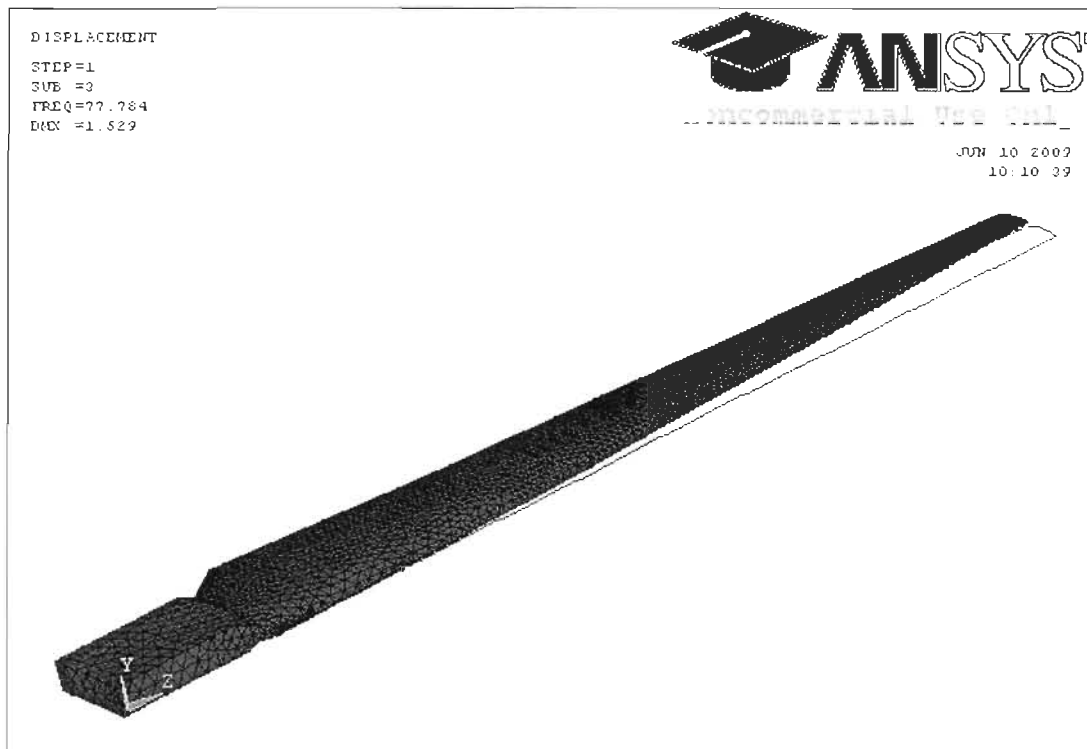


Figure 23 : Première fréquence propre de trainée de la pale de 2,4 m (Hz)

### 3.4. Conclusion

Le couplage de la méthode de l'élément de pale et de la méthode des éléments finis s'avère être une modalité rapide et efficace pour la conception des pales des éoliennes, à condition que les caractéristiques aérodynamiques des profils employés soient connues.

Pour faire une bonne conception d'un rotor, on doit regarder aussi du côté fonctionnel, économique et environnemental. Plus la vitesse de rotation est élevée, plus on augmente le nombre de cycles de fatigue auxquelles l'éolienne est soumise et ainsi on diminue sa durée de vie. Pour augmenter la durée de vie, on doit choisir des matériaux plus coûteux. En outre le niveau du bruit augmente aussi avec la vitesse de rotation.

Faire la conception complète d'une pale d'éolienne veut également dire la partie structurelle, et pour cela l'utilisation d'un logiciel d'analyse structurelle peut nous aider énormément en ce qui concerne la précision des analyses et le temps de calcul.

On peut rendre tout ce processus beaucoup plus rapide en utilisant l'environnement de travail ANSYS Workbench dans lequel on peut automatiser facilement le transfert de données de PROPID vers ANSYS Mechanical et ensuite programmer toutes les analyses qu'on désire, et même l'optimisation de la structure.

Une continuation intéressante serait de réaliser l'analyse de l'écoulement autour des pales avec le logiciel d'analyse numérique des fluides CFX et de comparer les résultats avec ceux qu'on a obtenu avec le logiciel PROPID. Les charges aérodynamiques calculées par CFX (les pressions sur les éléments dont la surface de la pale a été discrétisé) peuvent ensuite être transférées directement au logiciel ANSYS Mechanical pour l'analyse structurelle en éliminant ainsi les erreurs d'approximation qu'on apporte dans nos calculs par la façon d'appliquer les charges calculées avec PROPID.

Ce serait aussi très intéressant de réaliser les rotors de 1 kW et 3 kW conçus avec PROPID et de comparer leurs performances réelles aux valeurs calculées avec PROPID et avec CFX.

## CHAPITRE 4

### MODÈLES D'ANALYSE AÉROÉLASTIQUE DES PALES D'ÉOLIENNES

#### 4.1 Principaux phénomènes d'instabilité aéroélastique des pales d'éoliennes

Une instabilité aéroélastique peut survenir lorsque la variation de la charge aérodynamique résultant d'un déplacement des pales est de nature à augmenter le déplacement plutôt que de le diminuer, comme c'est normalement le cas.

Le phénomène aéroélastique le plus fréquemment rencontré durant l'opération des éoliennes est un type particulier de flottement: le flottement de décrochage. D'autres phénomènes moins fréquents, mais pour lesquels on doit effectuer la vérification des éoliennes sont : les problèmes d'instabilité des rotors en arrêt et autres types de flottement comme le flottement de flexion-torsion.

**Le flottement de décrochage** peut apparaître avec les machines réglées par décrochage. La pente de la courbe du coefficient de puissance  $\frac{\partial C_p}{\partial \alpha}$  devient négative quand une section de la pale entre en décrochage, ayant comme résultat un amortissement aérodynamique local négatif du mouvement de la pale dans la direction de la portance. Si l'amortissement aérodynamique global pour un mode de vibration particulier est négatif et excède en grandeur l'amortissement structural modal, alors des oscillations divergentes peuvent se développer à partir de n'importe quelle perturbation initiale, indépendamment du rapport entre la fréquence normale du mode et des fréquences d'excitation. Le premier mode dans chaque direction est le plus susceptible d'induire un tel comportement parce que l'amortissement structural augmente avec la fréquence tandis que l'amortissement aérodynamique diminue. Si les conditions favorisant les oscillations du premier-mode doivent être évitées, les facteurs affectant l'amortissement aérodynamique des oscillations de battement et de traînée doivent être compris (**Burton 2001**).

Une conséquence intéressante de la nature non linéaire du flottement de décrochage est la capacité de prédire, en principe, l'amplitude de vibration lors d'une situation finale d'équilibre. Ceci est en opposition avec le flottement classique dans lequel seule la frontière de stabilité est généralement déterminée. L'amplitude du mouvement vibratoire sera souvent limitée par les non-linéarités aérodynamiques. Puisque l'amortissement structurel du matériel absorbe de l'énergie, son action limitera les amplitudes du flottement à des valeurs plus petites; on aura des amplitudes limitées par l'amortissement lorsque le débit positif du flux de d'énergie du courant d'air vers le profil aérodynamique sera égal à l'énergie convertie en chaleur par l'amortissement mécanique.

Peut-être la plus grande lacune dans la théorie, cependant, est le fait que même dans le mouvement de flexion pure ou de torsion pure, la force dynamique et le moment sont en fait dépendantes de la fréquence. Par analogie avec le flottement classique, il peut être démontré que même cette dépendance est difficile à exprimer puisque, dans la pratique, les caractéristiques peuvent avoir doubles valeurs. Ainsi, pour la même valeur de l'incidence effective  $\alpha$ , une caractéristique peut avoir des valeurs différentes selon que  $\alpha$  diminue ou augmente avec le temps. Une telle caractéristique hystérétique est généralement plus prononcée à haute fréquence d'oscillation, un profil aérodynamique peut avoir deux coefficients de portance ou de moment à un angle d'attaque particulier, même dans le cas statique, selon la façon dont le point de fonctionnement a été approché (Dowell 2005). C'est pour ces raisons que la pratique de prédiction du flottement de décrochage a été au mieux un processus semi-empirique et souvent entièrement empirique.

Pour un rotor d'éolienne, le flottement de décrochage ne constitue pas forcément une instabilité destructrice mais il produit plutôt un comportement de cycle limite en raison des conditions variables aérodynamiques rencontrées par la pale et fait augmenter le nombre de cycles et les charges de fatigue.

### **Problèmes d'instabilité des rotors en arrêt**

Les turbines sont normalement conçues pour fonctionner jusqu'à une certaine vitesse maximale de vent et au-dessus de cette vitesse les turbines sont arrêtées. Dans les

conditions d'arrêt, les rotors peuvent être complètement arrêtés ou ils peuvent tourner libres avec une vitesse de rotation faible en fonction de la conception du système de contrôle. Dans le cadre de la certification de la turbine, il faut démontrer qu'elle peut résister aux charges de vent à des conditions extrêmes de vitesse de vent, arrêtée et avec le vent venant de n'importe quelle direction, dans le cas où le système d'orientation de la turbine ne fonctionne pas (Glauert 1963).

**Le flottement de flexion-torsion** est rencontré le plus souvent pour les corps soumis à des grandes charges aérodynamiques latérales de type portance. La structure de la pale est telle que la flexion en dehors du plan dans la direction du vent a comme conséquence le vrillage de la pale, causant une augmentation de l'angle d'attaque. Pendant le développement de certaines des premières grandes éoliennes, les dangers de l'instabilité aéroélastique ont été considérés comme un vrai souci, et beaucoup de travail d'analyse a été réalisé pour démontrer que les différentes conceptions de turbine n'en seraient pas susceptibles. Cependant, en raison de la rigidité de torsion élevée de la structure de cellules fermées adoptée pour la plupart des pales des éoliennes, cette instabilité aéroélastique ne s'est pas encore avérée critique en pratique et les analyses de stabilité ne sont plus considérées une partie essentielle du processus de conception. Cependant, si nous développons des pales plus flexibles, nous devons tenir compte de ces phénomènes et faire des analyses de stabilité (Burton 2001).

## 4.2. Modélisation de l'interaction fluide-structure

### 4.2.1 Les modèles classiques

Les modèles physiques utilisés dans le traitement des phénomènes d'interaction fluide-structure varient énormément dans leur complexité et leur domaine d'application.

1) Le modèle le plus simple est la «théorie du piston», qui peut être considérée comme la limite des modèles d'écoulement à potentiel de vitesse alors que la fréquence d'un corps oscillant dans un fluide devient grande. Cette théorie exprime la pression  $p$  du fluide

sur le corps oscillant en un certain point  $x$ ,  $y$  et à un certain temps  $t$  comme une simple fonction linéaire du mouvement à ce même point et moment de temps. C'est à dire,

$$p = (\rho U / M) \left[ \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} \right] \quad (4.1)$$

où  $w$  est la déviation instantanée du corps dans l'écoulement fluide fonction de  $x$ ,  $y$  et  $t$  et  $\rho$ ,  $U$ , et  $M$  sont la densité de l'écoulement non perturbé, la vitesse, et le nombre de Mach, respectivement. Ce modèle simple de mécanique des fluides a été très populaire auprès des ingénieurs en structure, car il permet à la pression du fluide d'être intégré dans une dynamique structurelle standard avec un minimum de complexité supplémentaire. Mais ce modèle fluide est physiquement utile que sur une gamme limitée de conditions d'écoulement et son mérite principal est de permettre de vérifier les résultats des modèles fluides plus complexes dans les limites appropriées.

2) La théorie des écoulements à potentiel de vitesse est un modèle plus complexe. Même si on suppose que l'écoulement est non visqueux et irrotationnel, cette théorie requiert la solution d'une équation d'onde non linéaire pour le potentiel de vitesse dont le gradient donne la vitesse locale des composants du fluide et à partir de laquelle la pression du fluide peut être déterminée par l'équation de Bernoulli. Une bonne illustration de l'application de cette méthode se retrouve dans **Dowell, Crawley et al. 1995**. Une simplification bien connue consiste à supposer que le mouvement du corps est faible et le profil du corps est mince et donc tirer une forme de petite perturbation de la théorie des écoulements à potentiel de vitesse qui mène à la célèbre équation linéaire de convection d'onde pour le potentiel de vitesse  $\Phi$ , c'est-à-dire,

$$\nabla^2 \Phi - \frac{D^2 \Phi}{Dt^2} = 0 \quad (4.2)$$

où  $\nabla^2$  est l'opération Laplacien et  $D/Dt$  est la dérivée substantielle, qui est, à son tour,

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \quad (4.3)$$

La solution de l'équation linéaire de convection d'onde est la base de la plupart des modèles d'interaction fluide-structure qui ont été utilisés pour les analyses de la stabilité et de la réponse de l'interaction fluide-structure de l'avion. On les appelle analyses de "flottement" ou de "réponse aux rafales".

Même ainsi, il est connu depuis de nombreuses années que la théorie classique des petites perturbations a des limites importantes. Par exemple, lorsque l'écoulement est transsonique avec le nombre de Mach proche de l'unité, des ondes de choc peuvent se former, et doivent être prises en compte pour une analyse physiquement fidèle. Aussi, dans les écoulements en turbomachines, les angles de virage sont souvent suffisamment grands pour exiger au moins une modélisation non linéaire de l'écoulement stationnaire.

#### 4.2.2 Modèles linéaires et non linéaires

Ces modèles utilisent deux approches distinctes.

1) La méthode la plus simple, bien que toujours plus complexe que la théorie classique de l'équation linéaire de convection d'onde, est de déterminer une solution complètement non linéaire pour l'écoulement stationnaire (indépendante du temps) autour du corps lorsqu'il n'est pas en mouvement. Ainsi, la solution de l'écoulement stationnaire varie en fonction de la position spatiale contrairement à l'écoulement supposé uniforme stationnaire de la théorie classique.

Pour un écoulement subsonique ou un écoulement supersonique avec un nombre de Mach bien éloigné de l'unité, cet écoulement stationnaire peut être approximé par un écoulement uniforme stationnaire avec une vitesse d'écoulement  $U$  constante partout dans le champ d'écoulement, comme dans la théorie classique pour les profils et les ailes. Encore une fois, pour les écoulements dans les turbomachines, on peut trouver l'approximation classique moins utile.

2) L'autre approche est bien sûr de tenter de déterminer une solution dynamique entièrement non linéaire. Cette approche implique la solution numérique d'une équation non linéaire de convection d'onde pour l'écoulement potentiel et des équations plus complexes pour les modèles d'Euler ou de Navier-Stokes. Une fois qu'on est engagé à la recherche de solutions non linéaires, qu'ils soient stationnaires ou non-stationnaires, alors normalement un schéma de différences finies de la variable spatiale sera nécessaires pour convertir le modèle d'équations différentielles partielles non linéaires dans l'espace et le temps à un système très grand d'équations différentielles ordinaires (EDO) en temps



seulement. La taille du système est souvent très grande, impliquant  $10^4$  à  $\geq 10^6$  EDO. C'est le domaine de la mécanique des fluides numérique (CFD) (Dowell 2005).

Avec une approche CFD, on peut, en principe, considérer non seulement les modèles d'écoulement potentiel du flux irrotationnel, mais aussi les modèles rotationnels non visqueux des équations d'Euler et même les modèles visqueux des équations de Navier-Stokes. Comme on le sait, cependant, les ressources de calcul nécessaires pour traiter les équations de Navier-Stokes, aujourd'hui encore, sont au-delà de nos capacités, et donc différents modèles empiriques de la turbulence ont été développés afin que les solutions des équations de Navier-Stokes puissent être obtenues par calcul numérique. Ces modèles empiriques de la turbulence permettent de construire un modèle mathématique qui évite la dynamique non linéaire de la transition laminaire-turbulent d'un écoulement. Dans cette revue, nous discutons brièvement les éléments de base de l'approche CFD. Année après année les logiciels CFD évoluent, il est important d'évaluer périodiquement l'avancement de leurs capacités d'analyse, et c'est ce qu'on fait dans les chapitres 5 et 6 du présent ouvrage pour le logiciel ANSYS CFX. Toutefois, comme il sera souligné, l'important travail qui a été fait depuis de nombreuses années par la communauté CFD commence maintenant à porter ses fruits pour l'analyse de l'interaction fluide-structure avec l'avènement de ce qu'on appelle habituellement la modélisation d'ordre réduit.

#### **4.2.3 Le défi informatique de modélisation de l'interaction fluide-structure**

L'analyse de l'interaction fluide-structure présente un défi particulier. Si l'on veut obtenir des solutions pour plusieurs combinaisons des différents paramètres de la structure et du fluide, alors les solutions des modèles de fluide CFD doivent être faites le plus efficacement possible du point de vue informatique. Typiquement, une équipe de conception peut souhaiter évaluer des milliers de variations des paramètres alors que divers éléments de structure sont modifiés au cours du processus de conception. Pendant de nombreuses années, dans l'analyse de structures complexes, la taille des modèles aux éléments finis pour une structure soumise aux oscillations a été "réduite" en trouvant d'abord les modes propres ou naturels de la structure et en refaisant le modèle aux éléments

finis de la structure en termes de ces modes, en utilisant, par exemple, les équations de Lagrange de la dynamique classique. Typiquement, un modèle structurel aux éléments finis de quelques milliers de degrés de liberté a été réduit à un modèle modal, avec quelques dizaines de degrés de liberté (Dowell 2005). Ceci réduit non seulement la taille du modèle, mais aussi le coût de calcul par des ordres de grandeur, tout en offrant des nouvelles perspectives sur les phénomènes physiques à travers l'examen du comportement structural modal. Une telle approche a récemment été proposée et poursuivie avec succès pour des modèles fluides. Toutefois, dans les dernières années il a été démontré que cette approche offre des avantages remarquables en termes d'économies de coûts de calcul et aussi en termes d'augmentation de notre compréhension des modèles de la dynamique de fluides en tenant compte de leur structure modale. Plus de détails sur cette approche sont présentés dans la section intitulée "Les modèles d'ordre réduit" ci-dessous.

- **Modèles dynamiques non linéaires**

Un modèle dynamique non linéaire est presque invariablement exprimé sous la forme d'un modèle CFD à discrétisation spatiale par techniques de différences finies ou autres méthodes. Ainsi, on commence avec un système d'équations différentielles ordinaires telles que les équations d'Euler linéarisées (Dowell 2005). La forme la plus populaire de la solution à ces équations utilise une technique itérative avec un pas de temps. Cependant, il y a de grandes difficultés pratiques de calcul associées à la taille d'un tel système d'équations, qui peut être de ordre  $10^6$ , surtout lorsque nous sommes obligés d'utiliser un petit pas de temps afin de satisfaire les conditions de stabilité numérique. Le résultat final a été que ces modèles ont rarement été utilisés en dehors de la communauté scientifique. Même pour des fins de recherche, lorsque ces modèles CFD sont utilisés en combinaison avec des modèles structurels, le domaine des paramètres spatiaux qui peuvent être explorés est resté relativement modeste (Dowell 2005). Néanmoins, des progrès substantiels ont été réalisés et certaines techniques ont été développées pour faire de tels modèles plus attrayants du point de vue du calcul. Trois sont discutées ici. Les premières à discuter sont les techniques de bilan harmonique, qui produisent une solution dans le domaine fréquentiel. Deuxièmement, il y a les techniques d'identification du système qui permettent

aux modèles non-linéaires (et linéaires) d'être exprimés d'une manière plus compacte. Celles-ci, utilisées en combinaison avec la troisième approche, à savoir les techniques de modélisation d'ordre réduit, sont très prometteuses pour le développement futur, tout comme la méthodologie de bilan harmonique.

- **Les modèles d'ordre réduit**

Des travaux récents sur une technique conceptuellement nouvelle et efficace pour le calcul des écoulements non stationnaires basée sur le caractère modal de ces écoulements sont décrits ci-dessous. Des modèles d'ordre réduit (ROM) basés sur les modes propres sont mis en avant bien que d'autres descriptions modales liées se sont également avérées utiles.

Il y a deux façons distinctes de construction de ROM, quoiqu'il existe de nombreuses variations sur les thèmes de base. Une des approches consiste à caractériser le champ d'écoulement aérodynamique en fonction d'un nombre relativement restreint de modes globaux. Par un mode, nous entendons une distribution des variables du champ d'écoulement qui caractérise un mouvement global de l'écoulement. La façon la plus simple conceptuellement de choisir un tel ensemble de modes est de considérer les modes propres du champ d'écoulement. Bien entendu, ces modes forment un ensemble complet, et toute distribution de champ d'écoulement peut être exprimée en termes de tels modes propres. Formellement, les vecteurs propres sont utilisés pour effectuer une transformation linéaire de l'ensemble original des variables de l'écoulement (locales) utilisées dans le modèle CFD, comme la pression, la densité et les composantes de la vitesse à un point de la grille spatiale, vers un nouvel ensemble modal de coordonnées globales. Les nouvelles équations modales sont découplées en raison de l'orthogonalité des vecteurs propres. En particulier, toute sélection modale alternative, et nous considérons plusieurs, peut toujours être exprimée en termes de tels modes propres.

En effet, c'est l'existence de modes propres qui sous-tend une description modale de l'écoulement. Comme avec d'autres systèmes mécaniques simples, il est l'espoir et l'attente, confirmée par les résultats (Thomas 1999), qu'un nombre relativement restreint de modes s'avérera suffisant pour décrire le flux. Ainsi, un modèle CFD typique, qui peut avoir  $10^4$  à  $10^6$  ou plus de degrés de liberté, peut être réduit à un modèle ne contenant que  $10^1$  à  $10^2$

modes, qui est capable de décrire avec précision la pression sur une surface aérodynamique oscillante.

La deuxième catégorie de ROM ne s'appuie pas explicitement sur une description modale en soi, mais recourt plutôt à l'idée que seul un petit nombre d'entrées, c'est-à-dire des motions structurelles ou des modes, et en conséquence un petit nombre de sorties, c'est-à-dire des forces généralisées ou des intégrales spécifiques de la distribution de pression aérodynamique pondérée par les formes des modes structuraux, sont d'intérêt. Ainsi on peut construire, par exemple, une matrice des fonctions de transfert dont la taille est déterminée par le nombre d'entrées et de sorties. Typiquement, la taille de cette matrice sera de l'ordre du nombre de modes structuraux. Les fonctions de transfert sont déterminées numériquement en utilisant une technique d'identification des systèmes à partir des simulations temporelles calculées en utilisant le code CFD. Si le nombre ou le type d'entrées, c.à.d. les modes structuraux, changent au cours d'une simulation aéroélastique, alors peut-être qu'il est nécessaire de recalculer les fonctions de transfert aérodynamique. D'autre part, le code CFD ne nécessite pas de déconstruction afin de déterminer les informations aérodynamiques modales, économisant ainsi cet effort supplémentaire, mais aussi développant la compréhension et la souplesse additionnelles acquises par la connaissance des modes aérodynamiques. Les changements dans les modes structuraux ne changent pas les modes propres aérodynamiques, bien sûr, mais les changements dans les modes structuraux peuvent nécessiter un nouveau calcul des fonctions de transfert des modèles aérodynamiques entrée/sortie.

En conclusion : Avec la construction des ROM basée rigoureusement sur la théorie dynamique des fluides, il est maintenant possible de (a) fournir une approche pratique pour la construction des modèles aérodynamiques non stationnaires efficaces, précises et appropriées à la modélisation fluide / structure, (b) calculer l'amortissement et la fréquence réelle des tous les modes couplés aéroélastiques fluide / structure pour toutes les conditions des paramètres, et (c) assurer une plus grande compréhension de la physique de l'analyse aéroélastique (Dowell 2005).

#### 4.2.4 Couplage ANSYS-CFX

Afin de réaliser des couplages fluide-structure, on utilise le solveur multi domaine d'ANSYS nommé MFX. C'est un solveur créé initialement pour l'étude des interactions fluide-structure, où la partie structurelle de l'analyse est résolue par le module Mechanical APDL de ANSYS et la partie fluide de l'analyse est résolue par le module de mécanique des fluides numérique CFX de ANSYS. L'étude doit se faire à l'aide d'une géométrie 3D, avec des surfaces d'interfaces, car seuls des chargements surfaciques peuvent être transférés d'un code à l'autre. On entend par chargement surfacique : déplacement, température, force, pression, transfert de chaleur. Cependant, si les géométries du modèle pour Mechanical APDL et du modèle pour CFX doivent posséder des surfaces communes (interfaces), le maillage de ces surfaces ne nécessite pas d'être identique .

Le code ANSYS fonctionne comme « maître » : il lit toutes les commandes multi domaine, il récupère les maillages d'interface du code CFX, il crée la « cartographie » et communique au code CFX les valeurs contrôlant les boucles de temps et de couplage .

La «cartographie » généré par ANSYS interpole les chargements entre des maillages différents de chaque côté de l'interface de couplage. Chaque solveur réalise une séquence d'étapes de temps multi domaine et d'itérations de couplage entre chaque étape de temps. À chaque itération de couplage, chaque solveur récupère le chargement dont il a besoin du solveur de l'autre domaine, puis résout son domaine physique. Les transferts de données sont réalisés aux points de synchronisation .

Chaque élément de l'interface est premièrement divisé en  $n$  faces d'interpolation (IP), où  $n$  est le nombre de nœuds sur la face. Les faces IP tridimensionnelles sont converties en polygones bidimensionnels. Ensuite, on crée l'intersection entre ces polygones du côté du solveur émettant son chargement et ceux du côté du solveur recevant le chargement. Cette intersection crée un grand nombre de surfaces, appelées « surfaces de contrôle » (voir Figure 24). Enfin, on se sert de ces surfaces pour transférer les chargements entre les deux côtés .

Les processus de résolution de MFX, simultané et séquentiel, sont présentés dans les figures 25 and figure 26 :

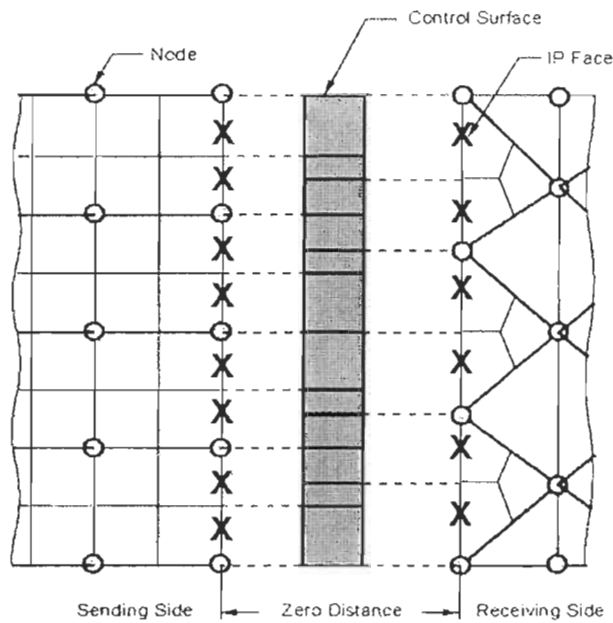


Figure 24 : Surfaces de contrôle

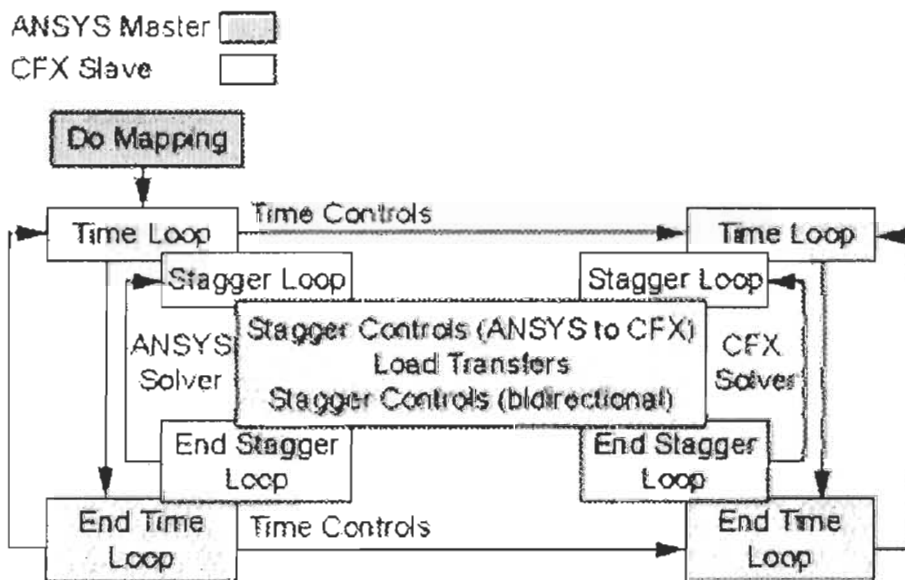


Figure 25 : Schéma de résolution

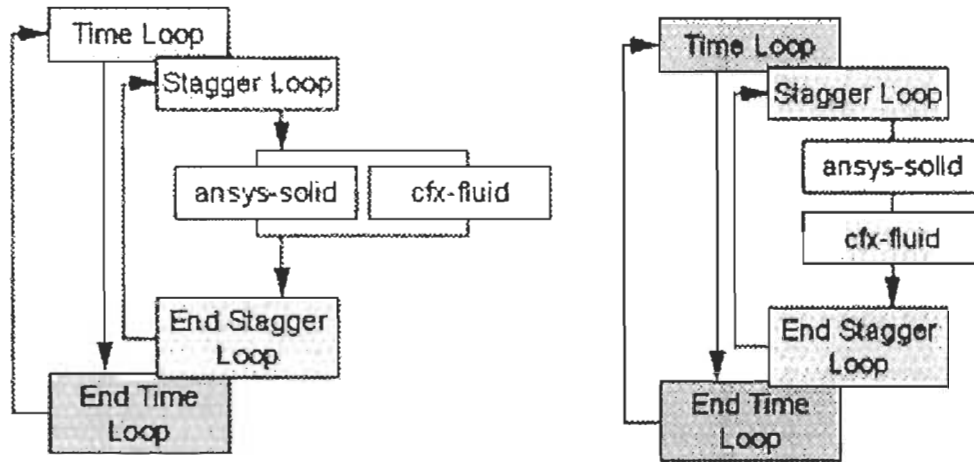


Figure 26 : Résolution simultanée et séquentielle de CFX et ANSYS

On peut réaliser différents types de résolution, soit de manière simultanée, soit de manière séquentielle (l'un après l'autre) auquel cas on doit choisir quel est le domaine à résoudre en premier .

Pour des domaines légèrement couplés, le manuel d'utilisation de CFX conseille l'utilisation de la résolution simultanée. Quant à notre cas, les domaines sont fortement couplés et pour de telles raisons, nous nous servons du processus de résolution séquentielle.

Ce schéma a comme avantage d'assurer que le résultat et la sollicitation les plus récents du solveur d'un domaine soient appliqués à l'autre solveur. Dans la plupart des simulations, la physique d'un domaine impose la physique de l'autre domaine. Ainsi, il faut bien choisir quel est le code à résoudre en premier quand on utilise l'approche séquentielle.

Pour l'étude de la vitesse de la divergence c'est le fluide qui impose les déformations sur le solide, mais étant donné que pour une meilleure convergence on commence la simulation en imposant comme condition initiale un écoulement stable, c'est le code ANSYS qui sera le premier à être résolu suivi par le code CFX.

En ce qui concerne les pas de temps du couplage multi-domaine, ils doivent être fixes, on ne peut pas varier leur valeur selon une expression désirée comme dans une analyse transitoire CFX .

La seule façon de faire varier le pas de temps est l'option "Adaptive" qui permet d'activer l'option de variation automatique multi-domaine du pas de temps. Dans ce cas, l'application mécanique ajuste automatiquement la taille de pas de temps pour la prochaine étape multi-domaine, selon que l'étape actuelle multi-domaine a convergé et combien d'itérations intermédiaires ont été nécessaires, afin d'essayer d'assigner un nombre cible d'itérations intermédiaires pour la prochaine étape multi-domaine. La seule option pour faire l'ajustement du pas de temps est la correspondance aux itérations. Lorsque cette option est sélectionnée, le pas de temps pour la prochaine étape multi-domaine est calculé en multipliant le pas de temps utilisé pour l'itération courante par le rapport entre le nombre d'itérations intermédiaires réalisées dans l'étape actuelle et le nombre cible d'itérations. Il faut entrer la valeur initiale du *Pas de temps* (qui est utilisé pour la première étape multi-domaine), le nombre d'itérations cible et les valeurs maximale et minimale du *Pas de temps*, qui délimitent la plage admissible de variation du pas de temps .





## CHAPITRE 5

### ÉTUDE DU CAS DE LA DIVERGENCE AÉROÉLASTIQUE

Dans le cadre de cette étude de la divergence aéroélastique par simulations numériques couplées fluide - structure, on va utiliser les résultats expérimentaux obtenus par Jennifer Heeg (**Heeg 2000**) dans le tunnel aérodynamique du Laboratoire d'Ingénierie de l'Université Duke en 2000. L'ouvrage intitulé "*Dynamic Investigation of Static Divergence: Analysis and Testing*" présente une série des résultats sous forme de graphique qui sont en fait les enregistrements du mouvement de l'aile dans les diverses situations d'instabilité aéroélastique.

Étant donné la simplicité des modèles testés nous allons les reproduire avec des simulations 2D en réduisant ainsi le nombre d'éléments utilisés.

#### 5.1 Étude bibliographique

Il y a eu peu d'articles qui présentent la modélisation du phénomène de divergence en partant des conditions sous-critiques jusqu'à la défaillance. La raison pourrait être la difficulté de modéliser des gradients très élevés à l'approche de la divergence et aussi la priorité donnée par les chercheurs à l'analyse de stabilité et à la réponse sous-critique des ailes.

Diederich et Budiansky (**Diederich 1948**) ont démontré entre autres, la diminution dramatique de la vitesse de divergence pour une aile en flèche inversée. Diederich et Foss (**Diederich 1953**) ont continué ce travail et proposé une méthode analytique de calculer la vitesse de divergence des ailes. Krone (**Krone 1975**) a clairement illustré que l'effet néfaste de la divergence sur les ailes en flèche inversée peut être contrôlé. Blair (**Blair 1982**) a réalisé des expériences en tunnel aérodynamique qui démontraient les rapports fondamentaux entre l'angle de l'aile, l'orientation des fibres du matériau composite et la vitesse de divergence. Ricketts et Doggett (**Ricketts 1980**) se sont servis des modèles de plaque plane avec géométries variables pour formuler des méthodes d'essai de la réponse

sous-critique qui ont été évaluées pour l'exactitude en prévoyant la divergence statique. Sefic et Maxwell (Sefic 1986) ont fait des expériences pour corréler des données de vol avec la stabilité structurale prévue et la détermination des marges de stabilité aéro-servo-élastique.

Cole et al. (Cole 1993) se sont servis des données expérimentales obtenues à partir des essais supersoniques au tunnel aérodynamique Unitary Plan au Centre de Recherches de la NASA de Langley pour examiner la divergence de toutes les pièces mobiles. Jennifer Heeg (Heeg 2000) discute ce travail en tant qu'ayant un caractère de résumé. Seulement les conditions de divergence sont données; aucune information sur la fréquence n'est fournie.

Rodden et Stahl se sont servi de la **méthode  $p$**  (Rodden 1969) pour exécuter des analyses de stabilité aéroélastique et d'un modèle analytique pour calculer l'amortissement pour des modes non critiques.

Yu et Hwu (Yu 2007) se servent d'une théorie de bande reliée à une relation propre standard pour résoudre la pression dynamique de divergence en négligeant les termes inertiels. Cette étude fournit également une autre relation propre pour résoudre les fréquences naturelles quand on élimine toutes les forces externes. Ce travail fournit un tableau des fréquences modales et compare les résultats obtenus par le modèle des auteurs avec un modèle ANSYS. La partie saisissante des résultats est que leur modèle nécessite moins de temps de calcul que celui d'ANSYS. L'article précise une économie de temps moyenne de 17%. L'article propose des valeurs intéressantes pour les différentes fréquences modales mais, bien que les premières fréquences modales fournies par le modèle et ANSYS semblent se corréler d'une manière satisfaisante, pour d'autres modes, les erreurs peuvent atteindre 118%.

Streiner et al. (Streiner 2007) donnent une vue d'ensemble de la suite logicielle ARLIS qui est un acronyme pour l'Analyse Aéroélastique des Systèmes Linéaires Rotationnels. Le but primaire du programme était l'analyse dynamique et aéroélastique linéaire des turbines éoliennes à axe horizontal. En appliquant la Théorie de Floquet, il est capable d'analyser des turbines éoliennes à une, deux et plus de pales. Il est cependant limité à une vitesse de rotation constante de l'éolienne. Ce travail fournit des résultats pour

des fréquences modales sous-critiques, note l'inexactitude des résultats expérimentaux et souligne que l'utilisation des profils 2D apporte des anomalies significatives entre les charges mesurées et prévues.

Une des analyses les plus complètes dans la littérature, sur le problème de la divergence, est celle fait par Heeg (Heeg 2000). Les résultats de ce travail ont aidé à identifier les configurations d'un modèle simple qui présente différents types de modes de comportement dynamique quand le système rencontre la divergence. Une partie très importante de l'article traite les analyses et les constructions mathématiques à la base de l'analyse des valeurs propres de divergence notamment des méthodes  $p$ ,  $k$  et  $p-k$ . L'article fournit une discussion très large sur l'utilisation des valeurs propres et de l'emplacement des modes normaux pour déduire la stabilité aéroélastique du système, apportant l'idée de l'orthogonalité des vecteurs propres. Il traite le problème du crénelage apparaissant lors de la transformation du domaine discret au domaine continu. Il est intéressant de noter que, pour l'analyse de stabilité, une seule discrétisation aérodynamique spatiale a été employée tandis que la discrétisation temporelle a été ajustée pour réaliser les vitesses appropriées. Le travail présente aussi les expérimentations menées dans le tunnel de Duke University ayant comme but de valider les calculs analytiques des caractéristiques des modes non critiques et d'examiner explicitement le phénomène de divergence aérodynamique. Le travail présente des diagrammes intéressants de la variation de l'angle d'attaque de l'aile par rapport au temps. Cependant, l'article n'indique pas avec précision le moment de temps du début de la divergence mais, au lieu de cela, l'angle d'attaque auquel la séparation de l'écoulement et le décrochage se sont produites. En outre, on mentionne que nous pouvons déduire la « proximité » de la divergence quand la pente du moment aérodynamique par rapport à la pression dynamique change drastiquement. Cependant, il est difficile d'indiquer avec précision la pression dynamique de divergence mais plutôt un domaine sur lequel le phénomène pourrait se produire. Ce travail présente plusieurs résultats bien documentés, sous forme graphique, composés des valeurs qui décrivent le mouvement du système dans le domaine sous-critique en tendant vers la divergence et dans diverses situations d'instabilité. De plus, les analyses et les expériences en tunnel aérodynamique ont démontré

l'instabilité de divergence dans un sens statique, en même temps qu'un mode dynamique était encore présent dans le système. Ces résultats défient la supposition de base que la divergence se produit quand un mode dynamique structural devient statique.

La littérature sur l'étude de la divergence décrit plusieurs modèles qui tendent tous à modéliser le comportement sous-critique de la vitesse, de la pression dynamique et de l'analyse de fréquence modale desquelles nous pouvons déduire la stabilité du système. L'analyse expérimentale est parvenue à fournir des résultats sur le point de divergence mais la plupart des auteurs ont souligné les erreurs expérimentales et les résultats graphiques nous présentent un domaine de divergence plutôt qu'une valeur fixe. La littérature consultée a été large, sans être exhaustive, mais la philosophie qui se dégage est fondamentalement la même, les résultats de tous les travaux effectués au sujet de l'aéroélasticité ont la plupart du temps souligné les conséquences de la divergence et le comportement sous-critique de tels paramètres comme la pression dynamique, la vitesse et les fréquences modales dont nous pouvons déduire combien nous sommes loin ou proches de ce phénomène pour le prévenir en temps réel. La modélisation du phénomène en tant que tel a moins d'intérêt et a été une partie limitée dans les études de divergence. Il n'y a eu aucune modélisation du phénomène de divergence qui a permis d'analyser une transition de ces paramètres de la région sous-critique vers la divergence avec une connaissance précise du moment de début de la divergence. La difficulté principale se situe dans le fait que la vitesse du phénomène de divergence étant très élevée, une analyse dans le domaine temporel demande des pas de temps très petits, ce qui peut faire monter beaucoup le temps de travail et demander une capacité de calcul très importante.

## 5.2 Considérations théoriques

Nous considérons un système aéroélastique simplifié du profil NACA0012 pour mieux comprendre le phénomène de divergence et dériver l'équation analytique de la vitesse de divergence. La figure 27 illustre un système aéroélastique simplifié avec un profil rigide NACA0012 couplé à un ressort de torsion fixé à un mur du tunnel aérodynamique. L'écoulement d'air au-dessus de l'aile est de gauche à droite.

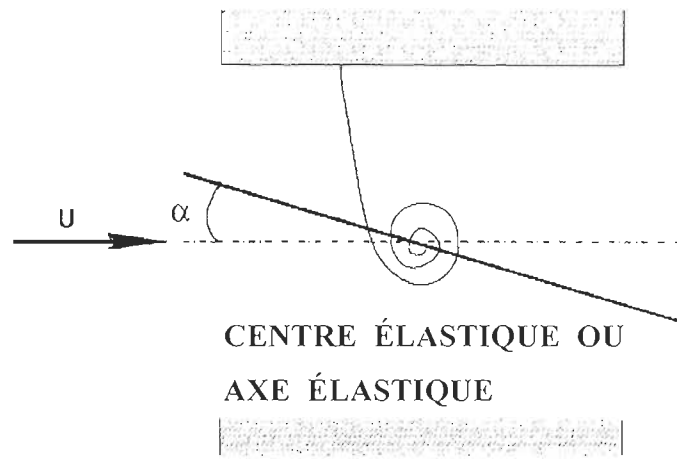


Figure 27: Modèle aéroélastique simplifié pour illustrer le phénomène de divergence

L'intérêt principal en employant ce modèle est la rotation du profil (et en conséquence le vrillage du ressort),  $\alpha$ , en fonction de la vitesse de l'air. Si le ressort était très raide et/ou la vitesse de l'écoulement trop basse, la rotation serait plutôt petite; cependant, pour le ressort flexible et/ou les vitesses élevées d'écoulement, la rotation peut tordre le ressort au delà de sa capacité de résistance finale et mener à la défaillance de la structure. La vitesse de l'air à laquelle la torsion élastique grimpe rapidement jusqu'au point de défaillance s'appelle la vitesse de divergence  $U_D$ . Ce phénomène, étant fortement dangereux et préjudiciable pour des turbines éoliennes, il est très important d'effectuer le calcul précis de cette vitesse.

Pour déterminer théoriquement la vitesse de divergence  $U_D$  nous opérons comme suit:

Nous définissons,  $c$ , comme la longueur de la corde et  $S$  l'aire de la surface considérée rigide de l'aile. L'augmentation de l'angle d'attaque est contrôlée par un ressort de torsion attaché à l'axe élastique, localisé à une distance  $e$  derrière le centre aérodynamique. L'angle d'attaque total, mesuré par rapport à une position de portance nulle, est donné par la somme entre un angle initial  $\alpha_0$  et un angle dû à une déformation élastique  $\theta$ , appelé «vrillage élastique» :

$$\alpha = \alpha_0 + \theta \quad (5.1)$$

Le vrillage élastique est proportionnel au couple mesuré au niveau de l'axe élastique,  $M_E$ , qui est égal au couple aérodynamique du profil,  $M_y$ .

$$\theta = C^{\theta\theta} M_E = C^{\theta\theta} M_y \quad (5.2)$$

où  $C^{\theta\theta}$  est le coefficient de flexibilité du ressort de rotation. Le moment aérodynamique total au niveau de l'axe élastique est :

$$M_y = (C_l \cdot e + C_m \cdot c) qS \quad (5.3)$$

où  $C_l$  est le coefficient de portance,  $C_m$  le coefficient de moment au niveau de l'axe élastique,  $q$  la pression dynamique et  $S$  l'aire de la surface rigide de la section de pale.

Le coefficient de portance est lié à l'angle d'attaque mesuré par rapport à la portance nulle par :

$$C_l = \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \theta) \quad (5.4)$$

Ici,  $\frac{\partial C_l}{\partial \alpha}$  est la pente de la courbe de portance. Le vrillage élastique  $\theta$ , peut être obtenu en substituant l'équation (5.4) dans l'équation (5.3) puis en combinant le résultat avec l'équation (5.2):

$$\theta = C^{\theta\theta} \left[ \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} (\alpha_0 + \theta) \cdot e + C_m \cdot c \right] \cdot q \cdot S$$

$$\theta = C^{\theta\theta} \left[ \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} \alpha_0 e q S + \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} e q S \theta + C_m c q S \right]$$

En regroupant  $\theta$  :

$$\theta \cdot \left[ 1 - \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} C^{\theta\theta} e q S \right] = C^{\theta\theta} \left[ \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} \alpha_0 e q S + C_m c q S \right]$$

Ainsi, on obtient :

$$\theta = C^{\theta\theta} \frac{\frac{\partial C_l}{\partial \alpha} e \alpha_0 + C_m c}{1 - C^{\theta\theta} \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} e q S} q S \quad (5.5)$$

On remarque alors que le dénominateur peut s'annuler pour une certaine valeur de la pression dynamique,  $q$ , ainsi le vrillage élastique tend vers l'infini quand la valeur du dénominateur tend vers zéro. C'est ce qu'on appelle la condition de divergence aérodynamique. Rendre le dénominateur nul revient à :

$$\left[ 1 - \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} C^{\theta\theta} e q S \right] = 0 \quad (5.6)$$

La pression dynamique est donné par :

$$q = \frac{1}{2} \rho \cdot U^2 \quad (5.7)$$

En introduisant l'expression (3.7) de la pression dynamique dans l'équation (3.6) :

$$1 - \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} C^{\theta\theta} e \frac{1}{2} \rho U^2 S = 0 \quad (5.8)$$

Ainsi la vitesse de divergence peut être exprimée comme :

$$U_D = \sqrt{\frac{1}{C^{\theta\theta} \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} e \frac{\rho}{2} S}} \quad (5.9)$$

Pour calculer la vitesse de divergence théorique il va nous falloir calculer certaines constantes. Il s'agit notamment de  $C^{\theta\theta}$  qui est spécifique au ressort modélisé,  $S$  qui est spécifique au profil,  $e$  qui dépend à la fois de la construction (pour connaître l'axe élastique) mais aussi du modèle aérodynamique (afin de déterminer le centre aérodynamique),  $\rho$  qui définit le fluide utilisé et enfin,  $\frac{\partial C_l}{\partial \alpha}$ , qui dépend normalement uniquement de la forme du profil, mais qui, si on le calcule avec CFX, dépend aussi du modèle turbulent utilisé (**Tardif d'Hamonville 2009**).

On note qu'en s'approchant de la vitesse de divergence, l'angle de vrillage est censé croître de manière très importante et très rapide, or les logiciels ont des difficultés à modéliser la vitesse d'évolution du phénomène (**Bisplinghoff 1988**).

On peut aussi calculer la valeur de l'angle de vrillage théorique afin de le comparer à la valeur calculée par le couplage. Pour cela, on peut formuler l'expression du vrillage



élastique, dans le cas où le vrillage n'introduit aucune charge aérodynamique supplémentaire, en introduisant  $\alpha = \alpha_0$  et en résolvant le calcul de l'angle de vrillage :

$$\theta_r = C^{\theta\theta} M_y = C^{\theta\theta} \left[ \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} e \alpha_0 + C_m c \right] \cdot q \cdot S \quad (5.10)$$

En divisant l'équation (5.5) par l'équation (5.10) :

$$\theta = \frac{\theta_r}{1 - C^{\theta\theta} \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} e q S} \quad (5.11)$$

En utilisant les équations (5.7) et (5.9) on peut écrire l'angle de vrillage comme :

$$\theta = \frac{\theta_r}{1 - \frac{q}{q_D}} = \frac{\theta_r}{1 - \left( \frac{U}{U_D} \right)^2} \quad (5.12)$$

Ainsi, la valeur théorique du vrillage élastique dépend de la vitesse de divergence et du vrillage calculé en considérant qu'il n'engendre aucune charge aérodynamique supplémentaire.

### 5.3 Comparaison avec des résultats expérimentaux

Une expérience aéroélastique a été réalisée dans le tunnel aérodynamique du Laboratoire d'Ingénierie de l'Université Duke par Jennifer Heeg en 2000. Les objectifs de ces essais étaient de valider les calculs analytiques des caractéristiques des modes non critiques et d'examiner explicitement le phénomène de divergence aérodynamique. Pour atteindre ces buts, le modèle applicable le plus simple qui pourrait être utilisé a été conçu, fabriqué et testé.

Nous avons essayé de reproduire un modèle ANSYS le plus proche possible du modèle expérimental, de reproduire l'expérience en utilisant le couplage ANSYS – CFX et de comparer les résultats de nos simulations aux résultats expérimentaux présentés en (Heeg 2000).

### 5.3.1 Description de l'expérience

Le banc d'essai d'évaluation de divergence en tunnel aérodynamique se compose d'une aile ayant comme section un profil aérodynamique typique avec un système flexible de bâti fournissant un seul degré de liberté du mode dynamique structural: la rotation de torsion, ou l'angle d'attaque.

La section de profil d'aile est un NACA 0012 avec une corde de 8 pouces et une envergure de 21 pouces. Ceci enjambe la section entière du tunnel aérodynamique, du plancher au plafond. L'aile est une coquille en aluminium de 1/32 pouces d'épaisseur. Pour faciliter la fabrication et l'instrumentation, elle a été faite dans deux sections qui se joignent approximativement à la mi-envergure. La structure interne a deux longerons sur l'envergure entière, pour fournir la rigidité de flexion et les propriétés inertielles désirées. Chacune des deux sections d'envergure se compose des longerons internes et des profils qui ont été coupés comme entité simple d'un bloc plein d'aluminium à l'aide d'une machine spéciale.

Le bord de fuite (les derniers 1.125 pouces) de l'aile a été fabriqué séparément pour fournir plusieurs configurations d'essai avec différentes propriétés inertielles. Pour effectuer un grand changement de l'inertie, des segments du bord de fuite ont été fabriqués de plexiglas et de tungstène. Ces pièces ont pu être facilement changées pendant l'essai. Le rapport de la masse du bord de fuite en plexiglas à toute la masse est 0.01, tandis que pour le bord de fuite en tungstène ce rapport est 0.56.

Deux types de ressorts de torsion ont été utilisés, un avec une rigidité de 0.90 lbf·in/deg ( $\cong 5.826 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ ) et un autre avec la rigidité de 2.78 lbf·in/deg ( $\cong 17.996 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$ ).

Trois configurations ont été conçues pour la réalisation des expériences, en combinant les deux types de pièces pour le bord de fuite et les deux types de ressorts.

Pour notre simulation on a choisi de reproduire la configuration #2, qui a le bord de fuite en plexiglas et le ressort à la rigidité de 5,826 N·m/rad. Les paramètres dynamiques structuraux pour ce modèle sont illustrés dans le tableau 9 (extrait du tableau 5 de (Heeg 2000)).

**Tableau 9 : Les paramètres dynamiques structuraux associés aux configurations de modèle de tunnel aérodynamique**

Constante élastique, $K_\alpha$ [N·m/rad]	Pulsation propre, $\omega_\alpha$ [rad/sec]	Fréquence propre, $f_\alpha$ [Hz]	Taux d'amortissement, $\zeta$ [-]
5.8262	49.5	7.88	0.053

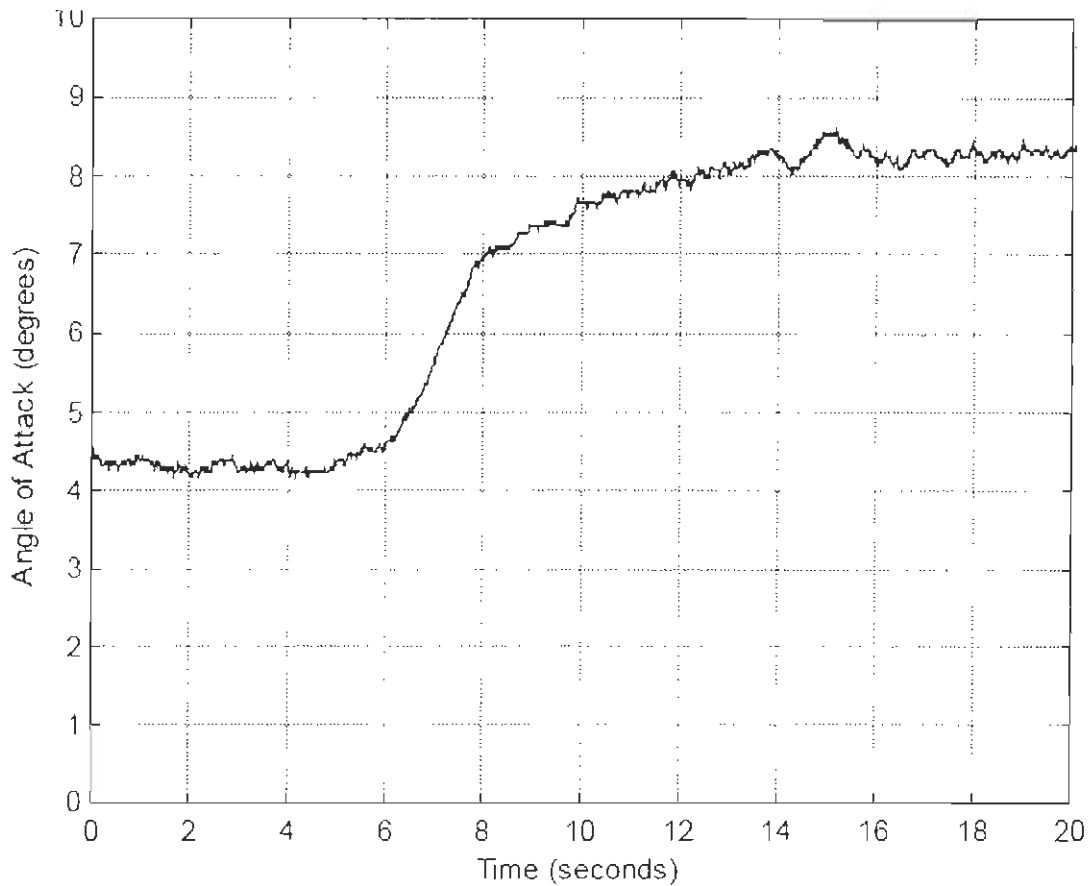
Le tableau 10 (extrait du tableau 6 de (Heeg 2000)) montre les résultats des calculs analytiques des conditions de divergence pour le modèle considéré.

**Tableau 10 : Calcul analytique des conditions de divergence**

Vitesse de l'air, $U$			Pression dynamique, $q$	
[in/sec]	[mph]	[m/s]	[psf]	[N/m <sup>2</sup> ]
754	42.8	19.15	4.6	222

Cependant, quelques paramètres étaient indisponibles dans (Heeg 2000) et un processus itératif de conception a été employé pour établir le modèle à utiliser dans ANSYS (Mechanical APDL). En utilisant les paramètres indiqués dans (Heeg 2000), un modèle préliminaire a été établi et ses fréquences naturelles ont été vérifiées en utilisant ANSYS. Le modèle a été successivement modifié jusqu'à ce que les caractéristiques les plus proches possible du modèle de l'expérience qu'on veut simuler ont été obtenues.

Les objectifs des études entreprises dans l'ouvrage (Heeg 2000) étaient : 1) de trouver la pression dynamique de divergence; 2) d'examiner les caractéristiques modales des modes non critiques, dans des conditions sous critiques et de divergence; 3) d'examiner le comportement des vecteurs propres. Dans cet ouvrage sont présentés plusieurs résultats intéressants parmi lesquels le suivant qui est un graphique montrant la variation de l'angle d'attaque en fonction de la vitesse de l'air (qui est une fonction de temps) lors de la divergence (Figure 28). Le but de nos simulations est de pouvoir simuler le même en employant le couplage ANSYS – CFX.



**Figure 28: Divergence de la configuration #2 du modèle expérimental**

L'essai a été effectué en plaçant le plus proche possible de zéro l'angle d'attaque rigide,  $\alpha_0$ , pour une vitesse de l'air zéro. La pression dynamique de divergence a été déterminée en augmentant graduellement la vitesse et en mesurant la réponse du système jusqu'à ce qu'il soit devenu instable. La pression dynamique a été lentement augmentée jusqu'à ce que l'angle d'attaque soit accru considérablement et soudainement. Ceci a été établi comme pression dynamique de divergence, 5.1 psf (244 N/m<sup>2</sup>). Le diagramme temporel montre que le modèle oscille par rapport à une nouvelle position de l'angle d'attaque, qui n'est pas à l'arrêt dur du ressort. On spécule que l'aile a atteint un angle d'attaque où l'écoulement s'est séparé et le décrochage s'est produit (Heeg 2000).

### 5.3.2 Modèle structurel de l'aile

En raison des limitations de la capacité de calcul disponible, il a été décidé à réduire au maximum le temps de calcul en construisant un modèle à échelle réduite de la configuration expérimentale #2. Les dimensions du domaine fluide ont été réduites en diminuant sa profondeur jusqu'à ce qu'on puisse avoir une seule couche d'éléments, ou autrement dit, qu'on le réduise à un domaine 2D (voir figure 34).

L'envergure de l'aile a été réduite 262,5 fois, de 21 pouces à 0,08 pouce ou à 2,032 millimètres, alors que la corde de l'aile a été maintenue à 8 pouces ou à 203,2 millimètres. Nous avons utilisé un cylindre pour simuler le ressort de torsion utilisé dans la configuration expérimentale #2 qui a été détaillée dans la section précédente. La constante du ressort original est  $K_{\alpha} = 5,8262 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$  et puisque nous avons employé un modèle réduit, avec une envergure 262,5 fois plus petite que l'original, les dimensions et les propriétés du cylindre sont tels que :

$$K_{\alpha r} = \frac{5,8262}{262,5} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad} = 0,022195 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$$

La masse de la configuration considérée du modèle original est de 2,2864 kilogrammes, et la masse de notre modèle est 262,5 fois plus petite, de 0,00871 kilogramme. Le moment d'inertie est tel que notre modèle a la même fréquence fondamentale que l'original qui est de 7,88 Hz.

Les figures 29 et 30 illustrent le modèle construit en ANSYS. La figure 29 expose exclusivement la géométrie tandis que la figure 30 illustre également la discrétisation en éléments finis du modèle.

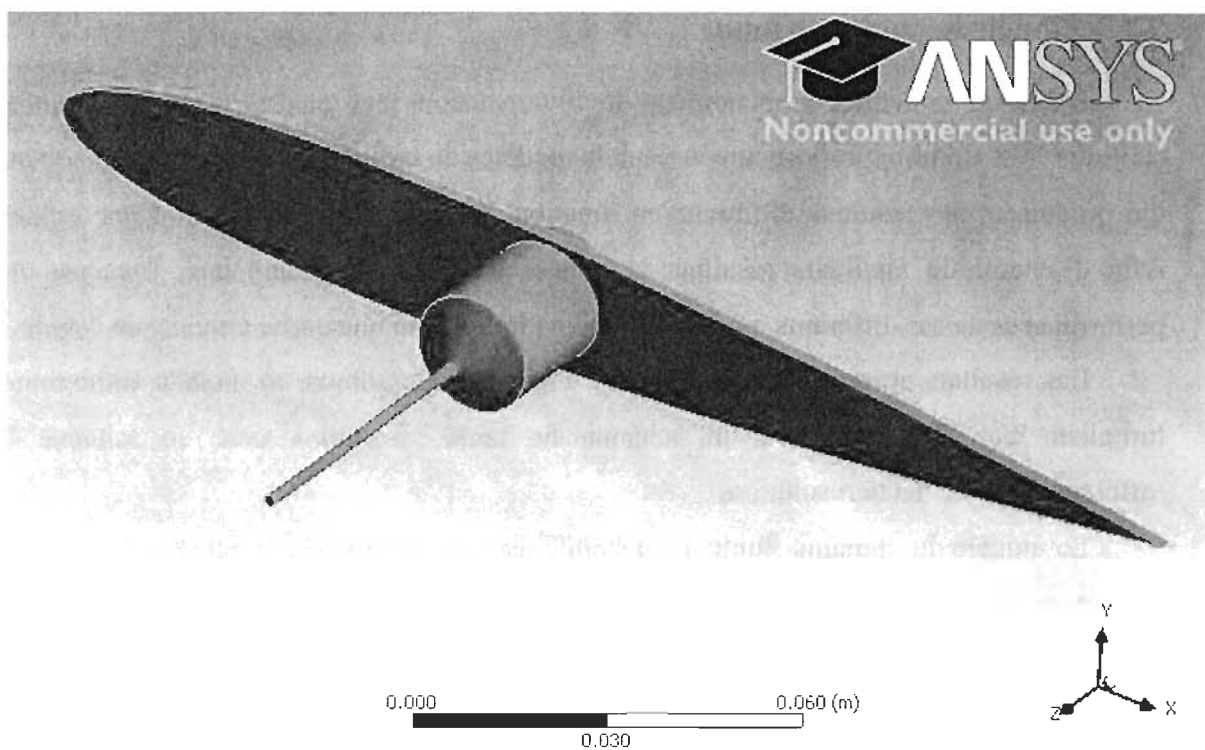


Figure 29: Modèle de la géométrie du profil NACA0012 construit en ANSYS

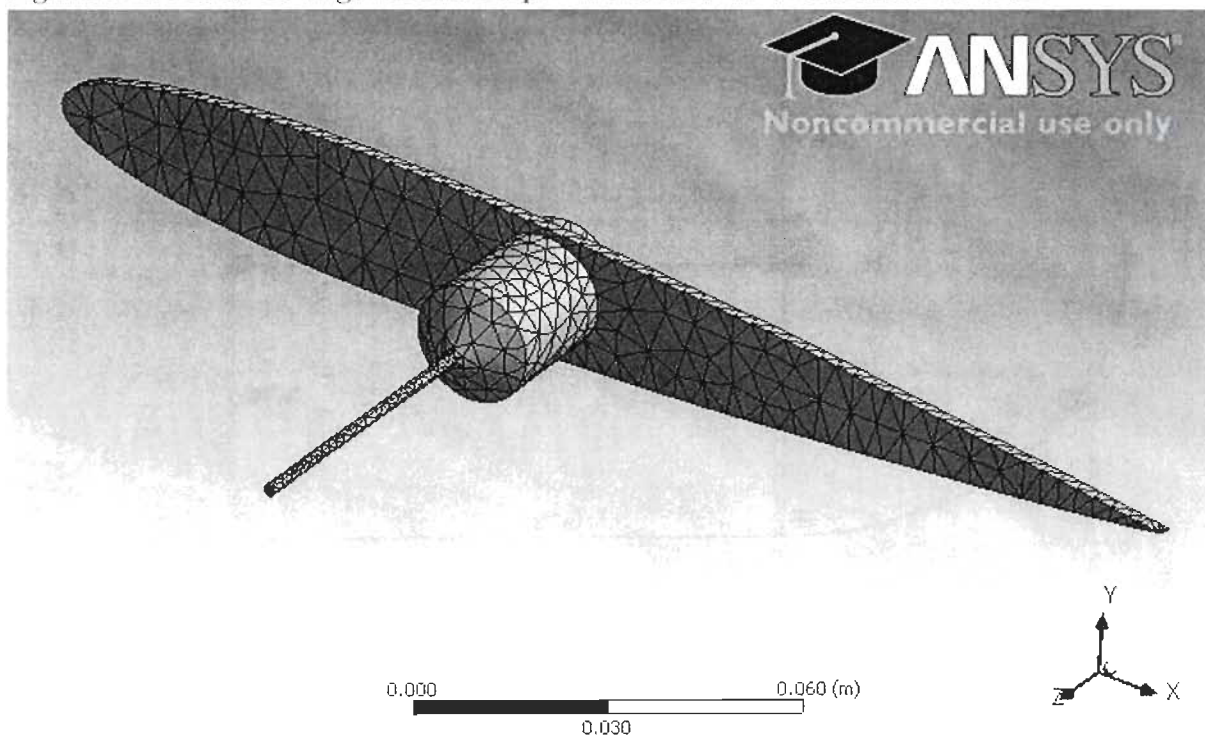


Figure 30: Discrétisation en éléments finis du modèle ANSYS

### 5.3.3 Modèle du domaine fluide

Avant de modéliser le phénomène de divergence en tant que tel, il est important de calibrer CFX. Celui-ci propose une variété de modèles de turbulence et d'options de solveur qui produisent des résultats différents en fonction des paramètres et des modèles utilisés. Afin d'obtenir de meilleurs résultats et mieux modéliser le phénomène, l'analyse des performances de ces différents modèles mathématiques a été une partie cruciale de l'étude.

Les résultats prouvent que le meilleur choix est d'employer un modèle entièrement turbulent  $k-\omega$  SST couplé à un schéma de haute résolution avec un schéma de différenciation de haute résolution.

Le modèle du domaine fluide a été établi basé sur des travaux conduits par T. Tardif d'Hamonville et A. Ilinca (Tardif d'Hamonville 2009). Dans cette étude nous travaillons avec un domaine défini par un demi-cercle avec le rayon  $l_1 \times c$  autour du profil et deux rectangles dans le sillage de longueur  $l_2 \times c$ , comme illustré dans la figure 31.

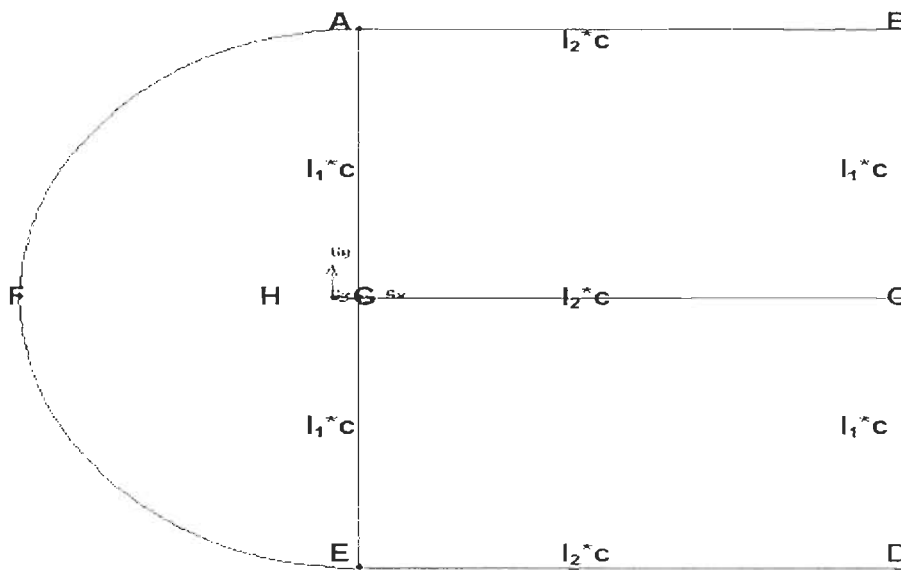


Figure 31: Illustration du domaine fluide

Dans ce cas-ci, les valeurs des longueurs  $l_1$  et  $l_2$  sont indiquées dans le tableau 11 ci-dessous.

Tableau 11 : Dimensions caractéristiques du domaine fluide

Parameter	$l_1$ [-]	$l_2$ [-]	$c$ [m]
Value	9	15	0,2032

• Caractéristiques du maillage du domaine fluide (pour la définition des paramètres, voir (Tardif d'Hamonville 2009))

- La taille des éléments le long du profil,  $a_1$  est de 0,0005 m à 0,001 m.
- Le taux de croissance des éléments vers les limites externes du domaine :  $f_2 = 1,2$
- La taille des éléments aux limites externes du domaine :  $a_7 = 0,15$  m
- La taille du premier élément de la couche limite :  $a_3 = 0,00002$  m
- Nombre de divisions dans la couche limite :  $n_3 = 9$
- Facteur d'expansion des éléments de la couche limite :  $f_1 = 1,16$

Vu que le domaine fluide a été réduit en profondeur, on n'a pas fait de compromis pour ce qui est de la finesse du maillage autour du profil. Le maillage du domaine fluide est présenté dans les figures 32, 33 et 34.

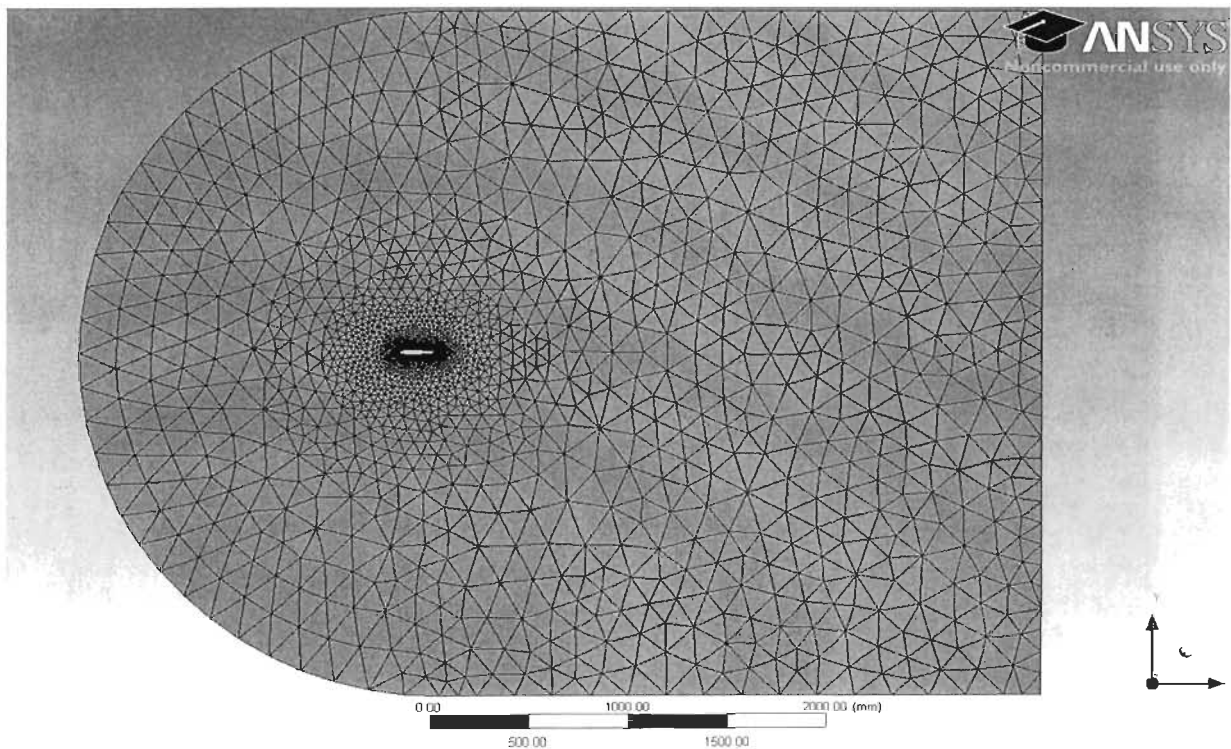


Figure 32: Maillage du domaine fluide. Vue d'ensemble



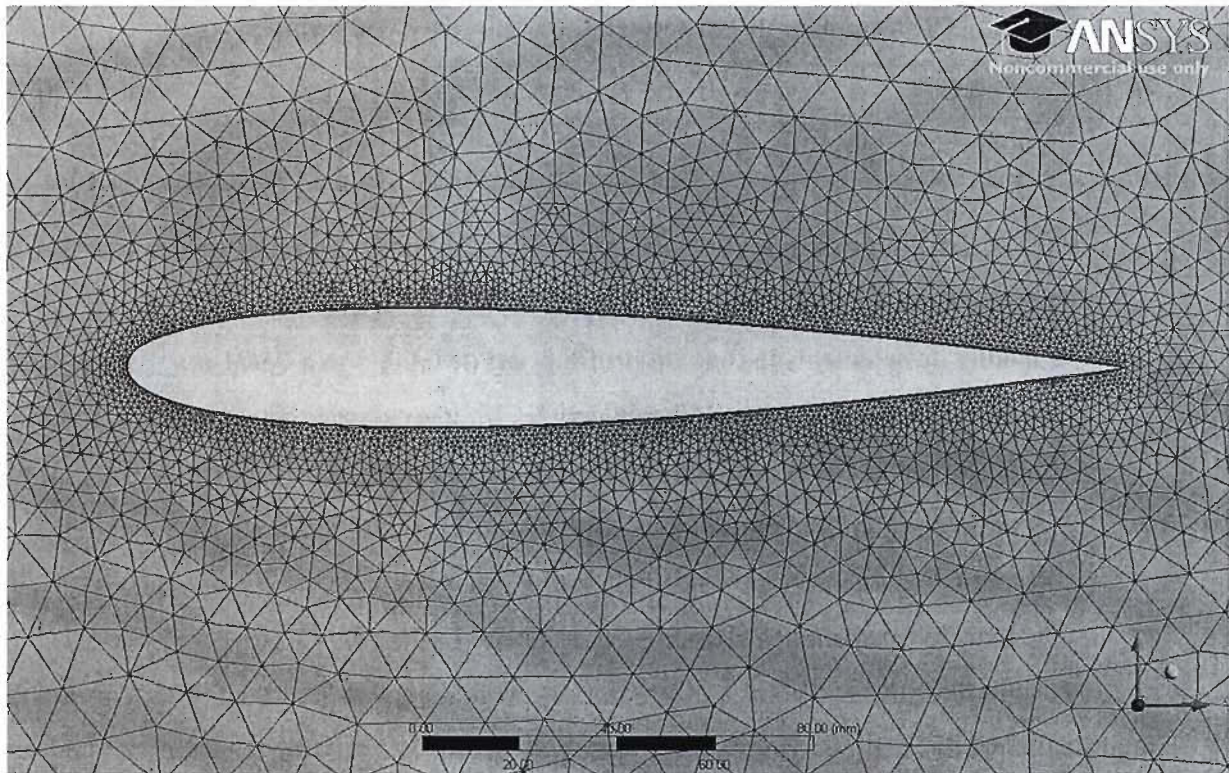


Figure 33: Maillage du domaine fluide autour du profil

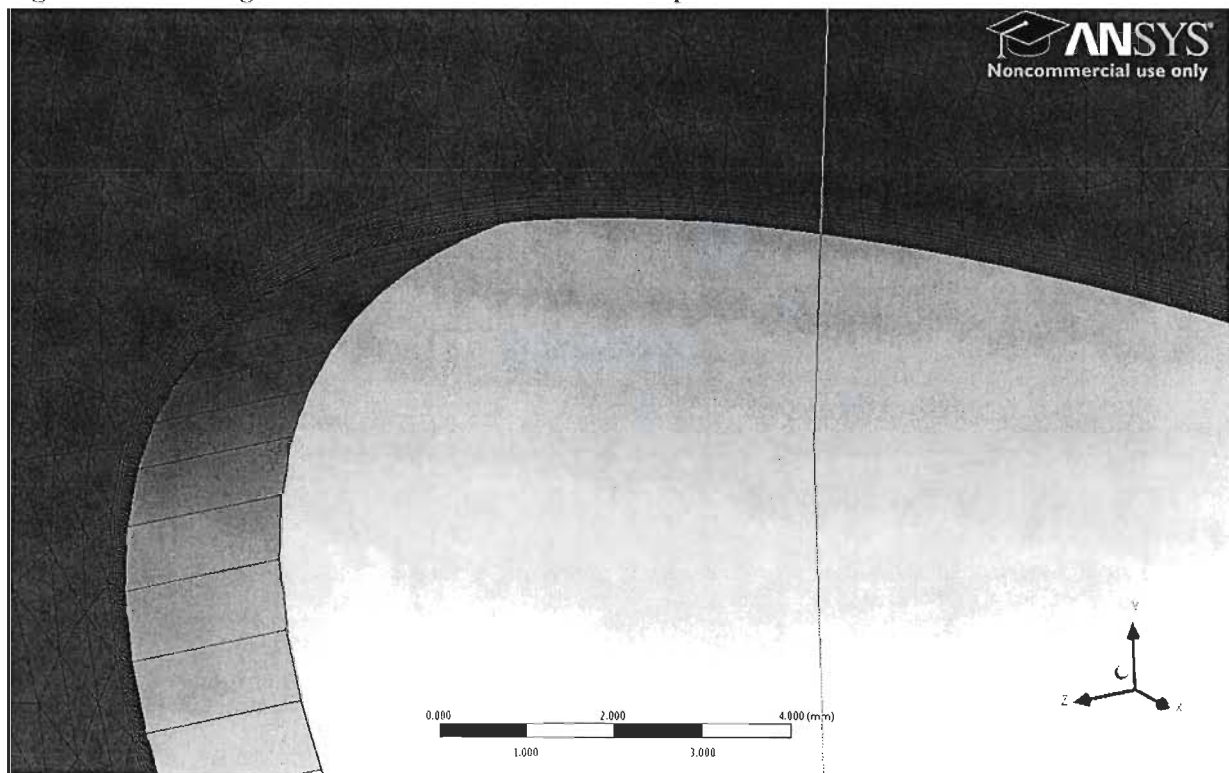


Figure 34 : Maillage autour du profil. Détail

### 5.3.4 Résultats analytiques

Avant de commencer les simulations, on a fait un calcul préliminaire de la vitesse de divergence à l'aide de l'équation (5.9) en utilisant des valeurs approximatives pour la pente de la courbe du coefficient de portance  $\frac{\partial C_l}{\partial \alpha}$ .

Afin de calculer la valeur théorique de la vitesse de divergence, certains paramètres doivent être déterminés d'abord. Ceux-ci sont :  $C^{00}$ , qui est spécifique au ressort modélisé,  $S$  étant inhérent au profil,  $e$ , qui dépend du profil (axe élastique) et du modèle aérodynamique,  $\rho$ , qui dépend du fluide utilisé, et  $\frac{\partial C_l}{\partial \alpha}$ , qui dépend de la forme du profil et également du modèle turbulent utilisé.

Afin d'obtenir le coefficient de flexibilité du ressort de rotation,  $C^{00}$ , utilisé dans les expériences réalisées au laboratoire de la NASA pour les deux premières configurations nous avons utilisé un cylindre comme ressort de torsion. La constante du ressort utilisé dans l'expérience est  $K = 5,8262 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$  et puisque nous avons employé un modèle réduit, avec une envergure 262.5 fois plus petit que l'original, les dimensions et les propriétés du cylindre sont tel que :

$$K_{ar} = \frac{5,8262}{262,5} \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad} = 0,022195 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{rad}$$

$$\text{Et le coefficient de flexibilité est : } C^{00} = \frac{1}{K_{ar}} = 45,0552 \text{ rad}/\text{N}\cdot\text{m}$$

La distance,  $e$ , entre l'axe élastique et le centre aérodynamique pour le modèle que nous avons considéré est  $0,375 \cdot b$ , où  $b = c/2 = 0,1016 \text{ m}$ .

La surface rigide est  $S$ , le produit de la corde et de l'envergure :

$$S = 0,2032\text{m} \cdot 0,002032\text{m} = 0,0004129024 \text{ m}^2.$$

En ce qui concerne la pente du coefficient de portance, celle-ci pose les plus grands problèmes, parce qu'elle n'a pas une valeur bien établie.

1) En utilisant le logiciel Javafoil, écrit par Martin Hepperle sur la base du code Eppler (Hepperle 2007), nous avons calculé le coefficient de portance à l'angle de  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $3^\circ$  et  $4^\circ$  tel que :  $C_{l,\alpha=1^\circ} = 0,118$ ;  $C_{l,\alpha=2^\circ} = 0,238$ ,  $C_{l,\alpha=3^\circ} = 0,357$  et  $C_{l,\alpha=4^\circ} = 0,475$ .

Alors entre  $0^\circ$  et  $4^\circ$  on trouve une valeur moyenne pour la pente du coefficient de portance de:

$$\frac{\partial C_l}{\partial \alpha} = \frac{0,238}{2^\circ} = 0,11875 \text{ deg}^{-1} = 6,803 \text{ rad}^{-1}$$

2) La valeur théorique de la pente du coefficient de portance (Abbott I.H. 1959) est  $2\pi = 6,283 \text{ rad}^{-1}$

3) La valeur sortie de la polaire expérimentale de Jacobs et Sherman (Jacobs 1937)

(voir ANNEXE III) est: 
$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 0.105 \text{ deg}^{-1} = 6,016 \text{ rad}^{-1}.$$

4) La valeur sortie de la polaire expérimentale de Sheldahl et Klimas (Sheldahl 1981)

(voir ANNEXE III) est: 
$$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = 0.110 \text{ deg}^{-1} = 6,302 \text{ rad}^{-1}.$$

Par conséquent, selon la valeur de la pente du coefficient de portance qu'on introduit dans la formule (5.9), la vitesse de divergence est :

$$1) U_D = \sqrt{\frac{l}{C^{0\theta} \frac{\partial C_l}{\partial \alpha} e \frac{\rho}{2} S}} = \sqrt{\frac{l}{45,0552 \cdot 6,803 \cdot 0,375 \cdot 0,1016 \cdot \frac{1,225}{2} \cdot 4,129 \cdot 10^{-4}}} = 18,40 \text{ m/s}$$

pour  $\frac{\partial C_l}{\partial \alpha} = 6,803 \text{ rad}^{-1}$ , calculé avec JavaFoil.

2)  $U_D = 19,15 \text{ m/s}$ , pour la valeur théorique de la plaque plane :  $\frac{\partial C_l}{\partial \alpha} = 6,283 \text{ rad}^{-1}$ .

Celle-ci est la vitesse théorique de divergence indiquée dans le tableau 2 de l'article présentant l'expérience de la NASA (Heeg 2000).

3)  $U_D = 19,57 \text{ m/s}$ , pour la valeur sortie des expériences de Jacobs et Sherman :

$$\frac{\partial C_l}{\partial \alpha} = 6,016 \text{ rad}^{-1}.$$

4)  $U_D = 19,12 \text{ m/s}$ , pour la valeur sortie des expériences de Sheldahl et Klimas :

$$\frac{\partial C_l}{\partial \alpha} = 6,302 \text{ rad}^{-1}.$$

### 5.3.5 Résultats des simulations

Afin de vérifier l'exactitude des simulations de la divergence que nous nous avons conduites, on a commencé par construire les courbes du coefficient de portance du profil NACA0012 en utilisant CFX au nombre de Reynolds de  $2,6 \times 10^5$ , qui correspond à l'écoulement autour notre profil à une vitesse de 20 m/s, et par comparer les résultats aux données expérimentales (**Jacobs 1937**), (**Sheldahl 1981**). Nous avons employé le modèle de turbulence et les paramètres de domaine et de maillage tel que décrit dans les sections précédentes de ce chapitre.

#### 5.3.5.1 Construction de la courbe $C_L(\alpha)$

##### 5.3.5.1.1 Résultats des simulations avec CFX

Au début nous avons considéré nécessaire de dessiner la courbe de  $C_L(\alpha)$  à la vitesse de 20 m/s, qui est entre la vitesse de divergence de 19.15 m/s estimée, par J. Heeg (**Heeg 2000**) employant la formule (5.9) et la vitesse de divergence de 20,16 m/s obtenue par expérimentations. À cette vitesse, le nombre de Reynolds est approximativement  $2,6 \times 10^5$ , qui est une valeur relativement basse et nous comptons que la forme de la courbe ne suive pas exactement la théorie.

Pour la validation de nos calculs, on a utilisé les données expérimentales pour le profil NACA0012 à bas nombres de Reynolds de Sheldahl et Klimas (**Sheldahl 1981**) pour  $Re = 3,6 \times 10^5$  et de Jacobs et Sherman (**Jacobs 1937**) pour  $Re = 1,7 \times 10^5$  et  $3,3 \times 10^5$ , en interpolant les données pour obtenir les valeurs au  $Re = 2,6 \times 10^5$ .

Les résultats des simulations sont présentés dans le Tableau 12 (voir aussi l'ANNEXE IV) pour des angles d'attaque de  $0^\circ$  à  $13,5^\circ$ , à un pas de  $0,5^\circ$ . Dans la première colonne, on a écrit les valeurs des coefficients de portance, dans la troisième et la quatrième colonne on a estimé la pente moyenne du coefficient de portance sur des domaines de  $0,5^\circ$ . Dans la dernière colonne, on a estimé, en utilisant la formule (5.9), la valeur moyenne de la vitesse de divergence pour chaque domaine de  $0,5^\circ$ , jusqu'au décrochage, à  $11,5^\circ$ . On a fait ça pour mettre en évidence les non-linéarités de la polaire  $C_L(\alpha)$  à  $Re = 2,6 \times 10^5$ .

Tableau 12 : Coefficients de portance calculés avec ANSYS-CFX pour  $Re = 2,6 \times 10^5$ 

$\alpha$ [deg]	$C_L$	Intervalle [ $\alpha_1$ ; $\alpha_2$ ]	$\delta C_L / \delta \alpha$ [1/deg]	$\delta C_L / \delta \alpha$ [1/rad]	$U_D$ [m/s]
0	0		–	–	–
0,5	0,051	[0° ; 0,5°]	0,102	5,860	20,17
1	0,105	[0,5° ; 1°]	0,107	6,142	19,70
1,5	0,154	[1° ; 1,5°]	0,098	5,597	20,64
2	0,206	[1,5° ; 2°]	0,104	5,950	20,01
2,5	0,258	[2° ; 2,5°]	0,106	6,055	19,84
3	0,310	[2,5° ; 3°]	0,104	5,931	20,05
3,5	0,359	[3° ; 3,5°]	0,097	5,584	20,66
4	0,411	[3,5° ; 4°]	0,103	5,922	20,06
4,5	0,455	[4° ; 4,5°]	0,089	5,080	21,66
5	0,505	[4,5° ; 5°]	0,101	5,762	20,34
5,5	0,548	[5° ; 5,5°]	0,086	4,909	22,03
6	0,599	[5,5° ; 6°]	0,102	5,818	20,24
6,5	0,645	[6° ; 6,5°]	0,092	5,267	21,27
7	0,680	[6,5° ; 7°]	0,070	4,023	24,34
7,5	0,724	[7° ; 7,5°]	0,089	5,073	21,67
8	0,755	[7,5° ; 8°]	0,061	3,513	26,05
8,5	0,798	[8° ; 8,5°]	0,086	4,955	21,93
9	0,822	[8,5° ; 9°]	0,049	2,789	29,23
9,5	0,848	[9° ; 9,5°]	0,052	2,961	28,37
10	0,877	[9,5° ; 10°]	0,059	3,352	26,66
10,5	0,899	[10° ; 10,5°]	0,043	2,485	30,97
11	0,921	[10,5° ; 11°]	0,044	2,519	30,76
11,5	0,935	[11° ; 11,5°]	0,029	1,647	38,04
12	0,924	[11,5° ; 12°]	-0,023	-1,332	–
12,5	0,941	[12° ; 12,5°]	0,035	2,021	–
13	0,97170	[12,5° ; 13°]	0,06048	3,46542	–
13,5	0,96353	[13° ; 13,5°]	-0,01634	-0,93613	–

### 5.3.5.1.2 Résultats expérimentaux de Jacobs et Sherman

Jacobs et Sherman ont réalisé pour NACA (*Comité Consultatif National pour l'Aéronautique des ÉUA*) en 1937 des expérimentations pour obtenir les caractéristiques aérodynamiques des quelques profils aérodynamiques symétriques utilisés en aéronautique, parmi lesquelles NACA0012 (**Jacobs 1937**). L'ANNEXE III présente les résultats de leurs tests expérimentaux, la courbe du coefficient de portance du profil NACA0012 à différents nombres de Reynolds, parmi lesquelles  $Re = 1,7 \times 10^5$  et  $Re = 3,3 \times 10^5$ .

La figure 35 présente la comparaison entre la courbe du coefficient de portance calculée avec ANSYS-CFX et les résultats des tests expérimentaux de Jacobs & Sherman. On voit que la différence entre les valeurs du coefficient de portance calculées à  $Re = 1,7 \times 10^5$  et à  $Re = 3,3 \times 10^5$  est très petite (environ 4% dans la région de décrochage). Les résultats sont en bon accord avec les résultats des analyses CFX jusqu'à un angle d'attaque de  $9^\circ$ . Entre  $9^\circ$  et  $12^\circ$  la forme des courbes est semblable, mais les valeurs du coefficient de portance calculées par CFX sont de l'ordre de 10% plus grandes que celles mesurées. La valeur de la pente commence à diminuer d'une façon visible après  $4^\circ$ .

### 5.3.5.1.3 Résultats expérimentaux de Sheldahl et Klimas

Sheldahl et Klimas ont réalisé des tests expérimentaux aux Laboratoires Nationales Sandia en 1980 pour obtenir les caractéristiques aérodynamiques des quelques profils aérodynamiques symétriques utilisés dans la construction des éoliennes à axe vertical, parmi lesquelles NACA0012 (**Sheldahl 1981**). L'ANNEXE C présente les résultats de leurs tests expérimentaux et la courbe du coefficient de portance du profil NACA0012 à  $Re = 3,6 \times 10^5$ .

La figure 36 présente la comparaison entre la courbe du coefficient de portance calculée avec ANSYS-CFX et les résultats expérimentaux de Sheldahl & Klimas.

Les courbes pour  $Re = 3,6 \times 10^5$  sont visiblement non linéaires même à des petits angles d'attaque. La valeur de la pente commence à diminuer d'une façon plus évidente après  $4^\circ$ . La diminution du coefficient de portance en décrochage est plus importante que celle de

l'expérience de Jacobs & Sherman où les courbes sont plus aplaties dans la région de décrochage.

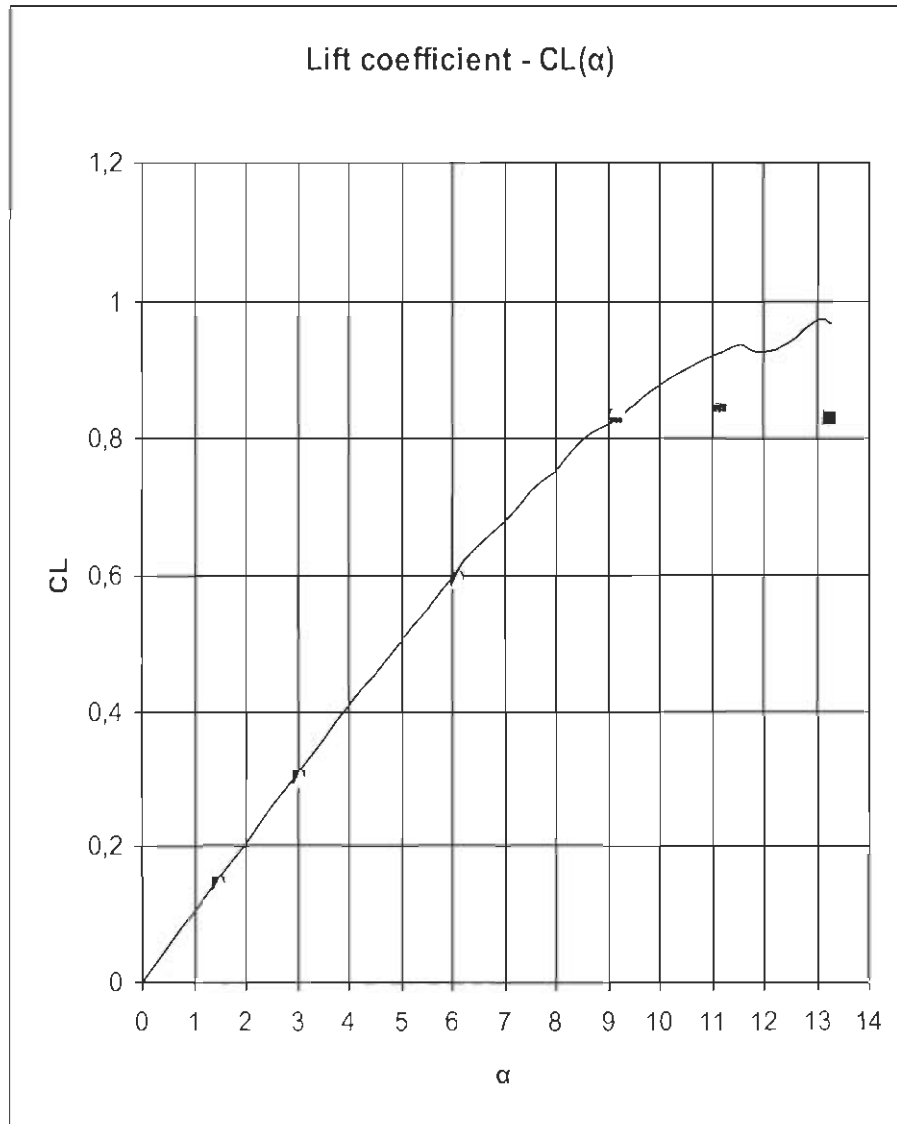


Figure 35: Courbe du coefficient de portance  $C_L(\alpha)$  du profil NACA 0012 pour  $Re = 2,6 \times 10^5$  calculée avec ANSYS-CFX et résultats expérimentaux de Jacobs & Sherman (carré magenta pour  $Re = 1,7 \times 10^5$ , triangle jaune pour  $Re = 3,3 \times 10^5$ )

À la différence de l'expérience de Jacobs & Sherman le phénomène d'hystérésis aérodynamique est évident. On voit clairement la dépendance du coefficient de portance avec le sens de variation de l'angle d'attaque près de l'angle de décrochage

aérodynamique. Ceci fait en sorte qu'il devient une fonction à valeurs multiples de l'angle d'attaque plutôt qu'une fonction à valeurs simples, dans la boucle d'hystérésis.

Les résultats de l'analyse de CFX sont en bon accord avec l'expérience jusqu'à un angle d'attaque de  $10,5^\circ$ . À  $2,5^\circ$  le résultat CFX est inférieur de 13%, à  $4,5^\circ$  de 20% et à  $6,5^\circ$  de 6%. La valeur maximale du  $C_L$  tirée de l'expérience est 0.90 à  $10,5^\circ$ , alors que près de  $12^\circ$  on a deux valeurs pour  $C_L$  : 0.924 pour  $\alpha$  croissant et  $0,81^\circ$  pour  $\alpha$  décroissant. Les valeurs maximales calculées par CFX sont 0.899 à  $10,5^\circ$  et 0.924 à  $12^\circ$ .

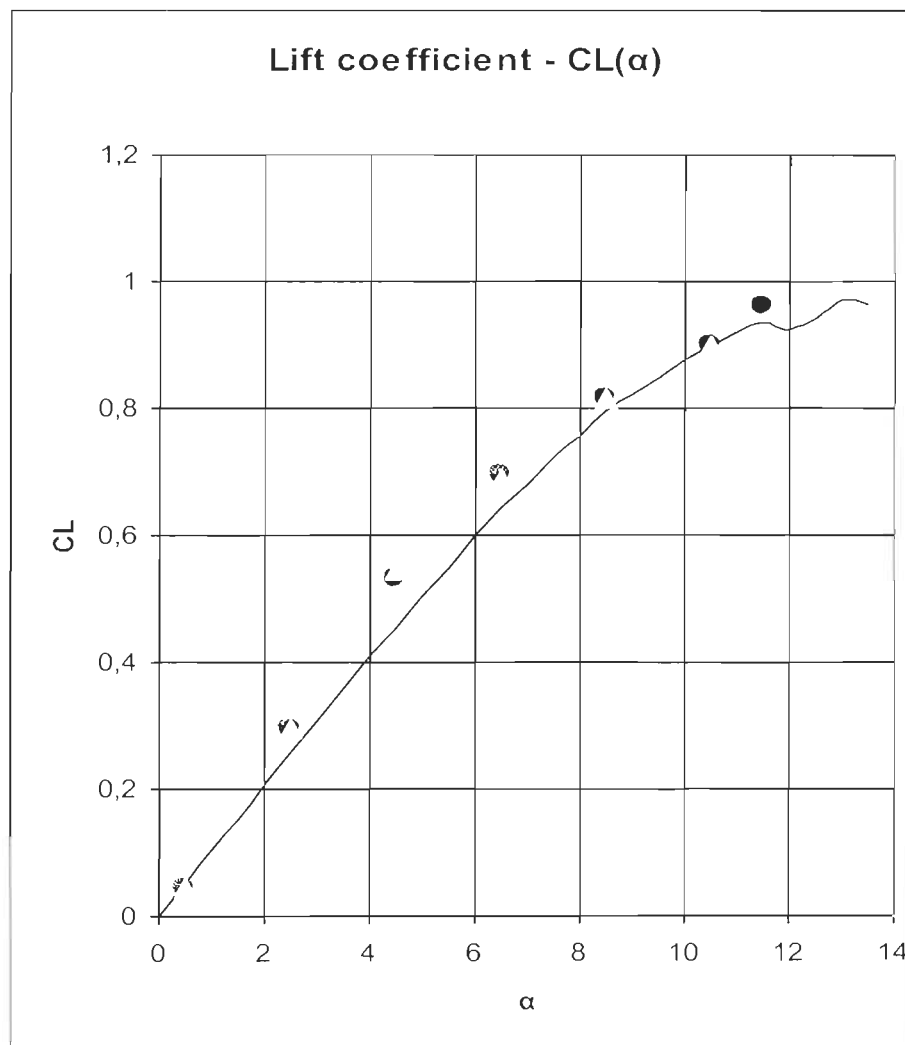


Figure 36: Courbe du coefficient de portance  $C_L(\alpha)$  du profil NACA 0012 pour  $Re = 2,6 \times 10^5$  calculée avec ANSYS-CFX et résultats expérimentaux de Sheldahl & Klimas (cercle magenta pour angle croissant, triangle jaune pour angle décroissant)



### 5.3.5.2 Vérification du couplage fluide-structure

Afin de vérifier le couplage entre le module d'analyse structurelle – Mechanical – et le module d'analyse des fluides – CFX – du logiciel ANSYS, nous avons fait une analyse pour laquelle il est facile d'extraire des résultats. Nous avons soumis le profil à un écoulement constant en dessous de la vitesse de divergence afin de voir s'il arrive à une position stable et, si oui, de vérifier à cet angle d'équilibre la condition  $M_{Élastique} = M_{Aérodynamique}$ .

#### 5.3.5.2.1 Simulation

Le modèle du profil de la configuration #2 employé par Jennifer Heeg dans ses expériences (Heeg 2000) a été fixé à un angle d'attaque  $\alpha_0 = 4^\circ$ , exempté de tous les degrés de liberté et soumis à un écoulement constant de vitesse  $U = 15$  m/s. Soudainement, la fixation est enlevée et l'écoulement d'air agit sur le profil, qui peut maintenant tourner autour de son axe élastique. Le profil oscille alors avec l'amplitude atténuée par l'amortissement structurel imposé et l'amortissement aérodynamique et converge lentement vers une nouvelle position d'équilibre. La durée totale de cette simulation est de 1s. La figure 37 illustre la réponse calculée par le logiciel d'ANSYS CFX, la variable représentée étant le déplacement vertical du bord de fuite du profil d'aile.

#### 5.3.5.2.2 Analyse des résultats

La force de portance qui agit sur le profil à la fin de la simulation où, comme nous pouvons voir, le profil est arrivé à la position d'équilibre, calculée par CFX, est  $F_L = 0,03638$  N. L'angle d'incidence du profil correspondant au déplacement vertical de 0,006 m du bord de fuite est:

$$\alpha = \arcsin(\sin(\alpha_0) + 0.006 / y_0)$$

où  $y_0 = 0,1143$  m est la distance entre le centre élastique et l'extrémité du bord de fuite. Nous obtenons ainsi l'angle d'équilibre  $\alpha = 7,022^\circ$ . À cet angle, le moment élastique est :

$$M_E = K_\alpha \cdot (\alpha - \alpha_0) = 0,022195 \cdot 0,05275 = 0,00117 \text{ Nm}$$

Nous trouvons la même valeur du moment aérodynamique, calculée par CFX. Nous pouvons également calculer le moment aérodynamique d'une autre manière, en utilisant la formule :

$$M_y = F_L \cdot (e - C_p \cdot c) + C_m \cdot c \cdot q \cdot S \quad (5.13)$$

qui représente la formule (5.3) modifiée pour tenir compte de la modification de la position du centre de pression ( $C_p$  est la position du centre de pression), qui se déplace vers le bord de fuite à mesure que l'angle d'attaque augmente.

En utilisant le logiciel Javafoil (**Hepperle 2007**) on calcule, à l'angle d'incidence de  $7^\circ$ , la position du centre de pression à  $0,266 \cdot c$  et la valeur du coefficient de moment à  $-0,013$ . En utilisant ceci, nous trouvons une valeur approximative du moment aérodynamique :

$$\begin{aligned} M_y &= 0,03637 \cdot (0,4375 - 0,266) \cdot 0,2032 - 0,013 \cdot 0,2032 \cdot 133,2 \cdot 4,129 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \\ &\Rightarrow M_y = 0,001122 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Le moment aérodynamique calculé avec Javafoil est environ 4,1% plus petit que le moment élastique. L'erreur est petite, due sans doute aux approximations utilisées par Javafoil.

Un autre élément de vérification est la valeur de la fréquence d'oscillation de la structure, que nous pouvons extraire de la figure 37. La durée totale de la simulation est de 1 seconde, ce qui représente 500 pas de temps dans la figure 37. Entre le pas de temps 200 et 400 on a trois oscillations complètes ce qui nous dit que la fréquence des oscillations est  $f = 3/0,4s = 7,5 \text{ Hz}$ . C'est une valeur plus petite que celle de 7,88 Hz qui est la fréquence propre de notre modèle, mais cela nous dit que l'amortissement aérodynamique à cette vitesse de l'air est important.

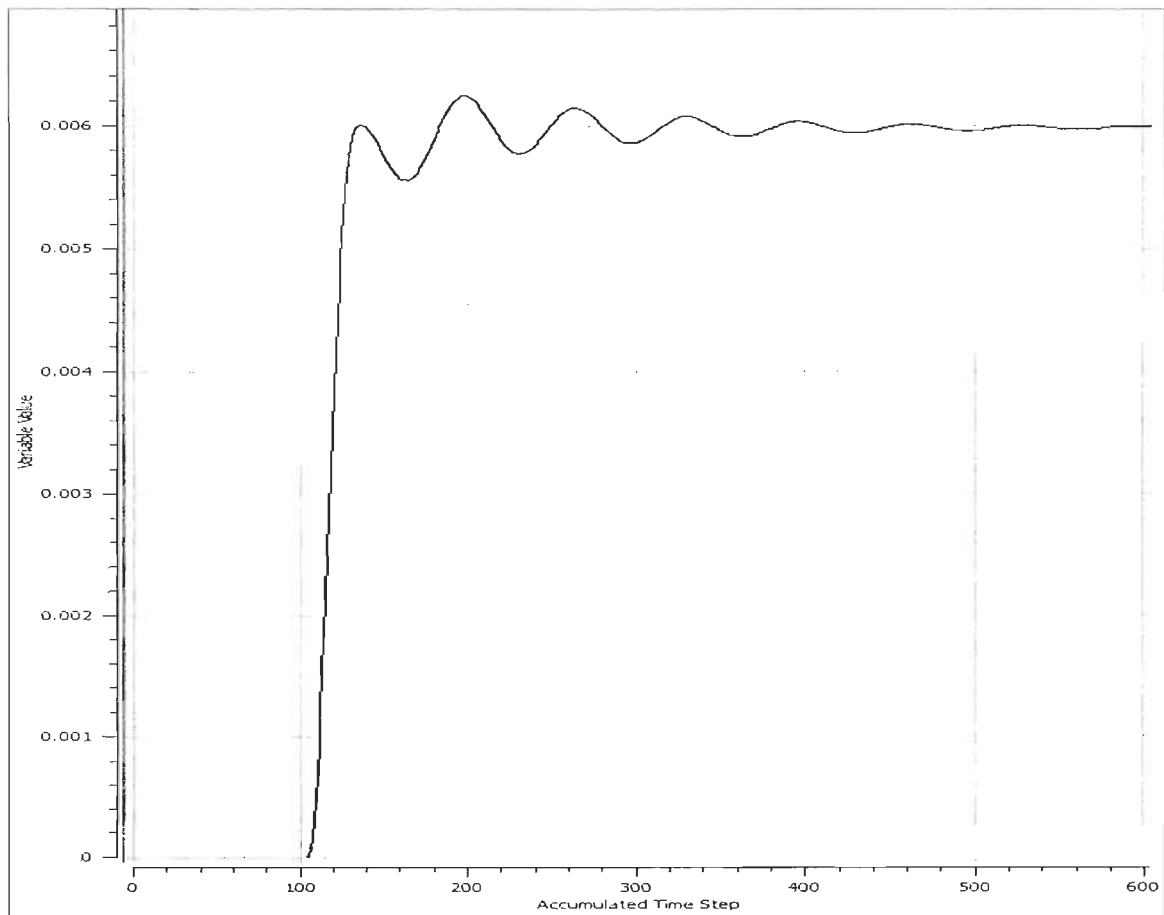


Figure 37: Réponse oscillante du profil soumis soudainement à un écoulement constant de 15m/s

### 5.3.5.3 Simulations de la divergence

Dans cette section on présente les résultats de deux simulations visant à modéliser la divergence de la configuration #2 de l'ouvrage (Heeg 2000). On a utilisé les paramètres de modèle, de domaine et de maillage détaillés dans les paragraphes 5.3.2 et 5.3.3 et la structure de couplage ANSYS – CFX illustrée dans le paragraphe 4.2.4 de ce mémoire.

Le modèle a été soumis à des écoulements de vitesse croissante en commençant par un écoulement stabilisé à basse vitesse. On a réalisé aussi des simulations aux vitesses constantes de 19 m/s, 20 m/s et 21 m/s, proches de la valeur estimée pour la divergence, pour vérifier et mieux comprendre les résultats des simulations à vitesse variable. Le phénomène est fortement complexe et exige un échange de données constant entre le

module structural et le module de mécanique des fluides (CFX) dans les deux sens. En outre, on a noté qu'afin de modéliser correctement le phénomène, de très petits pas de temps sont exigés. Ces deux raisons rendent le processus de simulation du phénomène de divergence très long et difficile. En raison des limitations de la capacité de stockage et de calcul des ordinateurs que nous avons utilisés pour ces simulations, nous avons été obligés de faire des simulations de courte durée, de maximum 6 secondes.

#### 5.3.5.3.1 Paramètres des simulations

- **Recommandations ANSYS**

La dimension du pas de temps est un paramètre important dans les simulations transitoires. Il doit être assez petit pour résoudre des caractéristiques dépendant du temps et assurer la stabilité du solveur, tel qu'illustré à la Figure 38. La quantité d'intérêt pourrait changer très lentement (dans notre cas la vitesse de l'écoulement d'air), mais on ne peut pas être en mesure d'utiliser un pas de temps plus grand si d'autres quantités (dans notre cas le Déplacement du Maillage) ont des échelles de temps plus petites.

Le nombre de Courant est utilisé pour estimer le pas de temps. Cela donne le nombre d'éléments de maillage traversés par le fluide durant un pas de temps. Les valeurs typiques sont entre 2 et 10, mais dans certains cas des valeurs plus élevées sont acceptables. Le nombre de Courant moyen et maximum est écrit dans le fichier de sortie du Solveur à chaque pas de temps. Un pas de temps plus petit peut améliorer généralement la convergence.

- **Le nombre de Courant**

Le nombre de Courant  $Co$ , également connu sous le nom de condition de Courant–Friedrichs–Lewy (d'après Richard Courant, Kurt Friedrichs et Hans Lewy), est un nombre sans dimension utilisé en dynamique des fluides numérique (Courant 1967). Il consiste en une condition de convergence pour résoudre certaines équations aux dérivées partielles (notamment les équations hyperboliques). Généralement, il représente une condition

nécessaire, mais pas suffisante pour la convergence des solutions aux différences, volumes ou éléments finis d'un problème numérique donné (Wikipedia 2011).

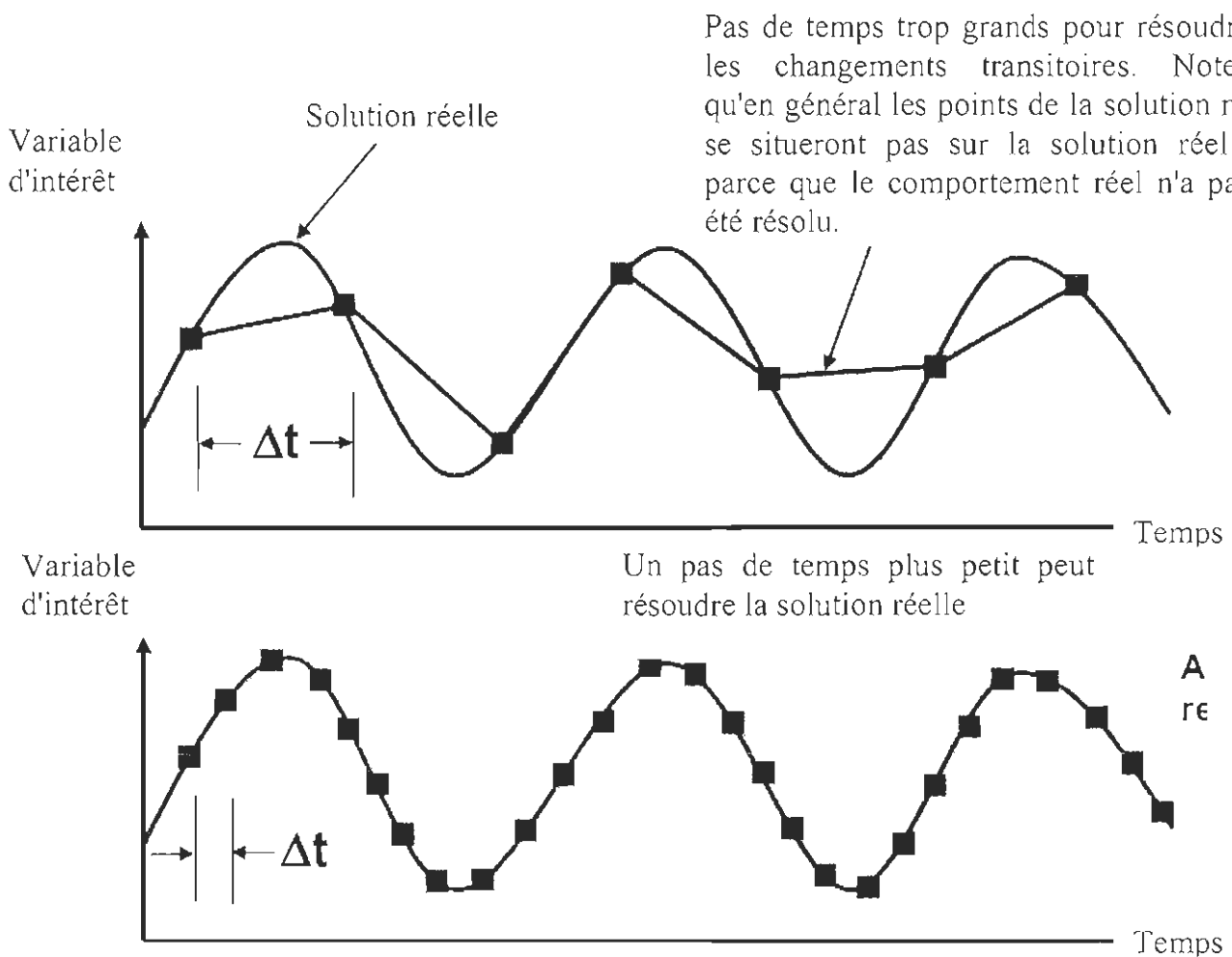


Figure 38: Effet de la dimension du pas de temps sur les résultats d'une simulation transitoire

Pratiquement, il sert à donner le seuil dimensionnel au-dessus duquel on observe une instabilité de calcul, l'erreur d'approximation grandissant rapidement au fur et à mesure des calculs. Si la dimension de la grille est inférieure à la distance parcourue durant le pas de temps par l'onde la plus rapide que permet l'équation, l'erreur grandit et envahit la solution physique (Eumetcal 2010).

On définit le nombre de Courant de la manière suivante

$$Co = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x}$$

où:

- $u$  - vitesse constante dans la direction  $x$
- $\Delta t$  - intervalle temporel
- $\Delta x$  - intervalle dimensionnel

La condition Courant–Friedrichs–Lewy est généralement prescrite pour ces termes dans EDP qui représentent advection (partie hyperbolique de l'EDP). Pour le cas unidimensionnel, la condition CFL est donnée par:

$$\frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x} \leq C$$

où la constante  $C$  dépend de l'équation particulière à résoudre et non pas de  $\Delta t$  et  $\Delta x$ .

Dans le bidimensionnel cela devient:

$$\frac{u_x \cdot \Delta t}{\Delta x} + \frac{u_y \cdot \Delta t}{\Delta y} \leq C.$$

La condition Courant–Friedrichs–Lewy peut être une contrainte très restrictive sur le pas de temps  $\Delta t$ , dans la mesure où pour certaines équations différentielles partielles de quatrième ordre, elle peut être de la forme

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^4} \leq C$$

et on fait souvent des efforts pour l'éviter en utilisant des méthodes implicites (Wikipedia 2011).

#### 5.3.5.3.2 Simulation en utilisant la fonction de vitesse $U(t) = 24 - 23 \cdot \exp(-2 \cdot t)$

Le modèle de la configuration #2 a été fixé à un angle d'attaque très petit  $\alpha_0 = 0,1^\circ$ , exempté de tous les degrés de liberté et soumis – pour des fins de convergence – à une vitesse constante de l'air de 1 m/s jusqu'à la stabilisation de l'écoulement. La fixation est enlevée – le profil peut maintenant tourner autour de son axe élastique – et on augmente la

vitesse de l'air selon la fonction  $U = 24 - 23 \cdot \exp(-2 \cdot t)$  de 1 m/s jusqu'à 23,94 m/s à la fin de la simulation, après 3 secondes. Le pas de temps employé a été de  $2 \cdot 10^{-3}$  s.

La figure 39 illustre la réponse calculée par le logiciel d'ANSYS CFX, la variable représentée étant l'angle d'incidence du profil d'aile. L'angle d'attaque du profil augmente très peu jusqu'au moment où on dépasse la vitesse de divergence et à partir de ce moment dorénavant l'augmentation est très rapide et très importante. La vitesse tend vers le palier de 24 m/s et l'angle d'attaque reste autour d'une valeur qui correspond à l'équilibre entre le moment aérodynamique et le moment élastique.

Cette stabilisation est due au fait que le pas qu'on a utilisé pour cette analyse est trop grand et ça donne un effet d'amortissement au mouvement de l'aile. Le nombre de Courant qui correspond à la vitesse maximale à l'entrée est:

$$Co = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x} = \frac{24 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 48 > 10$$

L'équilibre autour de  $5^\circ$  est l'effet combiné de la dimension du pas de temps auquel s'ajoute la non-linéarité de la polaire  $C_l(\alpha)$  et la fonction de vitesse.

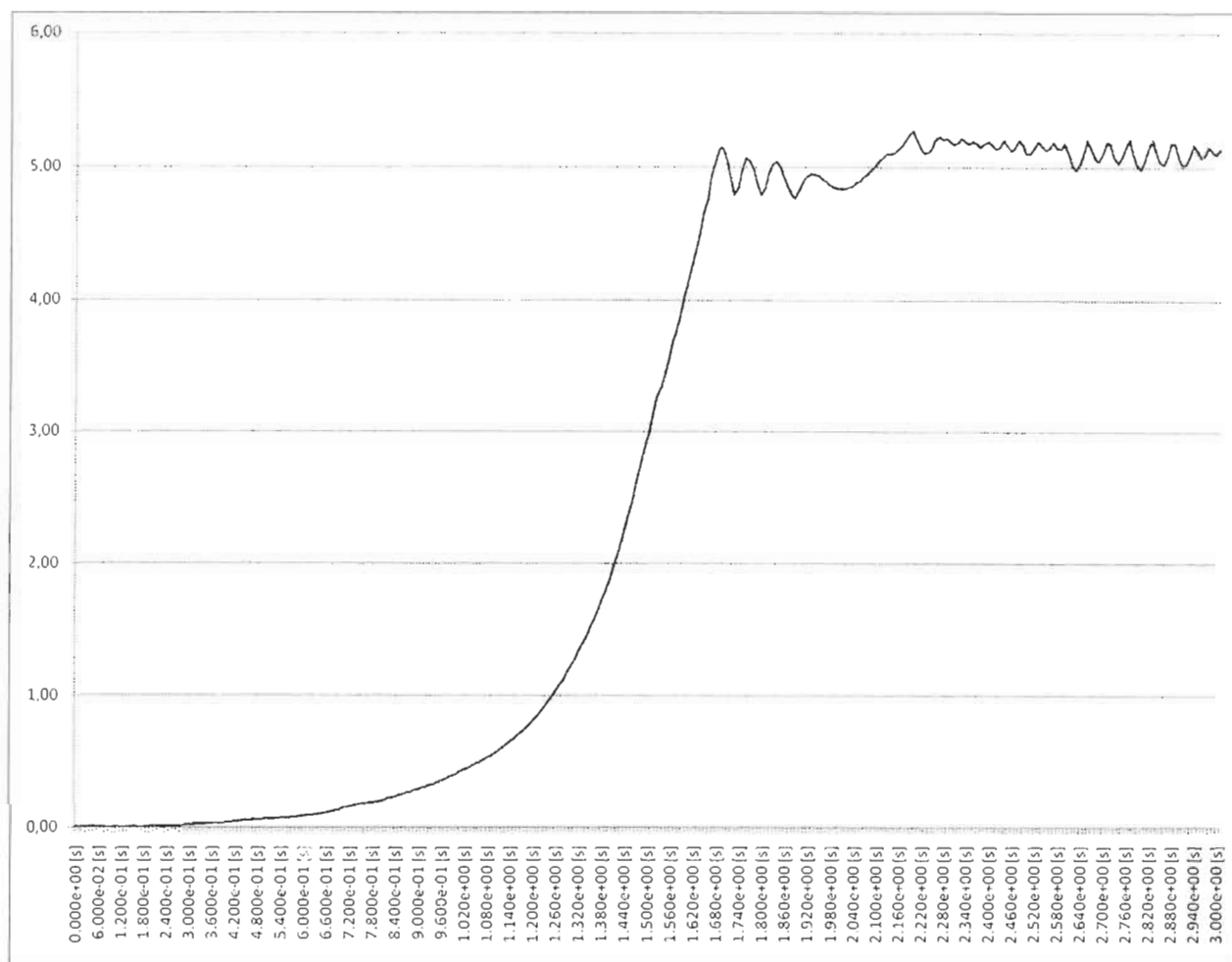


Figure 39 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse d'air variable, selon la fonction  $U=24-23e^{-2t}$ , de 1m/s à 23,94 m/s

### 5.3.5.3.3 Simulation en utilisant la fonction de vitesse $U(t) = 21-20 \cdot \exp(-1,5 \cdot t)$

Le modèle de la configuration #2 a été fixé à un angle d'attaque très petit  $\alpha_0 = 0,1^\circ$ , exempté de tous les degrés de liberté et soumis – pour des fins de convergence – à une vitesse constante de l'air de 1 m/s jusqu'à la stabilisation de l'écoulement. La fixation est enlevée – le profil peut maintenant tourner autour de son axe élastique – et on augmente la vitesse de l'air selon la fonction  $U = 21-20 \cdot \exp(-1,5 \cdot t)$  de 1 m/s jusqu'à 20,99 m/s à la fin de la simulation, après 5 secondes. Le pas de temps employé a été de  $5 \cdot 10^{-4}$  s.

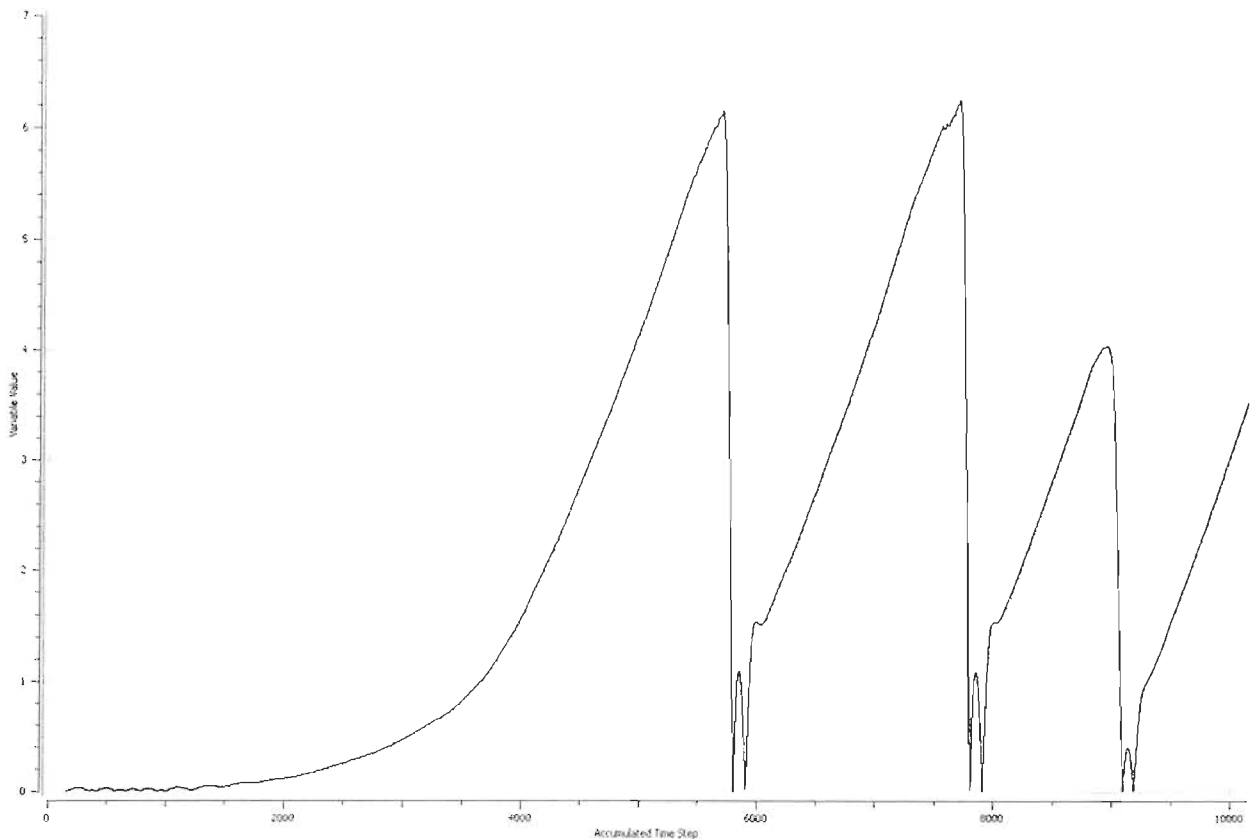


La figure 40 illustre la réponse calculée par le logiciel d'ANSYS CFX, la variable représentée étant l'angle d'incidence du profil d'aile. L'angle d'attaque du profil augmente lentement jusqu'au moment où on dépasse la vitesse de divergence et à partir de ce moment, l'augmentation est très rapide et importante. La vitesse tend vers le palier de 21 m/s et l'angle d'attaque monte jusqu'à environ  $6,2^\circ$  mais la structure perd tout de suite l'équilibre et il tombe en dessous de  $0^\circ$ . La structure oscille en réponse à cette perturbation et au retour, à l'angle d'attaque de  $1,5^\circ$  le mouvement de divergence est repris jusqu'à environ  $6,2^\circ$ . Ce cycle est répété, mais la valeur maximale atteinte ensuite par l'angle d'attaque est d'environ  $4^\circ$ .

Cette chute de l'angle d'attaque est due au fait que le pas qu'on a utilisé pour cette analyse, quoiqu'il soit plus petit que celui employé dans la simulation antérieure, est trop grand pour suivre le phénomène en entier quand la vitesse de l'air dépasse la limite de 20 m/s. Dans le cas précédent le profil se maintenait à environ  $5^\circ$ , mais la vitesse maximale de l'air dans ce cas est plus petite, 21 m/s par rapport à 24 m/s dans le cas antérieur. Le nombre de Courant qui correspond à la vitesse maximale à l'entrée est:

$$Co = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x} = \frac{21 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = 10,50 > 10$$

Avec l'augmentation de l'angle d'attaque, la vitesse de l'air augmente aussi, faisant en sorte que la valeur moyenne du nombre de Courant est plus grande que celle qui correspond à la vitesse du flux d'air non perturbé.



**Figure 40 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse d'air variable, selon la fonction  $U(t) = 21 - 20e^{-1.5t}$ , de 1 m/s à 20,99 m/s**

#### 5.3.5.3.4 Simulation à vitesse constante $U = 19$ m/s

La différence apportée dans la réponse de l'aile par le pas de temps employé est mise en évidence par les deux simulations suivantes. Pour la première on a employé un pas de temps de  $2 \cdot 10^{-3}$  s, et pour la deuxième de  $5 \cdot 10^{-4}$  s. Les autres conditions des deux simulations sont identiques. Le modèle de la configuration #2 a été fixé à un angle d'attaque très petit  $\alpha_0 = 0,1^\circ$ , exempté de tous les degrés de liberté et soumis – pour des fins de convergence – à une vitesse constante de l'air de 19 m/s jusqu'à la stabilisation de l'écoulement. La fixation est enlevée – le profil peut maintenant tourner autour de son axe élastique – et on maintient la vitesse de l'air de 19 m/s jusqu'à la fin de la simulation, après 1,5 seconde.

La figure 41 illustre la réponse calculée par le logiciel d'ANSYS CFX dans le premier cas, la variable représentée étant l'angle d'incidence du profil d'aile.

Comme on peut voir, le profil se stabilise à un angle  $\alpha = 0,1^\circ + 0,285^\circ = 0,385^\circ$ . L'allure de la courbe reflète d'une façon assez claire les changements dans la valeur de la pente du coefficient de portance avec l'augmentation de l'angle d'attaque. En même temps c'est évident l'effet d'amortissement apporté au mouvement de l'aile par la dimension du pas de temps qu'on a utilisé pour cette analyse.

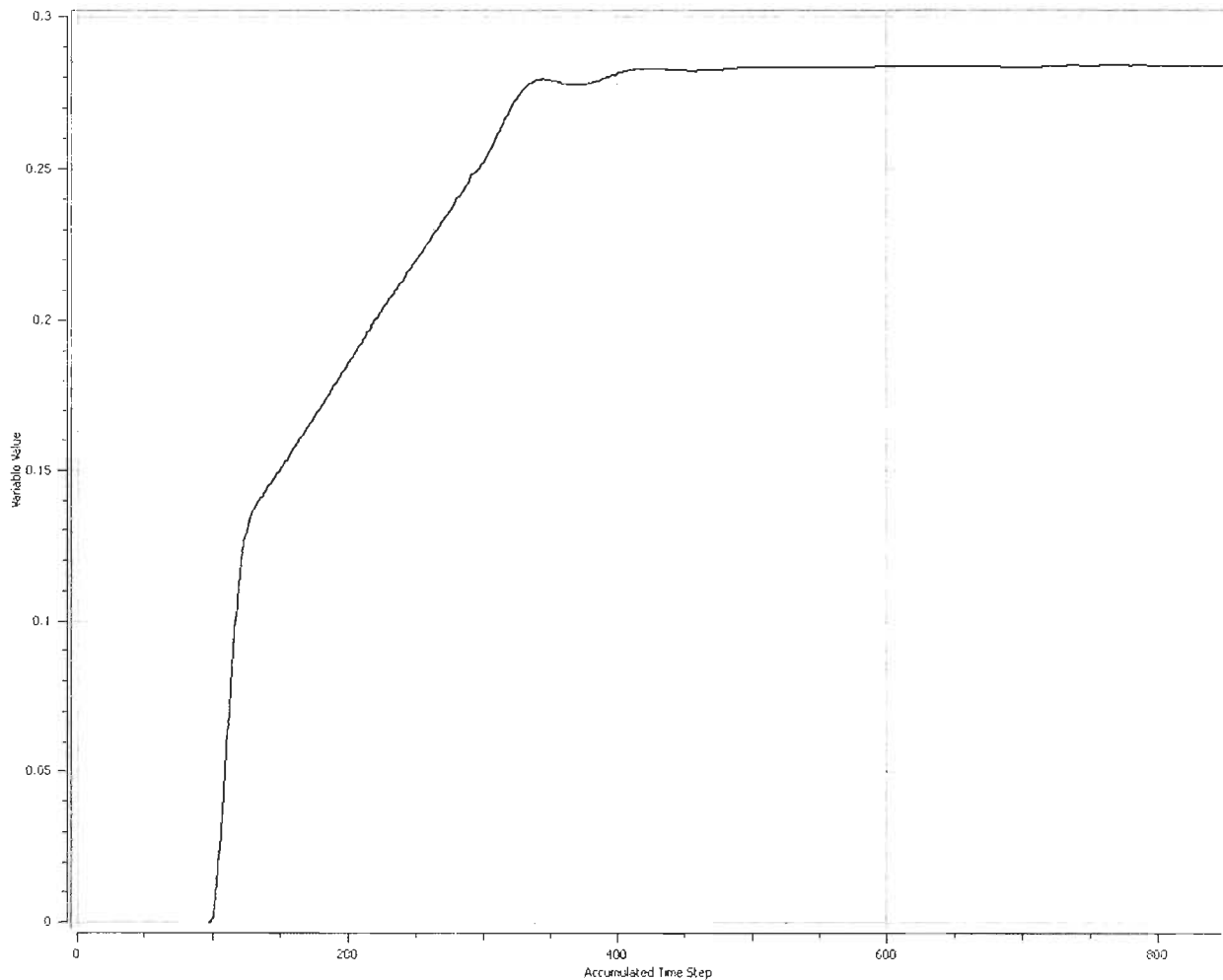


Figure 41 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air constante de 19 m/s, pas de temps  $2 \cdot 10^{-3}$  s

La figure 42 illustre la réponse calculée par le logiciel d'ANSYS CFX dans le deuxième cas.

Cette fois le profil se stabilise à un angle  $\alpha = 0,1^\circ + 0,83^\circ = 0,93^\circ$ . L'allure de la courbe est plus lisse, mais on peut observer les changements dans la valeur de la pente du coefficient de portance avec l'augmentation de l'angle d'attaque. L'effet d'amortissement apporté au mouvement de l'aile par la dimension du pas de temps qu'on a utilisé pour ce deuxième cas est beaucoup plus faible. En fait, dans ce cas, on est dans les limites du nombre de Courant recommandées dans le manuel de CFX

$$Co = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x} = \frac{19,5 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = 9,75 \leq 10$$

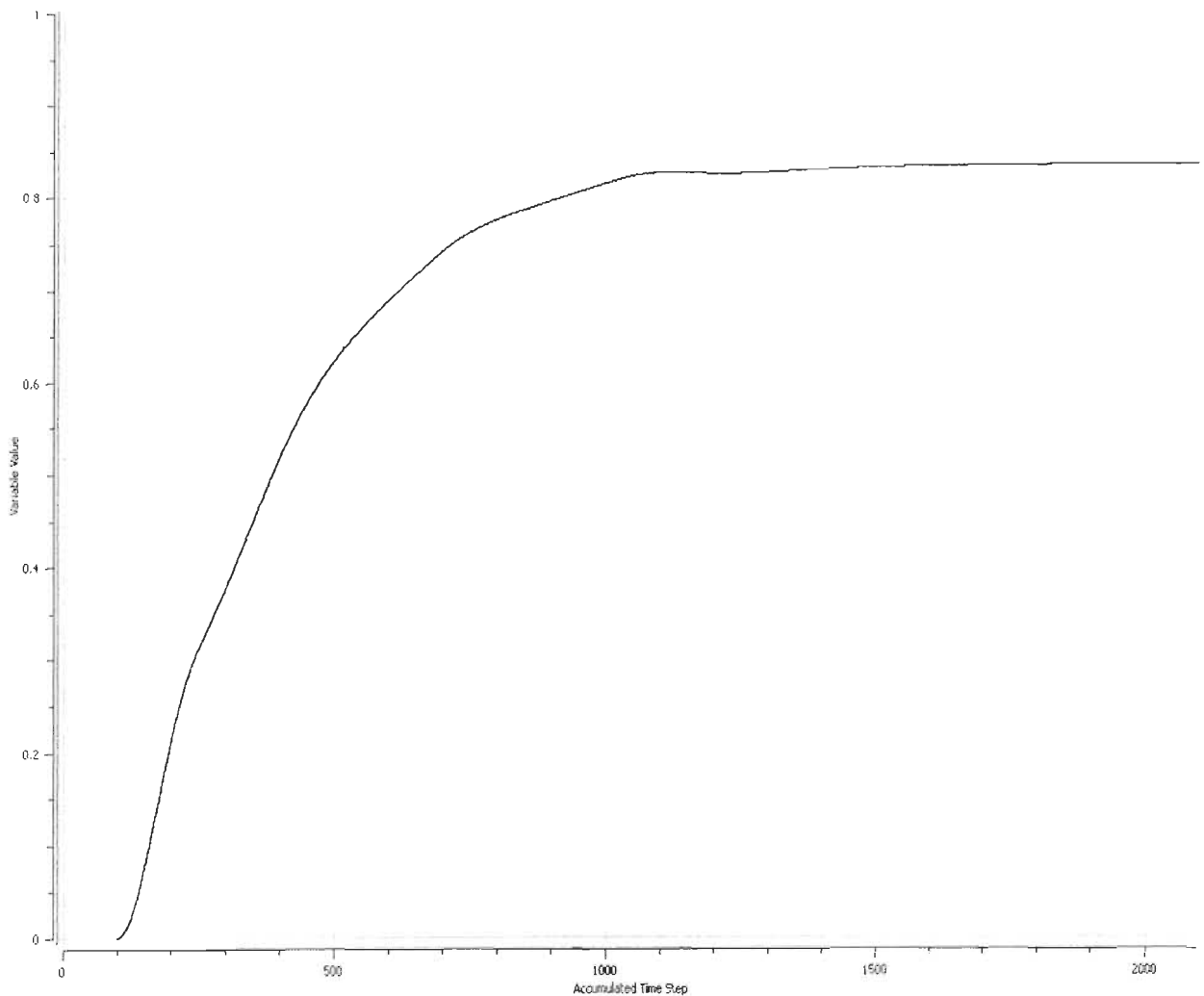


Figure 42 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air constante de 19 m/s, pas de temps  $5 \cdot 10^{-4}$ s

### 5.3.5.3.5 Simulation à vitesse constante $U = 20 \text{ m/s}$

Le modèle de la configuration #2 a été fixé à un angle d'attaque très petit  $\alpha_0 = 0,1^\circ$ , exempté de tous les degrés de liberté et soumis – pour des fins de convergence – à une vitesse constante de l'air de  $20 \text{ m/s}$  jusqu'à la stabilisation de l'écoulement. La fixation est enlevée – le profil peut maintenant tourner autour de son axe élastique – et on maintient la vitesse de l'air de  $20 \text{ m/s}$  jusqu'à la fin de la simulation, après une seconde. Le pas de temps est de  $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

La figure 43 illustre la réponse calculée par le logiciel d'ANSYS CFX, la variable représentée étant l'angle d'incidence du profil d'aile. Comme on peut constater l'angle du profil augmente constamment, mais la pente reste presque constante jusqu'à un angle d'incidence d'environ  $4,8^\circ$ , ce qui signifie qu'on est très proche de la vitesse de divergence.

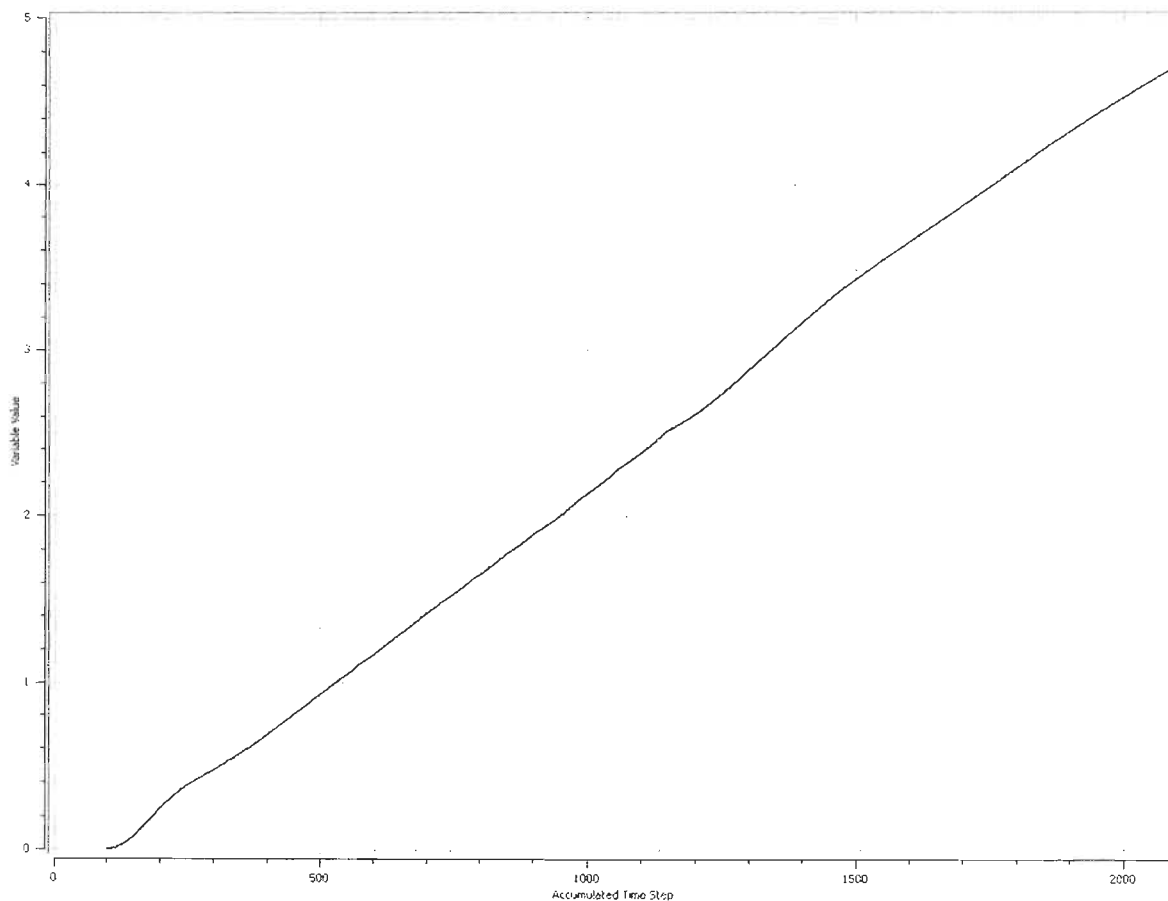


Figure 43 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air constante de  $20 \text{ m/s}$ , pas de temps  $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

### 5.3.5.3.6 Simulation à vitesse constante $U = 21$ m/s

Le modèle de la configuration #2 a été fixé à un angle d'attaque très petit  $\alpha_0 = 0,1^\circ$ , exempté de tous les degrés de liberté et soumis – pour des fins de convergence – à une vitesse constante de l'air de 21 m/s jusqu'à la stabilisation de l'écoulement. La fixation est enlevée – le profil peut maintenant tourner autour de son axe élastique – et on maintient la vitesse de l'air de 21 m/s jusqu'à la fin de la simulation, après une seconde. Le pas de temps est de  $5 \cdot 10^{-4}$  s.

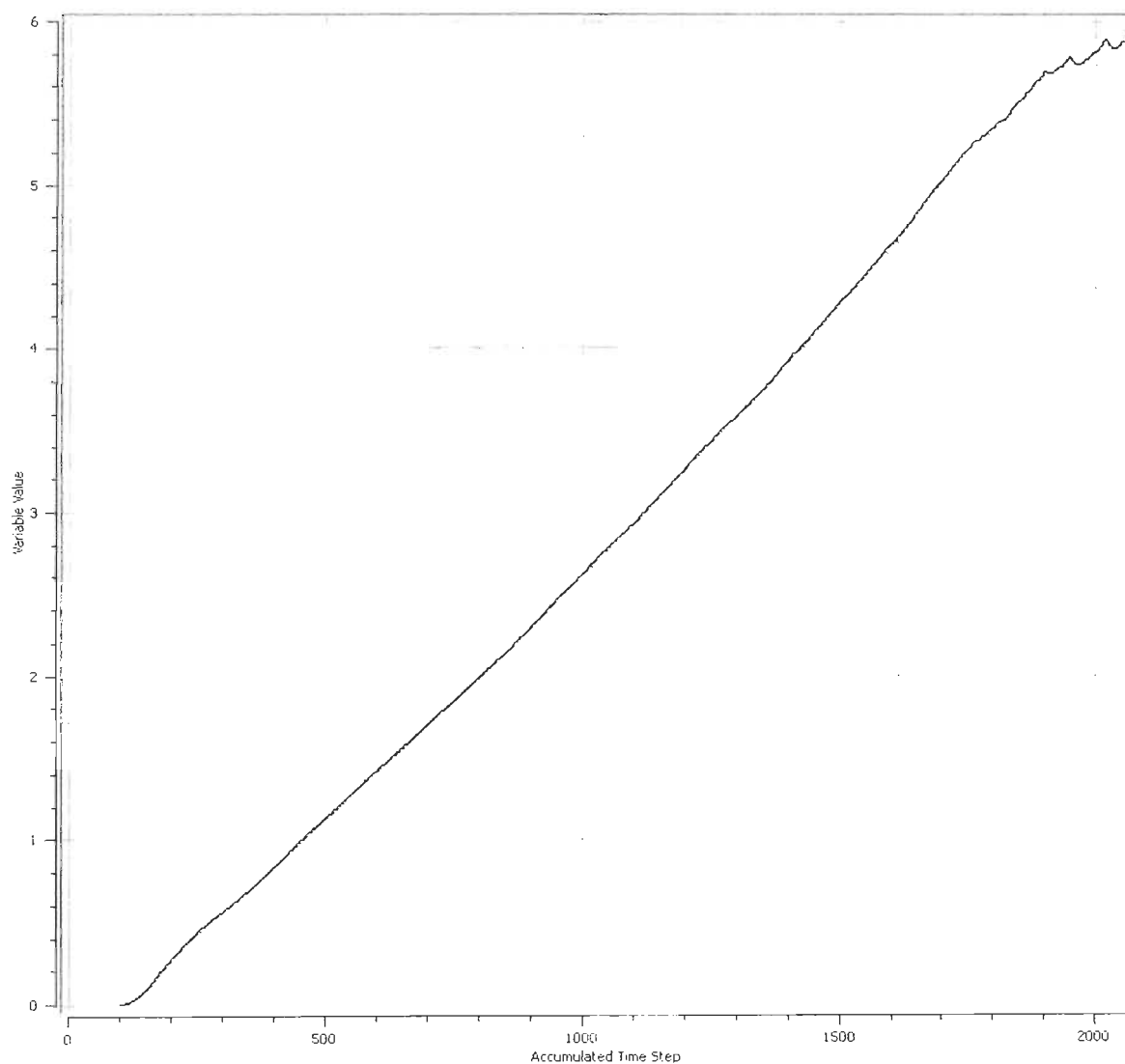


Figure 44 : Angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air constante de 21 m/s, pas de temps  $5 \cdot 10^{-4}$  s

La figure 44 illustre la réponse calculée par le logiciel d'ANSYS CFX, la variable représentée étant l'angle d'incidence du profil d'aile. On observe que l'angle du profil augmente constamment et la pente augmente aussi jusqu'à un angle d'incidence d'environ  $5,4^\circ$ , ce qui signifie qu'on est au dessus de la vitesse de divergence. La valeur maximale atteinte par l'angle du profil est d'environ  $6^\circ$ .

#### ***5.3.5.4 Méthodes expérimentales pour trouver la vitesse de divergence***

Cinq méthodes de prévision expérimentale du début de la divergence ont été utilisées dans l'ouvrage (Heeg 2000). Trois d'entre eux examinent les propriétés statiques et les deux autres analysent la réponse dynamique du système. On présente ici ces méthodes accompagnées des résultats obtenus par J.Heeg (figures 45 + 51) qui les a appliquées pour la configuration #2 de sa série d'expériences.

- **La première méthode** est la surveillance de la charge statique, qui est une méthode fondamentale de prévision de la divergence. Cette méthode s'appuie sur le fait que la charge surveillée augmente pendant que la divergence est approchée. La pente de la courbe du moment en fonction de la pression dynamique est le paramètre principal. Cette pente change nettement à proximité de la divergence. Dans l'expérience (Heeg 2000), la charge surveillée est le moment de torsion du ressort. En appliquant cette méthode, des ensembles de données sont acquis à plusieurs angles d'attaque. Pour chaque angle d'attaque rigide, des données ont été enregistrées à intervalles réguliers de pression dynamique. Les données pour chaque angle sont traitées comme un ensemble. Deux ensembles de données ont été acquis pour des angles d'attaque rigides très près de zéro degré, elles sont présentées dans la figure 45. Pour ces ensembles, le moment de torsion est très petit jusqu'à ce que la condition de divergence soit atteinte; on voit la charge augmenter considérablement en ce moment. La pente raide indique que la divergence est imminente (Heeg 2000).

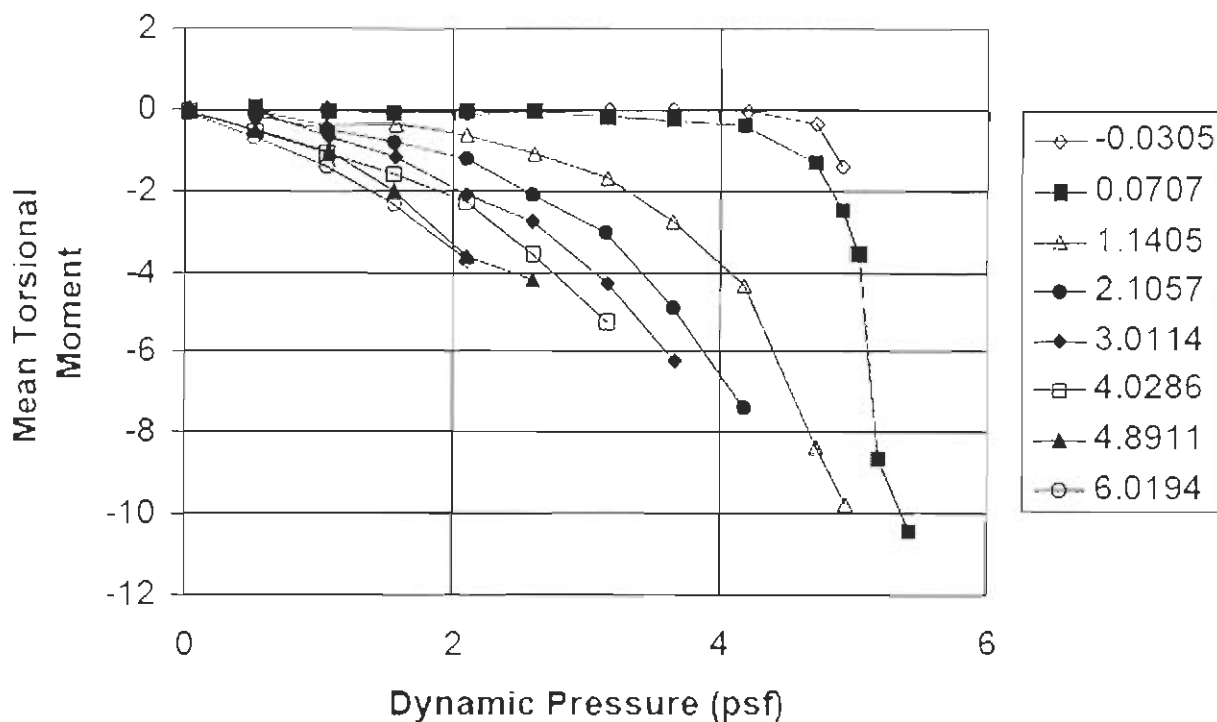


Figure 45 : Surveillance du moment de torsion pour prédire le début de la divergence

• La deuxième méthode de prévoir le début de la divergence est d'examiner l'angle d'attaque à mesure que la pression dynamique est augmentée. La divergence est classiquement définie par l'angle d'attaque devenant infiniment grand, ou l'inverse de l'angle devenant zéro. La figure 46 montre les données (pression dynamique) en fonction des inverses des angles d'attaque. Les données ont été normalisées par l'angle rigide; cette normalisation ramène les données sur une seule ligne. Une extrapolation linéaire des données expérimentales produit une pression dynamique de divergence de 5,1 psf qui correspond à la vitesse de 20,16 m/s.



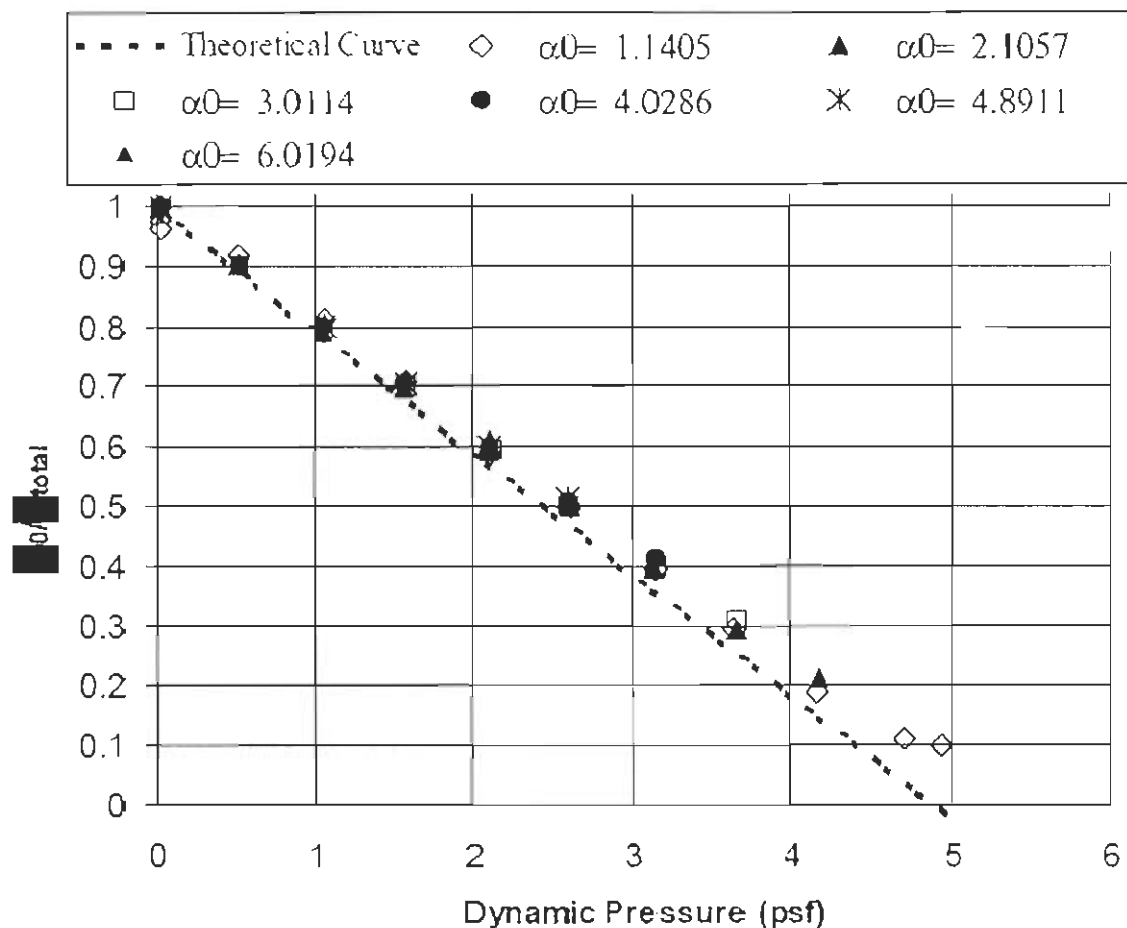


Figure 46 : Prédiction de la divergence en utilisant les angles d'attaque

- La troisième est la méthode de Southwell qui combine les deux méthodes statiques employées précédemment. Pour appliquer la méthode, la charge statique est mesurée aux pressions dynamiques fixes pour différents angles d'attaque rigides. Les données à chaque pression dynamique constituent un ensemble de données unique. Un ajustement linéaire est fait pour chaque ensemble de données, traçant le moment statique en fonction de l'angle d'attaque. Les données sont illustrées à la figure 47. La pente de chaque ligne est dénotée  $\lambda$ . La divergence se produit à la pression dynamique qui rend la pente de ces données infinie. La pente  $\lambda$  est dessinée en fonction du rapport  $\lambda/q$  (pente normalisée par la pression dynamique). La pente de cette ligne prédit la pression dynamique de divergence.

La figure 48 présente les valeurs pour cette configuration, avec une pente de 5,5 psf, ce qui correspond à une vitesse de **20,94 m/s**.

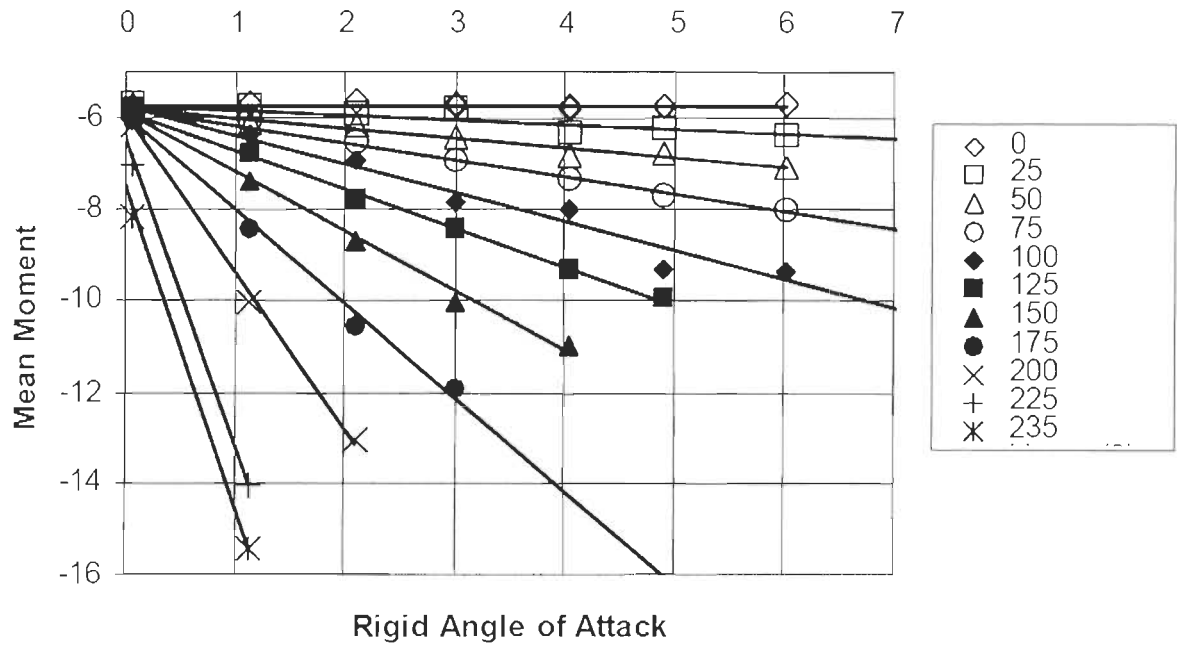


Figure 47 : Méthode Southwell - graphique intermédiaire

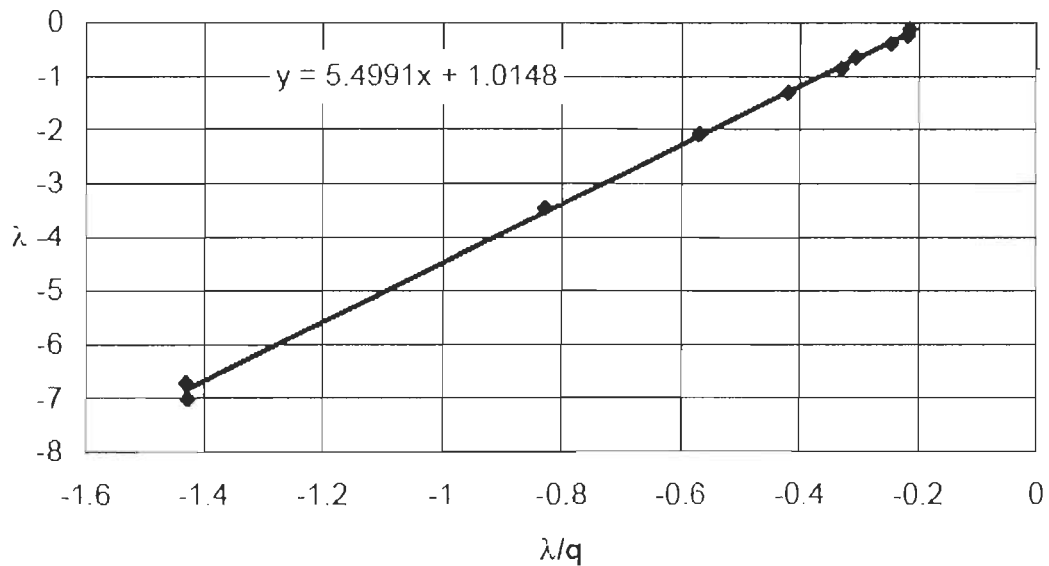


Figure 48 : Méthode Southwell - prédiction du début de la divergence

Pendant les expérimentations sur le début de la divergence, la méthode de Southwell est appliquée au fur et à mesure que les données de pression dynamique sont

acquises. La figure 49 montre les prédictions de la méthode Southwell en fonction des données qu'on prend en considération dans la construction du graphique de  $\lambda$ . En utilisant seulement des données pour des pressions dynamiques en dessous de 2,1 psf (c.-à-d. pour des vitesses en dessous de 12,95 m/s), la valeur prédite de la divergence est de 5,2 psf où 20,36 m/s.

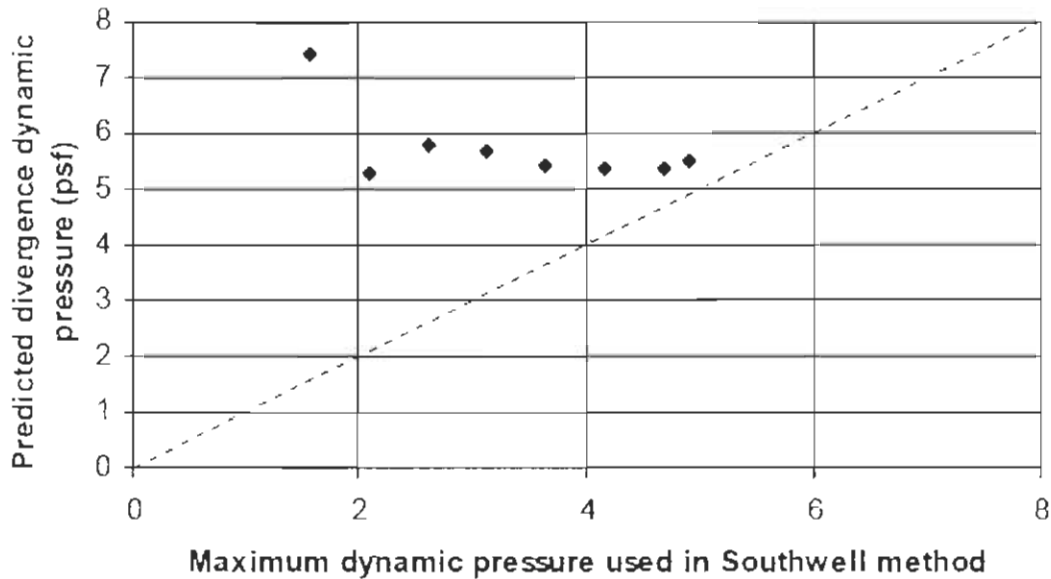


Figure 49 : Résultats de la méthode Southwell obtenus en utilisant **plus de données**

- Des méthodes dynamiques ont été également appliquées pour la prédiction de la divergence. La divergence est classiquement considérée à apparaître quand la fréquence du mode de torsion tombe à zéro et ensuite le système se déstabilise statiquement. Une méthode classique de prévoir le début de la divergence est de surveiller la migration de la fréquence du mode de torsion, prévoyant qu'elle ira à zéro avant la divergence. La figure 50 montre la fréquence du système extraite à partir des données sous-critiques pendant que la pression dynamique est changée. La transformation de Fourier de la réponse de l'angle d'attaque a été calculée pour des données générées quand on a introduit des variations de fréquence aux ventilateurs du tunnel. Cependant, en analysant les résultats, nous constatons qu'à la divergence la fréquence n'est pas nulle, mais elle est de l'ordre de 3 Hz pour cette configuration.

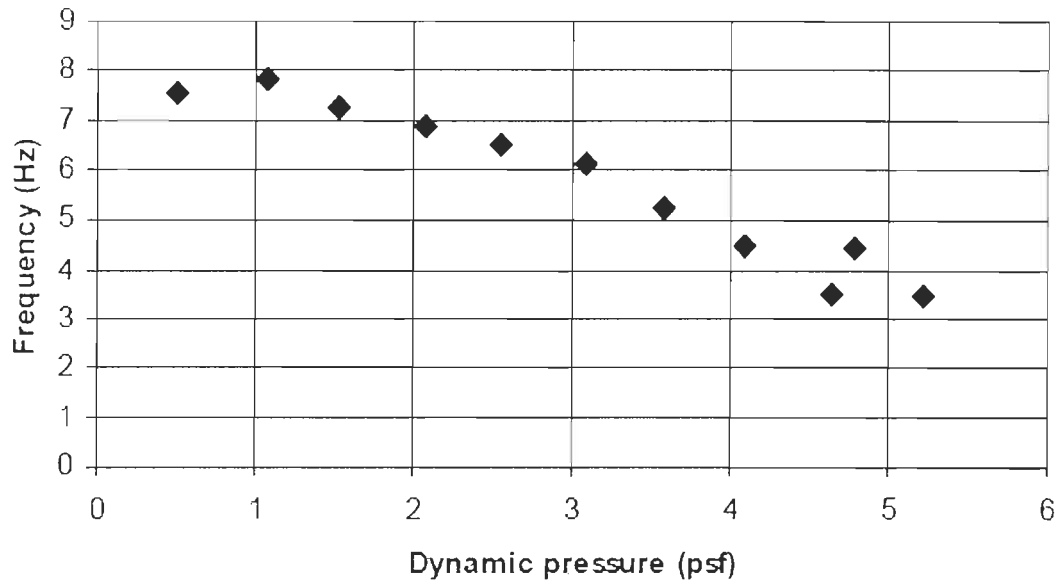


Figure 50 : Poursuite de la fréquence pour prédire la divergence

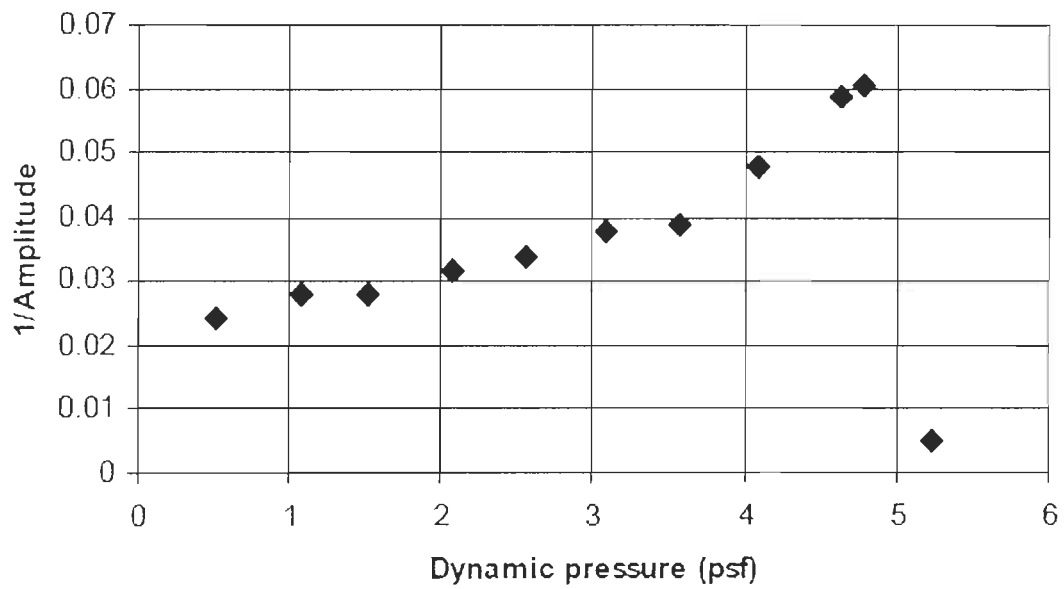


Figure 51 : Inverse de l'amplitude de la densité spectrale de puissance de la réponse (angle d'attaque)

- Une deuxième méthode dynamique s'appuie sur les mêmes données et techniques analytiques que la méthode de poursuite (*tracking*) de la fréquence. L'amplitude de la réponse du système est prévue d'augmenter significativement lors de la divergence. Plutôt que d'utiliser la réponse statique comme précédemment dans la méthode de la surveillance de la charge, on surveille l'amplitude de la réponse modale. La figure 51 montre ces données. En fait, on voit que l'amplitude diminue jusqu'au dernier point de prise de données avant la divergence.

### Discussion des résultats obtenus avec les différentes méthodes

On peut constater qu'il est très difficile d'obtenir une valeur exacte de la vitesse de divergence à partir des tests expérimentaux. En utilisant les trois méthodes statiques présentées ci-dessus, J. Heeg a obtenu des valeurs de la vitesse de divergence entre 19,96 m/s et 20,94 m/s. La valeur qu'elle a retenue est de **20,16 m/s**. En appliquant les deux méthodes dynamiques, elle n'a pas pu mettre en évidence la vitesse de divergence.

L'évaluation de la vitesse de divergence avec la méthode de la surveillance de la charge statique est beaucoup influencée par la subjectivité de l'expérimentateur, c'est à lui de décider le moment à partir duquel la pente devient "raide".

L'évaluation de la vitesse de divergence avec la méthode du suivi de l'angle d'attaque est influencée par le fait que la polaire  $C_L(\alpha)$  pour des bas nombres de Reynolds, comme on peut voir des expériences (Jacobs 1937) et (Sheldahl 1981), est non linéaire, même pour des angles d'attaque si bas que  $4^\circ$ , ce qui peut conduire à des résultats surévalués.

L'évaluation de la vitesse de divergence avec la méthode Southwell est influencée de la même façon que la méthode antérieure par la non-linéarité de la polaire  $C_L(\alpha)$  pour des bas nombres de Reynolds.

En ce qui regarde le critère de la fréquence nulle du mode de torsion, on peut supposer que la fréquence du système tombe à zéro sur la pente de divergence. Pour une très courte période de temps, la vitesse du phénomène est très grande et "étouffe" toute vibration. On peut voir dans le diagramme de l'angle d'attaque des simulations 5.3.5.3.2 et

5.3.5.3.3 que l'oscillation due à la perturbation initiale disparaît à l'entrée sur la pente de divergence. Mais ça dépend aussi de la fonction de variation de la vitesse de l'air. Si la vitesse augmente vite, comme dans le cas de nos deux simulations, on n'observe pas de vibration sur la pente de divergence. Dans le cas de l'expérience, il est possible que la vitesse ait augmenté lentement, ce qui a pu générer des oscillations à cause de la non-linéarité de la polaire et puis a préservé le caractère oscillatoire du mouvement sur la pente de divergence.

L'évaluation de la vitesse de divergence avec la méthode de la poursuite de la fréquence dépend, comme dans le cas de la surveillance de la charge statique, de la subjectivité de l'expérimentateur. C'est à lui de décider le moment à partir duquel l'amplitude de la réponse du système devient "grande".

#### 5.3.5.5 Calcul de la vitesse de divergence à partir des simulations

Pour extraire la vitesse de divergence à partir des résultats de la simulation, nous avons employé la définition qui énonce que la divergence aéroélastique se produit quand la capacité de restauration (rigidité) de la structure est dépassée par le moment aérodynamique statique (Heeg 2000).

Selon cette définition si, à un à vitesse constante, pour une croissance  $\Delta\alpha$  de l'angle d'attaque, la croissance du moment aérodynamique  $\Delta M_A$  est plus grande que la croissance du moment de restauration structural  $\Delta M_E$ , alors le mouvement de structure est divergent.

En utilisant les possibilités de CFX nous avons pu extraire directement la valeur des moments aérodynamique et élastique à chaque pas de temps. La condition de divergence entre les moments de temps  $i$  et  $i+1$  est écrite comme :

$$\frac{U_i^2}{U_{i+1}^2} M_{y_{i+1}} - M_{y_i} \geq M_{E_{i+1}} - M_{E_i} \quad (5.14)$$

Le terme du côté gauche de l'équation représente la variation du moment aérodynamique due seulement à la variation de l'angle d'attaque. Puisque dans notre simulation la vitesse augmente constamment en partant d'une valeur très basse, afin d'éviter les chocs, nous pouvons employer ce critère.

Le pas de temps étant très petit ( $\leq 2$  millisecondes), nous supposons que la variation de la pente du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence, entre deux points de calcul, est négligeable.

#### 5.3.5.5.1 Calcul de la vitesse de divergence à partir de la simulation 5.3.5.3.2

Pour chaque moment de temps de la simulation, on a sorti les valeurs des variables qu'on a besoin pour mettre en évidence le moment quand on a dépassé la vitesse de divergence.

Sachant que le vrillage élastique est proportionnel au couple mesuré au niveau de l'axe élastique,

$$\theta = C^{\theta\theta} M_y \quad (5.2)$$

où  $M_y = M_E$ ,

et que pour notre modèle  $C^{\theta\theta} = \frac{1}{K_{cor}} = 45,0552 \text{ rad/ N}\cdot\text{m}$ , on peut écrire l'équation (5.14)

sous la forme:

$$\frac{U_i^2}{U_{i+1}^2} M_{y_{i+1}} - M_{y_i} \geq K_{cor} (\theta_{E_{i+1}} - \theta_{E_i}) \quad (5.15)$$

En divisant toute l'équation avec la différence d'angle d'attaque, on obtient:

$$\frac{\frac{U_i^2}{U_{i+1}^2} M_{y_{i+1}} - M_{y_i}}{(\theta_{E_{i+1}} - \theta_{E_i})} \geq K_{cor} = 0,02219 \frac{\text{Nm}}{\text{rad}} \quad (5.16)$$

Le terme de gauche est une approximation de la variation du moment aérodynamique en fonction de l'angle d'attaque. Si la condition (5.16) est vraie, on est en divergence. L'analyse des résultats de la simulation 5.3.5.3.2 est présentée sous forme tabulaire dans le Tableau 13. On a mis en surbrillance dans le tableau les moments où la condition (5.16) est satisfaite.

Tableau 13 : Analyse des résultats de la simulation 3.3.5.3.2 avec  $U(t) = 24 - 23e^{-2t}$ 

Temps (s)	Moment aérodynamique $M_A$ (N/m)	Angle (deg)	Vitesse de l'air $U$ (m/s)	Variation du $M_A$ (Nm/rad)	Sens
0,00	8,231E-08	0,000E+00	1,000E+00		
0,01	1,592E-07	5,795E-04	1,455E+00	-7,038E-04	▼
0,02	2,591E-07	2,612E-03	1,901E+00	-2,082E-04	▲
0,03	3,766E-07	5,168E-03	2,337E+00	-2,224E-04	▼
0,04	4,819E-07	7,213E-03	2,764E+00	-8,990E-04	▼
0,05	6,157E-07	8,050E-03	3,183E+00	-1,210E-03	▼
0,06	7,575E-07	7,639E-03	3,594E+00	3,001E-03	▲
0,07	9,319E-07	5,870E-03	3,996E+00	1,194E-04	▼
0,08	1,229E-06	2,937E-03	4,391E+00	-1,685E-03	▼
0,09	1,588E-06	3,145E-04	4,778E+00	-2,433E-03	▼
0,10	1,994E-06	3,050E-03	5,158E+00	2,594E-03	▲
0,11	2,316E-06	3,551E-03	5,531E+00	2,229E-03	▼
0,12	2,658E-06	1,963E-03	5,896E+00	-8,311E-04	▼
0,13	2,957E-06	8,111E-04	6,255E+00	1,507E-03	▲
0,14	3,289E-06	3,005E-03	6,606E+00	-2,174E-04	▼
0,15	3,650E-06	4,034E-03	6,951E+00	4,411E-04	▲
0,16	4,040E-06	3,552E-03	7,289E+00	-2,855E-03	▼
0,17	4,540E-06	1,362E-03	7,620E+00	-2,987E-03	▼
0,18	5,223E-06	2,561E-03	7,945E+00	1,262E-02	▲
0,19	6,009E-06	6,722E-03	8,263E+00	4,588E-03	▼
0,20	6,819E-06	9,630E-03	8,575E+00	6,350E-03	▲
0,21	7,538E-06	1,097E-02	8,881E+00	8,916E-03	▲
0,22	8,225E-06	1,118E-02	9,181E+00	4,321E-02	▲
0,23	8,819E-06	1,059E-02	9,474E+00	-5,494E-03	▼
0,24	9,369E-06	9,755E-03	9,762E+00	-3,689E-04	▲
0,25	9,931E-06	9,309E-03	1,004E+01	-2,586E-03	▼
0,26	1,051E-05	9,740E-03	1,032E+01	1,678E-03	▲
0,27	1,123E-05	1,127E-02	1,059E+01	5,962E-03	▲
0,28	1,219E-05	1,368E-02	1,086E+01	8,643E-03	▲
0,29	1,293E-05	1,648E-02	1,112E+01	2,743E-03	▼
0,30	1,387E-05	1,954E-02	1,137E+01	6,371E-03	▲
0,31	1,488E-05	2,253E-02	1,162E+01	7,270E-03	▲
0,32	1,602E-05	2,507E-02	1,187E+01	1,061E-02	▲
0,33	1,704E-05	2,699E-02	1,211E+01	1,060E-02	▼
0,34	1,802E-05	2,832E-02	1,234E+01	1,340E-02	▲
0,35	1,895E-05	2,919E-02	1,258E+01	1,413E-02	▲



0,36	1,983E-05	2,990E-02	1,280E+01	1,616E-02	▲
0,37	2,076E-05	3,076E-02	1,302E+01	1,567E-02	▼
0,38	2,170E-05	3,205E-02	1,324E+01	1,017E-02	▼
0,39	2,275E-05	3,393E-02	1,345E+01	1,052E-02	▲
0,40	2,387E-05	3,642E-02	1,366E+01	8,981E-03	▼
0,41	2,513E-05	3,941E-02	1,387E+01	9,728E-03	▲
0,42	2,648E-05	4,267E-02	1,407E+01	1,058E-02	▲
0,43	2,789E-05	4,597E-02	1,427E+01	1,093E-02	▲
0,44	2,933E-05	4,909E-02	1,446E+01	1,233E-02	▲
0,45	3,074E-05	5,188E-02	1,465E+01	1,288E-02	▲
0,46	3,216E-05	5,434E-02	1,483E+01	1,485E-02	▲
0,47	3,351E-05	5,644E-02	1,501E+01	1,517E-02	▲
0,48	3,485E-05	5,840E-02	1,519E+01	1,514E-02	▼
0,49	3,619E-05	6,040E-02	1,537E+01	1,432E-02	▼
0,50	3,752E-05	6,265E-02	1,554E+01	1,335E-02	▼
0,51	3,890E-05	6,421E-02	1,571E+01	2,027E-02	▲
0,52	4,028E-05	6,641E-02	1,587E+01	1,441E-02	▼
0,53	4,172E-05	6,857E-02	1,603E+01	1,602E-02	▲
0,54	4,311E-05	7,042E-02	1,619E+01	1,719E-02	▲
0,55	4,447E-05	7,197E-02	1,634E+01	1,906E-02	▲
0,56	4,586E-05	7,373E-02	1,649E+01	1,810E-02	▼
0,57	4,723E-05	7,600E-02	1,664E+01	1,320E-02	▼
0,58	4,910E-05	7,863E-02	1,679E+01	2,247E-02	▲
0,59	5,042E-05	8,180E-02	1,693E+01	8,435E-03	▼
0,60	5,227E-05	8,554E-02	1,707E+01	1,526E-02	▲
0,61	5,411E-05	8,873E-02	1,721E+01	1,760E-02	▲
0,62	5,633E-05	9,178E-02	1,734E+01	2,536E-02	▲
0,63	5,778E-05	9,517E-02	1,748E+01	9,882E-03	▲
0,64	5,986E-05	9,912E-02	1,761E+01	1,750E-02	▼
0,65	6,211E-05	1,047E-01	1,773E+01	1,392E-02	▼
0,66	6,467E-05	1,111E-01	1,786E+01	1,507E-02	▼
0,67	6,744E-05	1,168E-01	1,798E+01	1,839E-02	▲
0,68	7,037E-05	1,241E-01	1,810E+01	1,587E-02	▲
0,69	7,368E-05	1,323E-01	1,823E+01	1,650E-02	▼
0,70	7,730E-05	1,411E-01	1,834E+01	1,729E-02	▼
0,71	8,106E-05	1,497E-01	1,844E+01	1,854E-02	▲
0,72	8,479E-05	1,575E-01	1,855E+01	1,987E-02	▲
0,73	8,836E-05	1,641E-01	1,866E+01	2,213E-02	▲
0,74	9,158E-05	1,693E-01	1,876E+01	2,408E-02	▲
0,75	9,451E-05	1,735E-01	1,887E+01	2,605E-02	▲
0,76	9,720E-05	1,772E-01	1,897E+01	2,608E-02	▲
0,77	9,982E-05	1,809E-01	1,907E+01	2,430E-02	▲

0,78	1,025E-04	1,853E-01	1,916E+01	2,125E-02	▼
0,79	1,055E-04	1,909E-01	1,926E+01	1,982E-02	▼
0,80	1,088E-04	1,974E-01	1,935E+01	1,936E-02	▼
0,81	1,124E-04	2,049E-01	1,945E+01	1,954E-02	▲
0,82	1,163E-04	2,131E-01	1,954E+01	1,959E-02	▼
0,83	1,204E-04	2,220E-01	1,963E+01	1,990E-02	▲
0,84	1,247E-04	2,311E-01	1,971E+01	2,043E-02	▲
0,85	1,293E-04	2,405E-01	1,980E+01	2,113E-02	▲
0,86	1,340E-04	2,499E-01	1,988E+01	2,184E-02	▼
0,87	1,388E-04	2,595E-01	1,996E+01	2,211E-02	▲
0,88	1,438E-04	2,690E-01	2,004E+01	2,253E-02	▲
0,89	1,487E-04	2,787E-01	2,012E+01	2,265E-02	▲
0,90	1,538E-04	2,884E-01	2,020E+01	2,301E-02	▲
0,91	1,590E-04	2,983E-01	2,027E+01	2,339E-02	▲
0,92	1,642E-04	3,078E-01	2,035E+01	2,397E-02	▲
0,93	1,694E-04	3,174E-01	2,042E+01	2,391E-02	▼
0,94	1,748E-04	3,276E-01	2,049E+01	2,336E-02	▼
0,95	1,805E-04	3,388E-01	2,056E+01	2,298E-02	▼
0,96	1,866E-04	3,510E-01	2,063E+01	2,299E-02	▲
0,97	1,931E-04	3,640E-01	2,070E+01	2,321E-02	▲
0,98	1,999E-04	3,777E-01	2,076E+01	2,311E-02	▼
0,99	2,070E-04	3,919E-01	2,083E+01	2,352E-02	▲
1,00	2,144E-04	4,067E-01	2,089E+01	2,381E-02	▲
1,01	2,221E-04	4,219E-01	2,095E+01	2,409E-02	▲
1,02	2,300E-04	4,371E-01	2,101E+01	2,484E-02	▲
1,03	2,379E-04	4,519E-01	2,107E+01	2,530E-02	▲
1,04	2,458E-04	4,668E-01	2,113E+01	2,548E-02	▲
1,05	2,540E-04	4,818E-01	2,118E+01	2,588E-02	▲
1,06	2,621E-04	4,968E-01	2,124E+01	2,568E-02	▼
1,07	2,704E-04	5,123E-01	2,129E+01	2,572E-02	▲
1,08	2,790E-04	5,286E-01	2,135E+01	2,522E-02	▼
1,09	2,881E-04	5,459E-01	2,140E+01	2,537E-02	▲
1,10	2,976E-04	5,646E-01	2,145E+01	2,485E-02	▼

En étudiant les données dans le tableau ci-dessus, on peut faire les constats suivants:

- À la vitesse de 9,18 m/s, 16,79 m/s et 17,34 m/s, on a des moments où la condition de divergence est réalisée. Ensuite, à partir de la vitesse de 18,78 m/s, pour environ 0,05 s, la condition de divergence est de nouveau réalisée. Pendant plusieurs pas de temps, la pente du moment aérodynamique reste encore en dessous de la pente du

moment élastique jusqu'à la vitesse de 19.98 m/s et l'angle d'attaque de  $0,1^\circ + 0,26^\circ$ . De ce point jusqu'à l'entrée en décrochage à  $0,1^\circ + 5,14^\circ$  la variation du moment aérodynamique demeure au-dessus de la pente du moment élastique.

- Cette oscillation autour la condition de divergence est due au fait que notre analyse commence à la vitesse de 1 m/s, et la perturbation initiale n'arrive pas à être amortie, par contre, elle est propagée et amplifiée à cause de l'augmentation rapide de la vitesse de l'air.
- Dans cette situation on juge que la divergence s'installe à partir du moment où la pente du moment aérodynamique est supérieure à la pente du moment élastique en tout temps, jusqu'au décrochage où à la défaillance. En appliquant le critère exprimé par la formule (5.16) nous obtenons une vitesse de divergence de **19.98 m/s**.
- Le résultat que nous avons obtenu, **19,98 m/s** est inférieur à la valeur obtenue expérimentalement par J. Heeg, **20,16 m/s**, mais très proche de cette valeur, la différence est de seulement 0,89%.
- Cependant, ce résultat est plus proche de la vitesse de divergence calculée à partir des données du coefficient de portance expérimentalement obtenues par Jacobs et Sherman.

Une autre cause des oscillations autour de la condition de divergence est la variation non linéaire du coefficient de portance calculé par CFX pour les conditions qu'on a établi (dimensions du domaine, maillage, modèle de turbulence). On peut constater cet aspect du Tableau 12 et dans la polaire présentée dans l'ANNEXE IV. Pour une vue plus détaillée, on a fait des analyses stationnaires pour calculer les coefficients aérodynamiques de  $0^\circ$  à  $1,0^\circ$  avec un pas de  $0,1^\circ$  et on a dessiné la courbe  $C_l(\alpha)$ . Comme on voit dans le Tableau 14 et dans la figure 52, la courbe est loin d'être linéaire, même dans ce petit domaine. Donc, dépendamment de la fonction de variation de la vitesse de l'air, il est possible d'obtenir des valeurs légèrement différentes pour le domaine de vitesse de divergence.

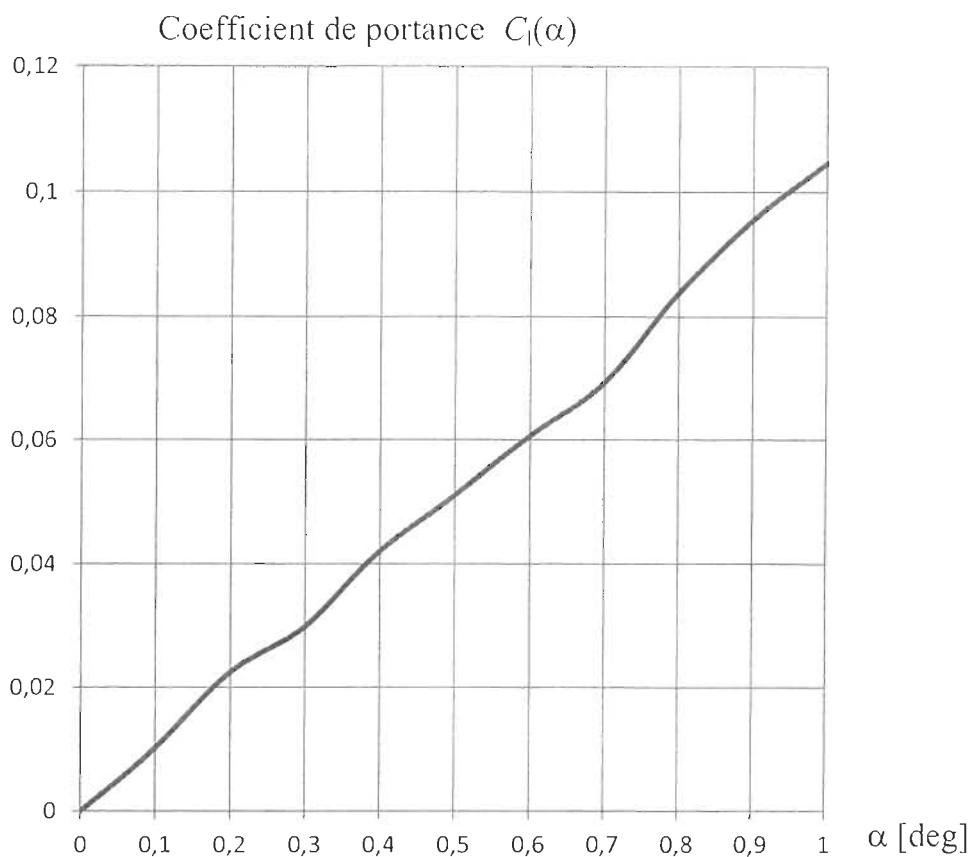


Figure 52 : Courbe du coefficient de portance  $C_l(\alpha)$  calculé avec ANSYS-CFX pour des angles d'incidence entre  $0^\circ$  et  $1,0^\circ$

Tableau 14: Coefficients de portance calculés avec ANSYS-CFX pour  $Re = 2,6 \times 10^5$

$\alpha$ [deg]	$C_l$	Intervalle [ $\alpha_1$ ; $\alpha_2$ ]	$\frac{\partial C_l}{\partial \alpha}$ [1/deg]	$\frac{\partial C_l}{\partial \alpha}$ [1/rad]	$U_D$ [m/s]
0	-0,001	—	—	—	—
0,1	0,010	[ $0^\circ$ ; $0,1^\circ$ ]	0,110	6,305	19,44
0,2	0,023	[ $0,1^\circ$ ; $0,2^\circ$ ]	0,123	7,060	18,37
0,3	0,030	[ $0,2^\circ$ ; $0,3^\circ$ ]	0,074	4,221	23,76
0,4	0,042	[ $0,3^\circ$ ; $0,4^\circ$ ]	0,122	7,015	18,43
0,5	0,051	[ $0,4^\circ$ ; $0,5^\circ$ ]	0,090	5,142	21,53
0,6	0,061	[ $0,5^\circ$ ; $0,6^\circ$ ]	0,096	5,474	20,87
0,7	0,069	[ $0,6^\circ$ ; $0,7^\circ$ ]	0,087	4,995	21,84
0,8	0,084	[ $0,7^\circ$ ; $0,8^\circ$ ]	0,146	8,341	16,90
0,9	0,096	[ $0,8^\circ$ ; $0,9^\circ$ ]	0,116	6,658	18,92
1,0	0,105	[ $0,9^\circ$ ; $1,0^\circ$ ]	0,092	5,245	21,32

## 5.3.5.5.2 Calcul de la vitesse de divergence à partir de la simulation 5.3.5.3.3

Le Tableau 15 présente l'analyse des résultats de la simulation 5.3.5.3.3. On a surligné en jaune dans le tableau les moments où la condition (5.16) est satisfaite.

Tableau 15: Analyse des résultats de la simulation 3.3.5.3.3 avec  $U(t) = 21 - 20e^{-1.5t}$

Temps (s)	Moment aérodynamique	Angle (deg)	Vitesse de l'air $U$ (m/s)	Variation du $M_A$ (Nm/rad)	Sens
0,00	8,287E-08	0,000E+00	1,000E+00		
0,01	2,019E-07	2,246E-03	1,292E+00	9,710E-04	▲
0,02	2,455E-07	8,747E-03	1,587E+00	-3,448E-04	▼
0,03	2,564E-07	1,732E-02	1,877E+00	-4,158E-04	▼
0,04	2,671E-07	2,509E-02	2,161E+00	-4,058E-04	▲
0,05	2,601E-07	2,989E-02	2,441E+00	-7,545E-04	▼
0,06	2,672E-07	3,060E-02	2,717E+00	-3,563E-03	▼
0,07	2,935E-07	2,716E-02	2,988E+00	4,103E-04	▲
0,08	3,962E-07	1,993E-02	3,255E+00	-3,196E-04	▼
0,09	6,288E-07	1,060E-02	3,519E+00	-8,720E-04	▼
0,10	9,184E-07	1,939E-03	3,778E+00	-1,110E-03	▼
0,11	1,224E-06	4,380E-03	4,034E+00	3,651E-03	▲
0,12	1,537E-06	4,971E-03	4,286E+00	1,328E-02	▲
0,13	1,669E-06	5,037E-04	4,535E+00	5,836E-04	▼
0,14	1,756E-06	8,130E-03	4,780E+00	-6,683E-04	▼
0,15	1,635E-06	1,645E-02	5,021E+00	-1,884E-03	▼
0,16	1,524E-06	2,282E-02	5,259E+00	-2,219E-03	▼
0,17	1,522E-06	2,562E-02	5,493E+00	-2,636E-03	▼
0,18	1,610E-06	2,444E-02	5,724E+00	1,908E-03	▲
0,19	1,896E-06	1,921E-02	5,952E+00	-1,575E-03	▼
0,20	2,360E-06	1,084E-02	6,176E+00	-2,027E-03	▼
0,21	2,933E-06	1,556E-03	6,397E+00	-2,310E-03	▼
0,22	3,672E-06	7,650E-03	6,615E+00	4,712E-03	▲
0,23	4,304E-06	1,232E-02	6,829E+00	4,491E-03	▼
0,24	4,771E-06	1,125E-02	7,040E+00	-9,821E-03	▼
0,25	4,917E-06	4,929E-03	7,248E+00	1,199E-03	▲
0,26	4,866E-06	3,589E-03	7,453E+00	1,345E-02	▲
0,27	4,723E-06	1,100E-02	7,655E+00	-3,005E-03	▼
0,28	4,618E-06	1,608E-02	7,854E+00	-3,795E-03	▼
0,29	4,687E-06	1,752E-02	8,050E+00	-6,205E-03	▼
0,30	4,938E-06	1,504E-02	8,243E+00	-5,216E-04	▲
0,31	5,473E-06	8,808E-03	8,433E+00	-2,671E-03	▼

0,32	6,131E-06	2,288E-04	8,620E+00	-2,639E-03	▲
0,33	7,310E-06	1,069E-02	8,805E+00	4,793E-03	▲
0,34	8,327E-06	1,876E-02	8,987E+00	4,853E-03	▲
0,35	9,175E-06	2,226E-02	9,166E+00	8,094E-03	▲
0,36	9,678E-06	2,104E-02	9,342E+00	-6,631E-03	▼
0,37	9,864E-06	1,565E-02	9,516E+00	1,815E-03	▲
0,38	9,810E-06	7,538E-03	9,687E+00	2,807E-03	▲
0,39	9,535E-06	6,098E-04	9,855E+00	4,954E-03	▲
0,40	9,301E-06	5,160E-03	1,002E+01	-6,787E-03	▼
0,41	9,328E-06	6,433E-03	1,018E+01	-1,219E-02	▼
0,42	9,634E-06	4,046E-03	1,035E+01	-2,098E-04	▲
0,43	1,040E-05	2,064E-03	1,050E+01	-1,312E-02	▼
0,44	1,139E-05	1,164E-02	1,066E+01	3,949E-03	▲
0,45	1,264E-05	2,123E-02	1,081E+01	5,315E-03	▲
0,46	1,382E-05	2,871E-02	1,097E+01	6,173E-03	▲
0,47	1,487E-05	3,304E-02	1,112E+01	8,565E-03	▲
0,48	1,559E-05	3,368E-02	1,126E+01	2,869E-02	▲
0,49	1,607E-05	3,097E-02	1,141E+01	-1,418E-03	▼
0,50	1,622E-05	2,588E-02	1,155E+01	2,824E-03	▲
0,51	1,626E-05	2,002E-02	1,169E+01	3,399E-03	▲
0,52	1,602E-05	1,513E-02	1,183E+01	7,193E-03	▲
0,53	1,595E-05	1,266E-02	1,197E+01	9,983E-03	▲
0,54	1,623E-05	1,347E-02	1,210E+01	-5,471E-03	▼
0,55	1,675E-05	1,756E-02	1,223E+01	2,229E-03	▲
0,56	1,817E-05	2,408E-02	1,236E+01	9,114E-03	▲
0,57	1,912E-05	3,177E-02	1,249E+01	4,185E-03	▼
0,58	2,034E-05	3,928E-02	1,262E+01	6,171E-03	▲
0,59	2,199E-05	4,519E-02	1,274E+01	1,186E-02	▲
0,60	2,302E-05	4,868E-02	1,287E+01	9,660E-03	▼
0,61	2,385E-05	4,962E-02	1,299E+01	2,388E-02	▲
0,62	2,442E-05	4,822E-02	1,311E+01	-5,213E-03	▼
0,63	2,486E-05	4,534E-02	1,323E+01	-1,074E-04	▲
0,64	2,484E-05	4,203E-02	1,334E+01	7,847E-03	▲
0,65	2,486E-05	3,933E-02	1,346E+01	8,454E-03	▲
0,66	2,511E-05	3,812E-02	1,357E+01	8,071E-03	▼
0,67	2,552E-05	3,899E-02	1,368E+01	3,176E-04	▼
0,68	2,623E-05	4,203E-02	1,379E+01	5,637E-03	▲
0,69	2,725E-05	4,683E-02	1,389E+01	7,071E-03	▲
0,70	2,871E-05	5,263E-02	1,400E+01	1,018E-02	▲
0,71	2,976E-05	5,827E-02	1,410E+01	6,187E-03	▼
0,72	3,115E-05	6,285E-02	1,421E+01	1,175E-02	▲
0,73	3,233E-05	6,638E-02	1,431E+01	1,192E-02	▲

0,74	3,363E-05	6,864E-02	1,441E+01	2,103E-02	▲
0,75	3,433E-05	6,967E-02	1,451E+01	1,329E-02	▼
0,76	3,513E-05	6,987E-02	1,460E+01	9,682E-02	▲
0,77	3,574E-05	6,971E-02	1,470E+01	-5,265E-02	▼
0,78	3,632E-05	6,967E-02	1,479E+01	-1,540E-01	▼
0,79	3,693E-05	7,005E-02	1,488E+01	2,251E-02	▲
0,80	3,748E-05	7,129E-02	1,498E+01	4,555E-03	▼
0,81	3,858E-05	7,352E-02	1,507E+01	1,647E-02	▲
0,82	3,963E-05	7,665E-02	1,515E+01	1,079E-02	▼
0,83	4,090E-05	8,049E-02	1,524E+01	1,200E-02	▲
0,84	4,142E-05	8,481E-02	1,533E+01	7,903E-04	▼
0,85	4,283E-05	8,946E-02	1,541E+01	1,163E-02	▲
0,86	4,515E-05	9,406E-02	1,549E+01	2,282E-02	▲
0,87	4,598E-05	9,808E-02	1,558E+01	4,978E-03	▼
0,88	4,771E-05	1,015E-01	1,566E+01	2,102E-02	▲
0,89	4,877E-05	1,043E-01	1,574E+01	1,144E-02	▼
0,90	5,004E-05	1,068E-01	1,582E+01	1,752E-02	▲
0,91	5,135E-05	1,090E-01	1,589E+01	2,096E-02	▲
0,92	5,234E-05	1,112E-01	1,597E+01	1,288E-02	▼
0,93	5,370E-05	1,135E-01	1,604E+01	2,141E-02	▲
0,94	5,496E-05	1,161E-01	1,612E+01	1,673E-02	▼
0,95	5,640E-05	1,194E-01	1,619E+01	1,624E-02	▼
0,96	5,739E-05	1,233E-01	1,626E+01	7,203E-03	▼
0,97	5,898E-05	1,274E-01	1,633E+01	1,510E-02	▲
0,98	6,107E-05	1,320E-01	1,640E+01	1,948E-02	▲
0,99	6,207E-05	1,370E-01	1,647E+01	5,553E-03	▼
1,00	6,408E-05	1,424E-01	1,654E+01	1,593E-02	▲
1,01	6,616E-05	1,478E-01	1,660E+01	1,626E-02	▲
1,02	6,794E-05	1,531E-01	1,667E+01	1,360E-02	▼
1,03	6,997E-05	1,583E-01	1,673E+01	1,659E-02	▲
1,04	7,235E-05	1,635E-01	1,680E+01	1,992E-02	▲
1,05	7,410E-05	1,691E-01	1,686E+01	1,241E-02	▼
1,06	7,627E-05	1,751E-01	1,692E+01	1,533E-02	▲
1,07	7,866E-05	1,815E-01	1,698E+01	1,661E-02	▲
1,08	8,143E-05	1,878E-01	1,704E+01	1,988E-02	▲
1,09	8,342E-05	1,944E-01	1,710E+01	1,234E-02	▼
1,10	8,573E-05	2,013E-01	1,716E+01	1,423E-02	▲
1,11	8,843E-05	2,083E-01	1,722E+01	1,731E-02	▲
1,12	9,109E-05	2,152E-01	1,727E+01	1,721E-02	▼
1,13	9,386E-05	2,218E-01	1,733E+01	1,883E-02	▲
1,14	9,650E-05	2,284E-01	1,738E+01	1,772E-02	▼
1,15	9,904E-05	2,346E-01	1,744E+01	1,764E-02	▼

1,16	1,017E-04	2,412E-01	1,749E+01	1,740E-02	▼
1,17	1,044E-04	2,481E-01	1,754E+01	1,737E-02	▼
1,18	1,072E-04	2,553E-01	1,759E+01	1,736E-02	▼
1,19	1,100E-04	2,625E-01	1,764E+01	1,783E-02	▲
1,20	1,128E-04	2,694E-01	1,769E+01	1,772E-02	▼
1,21	1,157E-04	2,757E-01	1,774E+01	1,991E-02	▲
1,22	1,184E-04	2,821E-01	1,779E+01	1,854E-02	▼
1,23	1,211E-04	2,885E-01	1,784E+01	1,869E-02	▲
1,24	1,238E-04	2,948E-01	1,789E+01	1,905E-02	▲
1,25	1,266E-04	3,013E-01	1,793E+01	1,854E-02	▼
1,26	1,294E-04	3,082E-01	1,798E+01	1,827E-02	▼
1,27	1,324E-04	3,154E-01	1,802E+01	1,822E-02	▼
1,28	1,355E-04	3,230E-01	1,807E+01	1,792E-02	▼
1,29	1,386E-04	3,310E-01	1,811E+01	1,784E-02	▼
1,30	1,419E-04	3,392E-01	1,815E+01	1,815E-02	▲
1,31	1,452E-04	3,476E-01	1,820E+01	1,843E-02	▲
1,32	1,487E-04	3,561E-01	1,824E+01	1,853E-02	▲
1,33	1,522E-04	3,647E-01	1,828E+01	1,863E-02	▲
1,34	1,557E-04	3,735E-01	1,832E+01	1,879E-02	▲
1,35	1,594E-04	3,826E-01	1,836E+01	1,874E-02	▼
1,36	1,631E-04	3,919E-01	1,840E+01	1,881E-02	▲
1,37	1,670E-04	4,014E-01	1,844E+01	1,896E-02	▲
1,38	1,710E-04	4,112E-01	1,848E+01	1,906E-02	▲
1,39	1,750E-04	4,214E-01	1,851E+01	1,891E-02	▼
1,40	1,793E-04	4,322E-01	1,855E+01	1,880E-02	▼
1,41	1,837E-04	4,433E-01	1,859E+01	1,913E-02	▲
1,42	1,882E-04	4,545E-01	1,862E+01	1,926E-02	▲
1,43	1,928E-04	4,659E-01	1,866E+01	1,946E-02	▲
1,44	1,975E-04	4,775E-01	1,869E+01	1,948E-02	▲
1,45	2,023E-04	4,893E-01	1,873E+01	1,962E-02	▲
1,46	2,072E-04	5,015E-01	1,876E+01	1,967E-02	▲
1,47	2,122E-04	5,140E-01	1,880E+01	1,963E-02	▼
1,48	2,174E-04	5,268E-01	1,883E+01	1,970E-02	▲
1,49	2,227E-04	5,400E-01	1,886E+01	1,981E-02	▲
1,50	2,282E-04	5,537E-01	1,889E+01	1,985E-02	▲
1,51	2,339E-04	5,678E-01	1,892E+01	1,986E-02	▲
1,52	2,397E-04	5,819E-01	1,895E+01	2,040E-02	▲
1,53	2,455E-04	5,955E-01	1,899E+01	2,107E-02	▲
1,54	2,510E-04	6,082E-01	1,902E+01	2,152E-02	▲
1,55	2,564E-04	6,203E-01	1,904E+01	2,176E-02	▲
1,56	2,618E-04	6,321E-01	1,907E+01	2,184E-02	▲
1,57	2,670E-04	6,439E-01	1,910E+01	2,150E-02	▼



1,58	2,723E-04	6,561E-01	1,913E+01	2,133E-02	▼
1,59	2,777E-04	6,687E-01	1,916E+01	2,092E-02	▼
1,60	2,834E-04	6,821E-01	1,919E+01	2,062E-02	▼
1,61	2,892E-04	6,964E-01	1,921E+01	2,031E-02	▼
1,62	2,954E-04	7,117E-01	1,924E+01	2,017E-02	▼
1,63	3,020E-04	7,280E-01	1,927E+01	2,004E-02	▼
1,64	3,089E-04	7,455E-01	1,929E+01	2,001E-02	▼
1,65	3,162E-04	7,640E-01	1,932E+01	2,011E-02	▲
1,66	3,239E-04	7,834E-01	1,934E+01	2,014E-02	▲
1,67	3,320E-04	8,038E-01	1,937E+01	2,028E-02	▲
1,68	3,404E-04	8,250E-01	1,939E+01	2,045E-02	▲
1,69	3,492E-04	8,470E-01	1,942E+01	2,064E-02	▲
1,70	3,583E-04	8,697E-01	1,944E+01	2,080E-02	▲
1,71	3,676E-04	8,926E-01	1,946E+01	2,123E-02	▲
1,72	3,770E-04	9,153E-01	1,949E+01	2,154E-02	▲
1,73	3,865E-04	9,378E-01	1,951E+01	2,171E-02	▲
1,74	3,960E-04	9,605E-01	1,953E+01	2,170E-02	▼
1,75	4,057E-04	9,837E-01	1,955E+01	2,165E-02	▼
1,76	4,156E-04	1,008E+00	1,957E+01	2,151E-02	▼
1,77	4,259E-04	1,033E+00	1,959E+01	2,126E-02	▼
1,78	4,367E-04	1,060E+00	1,962E+01	2,114E-02	▼
1,79	4,480E-04	1,088E+00	1,964E+01	2,109E-02	▼
1,80	4,600E-04	1,118E+00	1,966E+01	2,102E-02	▼
1,81	4,726E-04	1,150E+00	1,968E+01	2,104E-02	▲
1,82	4,858E-04	1,183E+00	1,970E+01	2,120E-02	▲
1,83	4,995E-04	1,217E+00	1,972E+01	2,135E-02	▲
1,84	5,137E-04	1,252E+00	1,973E+01	2,143E-02	▲
1,85	5,283E-04	1,288E+00	1,975E+01	2,197E-02	▲
1,86	5,429E-04	1,323E+00	1,977E+01	2,226E-02	▲
1,87	5,575E-04	1,357E+00	1,979E+01	2,243E-02	▲
1,88	5,723E-04	1,392E+00	1,981E+01	2,244E-02	▲
1,89	5,872E-04	1,428E+00	1,983E+01	2,245E-02	▲
1,90	6,023E-04	1,464E+00	1,984E+01	2,233E-02	▼
1,91	6,179E-04	1,501E+00	1,986E+01	2,217E-02	▼
1,92	6,340E-04	1,541E+00	1,988E+01	2,197E-02	▼
1,93	6,509E-04	1,582E+00	1,989E+01	2,181E-02	▼
1,94	6,686E-04	1,626E+00	1,991E+01	2,177E-02	▼
1,95	6,871E-04	1,671E+00	1,993E+01	2,178E-02	▲
1,96	7,065E-04	1,719E+00	1,994E+01	2,185E-02	▲
1,97	7,266E-04	1,769E+00	1,996E+01	2,182E-02	▼
1,98	7,476E-04	1,821E+00	1,997E+01	2,188E-02	▲
1,99	7,668E-04	1,860E+00	1,999E+01	2,666E-02	▲

2,00	7,843E-04	1,900E+00	2,000E+01	2,307E-02	▲
2,01	8,033E-04	1,946E+00	2,002E+01	2,231E-02	▲
2,02	8,239E-04	1,997E+00	2,003E+01	2,189E-02	▼
2,03	8,459E-04	2,052E+00	2,005E+01	2,157E-02	▼
2,04	8,668E-04	2,094E+00	2,006E+01	2,665E-02	▲
2,05	8,852E-04	2,138E+00	2,008E+01	2,245E-02	▼
2,06	9,062E-04	2,190E+00	2,009E+01	2,198E-02	▼
2,07	9,290E-04	2,239E+00	2,010E+01	2,484E-02	▲
2,08	9,468E-04	2,279E+00	2,012E+01	2,386E-02	▲
2,09	9,671E-04	2,330E+00	2,013E+01	2,161E-02	▼
2,10	9,873E-04	2,384E+00	2,014E+01	2,008E-02	▼
2,11	1,010E-03	2,429E+00	2,016E+01	2,736E-02	▲
2,12	1,032E-03	2,486E+00	2,017E+01	2,021E-02	▼
2,13	1,055E-03	2,534E+00	2,018E+01	2,625E-02	▲
2,14	1,081E-03	2,590E+00	2,019E+01	2,569E-02	▲
2,15	1,101E-03	2,645E+00	2,021E+01	1,890E-02	▼
2,16	1,124E-03	2,694E+00	2,022E+01	2,523E-02	▲
2,17	1,154E-03	2,751E+00	2,023E+01	2,892E-02	▲
2,18	1,170E-03	2,801E+00	2,024E+01	1,665E-02	▼
2,19	1,195E-03	2,856E+00	2,025E+01	2,459E-02	▲
2,20	1,217E-03	2,912E+00	2,026E+01	2,119E-02	▼
2,21	1,240E-03	2,961E+00	2,027E+01	2,604E-02	▲
2,22	1,269E-03	3,018E+00	2,028E+01	2,696E-02	▲
2,23	1,287E-03	3,075E+00	2,030E+01	1,777E-02	▼
2,24	1,311E-03	3,121E+00	2,031E+01	2,746E-02	▲
2,25	1,337E-03	3,179E+00	2,032E+01	2,400E-02	▼
2,26	1,357E-03	3,227E+00	2,033E+01	2,199E-02	▼
2,27	1,385E-03	3,285E+00	2,034E+01	2,659E-02	▲
2,28	1,403E-03	3,342E+00	2,035E+01	1,706E-02	▼
2,29	1,428E-03	3,391E+00	2,036E+01	2,828E-02	▲
2,30	1,452E-03	3,448E+00	2,037E+01	2,186E-02	▼
2,31	1,480E-03	3,507E+00	2,038E+01	2,619E-02	▲
2,32	1,501E-03	3,556E+00	2,038E+01	2,300E-02	▼
2,33	1,526E-03	3,614E+00	2,039E+01	2,326E-02	▲
2,34	1,551E-03	3,674E+00	2,040E+01	2,279E-02	▼
2,35	1,579E-03	3,732E+00	2,041E+01	2,615E-02	▲
2,36	1,601E-03	3,789E+00	2,042E+01	2,055E-02	▼
2,37	1,622E-03	3,846E+00	2,043E+01	2,002E-02	▼
2,38	1,654E-03	3,906E+00	2,044E+01	2,949E-02	▲
2,39	1,678E-03	3,964E+00	2,045E+01	2,182E-02	▼
2,40	1,703E-03	4,021E+00	2,045E+01	2,441E-02	▲
2,41	1,728E-03	4,080E+00	2,046E+01	2,287E-02	▼

2,42	1,754E-03	4,133E+00	2,047E+01	2,675E-02	▲
2,43	1,777E-03	4,192E+00	2,048E+01	2,083E-02	▼
2,44	1,803E-03	4,249E+00	2,049E+01	2,500E-02	▲
2,45	1,828E-03	4,299E+00	2,049E+01	2,600E-02	▲

En analysant les données dans le tableau ci-dessus, on peut faire les constats suivants:

- À la vitesse de 12,98 m/s, 14,60 m/s, 14,88 m/s et 15,49 m/s, on a des moments où la condition de divergence est réalisée. Ensuite, à partir de la vitesse de 19,77 m/s, pour environ 0,05 s, jusqu'à 19,84 m/s la condition de divergence est de nouveau réalisée. Pendant plusieurs pas de temps - environ 0,08 s - la pente du moment aérodynamique reste encore en dessous de la pente du moment élastique jusqu'à la vitesse de 19,98 m/s et l'angle d'attaque de  $0,1^\circ + 1,86^\circ$ . Cette oscillation autour la condition de divergence est due au fait que notre analyse commence à la vitesse de 1 m/s, et la perturbation initiale n'arrive pas à être amortie, par contre, elle est propagée et amplifiée à cause de l'augmentation rapide de la vitesse de l'air et aussi de la non-linéarité de la polaire. On peut observer très bien ça dans la Figure 53, qui est un détail de la courbe de l'angle d'attaque du profil en fonction du temps, représentant la première seconde de la simulation.
- Une autre cause des oscillations autour de la condition de divergence est la variation du coefficient de portance calculé par CFX pour les conditions qu'on a établi (dimensions du domaine, maillage, modèle de turbulence). On a fait des analyses stationnaires pour calculer les coefficients aérodynamiques de  $0^\circ$  à  $1,0^\circ$  avec un pas de  $0,1^\circ$  et on a dessiné la courbe  $C_l(\alpha)$ . Comme on voit dans le Tableau 14 et dans la figure 52, la courbe est loin d'être linéaire et on constate l'influence des non-linéarités en calculant la vitesse de divergence avec la formule (5.9) (voir la dernière colonne du Tableau 14). La vitesse de divergence varie de 16,90 m/s entre  $0,7^\circ$  et  $0,8^\circ$  à 23,76 m/s entre  $0,2^\circ$  et  $0,3^\circ$ , ce qui représente une plage de variation de 34,33% autour de la vitesse de divergence de 19,98 m/s.

- On voit dans l'ANNEXE IV la figure qui montre le coefficient de portance calculé par CFX de  $0^\circ$  jusqu'à  $13,5^\circ$ , au-delà de l'entrée en décrochage, et on constate la non-linéarité de la fonction  $C_l(\alpha)$ . Donc, dépendamment de la fonction de variation de la vitesse de l'air, il est possible d'obtenir des valeurs légèrement différentes pour le domaine de vitesse de divergence.

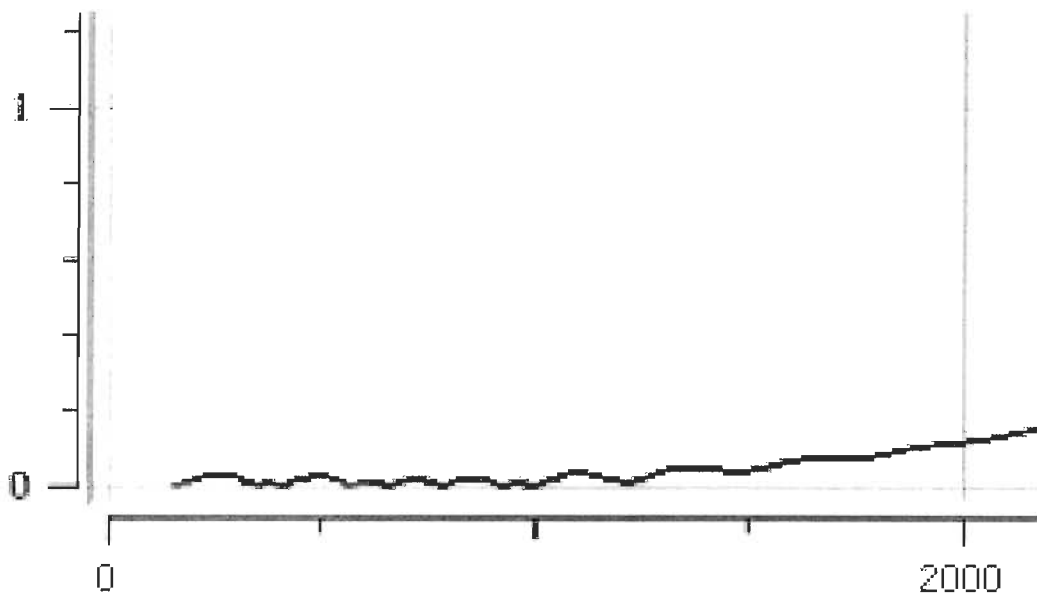


Figure 53 : Détail de la courbe de l'angle d'attaque du profil soumis à une vitesse de l'air variable, de 1m/s à 20,99 m/s, représentant la première seconde de la simulation

- À partir de la vitesse de 19,98 m/s jusqu'à l'entrée en décrochage à  $0,1^\circ + 6,2^\circ$ , la variation du moment aérodynamique demeure la plupart du temps au-dessus de la pente du moment élastique. Dans ce cas, à la différence du cas précédent, on a des exceptions en dessous de la pente du moment élastique même à des vitesses supérieures à 19,98 m/s. Ceci est une conséquence du choix des paramètres de la simulation: le pas de temps, l'amortissement numérique et la fonction de vitesse, lesquels, en ensemble, font que globalement la structure est plus sensible. La vitesse dans ce cas augmente moins vite et la limite maximale de vitesse est plus petite par rapport au cas antérieur, donc on est plus proche de la limite de divergence.

- Dans cette situation on juge que la divergence s'installe à partir du moment où la pente du moment aérodynamique est supérieure à la pente du moment élastique la plupart du temps (64% du total dans notre cas), jusqu'au décrochage où à la défaillance. En appliquant le critère exprimé par la formule (5.16) nous obtenons une vitesse de divergence de **19.98 m/s**, la même valeur qu'on a obtenue avec les résultats de la simulation 5.3.5.3.2.

## CHAPITRE 6

### ÉTUDE DU CAS DU FLOTTEMENT

Le flottement peut être défini comme l'instabilité dynamique d'un corps élastique dans un courant d'air (**Bisplinghoff 1988**). Il est rencontré le plus souvent pour les corps soumis à des grandes charges aérodynamiques latérales de type portance, telles que des ailes d'avion, des queues et des gouvernails. Comme pour la divergence, les seules forces aérodynamiques nécessaires pour le produire sont celles qui sont dues à la déflexion de la structure élastique par rapport à l'état non déformé. Le flottement, où la vitesse critique  $U_F$  et la fréquence  $\omega_F$  sont définies, respectivement, comme la plus petite vitesse et la fréquence correspondante circulaire pour lesquelles une structure donnée, située dans un courant d'air à une densité atmosphérique et une température donnée, présentera des oscillations harmoniques simples soutenues.  $U_F$  représente une condition à la limite ou frontière de stabilité neutre, parce que tous les petits mouvements doivent être stables à des vitesses inférieures à  $U_F$ , tandis que des variations divergentes peuvent normalement se produire dans une gamme de vitesses (ou à toutes les vitesses) en dessus de  $U_F$ .

#### 6.1 Considérations théoriques

##### 6.1.1. Équations de mouvement d'un système aéroélastique

Pour discuter ces phénomènes, nous devons d'abord développer les modèles dynamiques théoriques. Nous commençons par utiliser une section "typique" comme un dispositif pédagogique pour illustrer le contenu physique de l'aéroélasticité dynamique (voir Figure 54).

Pour simplifier les choses, nous supposons que les forces aérodynamiques sont données où  $p(x,t)$  est la pression aérodynamique,  $F_L$ , la force résultante (ascensionnelle) et  $M_y$  le moment résultant autour de l'axe élastique (voir Figure 55). Les équations du mouvement sont:

$$m\ddot{h} + K_h h + S_\alpha \ddot{\alpha} = -F_L \quad (6.1)$$

$$S_\alpha \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + K_\alpha \alpha = M_y \quad (6.2)$$

où

$$F_L = \int p dx \quad (6.3)$$

$$M_y = \int p x dx \quad (6.4)$$

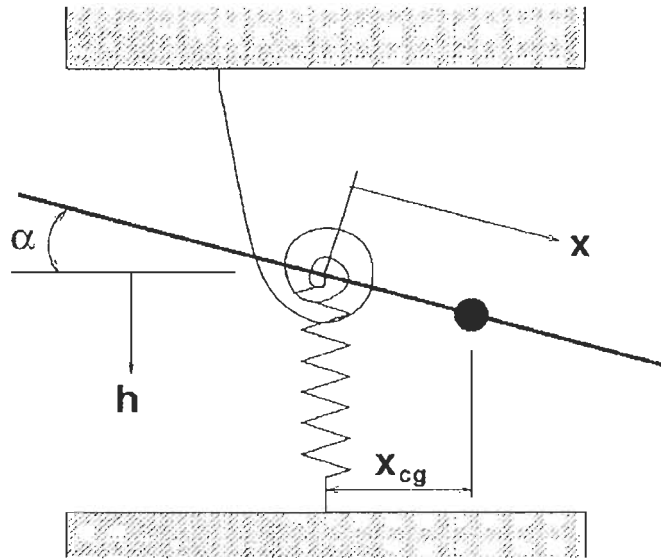


Figure 54 : Géométrie de la section typique

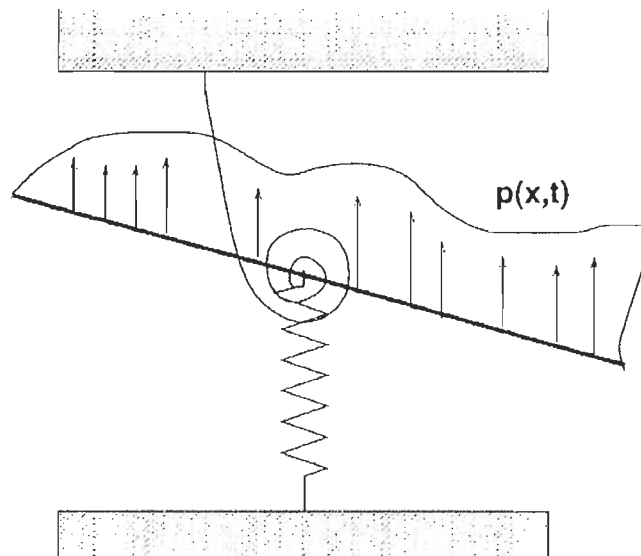


Figure 55 : Forces aérodynamiques sur la section typique

## 6.1.2 Forces aérodynamiques sur les profils

### 6.1.2.1 Introduction et sommaire

De la théorie aérodynamique, nous savons que le mouvement de la structure va affecter la force aérodynamique à travers la composante de vitesse normale du fluide,  $w_a$ , c.-à-d.,

$$w_a \equiv \frac{\partial z_a}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial z_a}{\partial x} \quad (6.5)$$

où  $z_a$ , est le déplacement vertical du profil au point  $x, y$  au moment de temps  $t$ . Nous ne donnerons pas une dérivation formelle de (6.3) ici, mais on va montrer ses fondements physiques. Pour un fluide parfait, la condition limite à une interface fluide-solide, par exemple à la surface d'une aile, exige que la composante normale de la vitesse du fluide soit égale à la vitesse normale de la surface. Pour une surface solide presque plane qui effectue des petits mouvements par rapport à ses propres dimensions on peut appliquer la condition limite sur une position moyenne du corps, par exemple  $z = 0$ , plutôt que sur la position instantanée de la surface,  $z = z_a$ . Dans un système de coordonnées fixe par rapport au fluide, la condition aux frontières se lit

$$w_a = \frac{\partial z_a}{\partial t} \quad (6.6)$$

où  $w_a$  est la composante de vitesse normale du fluide et  $\frac{\partial z_a}{\partial t}$  est la vitesse normale de la surface du corps. Dans un système de coordonnées fixe par rapport au corps il y a un terme de convection supplémentaire tel qu'il figure dans (6.5). Celui-ci peut être dérivé par une transformation formelle à partir des axes fixes du fluide vers des axes fixes du corps.

Enfin, si en plus de la vitesse moyenne d'écoulement,  $U_\infty$ , nous avons également une vitesse de rafale verticale,  $w_G$ , alors la condition limite est que la vitesse totale normale du fluide à la surface du corps est égale à la vitesse normale du corps, à savoir

$$w_{total} = w_a + w_G = \frac{\partial z_a}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial z_a}{\partial x} \quad (6.7)$$

où  $w_a$  est la vitesse additionnelle due à la présence de la pale au-delà de la vitesse de la rafale prescrite  $w_G$ . Le chargement de pression sur l'aile est donné par :

$$p + p_G \quad (6.8)$$



où  $p$  est la pression due à

$$w_a = -w_G(x, t) + \frac{\partial z_a}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial z_a}{\partial x} \quad (6.9)$$

et  $p_G$  est la pression prescrite correspondant au  $w_G$  donné. On note, cependant, que  $p_G$  est continue à  $z = 0$  et donc ne donne pas de chargement de pression nette sur l'aile. Ainsi, seule la pression  $p$  due à la composante  $w_a$  est d'intérêt dans la plupart des applications.

Pour l'exemple typique de la section aérodynamique

$$z_a = -h - \alpha x \quad (6.10)$$

et

$$w_a = -w_G - \dot{h} - \dot{\alpha}x - U_\infty \alpha \quad (6.11)$$

Du premier et du dernier terme, nous notons que  $\frac{w_G}{U_\infty}$  est équivalent à un angle d'attaque, bien qu'il soit variable avec la position le long de l'aile,  $w_G = w_G(x, t)$ !

En utilisant le concept des fonctions d'impulsion aérodynamique, nous pouvons maintenant relier la portance et le moment aux valeurs de  $h$ ,  $\alpha$  et  $w_G$ . Par souci de simplicité nous négligeons  $w_G$  pour le moment.

La force aérodynamique et le moment peuvent être écrits

$$F_L(t) \sim \int_{-\infty}^{\infty} I_{Lh}(t - \tau) [\dot{h}(\tau) + U_\infty \alpha(\tau)] d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} I_{L\alpha}(t - \tau) \dot{\alpha}(\tau) d\tau \quad (6.12)$$

$$M_y(t) \sim \int_{-\infty}^{\infty} I_{Mh}(t - \tau) [\dot{h}(\tau) + U_\infty \alpha(\tau)] d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} I_{M\alpha}(t - \tau) \dot{\alpha}(\tau) d\tau$$

$$(6.13)$$

Notez que  $\dot{h} + U_\infty \alpha$  apparaissent toujours dans la même combinaison dans  $w_a$  de (6.11). Il est courant d'exprimer (6.12) et (6.13) sous forme non dimensionnelle. Ainsi,

$$\frac{F_L}{qb} = \int_{-\infty}^{\infty} I_{Lh}(s - \sigma) \left[ \frac{d\frac{h}{b}(\sigma)}{d\sigma} + \alpha(\sigma) \right] d\sigma + \int_{-\infty}^{\infty} I_{L\alpha}(s - \sigma) \left[ \frac{d\alpha(\sigma)}{d\sigma} \right] d\sigma \quad (6.14)$$

et

$$\frac{M_y}{qb^2} = \int_{-\infty}^{\infty} I_{Mh}(s - \sigma) \left[ \frac{d\frac{h}{b}(\sigma)}{d\sigma} + \alpha(\sigma) \right] d\sigma + \int_{-\infty}^{\infty} I_{M\alpha}(s - \sigma) \left[ \frac{d\alpha(\sigma)}{d\sigma} \right] d\sigma \quad (6.15)$$

où

$$s = \frac{tU_\infty}{b}, \quad \sigma = \frac{\tau U_\infty}{b}, \quad \text{et } I_{Lh} \text{ etc sont des fonctions d'impulsion non dimensionnelles.}$$

### 6.1.2.2 Approximations usuelles

Souvent, des hypothèses simplificatrices sont faites à l'égard de la dépendance spatiale ou temporelle des forces aérodynamiques. Ici, nous présentons trois approximations largement utilisées.

#### a) Approximation de la "théorie de bande"

Dans cette approximation, on emploie les résultats connus pour l'écoulement bidimensionnel (envergure infinie) pour calculer les forces aérodynamiques sur une surface portante d'envergure finie. L'essence de l'approximation est de considérer chaque section de l'envergure comme s'il s'agissait d'une partie d'une aile d'envergure infinie avec des propriétés uniformes. Par conséquent, la portance (ou, plus généralement, la distribution de pression sur la corde) à toute section de l'envergure est supposée à dépendre uniquement du sillage à cet endroit tel que proposé par la théorie aérodynamique bidimensionnelle et d'être indépendante du sillage à tout autre position de l'envergure.

#### b) Approximation quasi-stationnaire

La signification qualitative de la théorie de bande est généralement admise, c'est à dire, on ignore l'effet de mémoire temporelle dans le modèle aérodynamique et on suppose que les forces aérodynamiques à tout moment ne dépendent que du mouvement de l'aile au même moment et sont indépendantes du mouvement à des moments antérieurs. C'est à dire, l'histoire du mouvement est négligée en ce qui concerne la détermination des forces aérodynamiques. Par exemple, l'approximation de la théorie aérodynamique du piston est en soi une approximation quasi-stationnaire.

Une approximation quasi stationnaire alternative utilisée à l'occasion est d'obtenir d'abord les forces aérodynamiques pour un mouvement stationnaire, puis de définir un angle d'attaque équivalent non stationnaire,  $\alpha + \frac{dh}{dt} \frac{1}{U_\infty}$ , pour remplacer  $\alpha$  partout dans la théorie aérodynamique stationnaire. Toutefois, les deux sont utilisés en pratique et le

lecteur doit être prudent afin de déterminer exactement ce qu'un certain auteur entend par «approximation quasi stationnaire».

### c) Approximation de corps svelte ou aile svelte (allongement faible)

Une autre approximation fondée sur des considérations spatiales est possible lorsque la surface portante a un faible allongement d'aile ou l'on a affaire avec un corps svelte. Dans ce cas, le taux de changement spatial au sens de la corde (dérivés) peut être négligé par rapport au taux de changement spatial au sens de l'envergure et donc la coordonnée au sens de la corde devient effectivement un paramètre plutôt qu'une coordonnée indépendante. Cette approche est généralement attribuée à R.T. Jones (Jones 1946). Il est utile comme vérification asymptotique sur les méthodes numériques pour les corps sveltes et à faible allongement d'aile. Toutefois, en pratique, il est utile pour établir des prédictions quantitatives que pour une gamme modeste de surfaces portantes (Dowell 2005).

#### 6.1.3 Solutions des équations aéroélastiques de mouvement

Après avoir développé les relations aérodynamiques, nous pouvons maintenant retourner à la question de la résolution des équations aéroélastiques du mouvement. En substituant (6.14) et (6.15) en (6.1) et (6.2), ces équations deviennent:

$$m\ddot{h} + K_h h + S_\alpha \ddot{\alpha} = -F_L =$$

$$(6.16) \quad = \left\{ - \int_0^s l_{Lh}(s-\sigma) \left[ \frac{d}{d\sigma} \frac{h}{b} + \alpha \right] d\sigma - \int_0^s l_{L\dot{\alpha}}(s-\sigma) \frac{d\alpha}{d\sigma} d\sigma - \int_0^s l_{LG}(s-\sigma) \frac{w_G}{U} d\sigma \right\} qb$$

et

$$S_\alpha \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + K_\alpha \alpha = M_y =$$

$$(6.17) \quad = \left\{ - \int_0^s l_{Mh}(s-\sigma) \left[ \frac{d}{d\sigma} \frac{h}{b} + \alpha \right] d\sigma - \int_0^s l_{M\dot{\alpha}}(s-\sigma) \frac{d\alpha}{d\sigma} d\sigma - \int_0^s l_{MG}(s-\sigma) \frac{w_G}{U} d\sigma \right\} qb$$

où

$$s \equiv \frac{tU_\infty}{b}$$

et  $I_{Lh}$ , etc. sont des fonctions d'impulsion non dimensionnelles. (6.16) et (6.17) sont des équations différentielles-intégrales linéaires pour  $h$  et  $a$ . Elles peuvent être résolues de différentes manières, qui impliquent toutes une quantité modérée de travail numérique. Fondamentalement, on peut distinguer entre ces méthodes qui traitent le problème dans le domaine du temps et celles qui travaillent dans le domaine des fréquences. Les possibilités sont nombreuses et nous allons discuter des exemples représentatifs de techniques de résolution plutôt que de tenter d'être exhaustifs.

### 6.1.3.1 Solutions dans le domaine temporel

Avec les moyens informatiques actuels, peut-être la façon la plus simple de résoudre (6.16) et (6.17) (et des équations similaires qui se posent pour des systèmes aéroélastiques plus compliqués) est par intégration numérique à l'aide de la méthode de différences finies.

Des solutions analytiques ou des solutions semi-analytiques peuvent être obtenues en certaines circonstances particulières, en simplifiant suffisamment la dynamique et l'aérodynamique du système. Elles sont généralement obtenues par une transformation de Laplace. Parce que la transformée de Laplace est un cas particulier de la transformée de Fourier, nous reportons la discussion de ce sujet à la section suivante sur les solutions dans le domaine fréquentiel.

### 6.1.3.2 Solutions dans le domaine des fréquences

Une procédure alternative à l'approche dans le domaine temporel est de traiter le problème dans le domaine fréquentiel. Cette approche est plus populaire et largement utilisée aujourd'hui par rapport à l'approche dans le domaine temporel. Peut-être la raison la plus importante est le fait que la théorie aérodynamique est plus complète pour le mouvement harmonique simple que pour le mouvement arbitraire. C.-à-d., dans le domaine transitoire, l'aérodynamicien fournit normalement  $H_{Lh}$  par exemple, plutôt que  $I_{Lh}$ . Bien entendu, ces deux quantités forment un couple de la transformée de Fourier,

$$H_{Lh}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} I_{Lh}(s) e^{-iks} ds \quad (6.18)$$

$$I_{L\dot{h}}(s) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{L\dot{h}}(k) e^{iks} dk \quad (6.19)$$

où

$$k = \frac{\omega b}{U}, \quad s = \frac{tU}{b}$$

et, en principe, étant donné  $H_{L\dot{h}}$  on peut calculer  $I_{L\dot{h}}(s)$ . Toutefois, pour les théories aérodynamiques les plus complexes (et plus précises)  $H_{L\dot{h}}$  est une fonction hautement oscillatoire qui est souvent connue que numériquement à un nombre relativement restreint de fréquences,  $k$ . Par conséquent, bien qu'il y a eu des tentatives pour obtenir  $I_{L\dot{h}}$  par une intégration numérique de  $H_{L\dot{h}}$  sur toutes les fréquences, elles n'ont pas été complètement réussies. Heureusement, pour la détermination des caractéristiques de stabilité d'un système comme, par exemple, la vitesse de flottement, il suffit de considérer les caractéristiques de fréquence du système dynamique, en soi, et il est possible d'éviter de telles intégrations.

Une autre raison de la popularité de la méthode du domaine de fréquence est la puissante description spectrale de puissance des charges aléatoires telles que des charges de rafale, charges à l'atterrissage (sur des surfaces rugueuses aléatoires), etc. Ceux-ci exigent une description du domaine fréquentiel (Dowell 2005).

Le principal inconvénient de l'approche dans le domaine fréquentiel est qu'on effectue deux calculs distincts: l'un, pour évaluer la stabilité du système, le «flottement» et un deuxième, afin de déterminer la réponse à des charges externes telles que les rafales, etc.

Passons maintenant aux équations du mouvement, (6.16) et (6.17), et allons les convertir dans le domaine fréquentiel en prenant la transformée de Fourier de ces équations. Le résultat est:

$$\begin{aligned} -\omega^2 m \bar{h} - \omega^2 S_\alpha \bar{\alpha} + K_h \bar{h} &= -\bar{F}_L \\ &= \left\{ -H_{L\dot{h}}(k) \left[ \frac{i\omega \bar{h}}{U} + \bar{\alpha} \right] - H_{L\dot{\alpha}}(k) \frac{i\omega b}{U} \bar{\alpha} - H_{LG}(k) \frac{\bar{w}_G}{U} \right\} qb \\ & \quad (6.20) \\ -\omega^2 I_\alpha \bar{\alpha} - \omega^2 S_\alpha \bar{b} + K_\alpha \bar{\alpha} &= -\bar{M}_y = \left\{ -H_{M\dot{h}}(k) \left[ \frac{i\omega \bar{h}}{U} + \bar{\alpha} \right] - H_{M\dot{\alpha}}(k) \frac{i\omega b}{U} \bar{\alpha} - \right. \\ & \quad \left. HMGkwGUqb2 \right\} \end{aligned}$$

(6.21)

où

$$\bar{h} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt, \quad \bar{\alpha} = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(t) e^{-i\omega t} dt$$

En collectant les termes et utilisant la notation matricielle,

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 m + K_h + H_{Lh} \frac{i\omega}{U} qb & -\omega^2 S_\alpha + \left( H_{Lh} + H_{L\dot{\alpha}} \frac{i\omega b}{U} \right) qb \\ -\omega^2 S_\alpha - H_{Mh} \frac{i\omega}{U} qb^2 & -\omega^2 I_\alpha + K_\alpha - \left( H_{Mh} + H_{M\dot{\alpha}} \frac{i\omega b}{U} \right) qb^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \bar{h} \\ \bar{\alpha} \end{Bmatrix} = qb \frac{\bar{w}_G}{U} \{-H_{LG} H_{MG} b\} \quad (6.22)$$

Formellement, on peut résoudre pour  $\bar{h}$  et  $\bar{\alpha}$  par inversion de matrice. Le résultat sera

$$\frac{\bar{h}}{\frac{\bar{w}_G}{U}} = H_{hG} \quad (6.23)$$

qui est l'une des fonctions de transfert aéroélastique à une entrée de rafale et

$$\frac{\bar{\alpha}}{\frac{\bar{w}_G}{U}} = H_{\alpha G} \quad (6.24)$$

Notez que ce sont des fonctions de transfert aéroélastiques par opposition à des fonctions de transfert purement mécaniques ou structurelles,  $H_{hF}$  et  $H_{\alpha F}$ , considérées précédemment ou les fonctions de transfert purement aérodynamiques,  $H_{Lh}$ , etc. C.-à-d., les éléments de  $H_{hG}$  comprennent non seulement les effets de l'inertie structurelle et de la rigidité, mais aussi les forces aérodynamiques dues au mouvement structurel.

Avec les fonctions de transfert aéroélastiques à disposition, on peut désormais écrire formellement les solutions dans le domaine fréquentiel.

$$\frac{h(t)}{b} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{hG}(\omega) F\left(\frac{w_G}{U}\right) e^{-i\omega t} d\omega \quad (6.25)$$

où la transformée de Fourier de la vitesse de la rafale est écrite comme

$$F_{w_G} = \int_{-\infty}^{\infty} w_G(t) e^{i\omega t} dt \quad (6.26)$$

Sinon, on pourrait écrire

$$\frac{h(t)}{b} = \int_{-\infty}^{\infty} I_{hG}(t - \tau) F\left(\frac{w_G(t)}{U}\right) d\tau \quad (6.27)$$

où

$$I_{hG}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{hG}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (6.28)$$

Les intégrales sur la fréquence peuvent être difficiles à évaluer en raison de la nature oscillatoire des forces aérodynamiques.

Enfin, pour des vitesses de rafale aléatoires, on peut écrire

$$\Phi_{(h/b)(h/b)} = |H_{hG}(\omega)|^2 \Phi_{(w_G/U)(w_G/U)} \quad (6.29)$$

où  $\Phi_{(h/b)(h/b)}$ ,  $\Phi_{(w_G/U)(w_G/U)}$  sont les (auto) spectres de puissance de  $\frac{h}{b}$  et  $\frac{w_G}{U}$ , respectivement. Ainsi

$$\left(\bar{\frac{h}{b}}\right)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |H_{hG}|^2 \Phi_{(w_G/U)(w_G/U)} d\omega \quad (6.30)$$

Parce que la fonction de transfert est élevée au carré, l'intégrale (6.19) peut être un peu plus facile à évaluer que (6.25) ou (6.28). Le spectre de puissances de vitesse de rafale est généralement une fonction qui varie lentement. La relation (6.30) est couramment utilisée dans les applications.

Pour évaluer la stabilité, «le flottement», du système, il ne faut pas évaluer aucune de ces intégrales sur la fréquence. Il suffit de considérer les valeurs propres (ou pôles) de la fonction de transfert. Un pôle de la fonction de transfert,  $\omega_p$ , donnera lieu à une fonction d'impulsion aéroélastique de la forme

$$I_{hG} \sim e^{i\omega_p t} = e^{i(\omega_p)_R t} e^{-(\omega_p)_I t} \quad (6.31)$$

à partir de la relation (6.27). Ainsi, le système sera stable si la partie imaginaire  $(\omega_p)_I$ , de tous les pôles est positive. Si l'un (ou plusieurs) des pôles a une partie imaginaire négative, le système est instable, c'est à dire, il y a flottement. La fréquence d'oscillation est  $(\omega_p)_R$ , la partie réelle du pôle. Notez que les pôles sont aussi les valeurs propres du déterminant des coefficients de  $\bar{h}$  et  $\bar{\alpha}$  dans (6.22).

Après avoir brièvement présenté les techniques mathématiques pour le traitement dynamique des problèmes aéroélastiques, nous allons maintenant passer à une discussion des résultats et quelques-uns des aspects pratiques de ces calculs.

#### 6.1.4 Discussion des résultats représentatifs

##### 6.1.4.1 *Domaine temporel*

Si nous donnons à la section typique (ou tout autre système aéroélastique) une perturbation initiale en raison d'une force d'impulsion, le mouvement résultant peut prendre l'une des deux formes illustrées dans les Figures 56 et 57. «Le flottement» est la plus intéressante de ces deux motions, puisque, si elle est présente, elle doit normalement conduire à une défaillance structurale catastrophique qui se traduira par la perte de la structure (véhicule de vol, rotor de l'éolienne, pont, etc.). Toutes les structures qui pourraient être en danger de flottement sont soigneusement analysées et souvent la structure est renforcée ou modifiée pour prévenir le flottement à l'intérieur de l'enveloppe de fonctionnement de la structure.

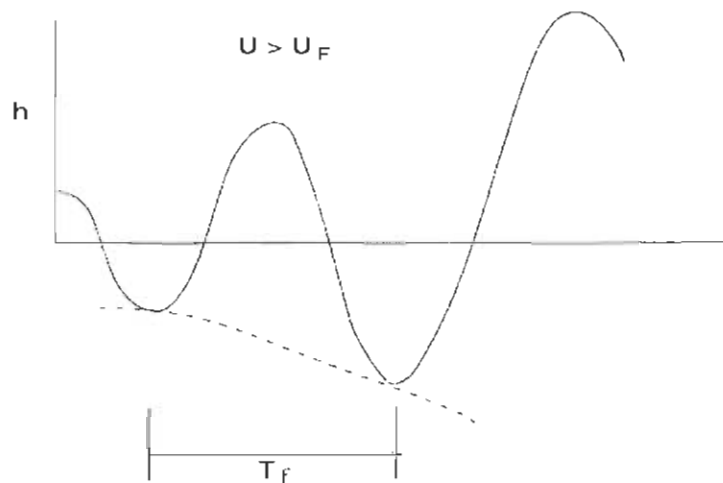


Figure 56 : Variation temporelle du mouvement instable ou "flottement"



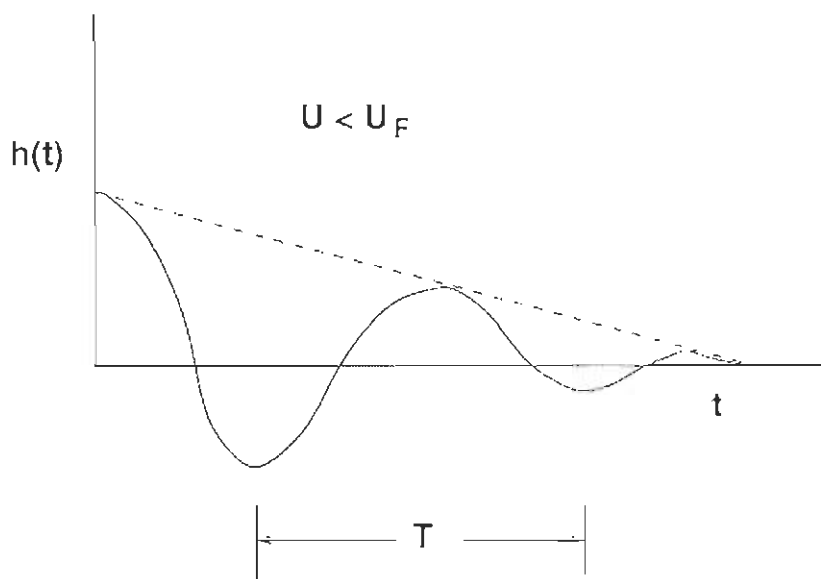


Figure 57 : Variation temporelle du mouvement stable

Même si le flottement ne se produit pas, toutefois, d'autres mouvements en réponse à des forces extérieures continues peuvent être préoccupants en ce qui concerne d'éventuelles défaillances structurelles. Un exemple important est la réponse à la rafale d'une structure (véhicule de vol, éolienne, etc.). Considérez une rafale verticale de vitesse comme le montre la figure 58. Le mouvement résultant de la structure aura la forme présentée dans la figure 59.

Notez que la réponse a une certaine période ou fréquence moyenne bien définie, à amplitude modulée, variable au hasard. L'entrée plus aléatoire a été «filtrée» par la fonction de transfert aéroélastique et que la partie du signal de vitesse de la rafale, qui a des fréquences proches des fréquences naturelles de la structure seront identifiables dans la réponse. Cette caractéristique est peut-être la plus facile à observer dans le domaine fréquentiel par rapport au domaine temporel (Dowell 2005).

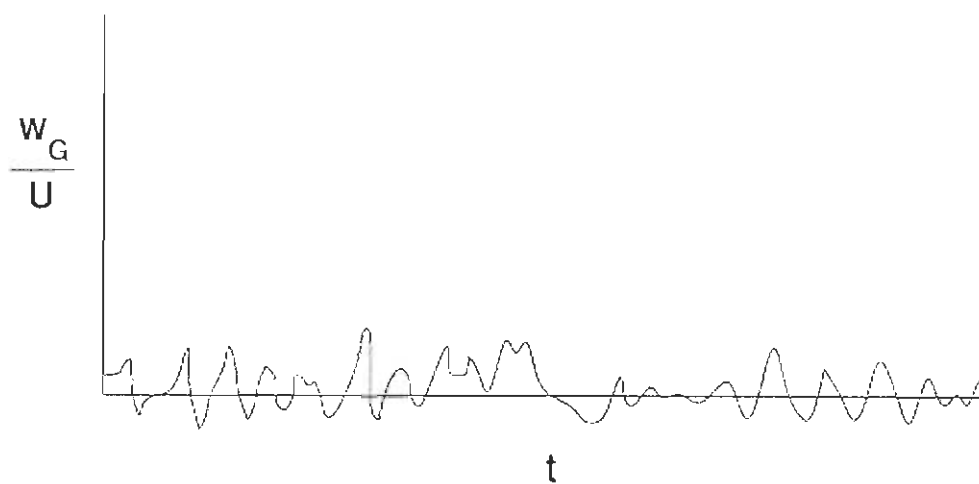


Figure 58 : Variation temporelle de la vitesse de rafale

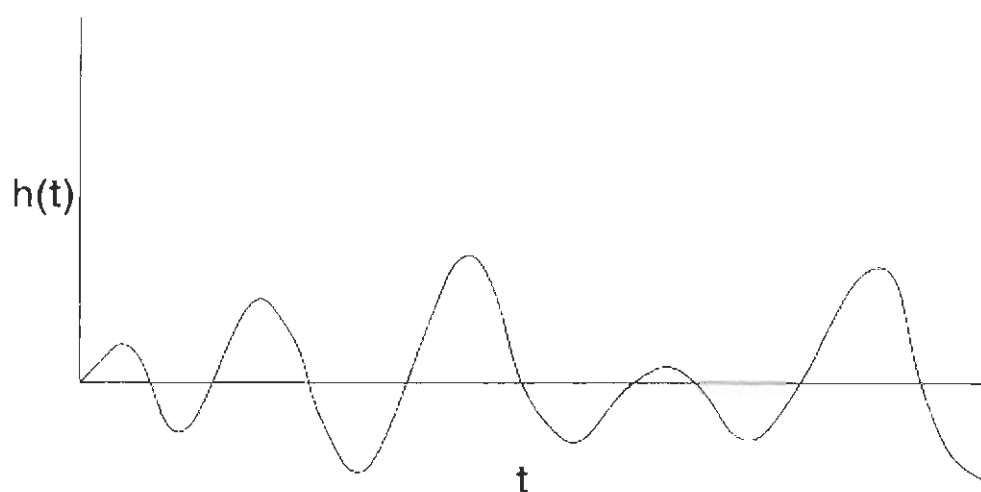


Figure 59 : Variation temporelle du mouvement dû à la vitesse de rafale

#### 6.1.4.2 Domaine fréquentiel

Pour évaluer le flottement, nous n'avons qu'à examiner les pôles de la fonction de transfert. Ceci est similaire à un graphique du "lieu géométrique des racines" (Savant 1958). En règle générale, les parties réelle,  $w_R$ , et imaginaire,  $w_I$ , de la fréquence complexe sont tracées par rapport à la vitesse de l'écoulement fluide. Pour la section typique, nous

retrouvons deux pôles principaux correspondants à deux degrés de liberté et, au fur et à mesure que la vitesse augmente, ils se rapprocheront des fréquences naturelles du système mécanique ou structurel tel qu'illustré à la Figure 60. Le flottement est identifié par la plus faible vitesse de l'air pour laquelle l'un des  $\omega_i$  devient négatif.

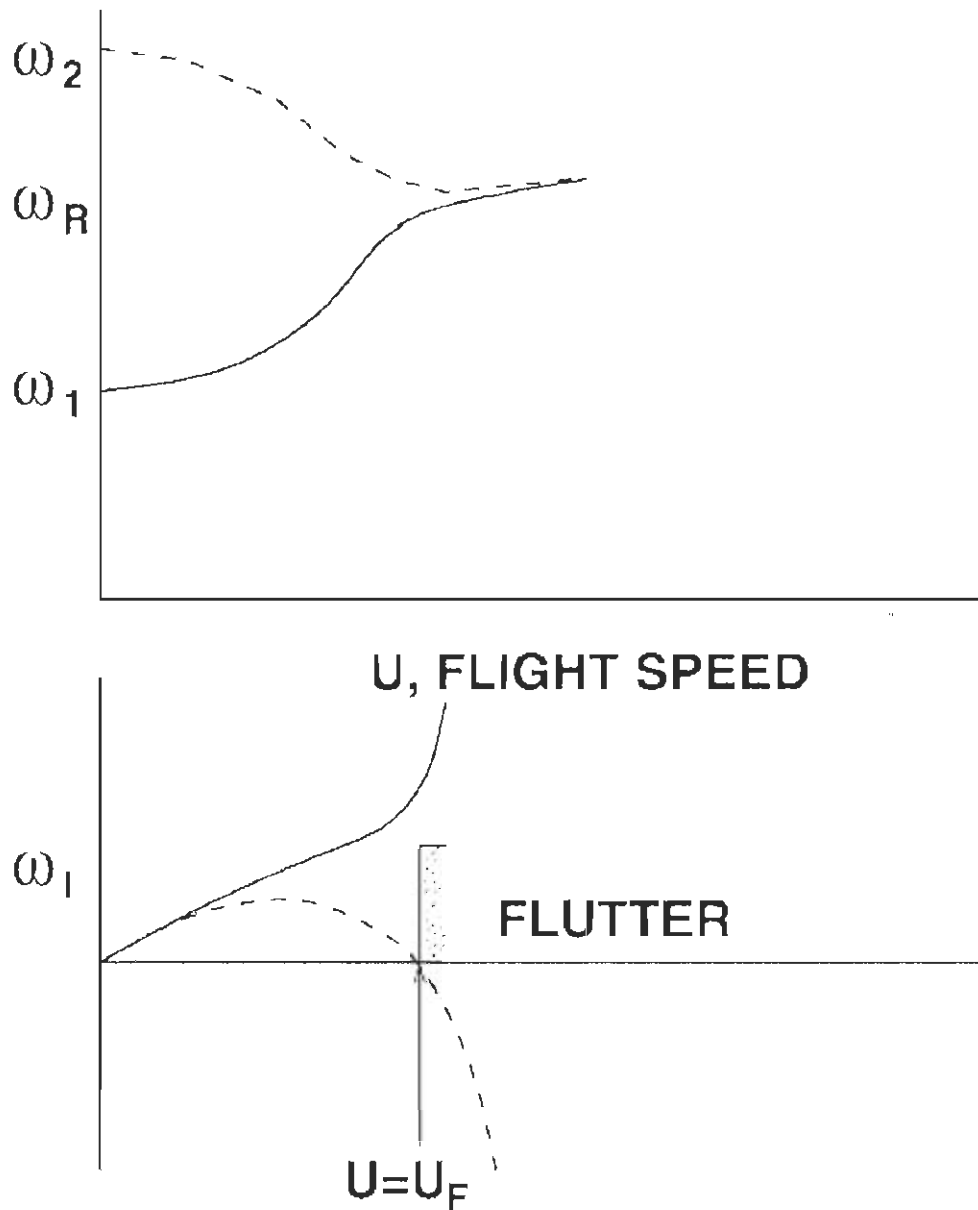
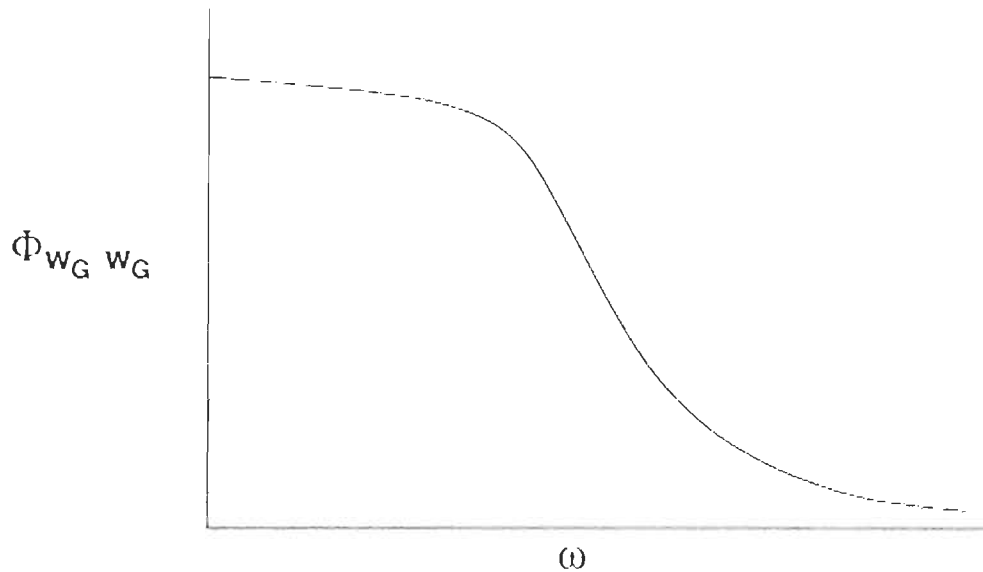


Figure 60 : Composante réelle et imaginaire de la fréquence en fonction de la vitesse



**Figure 61 : Spectre de puissance de rafale**

Ensuite, tournons-nous vers le problème des rafales. Un spectre de rafale typique est représenté dans la figure 61. La fonction de transfert (à une certaine vitesse du fluide) serait comme le montre la Figure 62. Ainsi, le spectre de réponse résultante apparaît comme dans la Figure 63. Lorsque  $U$  approche  $U_F$ , les pics de résonance de  $|H_{hG}|^2$  et  $\Phi_{h_i}$  se rapprochent l'un de l'autre pour le système dont les pôles ont été esquissés précédemment. Pour  $U = U_F$  les deux pics seraient essentiellement confondus en un seul et l'amplitude devient infinie. Pour  $U > U_F$  l'amplitude prédite par le modèle analytique deviendrait à nouveau finie selon l'approche du spectre de puissance et ce résultat, physiquement irréaliste, est un possible inconvénient de la méthode.

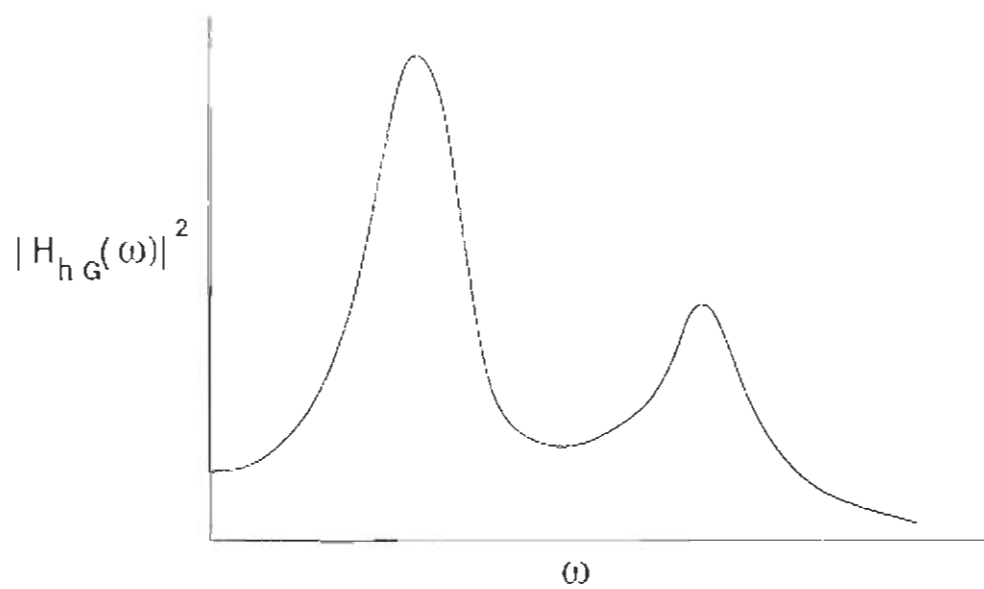


Figure 62 : Fonction de transfert

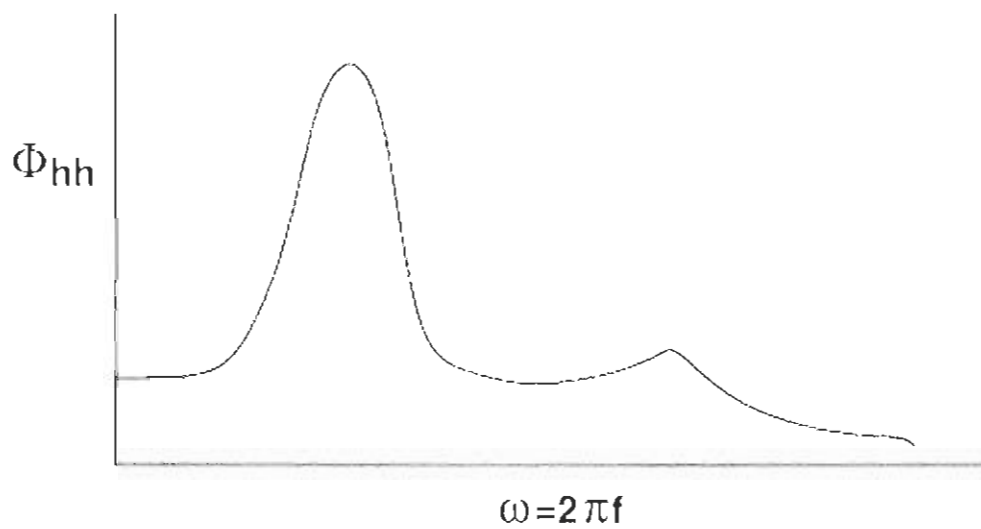


Figure 63 : Spectre de puissance du mouvement

### 6.1.5 Classification du flottement et de la réponse aux rafales, y compris les tendances des paramètres

Ici, nous allons présenter quelques-uns des paramètres importants qui influencent le flottement et la réponse aux rafales de la section typique ainsi que des structures plus complexes.

Si on rend adimensionnelles les équations du mouvement de la section typique, on constate que le mouvement peut être exprimé formellement en tant que

$$\frac{h}{b} = F_1 \left( \omega_\alpha t, \frac{S_\alpha}{mb}, \frac{I_\alpha}{mb^2}, \frac{m}{\rho(2b)^2}, \frac{e}{b}, \frac{\omega_h}{\omega_\alpha}, M, \frac{U}{b\omega_\alpha} \right) \quad (6.32)$$

$$\alpha = F_2(\omega_\alpha t \dots)$$

où les fonctions  $F_1$ ,  $F_2$ , symbolisent les résultats d'une solution calculée avec l'une des différentes méthodes discutées plus tôt.

Le choix des paramètres sans dimension n'est pas unique, mais une question de commodité. Certains auteurs préfèrent une pression dynamique sans dimension, ou «numéro de rigidité aéroélastique»

$$\lambda = \frac{1}{\mu k_\alpha^2} = \frac{4\rho U^2}{m\omega_\alpha^2} \quad (\text{rigidité aéroélastique}) \quad (6.33)$$

à l'utilisation d'une vitesse adimensionnelle,  $U/b\omega_\alpha$ .

Les notations abrégées suivantes seront employées:

$\omega_\alpha t$  temps sans dimension

$x_\alpha = \frac{S_\alpha}{mb}$  balourd statique

$r_\alpha^2 = \frac{I_\alpha}{mb^2}$  rayon de giration (au carré)

$\mu = \frac{m}{\rho(2b)^2}$  rapport de masse

$a = \frac{e}{b}$  l'emplacement de l'axe élastique mesuré du centre aérodynamique ou la

mi-corde

$\frac{\omega_h}{\omega_\alpha}$  rapport des fréquences

M nombre de Mach

$$k_\alpha = \frac{\omega_\alpha b}{U} \quad \text{inverse de la vitesse r\u00e9duite}$$

Le temps est une variable ind\u00e9pendante que nous ne contr\u00f4lons pas, mais dans un certain sens nous pouvons contr\u00f4ler les param\u00e8tres,  $x_\alpha$ ,  $r_\alpha$ , etc., par la conception de notre aile et le choix des param\u00e8tres de fonctionnement. Pour certaines combinaisons des param\u00e8tres, l'aile sera dynamiquement instable, c'est-\u00e0-dire qu'elle «flottera». Une repr\u00e9sentation param\u00e9trique alternative serait de supposer le mouvement sinuso\u00efdal,

$$h = \bar{h} e^{i\omega t}$$

$$\alpha = \bar{\alpha} e^{i\omega t}$$

et de d\u00e9terminer les valeurs propres,  $\omega$ . Formellement, rappelant que  $\omega = \omega_R + i\omega_I$  nous avons :

$$\frac{\omega_R}{\omega_\alpha} = G_R \left( x_\alpha, r_\alpha, \mu, \alpha, \frac{\omega_h}{\omega_\alpha}, M, \frac{U}{b\omega_\alpha} \right) \quad (6.34)$$

$$\frac{\omega_I}{\omega_\alpha} = G_I \left( x_\alpha, r_\alpha, \mu, \alpha, \frac{\omega_h}{\omega_\alpha}, M, \frac{U}{b\omega_\alpha} \right) \quad (6.35)$$

Si, pour une combinaison de param\u00e8tres nous avons  $\omega_I < 0$ , le syst\u00e8me flotte.

Plusieurs types de flottement sont possibles. Ceux-ci sont plus facilement distingu\u00e9s sur la base des valeurs propres,  $\omega_R/\omega_\alpha$ ,  $\omega_I/\omega_\alpha$  et leurs variations avec la vitesse,  $U/b\omega_\alpha$ . Des exemples des diverses possibilit\u00e9s sont donn\u00e9s ci-dessous avec un bref examen de chacun.

### 6.1.5.1 Le flottement de flexion-torsion

Dans un type de flutter appel\u00e9 mode coupl\u00e9 ou flottement de flexion-torsion, le trait distinctif est la rencontre de deux (ou plusieurs) fr\u00e9quences,  $\omega_R$ , pr\u00e8s de la condition de flottement,  $\omega_I \rightarrow 0$  et  $U \rightarrow U_F$  comme \u00e0 la Figure 64. Nous appelons «Coalescence» ou "Fr\u00e9quences de flottement fusionn\u00e9es  $U > U_F$ " lorsqu'une des  $\omega_I$  devient importante et positive (p\u00f4le stable) et l'autre, qui donne lieu au flottement, devient grande et n\u00e9gative (p\u00f4le instable) tandis que les  $\omega_R$  correspondantes restent \u00e0 peu pr\u00e8s les m\u00eames. Bien que l'on parle en g\u00e9n\u00e9ral du mode de torsion comme \u00e9tant instable et le mode de flexion stable, le profil est normalement l'objet d'une oscillation de flottement compos\u00e9e d'importantes contributions des deux  $h$  et  $\alpha$ . Pour ce type de flottement, le d\u00e9phasage ou les forces d'amortissement de la structure ou du fluide ne sont pas qualitativement importants.

Souvent, on peut négliger l'amortissement structural entièrement dans le modèle et utiliser une hypothèse quasi stationnaire ou même quasi statique aérodynamique. Cela simplifie l'analyse et, peut-être plus important encore, généralement conduit à des résultats précis et fiables, basés sur des calculs théoriques.

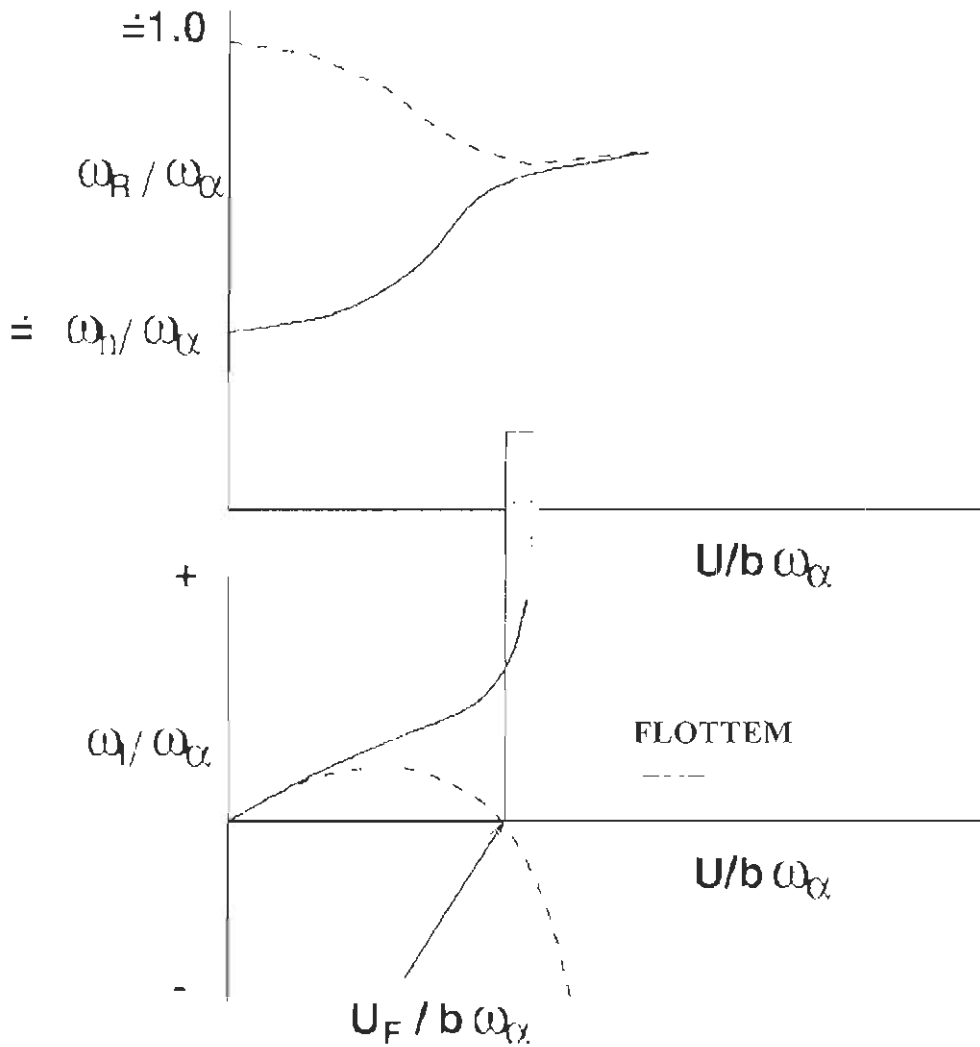


Figure 64 : Composantes réelle et imaginaire de la fréquence en fonction de la vitesse



### 6.1.5.2 Le flottement à un seul degré de liberté

Dans un autre type de flottement, la caractéristique est la quasi-indépendance des fréquences,  $\omega_R$ , par rapport aux variations de la vitesse,  $U/b\omega_a$  tel qu'illustré à la Figure 65. En outre, le changement de l'amortissement réel,  $\omega_i$ , avec la vitesse est également modéré. Cependant, au-dessus d'une certaine vitesse, un des modes (généralement de torsion) qui a été légèrement positivement amorti devient légèrement négatif amorti conduisant au flottement. Ce type de flottement est très sensible aux forces d'amortissement structurelles ou aérodynamiques qui agissent en déphasage. Étant donné que ces forces sont moins bien décrites par la théorie que les forces en phase, l'analyse de flottement correspondante donne généralement des résultats moins fiables. Une simplification de ce type de flottement est le fait que le mode de flottement est pratiquement le même que l'un des modes naturels du système à vitesse nulle et donc le mode et la fréquence de flottement (**mais pas la vitesse de flottement!**) sont prédites par la théorie assez fidèlement (Dowell 2005). Les pales des turbomachines et les ponts sous le vent sont soumis le plus souvent à ce type de flottement.

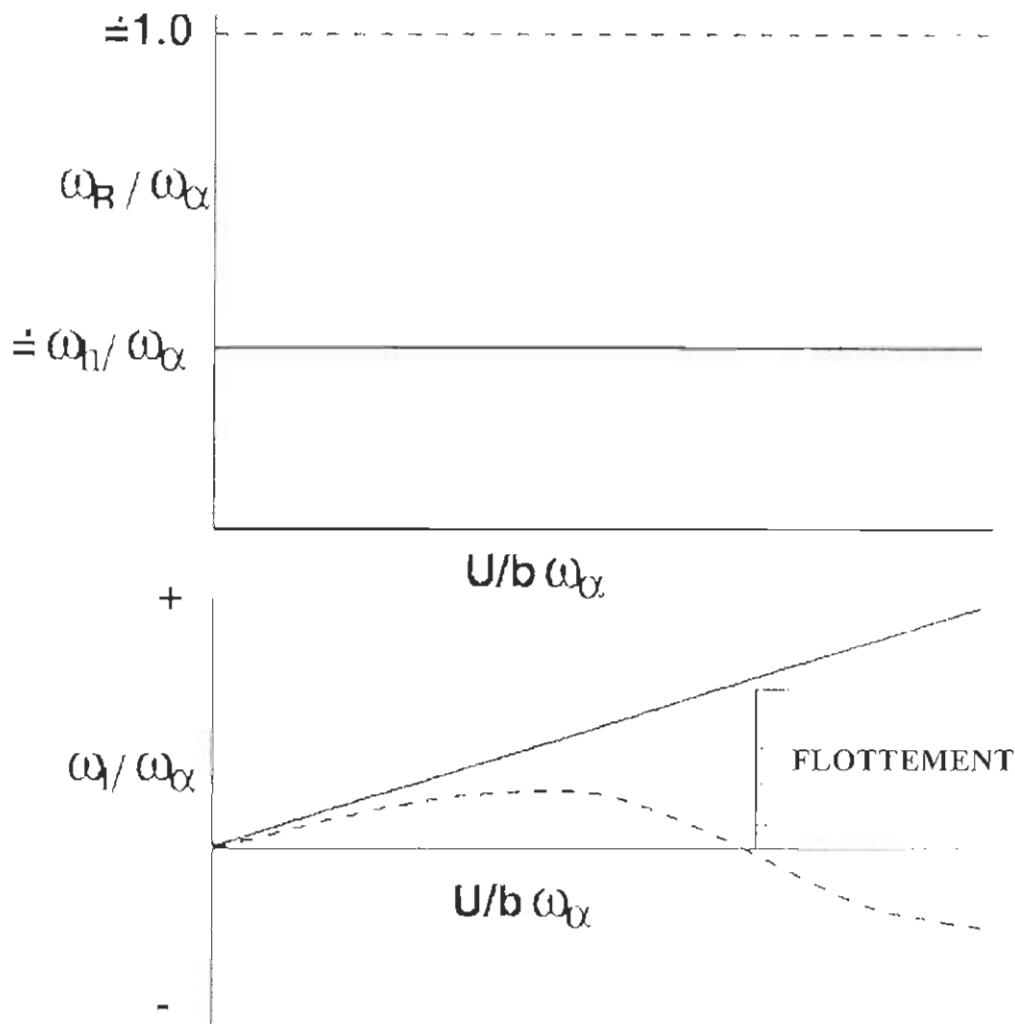


Figure 65 : Composantes réelle et imaginaire de la fréquence en fonction de la vitesse

Il y a encore un autre type de flottement à un degré de liberté, mais d'un type très spécial. La fréquence de battement est nulle et, par conséquent, ceci représente la «*Divergence*» ou «*le flottement de fréquence zéro*», l'instabilité statique que nous avons précédemment analysée dans notre discussion d'aéroélasticité statique sous le nom de «*divergence*». Cette situation est illustrée à la Figure 66. Parce que c'est un type statique d'instabilité, les forces hors de phase sont de nouveau sans importance et la théorie est généralement fiable.

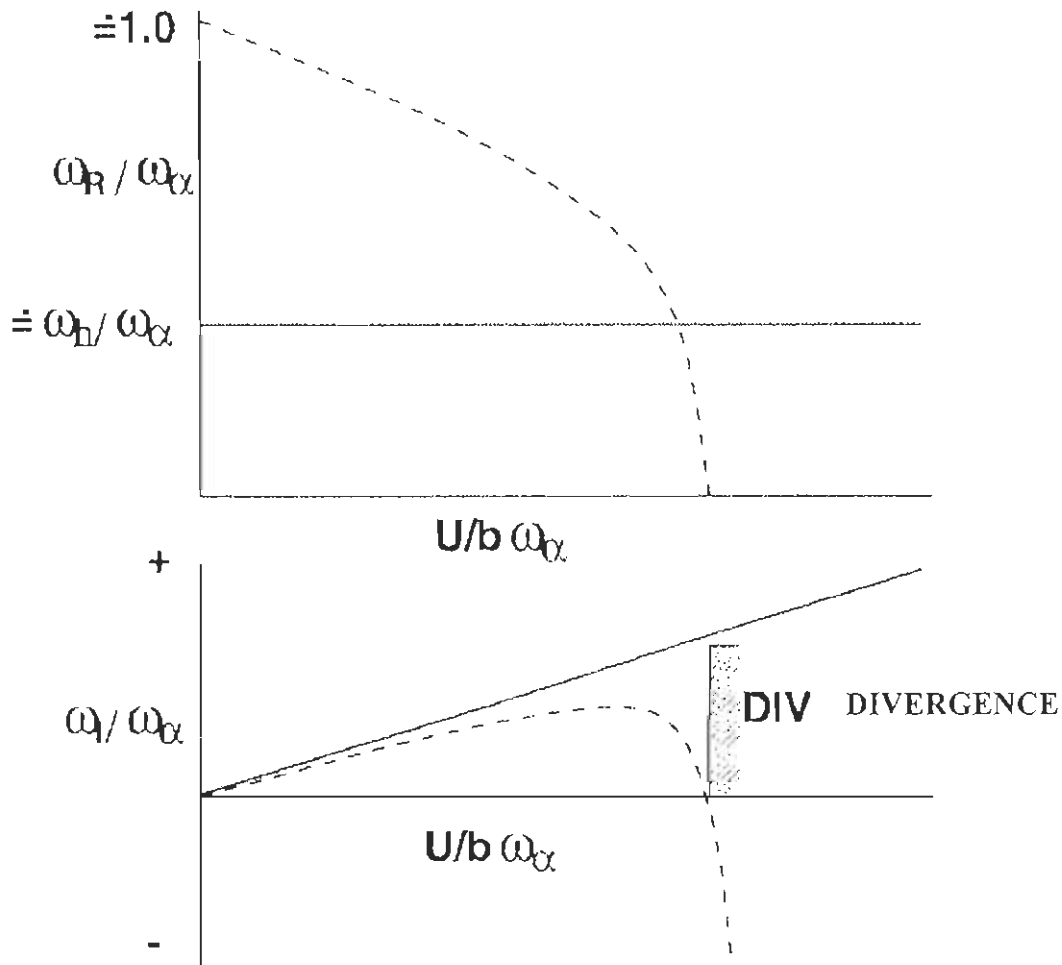


Figure 66 : Composantes réelle et imaginaire de la fréquence en fonction de la vitesse

## 6.2 Comparaison avec l'expérimentation

### 6.2.1 Expérimentation à simuler

Dans le cadre des expériences aéroélastiques réalisées dans le tunnel aérodynamique de l'Université d'Ingénierie Duke par Jennifer Heeg en 2000 il y a des essais dans d'autres

conditions que celles de divergence. En utilisant les trois configurations choisies pour réaliser les testes elle a mis en évidence d'autres conditions d'instabilité que la divergence.

Avec la configuration #2 elle a réalisé des essais pour les valeurs de l'angle d'attaque rigide de  $0^\circ$ ,  $5^\circ$  et  $6^\circ$ . Elle a augmenté lentement la vitesse de l'air jusqu'à ce que le profil arrive à une position d'équilibre, à un angle d'attaque maximal d'environ  $11,5^\circ$ , puis il commence à osciller autour de la position d'équilibre. Dans mon opinion la réponse du système présente les caractéristiques du flottement à un seul degré de liberté. C'est intéressant d'essayer de réaliser une simulation numérique et de la comparer à l'expérimentation vu que la vitesse de flottement n'est pas prédite assez fidèlement par la théorie (**Dowell 2005**).

On a présenté la configuration #2 de l'expérimentation au point 5.3.1. On peut utiliser les modèles déjà construits et utilisés pour les autres simulations, le modèle structurel présenté au point 5.3.2 et le modèle du domaine fluide présenté au point 5.3.3.

## 6.2.2 Description de l'expérience

Dans la figure 67 on présente la variation temporelle de l'angle d'attaque pour la configuration #2 pour l'angle d'attaque rigide,  $\alpha_0 = 0^\circ$ . À partir de 15,8 secondes, le caractère du mouvement change de façon spectaculaire. La déstabilisation, caractérisée par l'apparition de ce mouvement oscillatoire spectaculaire, s'est produite à une pression dynamique de  $5,59 \text{ lb/pi}^2$  ( $268 \text{ N/m}^2$ ) ce qui correspond à une vitesse de 21,11 m/s.

Le décrochage commence à un angle sensiblement en dessous de la limite attendue, ses effets ont été observés à des incidences aussi basses que  $8^\circ$  (**Heeg 2000**). L'aile en décrochage se stabilise à des angles aussi élevés que  $11,5^\circ$ . Le chargement et le déchargement aérodynamique sont relatifs à la position symétrique de l'aile,  $0^\circ$  ( $5^\circ$  et  $6^\circ$  pour les autres 2 essais). Ces régions déterminent et expliquent le comportement du système observé dans le graphique de variation temporelle.

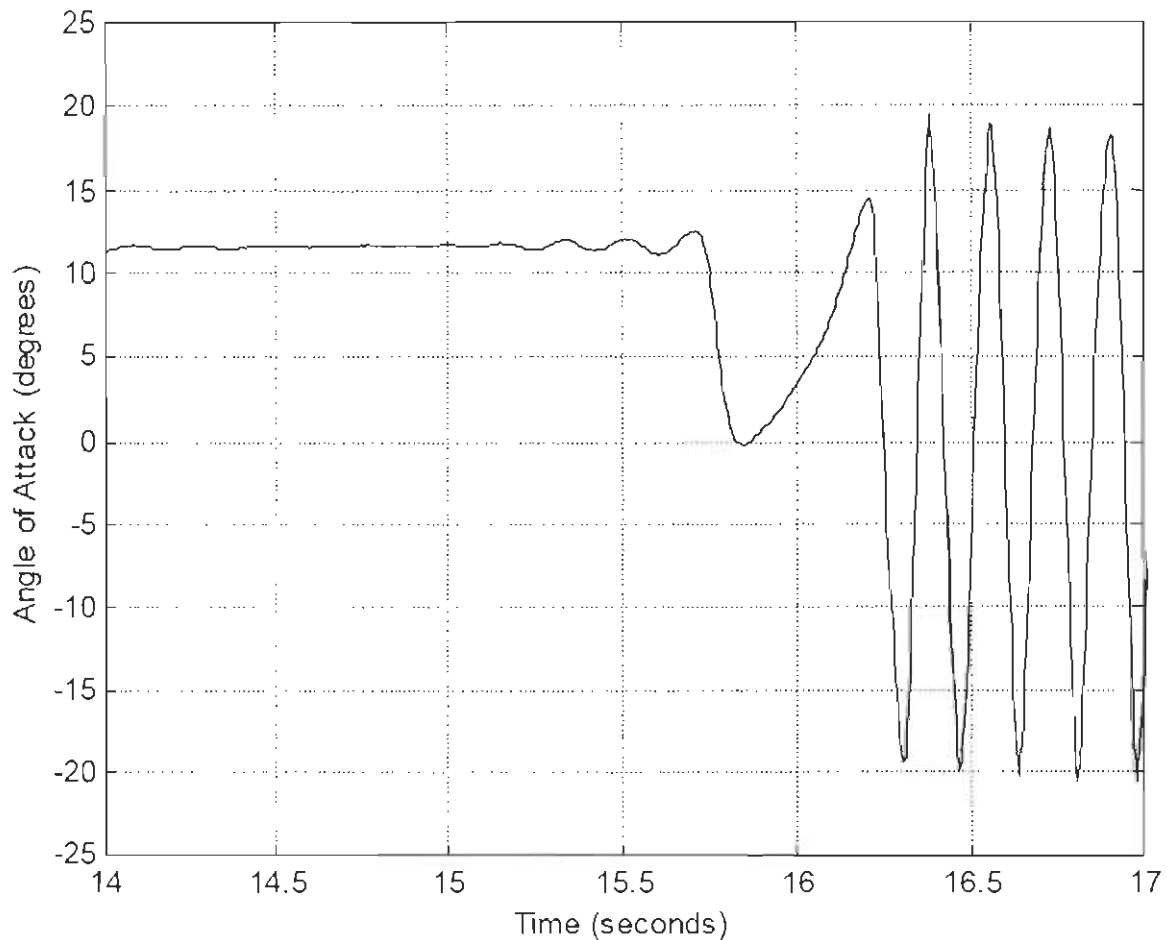


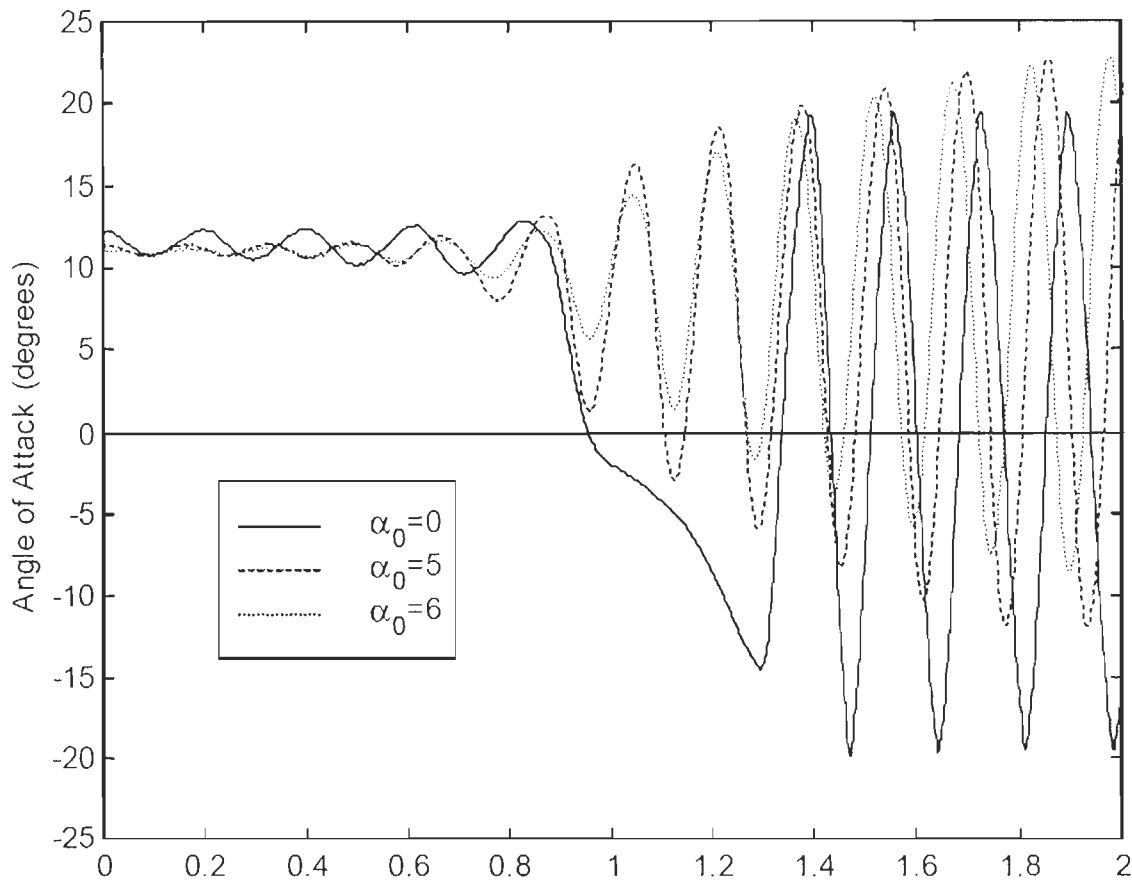
Figure 67 : Instabilité rencontrée pour l'angle d'attaque rigide  $\alpha_0 = 0^\circ$ , Configuration #2

Avant la déstabilisation, qu'on voit commencer à 15,7 secondes, le système linéaire a déjà divergé. Parce que l'aile est assise à environ  $11,5^\circ$ , le décrochage aérodynamique a effectivement réduit la pente de la courbe du coefficient de portance, en un sens simpliste statique, ça peut être considéré comme une diminution de la raideur aérodynamique. Une diminution de la raideur aérodynamique augmente la pression dynamique à laquelle le système se déstabilise. Ainsi, le système non linéaire apparaît stable à une pression dynamique qui dépasse la condition de divergence du système linéaire. À 15,7 secondes, le système possède assez d'énergie aérodynamique pour qu'il devienne instable.

Les caractéristiques du système à la condition d'instabilité apparaissent différentes lorsque la pale est fixée à un angle rigide d'attaque non nul. Le comportement oscillatoire est plus évident pour les angles d'attaque non nuls du corps rigide,  $5^\circ$  et  $6^\circ$  par rapport à  $0^\circ$ . Les données sur la façon selon laquelle la configuration # 2 se déstabilise à trois angles rigides d'attaque différents sont présentées dans la figure 68.

Chacune des lignes de la figure 68 est tracée pour une pression dynamique différente. Les données à l'angle d'attaque de  $5^\circ$  ont été acquises à une pression dynamique de  $3,13 \text{ lb/pi}^2$ . Cette valeur correspond à une vitesse de l'écoulement de  $15,8 \text{ m/s}$ . La fréquence modale mesurée est de  $6,0 \text{ Hz}$ . Pour la même pression dynamique, la fréquence du mode dynamique du système à  $0^\circ$  a été mesurée entre  $5,7$  et  $6,1 \text{ Hz}$ , selon la technique de réduction des données. La fréquence du système à l'instabilité pour l'angle d'attaque rigide de  $6^\circ$  est de  $6,2 \text{ Hz}$ . La pression dynamique est de  $2,55 \text{ lb/pi}^2$ . Lors d'une pression dynamique de  $2,55 \text{ lb/pi}^2$ , les données pour l'angle d'attaque rigide de  $0^\circ$  ont donné une fréquence comprise entre  $6,3$  et  $6,5 \text{ Hz}$ .

Chaque ligne montre que le flottement est apparu quand le modèle était assis à un angle d'attaque où l'aile était en décrochage. Les données ont été acquises pour des vitesses au-delà de ces conditions de divergence jusqu'à ce qu'une nouvelle déstabilisation apparaisse (Heeg 2000).



**Figure 68 : Instabilités rencontrées pour des différentes valeurs de l'angle d'attaque rigide, Configuration #2**

Dans mon opinion il s'agit d'un flottement de décrochage vu qu'il apparaisse quand le profil est en décrochage et on peut supposer qu'il se produit à cause de la séparation partielle ou complète de l'écoulement du profil aérodynamique, périodiquement, pendant l'oscillation. C'est assez difficile de le séparer d'un flottement classique à un degré de liberté de torsion, la seule différence est que, selon la définition dans ce dernier cas, l'écoulement est attaché au profil en tout temps. Pour le flottement de décrochage, le mécanisme du transfert d'énergie du courant d'air au profil oscillant ne s'appuie ni sur un couplage élastique et/ou aérodynamique entre deux modes, ni sur une différence de phase entre un déplacement et sa réaction aérodynamique. Son trait essentiel est la réaction non linéaire au mouvement du profil. Ainsi, même si le couplage ou la différence de phase peuvent

influencer les résultats, l'instabilité fondamentale et ses traits principaux s'expliquent par les caractéristiques non linéaires de la force normale et du moment.

Le but de nos simulations est d'essayer de reproduire ce test expérimental en employant le couplage ANSYS Mechanical – ANSYS CFX. Les vibrations en décrochage sont un phénomène très souvent rencontré dans le fonctionnement des éoliennes et nous voulons déterminer la capacité de ces deux logiciels de les reproduire.

### 6.2.3 Simulation

On a choisi de faire la simulation de l'expérimentation à l'angle d'attaque rigide  $\alpha_0 = 5^\circ$ . Le modèle de la configuration #2 a été fixé à cet angle d'attaque, exempté de tous les degrés de liberté et soumis – pour des fins de convergence – à une vitesse constante de l'air de 1 m/s jusqu'à la stabilisation de l'écoulement. La fixation est enlevée – le profil peut maintenant tourner autour de son axe élastique – et on augmente la vitesse de l'air selon la fonction  $V = 15,84 - 14,84 \cdot \exp(-3 \cdot t)$  à partir de 1 m/s jusqu'à 15,805 m/s à la fin de la simulation, après 2,014 secondes. Le pas de temps employé a été de  $3,8 \cdot 10^{-4}$  s.

Malheureusement, pour cette simulation réalisée en ANSYS Workbench on n'a pas pu introduire un pas variable selon une fonction de temps qu'on désire, pour l'ajuster avec la variation de la vitesse où avec le nombre de Courant. Pour des meilleurs résultats on aurait dû introduire des pas variables reliés dans les deux modules, fluide et mécanique. Le logiciel offre la possibilité de changer le pas pendant l'analyse, mais selon des algorithmes internes qu'on ne peut pas modifier, et dans les essais que j'ai faits, il se fixait sur le plus petit pas de temps dans la plage désignée, ce qui augmentait le temps d'analyse plusieurs fois, ce qui était indésirable.

Pour nos simulations on a travaillé avec la version 12.0 du logiciel ANSYS. La durée de la simulation a été d'environ 100 heures en utilisant un ordinateur avec 4GB RAM. Cela nous donne une idée sur la durée d'exécution d'une analyse avec un pas de temps qui suit le nombre de Courant recommandé, étant donné que le nombre de Courant maximal quand l'angle du profil atteint  $15^\circ$  – c'est-à-dire qu'on est en décrochage – est beaucoup plus grand que la valeur recommandée. C'est évident qu'une très grande capacité de calcul serait



requis pour faire une simulation à une durée d'environ 20 secondes en suivant les paramètres recommandés.

Les figures 69 et 70 illustrent la réponse de l'aile, calculée par le logiciel ANSYS CFX, la variable représentée étant l'angle d'incidence du profil d'aile.

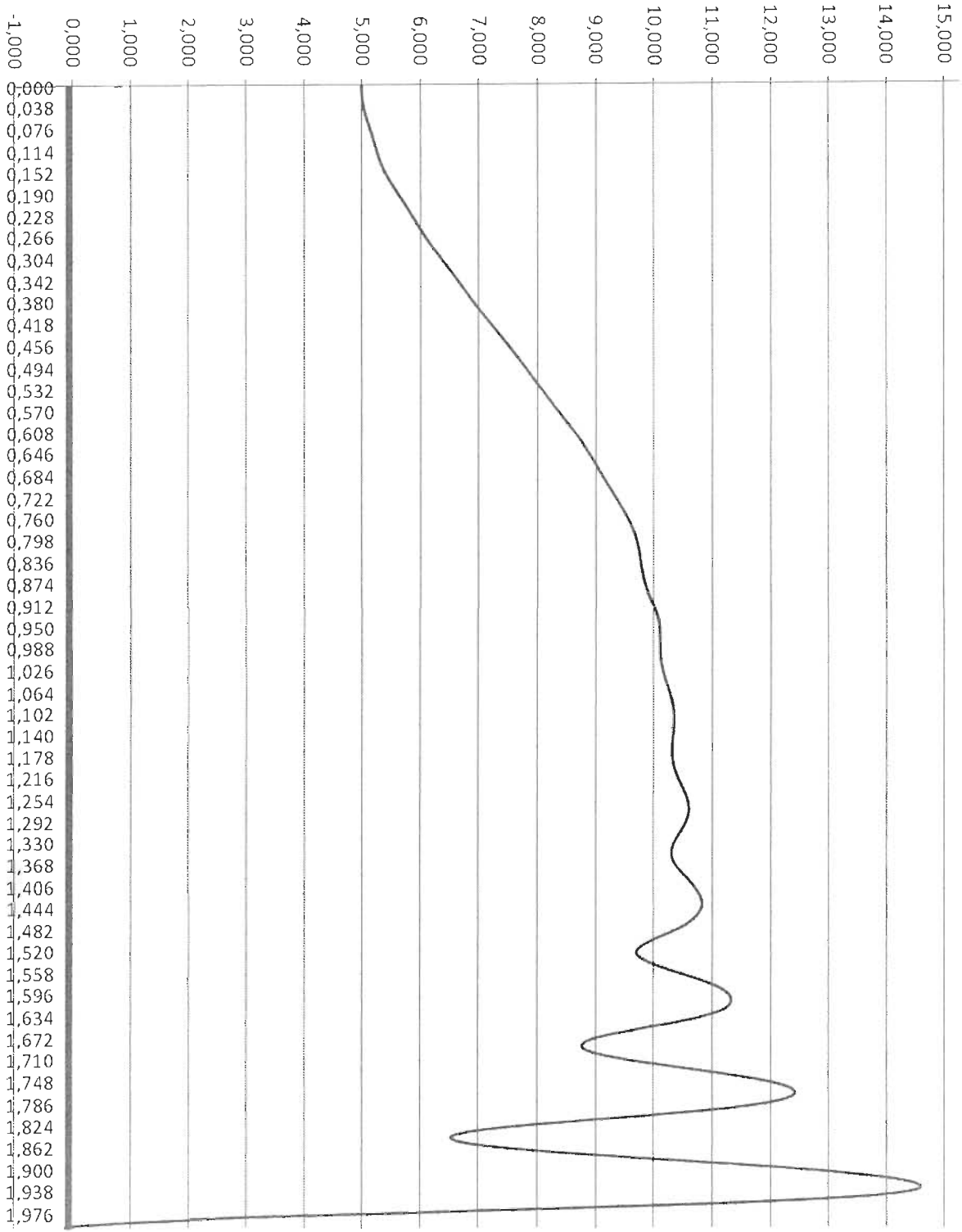
L'angle d'attaque du profil augmente progressivement jusqu'au moment où il entre dans une région d'équilibre dynamique en décrochage. La vitesse s'approche de manière asymptotique du palier de 15,84 m/s, et pour une brève période de temps l'augmentation de l'angle d'attaque est faible, il reste autour d'une valeur qui correspond à l'équilibre entre le moment aérodynamique et le moment élastique, entre 10° et 10,5°. On peut constater que le flottement s'installe très vite, à cause du fait que la pente de la fonction de vitesse qu'on a utilisée est très raide et on n'a pas laissé du temps à l'aile de se stabiliser en décrochage.

La simulation s'arrête quand l'angle d'attaque atteint environ 15°. Le pas qu'on a utilisé pour cette analyse est fixe et à un certain moment il n'arrive plus à suivre le mouvement de l'aile qui devient de plus en plus rapide. À cet angle la turbulence et, conséquemment, la vitesse de l'air autour du profil augmentent aussi. Si le profil n'était pas en mouvement, le nombre de Courant correspondant à la vitesse maximale à l'entrée devrait être à la fin de la simulation:

$$Co = \frac{u \cdot \Delta t}{\Delta x} = \frac{15,805 \cdot 3,8 \cdot 10^4}{10^{-3}} = 6,006 < 10$$

Dans notre cas, à l'angle d'attaque de 14,58°, avec le pas de temps de  $3,8 \cdot 10^{-4}$ s, la vitesse maximale proche du profil est de 215,38 m/s, donc le nombre de Courant maximal est **81,84**. C'est une valeur beaucoup plus grande que la valeur maximale recommandée et en fait, avec ce pas de temps, on a constaté que l'analyse ne peut pas continuer au-dessus de 15°.

Figure 69 : Simulation de l'instabilité rencontrée pour une valeur de l'angle d'attaque rigide  $\alpha_0 = 5^\circ$ , Configuration #2



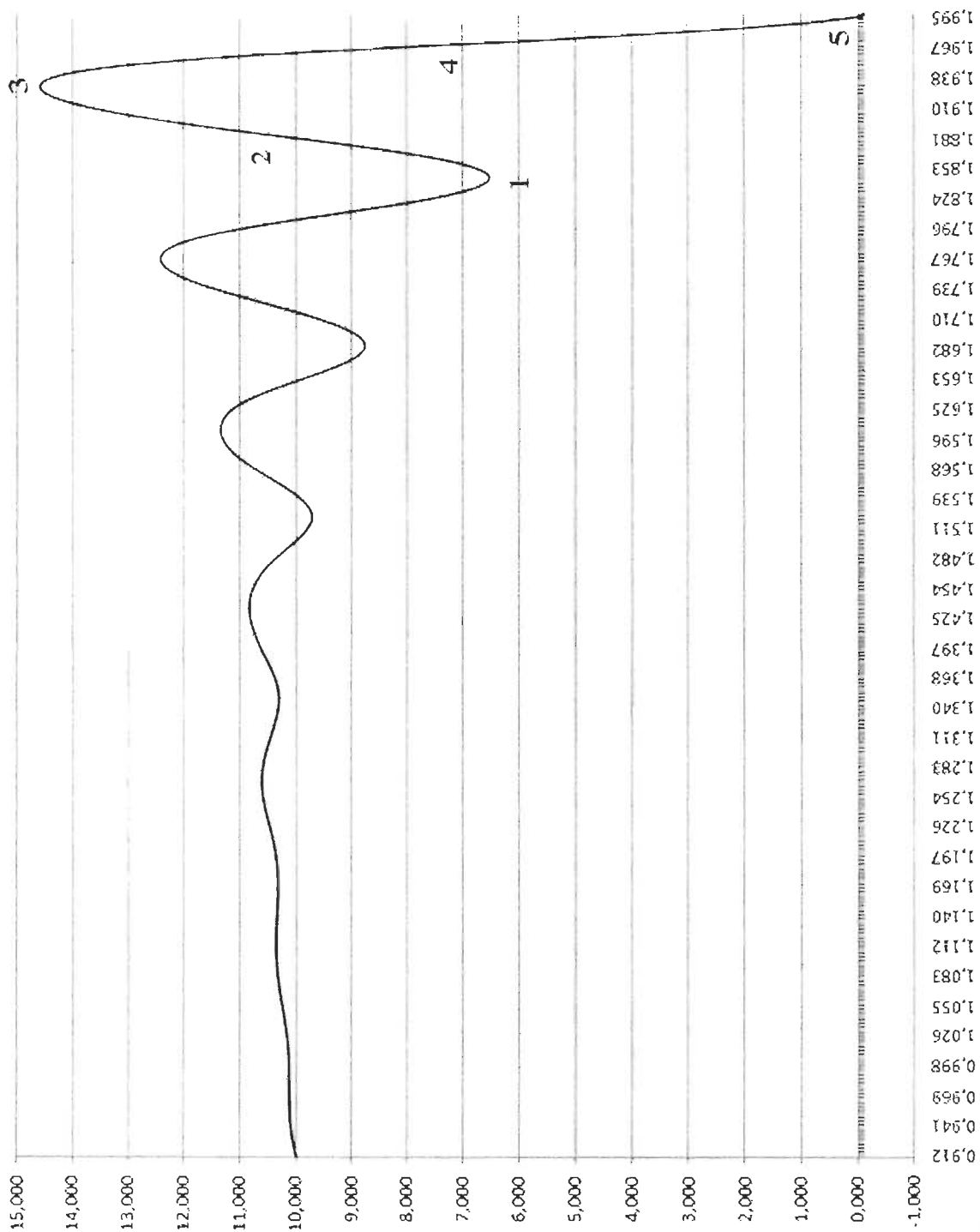


Figure 70 : Simulation de l'instabilité rencontrée pour une valeur de l'angle d'attaque rigide  $\alpha_0 = 5^\circ$ , Configuration #2 – détail

À cause des limitations de notre capacité de calcul, à partir de cette simulation qu'on a réalisée, on peut vérifier la fréquence du mouvement dans un domaine de vitesse entre 15,6 et 15,8 m/s (15,6 m/s correspond à une erreur de 1,26%) qu'on juge assez proche de la vitesse de l'expérimentation. La fréquence qu'on a obtenue dans ces conditions varie entre 5,822 Hz et 6,326 Hz, ce qui est très proche de la valeur de 6,0 Hz sortie du test expérimental (erreur maximale de 5,43%).

Dans ce cas, ce serait plus difficile de déterminer la vitesse de flottement, vu que le profil atteint le palier d'équilibre dans la région de décrochage, avec la vitesse de l'écoulement encore en augmentation. Il est possible qu'à cause de cette perturbation, le profil ait commencé à flotter à une vitesse plus petite que celle sortie des expérimentations. Pour obtenir des meilleurs résultats, on doit réaliser des simulations de plus longue durée et calibrer avec précision les paramètres numériques de la simulation (dimension des pas et amortissement numérique), mais pour cela il est nécessaire d'avoir accès à une capacité de calcul beaucoup plus importante.

Un grand avantage des simulations CFD est la possibilité de calculer les valeurs de tous les paramètres de l'écoulement à chaque moment de temps et aussi de visualiser les résultats, ce qui peut faciliter en grande mesure la compréhension des phénomènes aéroélastiques analysés. Les figures 71 à 75 illustrent l'écoulement de l'air et le mouvement de l'aile à certains moments de temps de la simulation, calculés par le logiciel ANSYS CFX, la variable représentée étant la vitesse de l'air. En ce qui concerne la carte des couleurs des images, on a choisi une plage de vitesses assez étroite, entre 14 m/s et 18 m/s, pour sortir en évidence la formation des tourbillons à cause de l'oscillation du profil. Dans les régions en bleu foncé la vitesse de l'air est moindre de 14 m/s et dans les régions en rouge la vitesse de l'air est supérieure à 18 m/s.

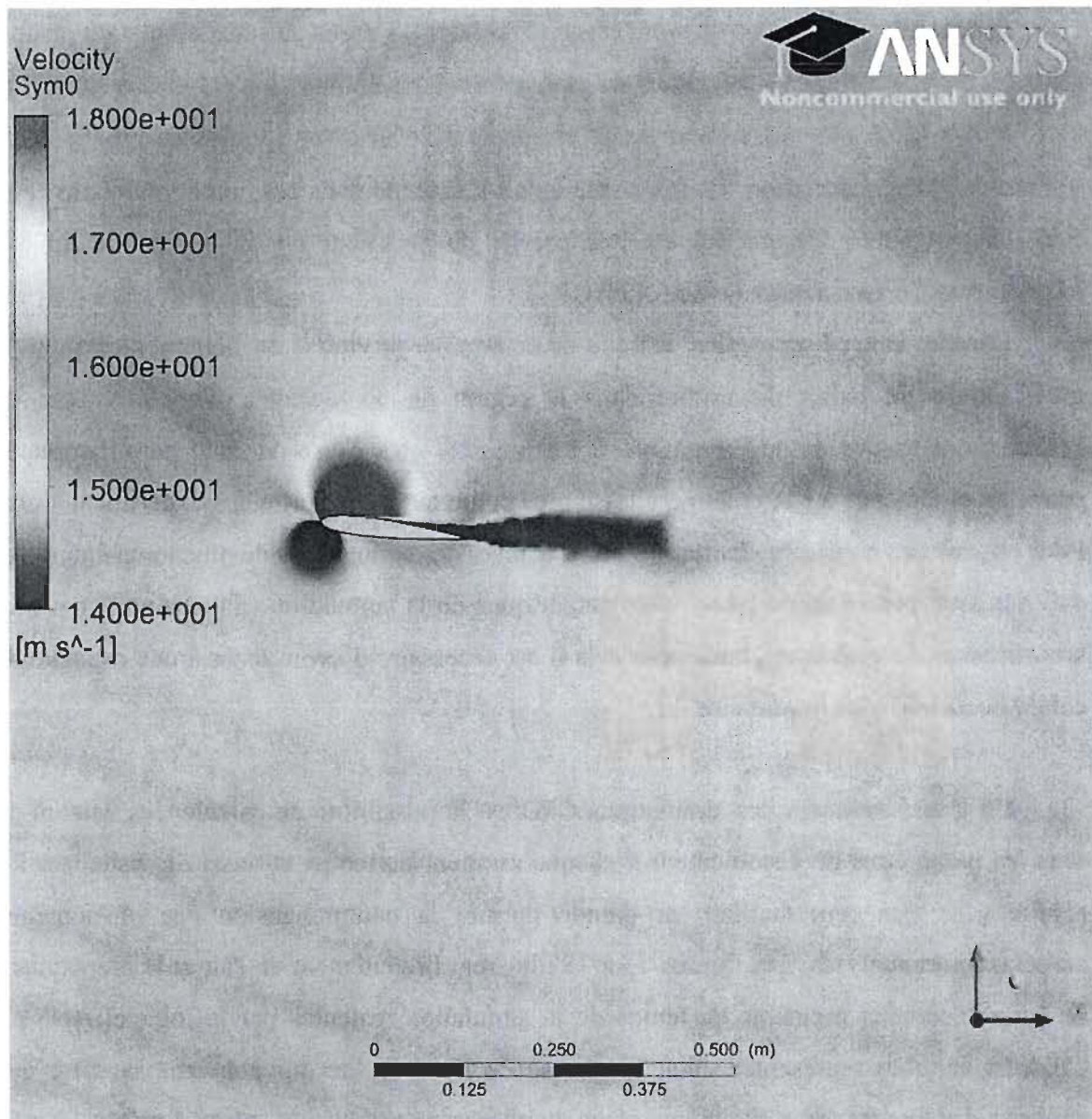


Figure 71 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,8449 s, l'angle d'attaque  $\alpha = 6,53^\circ$ , la vitesse maximale de l'air  $U = 26,95$  m/s.

La figure 71 illustre l'écoulement au moment noté avec le chiffre 1 sur la Figure 70, un moment de minimum de l'oscillation du profil, l'angle  $\alpha = 6,53^\circ$ , la vitesse maximale du courant d'air  $U = 26,95$  m/s.

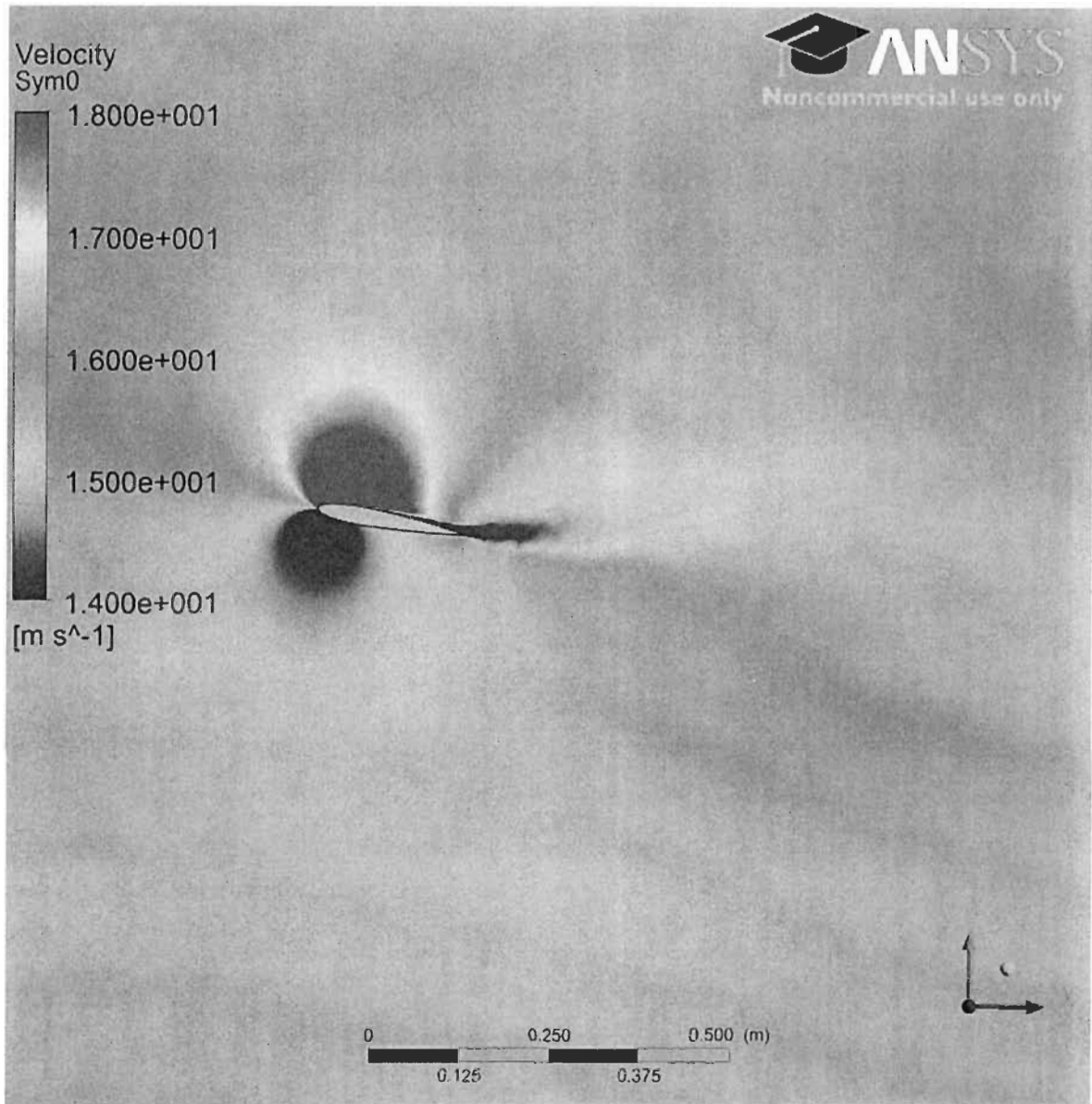


Figure 72 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,88822 s, l'angle d'attaque  $\alpha = 10,78^\circ$ , la vitesse maximale de l'air  $U = 33,65$  m/s.

La figure 72 illustre l'écoulement au moment noté avec le chiffre **2** sur la Figure 70, un moment intermédiaire de l'oscillation du profil, l'angle  $\alpha = 10,78^\circ$ , la vitesse maximale du courant d'air  $U = 33,65$  m/s.

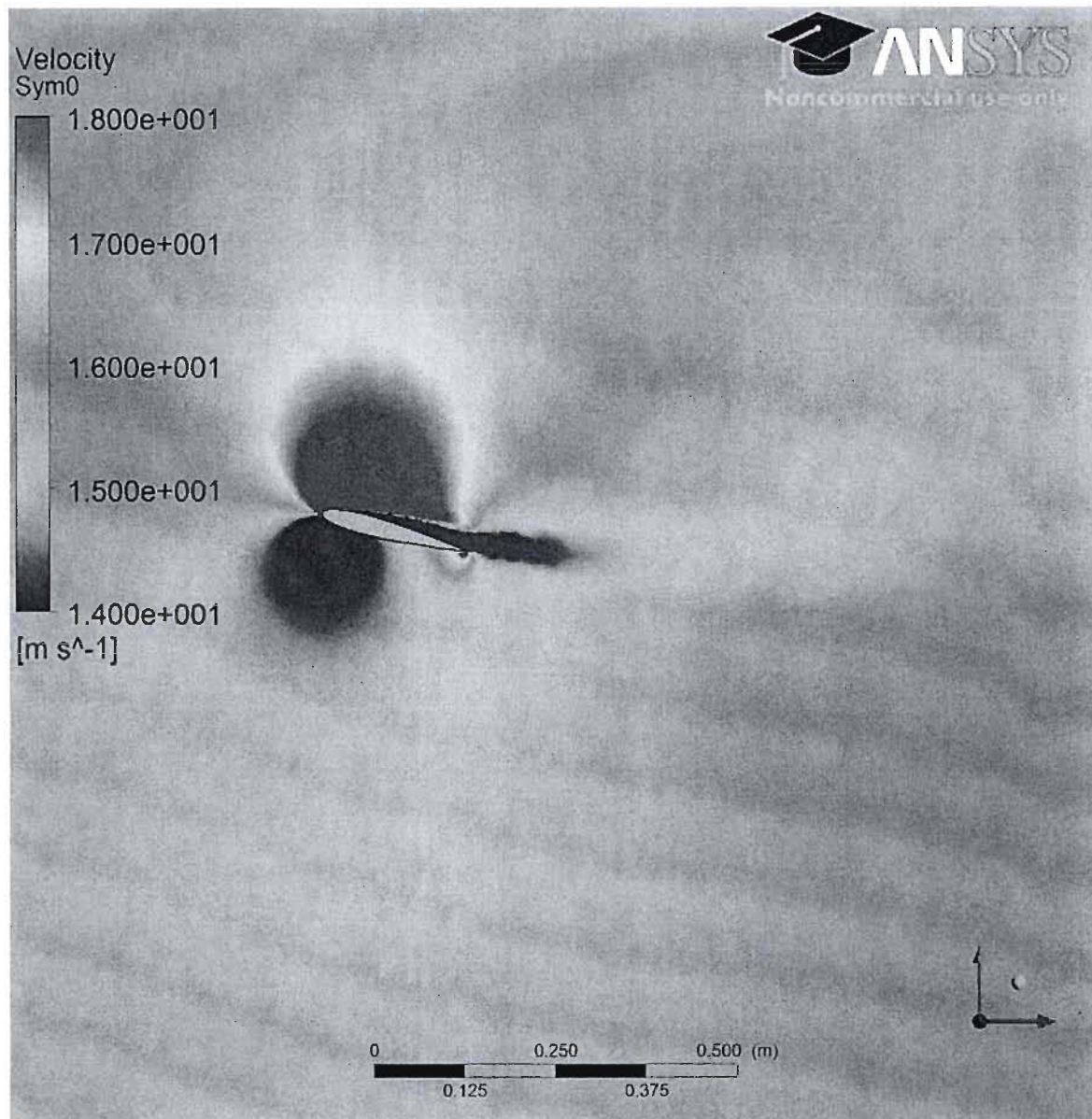


Figure 73 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,93154 s, l'angle d'attaque  $\alpha = 14,58^\circ$ , la vitesse maximale de l'air  $U = 215,38 \text{ m/s}$

La figure 73 illustre l'écoulement au moment noté avec le chiffre **3** sur la Figure 70, un moment de maximum de l'oscillation du profil, l'angle  $\alpha = 14,58^\circ$ , la vitesse maximale du courant d'air  $U = 215,38 \text{ m/s}$ .

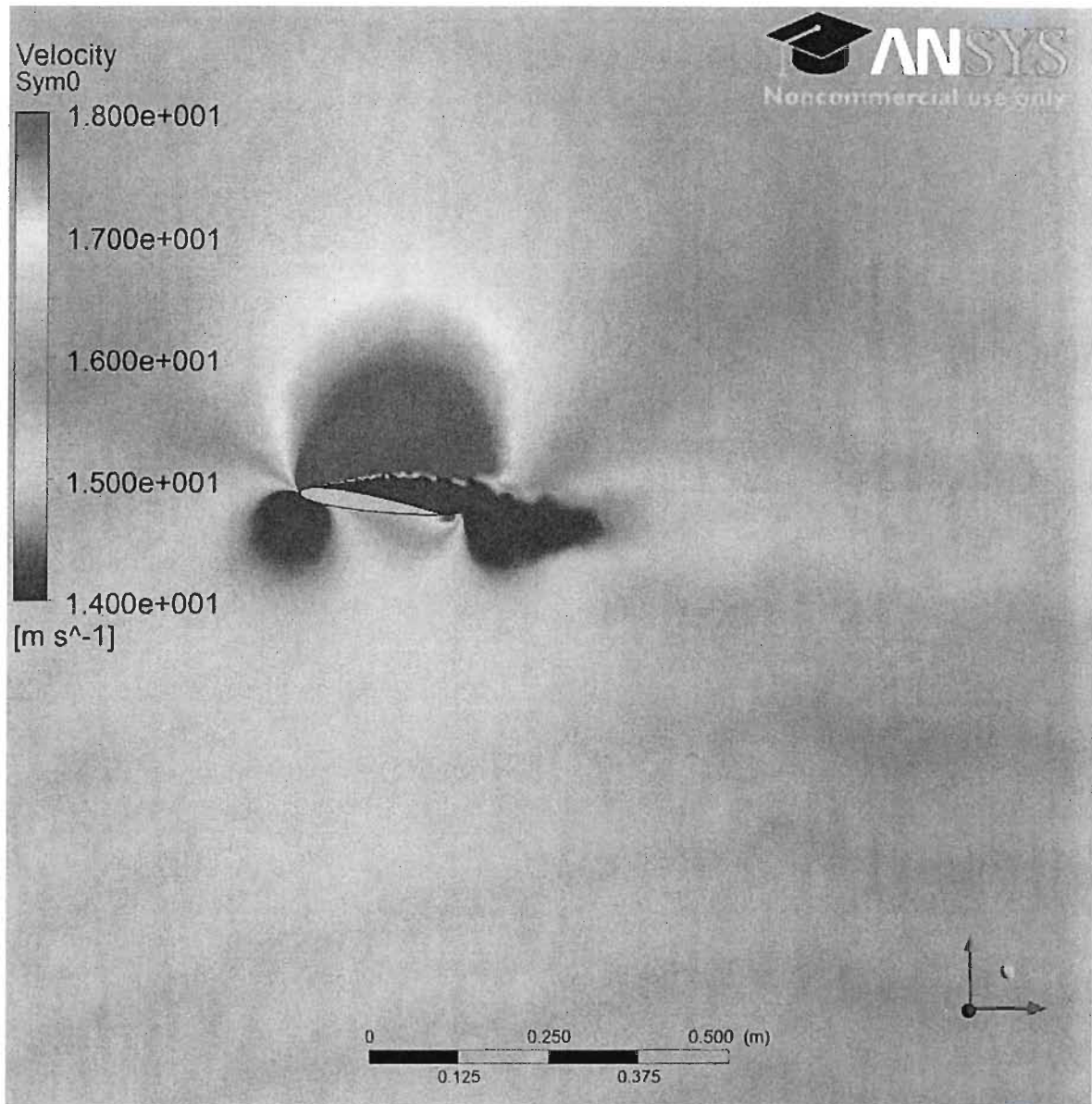


Figure 74 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,9627 s, l'angle d'attaque  $\alpha = 9,91^\circ$ , la vitesse maximale de l'air  $U = 29,64$  m/s

La figure 74 illustre l'écoulement au moment noté avec le chiffre **4** sur la Figure 70, un moment intermédiaire de l'oscillation du profil, l'angle  $\alpha = 9,91^\circ$ , la vitesse maximale du courant d'air  $U = 29,64$  m/s.



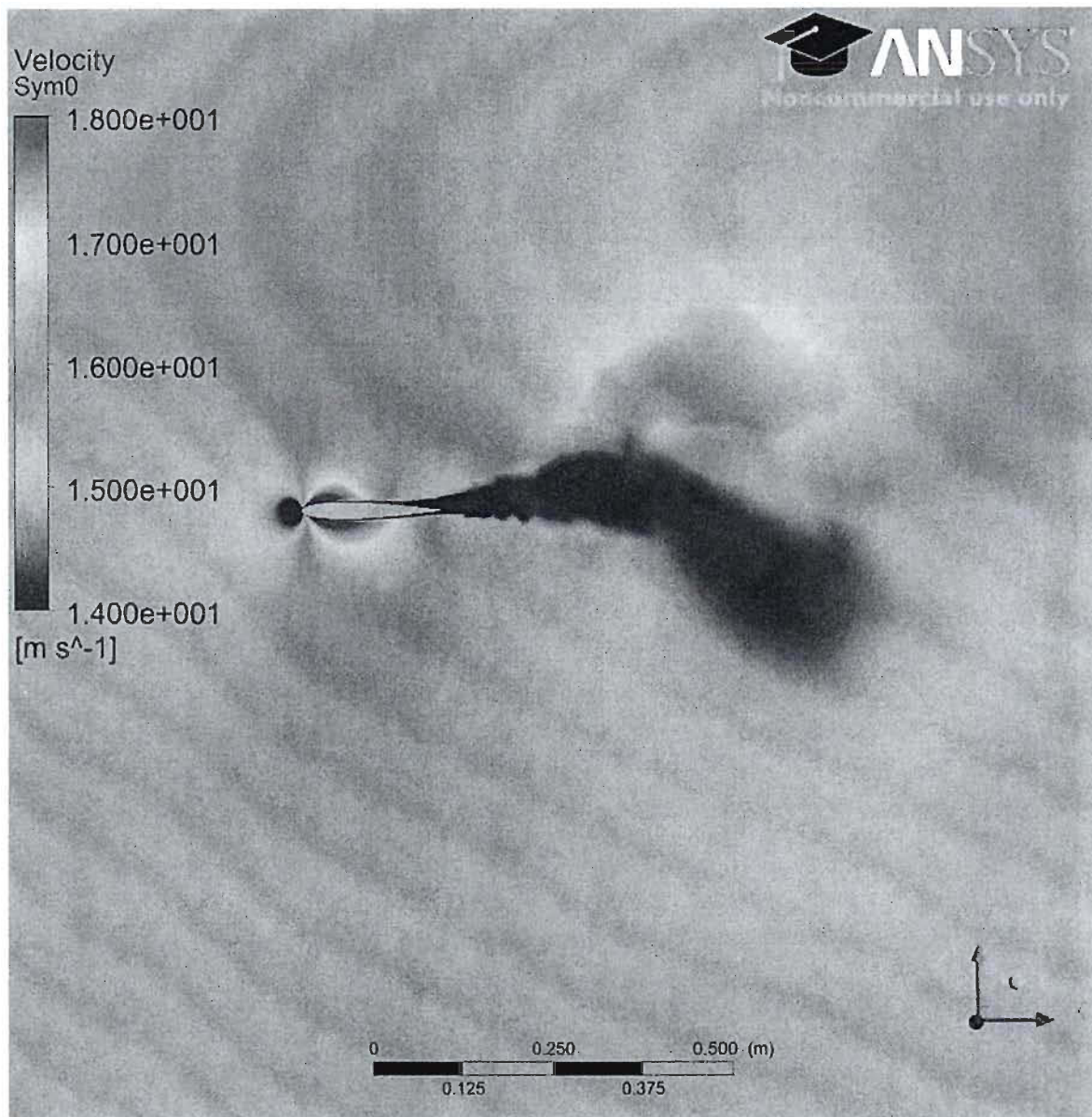


Figure 75 : Simulation de l'instabilité rencontrée au moment de temps 1,99766 s, la valeur de l'angle d'attaque est  $\alpha = -0,1^\circ$ , la vitesse maximale de l'air  $U = 18,49$  m/s

La figure 75 illustre l'écoulement au moment noté avec le chiffre **5** sur la Figure 70, un moment de minimum de l'oscillation du profil, l'angle  $\alpha = -0,1^\circ$ , la vitesse maximale du courant d'air  $U = 18,49$  m/s.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Pour une première phase de conception des pales des éoliennes, le couplage de la méthode de l'élément de pale et de la méthode des éléments finis (logiciels PROPID et ANSYS Mechanical) s'avère être une modalité rapide et efficace, à condition que les caractéristiques aérodynamiques des profils employés soient exactes. En ce qui nous concerne, ce serait intéressant de vérifier par des expérimentations la précision des résultats générés par PROPID et ses limites.

Les analyses couplées fluide - structure bidirectionnelles demandent beaucoup de ressources informatiques, de la mémoire et une vitesse de calcul très importante. Par exemple, la simulation de 2 secondes du flottement d'un modèle à 3 511 éléments solides et 14 334 éléments fluides sur un ordinateur à 4 GB de RAM a nécessité environ 100 heures. Pour réaliser une simulation complète de l'expérimentation de 17 secondes, on aurait eu besoin d'environ un mois en utilisant ce système de calcul.

Nous avons obtenu des bons résultats en ce qui concerne la détermination de la vitesse de divergence pour un profil en 2D (une erreur de seulement 0,89% par rapport aux résultats expérimentaux), ce qui nous fait penser qu'on pourrait obtenir des bons résultats aussi pour une aile en 3D.

On a obtenu aussi des résultats encourageants par rapport aux expérimentations pour la reproduction du début d'un phénomène de flottement de décrochage de torsion d'un profil 2D (erreurs de maximum 5,43% pour la fréquence d'oscillation de la structure et 1,26% pour la vitesse de l'écoulement d'air, par rapport aux résultats des tests expérimentaux), un cas pour lequel l'analyse théorique donne généralement des résultats moins fiables (**Dowell 2005**). Cela confirme la capacité des méthodes numériques de prédire les caractéristiques du flottement en 2D et nous encourage à étendre les études aux structures en 3D et à d'autres types de flottement.

La précision des simulations de la réponse d'une pale d'éolienne dans un écoulement d'air dépend premièrement des modèles de turbulence que CFX met à notre disposition, et dans les simulations présentées dans ce mémoire on a utilisé le modèle  $K\omega$  - SST, le

meilleur de CFX (Tardif d'Hamouville 2009). À petits angles d'incidence, la précision doit théoriquement être meilleure, quoique dans le cas de notre expérimentation, à un nombre de Reynolds de  $2,6 \cdot 10^5$ , on voit que les non-linéarités de la polaire du profil NACA 0012 sont importantes. Pour construire la polaire, on a utilisé le même maillage que pour les simulations aéroélastiques, et on a obtenu de très bons résultats par rapport aux expériences jusqu'à un angle de  $9^\circ$ . Au-dessus de cette valeur, dans la région de décrochage, on a eu des erreurs de maximum 10%, mais nous sommes allés seulement jusqu'à un angle d'attaque de  $12^\circ$ . Cette erreur est déjà trop grande pour simuler avec précision le comportement d'une structure en vibration de décrochage. L'écoulement devient très turbulent et on dépasse les limites du modèle de turbulence utilisé, le  $k\omega$ -SST. Le CFX offre aussi des modèles LES et DES - mais pour employer ces modèles on a besoin d'une capacité de calcul beaucoup plus importante que celle dont on dispose maintenant.

À cause de la multitude de paramètres numériques à régler et des limites des modèles de turbulence, ma conclusion est que pour le moment, une très bonne modalité d'utiliser CFX pour les analyses couplées fluide - structure bidirectionnelles est pour des applications très bien définies (**domaines étroites**) et avec une très bonne calibration par des résultats expérimentaux.

Pour la continuation des recherches présentées dans ce mémoire dans la même direction, on devrait en première phase réaliser d'autres simulations avec un pas de temps variable selon les fonctions de temps qu'on désire, pour l'ajuster avec la variation de la vitesse où avec le nombre de Courant. De telle manière, on va mieux explorer les limites du modèle de turbulence de  $k\omega$ -SST. Avec un système de calcul adéquat on devrait continuer les essais de simulation des phénomènes aéroélastiques par analyses couplées fluide-structure bidirectionnelles en utilisant des modèles LES.

À cause de la multitude des situations qu'une éolienne rencontre en service, qui sont très difficiles, sinon impossible, de modéliser : rafales de divers types, écoulements turbulents, phénomènes de givre, une direction intéressante de recherche serait le contrôle des vibrations des pales en utilisant des amortisseurs de divers types, peut être même des amortisseurs à rigidité variable permettant de changer la fréquence propre en temps utile.

## ANNEXE I – Courbes du coefficient de puissance calculées pour le rotor de 1 kW

Fichier Test03 – Puissance du rotor « kW » – page 1

Vertical – vitesse du vent de 1 à 25 m/s

Horizontal – vitesse de rotation de 10 à 120 rot/min

Pale de 1,4 m; Pitch de 3°

	10 rpm	20 rpm	30 rpm	40 rpm	50 rpm	60 rpm	70 rpm
1,0 m/s	0,0001	0,0005	0,0014	0,0016	0,0014	0,0011	0,0007
2,0 m/s	0,0001	0,0005	0,0013	0,0040	0,0081	0,0114	0,0126
3,0 m/s	0,0002	0,0007	0,0017	0,0033	0,0059	0,0133	0,0221
4,0 m/s	0,0004	0,0011	0,0022	0,0040	0,0067	0,0105	0,0191
5,0 m/s	0,0006	0,0015	0,0028	0,0048	0,0078	0,0118	0,0172
6,0 m/s	0,0009	0,0020	0,0036	0,0059	0,0091	0,0134	0,0191
7,0 m/s	0,0012	0,0026	0,0045	0,0071	0,0106	0,0153	0,0213
8,0 m/s	0,0015	0,0033	0,0055	0,0085	0,0124	0,0174	0,0238
9,0 m/s	0,0019	0,0041	0,0067	0,0101	0,0144	0,0199	0,0267
10,0 m/s	0,0023	0,0049	0,0080	0,0118	0,0166	0,0225	0,0298
11,0 m/s	0,0028	0,0059	0,0095	0,0138	0,0191	0,0255	0,0333
12,0 m/s	0,0033	0,0069	0,0111	0,0159	0,0217	0,0287	0,0371
13,0 m/s	0,0039	0,0081	0,0128	0,0182	0,0246	0,0322	0,0412
14,0 m/s	0,0045	0,0093	0,0146	0,0207	0,0277	0,0360	0,0456
15,0 m/s	0,0052	0,0106	0,0166	0,0234	0,0311	0,0400	0,0503
16,0 m/s	0,0059	0,0120	0,0188	0,0262	0,0347	0,0443	0,0554
17,0 m/s	0,0066	0,0136	0,0210	0,0292	0,0385	0,0489	0,0607
18,0 m/s	0,0074	0,0151	0,0234	0,0325	0,0425	0,0537	0,0664
19,0 m/s	0,0083	0,0168	0,0260	0,0358	0,0467	0,0588	0,0724
20,0 m/s	0,0091	0,0186	0,0286	0,0394	0,0512	0,0642	0,0787
21,0 m/s	0,0101	0,0205	0,0314	0,0432	0,0559	0,0699	0,0853
22,0 m/s	0,0110	0,0224	0,0344	0,0471	0,0608	0,0758	0,0922
23,0 m/s	0,0121	0,0245	0,0375	0,0512	0,0660	0,0820	0,0995
24,0 m/s	0,0131	0,0266	0,0407	0,0555	0,0714	0,0885	0,1071
25,0 m/s	0,0142	0,0288	0,0440	0,0600	0,0770	0,0952	0,1149

## Fichier Test03 – Puissance du rotor « kW » – page 2

Vertical – vitesse du vent de 1 à 25 m/s

Horizontal – vitesse de rotation de 10 à 120 rot/min

Pale de 1,4 m; Pitch de 3°

	80 rpm	90 rpm	100 rpm	110 rpm	120 rpm	130 rpm	140 rpm
1,0 m/s	0,0002	-0,0005	-0,0013	-0,0023	-0,0035	-0,0050	-0,0066
2,0 m/s	0,0127	0,0123	0,0115	0,0105	0,0092	0,0076	0,0059
3,0 m/s	0,0329	0,0385	0,0420	0,0435	0,0429	0,0424	0,0407
4,0 m/s	0,0316	0,0478	0,0650	0,0818	0,0913	0,0992	0,1005
5,0 m/s	0,0242	0,0405	0,0618	0,0882	0,1165	0,1378	0,1639
6,0 m/s	0,0264	0,0354	0,0474	0,0739	0,1068	0,1461	0,1765
7,0 m/s	0,0289	0,0383	0,0497	0,0635	0,0823	0,1219	0,1696
8,0 m/s	0,0318	0,0416	0,0533	0,0674	0,0840	0,1039	0,1531
9,0 m/s	0,0351	0,0453	0,0575	0,0720	0,0889	0,1087	0,1314
10,0 m/s	0,0387	0,0494	0,0621	0,0770	0,0945	0,1146	0,1377
11,0 m/s	0,0427	0,0539	0,0672	0,0826	0,1006	0,1213	0,1449
12,0 m/s	0,0471	0,0588	0,0727	0,0887	0,1073	0,1285	0,1527
13,0 m/s	0,0518	0,0642	0,0786	0,0953	0,1145	0,1364	0,1612
14,0 m/s	0,0568	0,0699	0,0850	0,1024	0,1223	0,1449	0,1704
15,0 m/s	0,0623	0,0761	0,0919	0,1100	0,1306	0,1539	0,1802
16,0 m/s	0,0680	0,0826	0,0992	0,1181	0,1395	0,1636	0,1906
17,0 m/s	0,0742	0,0895	0,1070	0,1267	0,1489	0,1738	0,2017
18,0 m/s	0,0807	0,0969	0,1152	0,1357	0,1588	0,1846	0,2134
19,0 m/s	0,0876	0,1046	0,1238	0,1453	0,1693	0,1960	0,2257
20,0 m/s	0,0948	0,1128	0,1329	0,1553	0,1803	0,2080	0,2386
21,0 m/s	0,1024	0,1214	0,1425	0,1659	0,1918	0,2205	0,2522
22,0 m/s	0,1103	0,1303	0,1525	0,1769	0,2039	0,2336	0,2664
23,0 m/s	0,1187	0,1397	0,1629	0,1884	0,2165	0,2474	0,2812
24,0 m/s	0,1273	0,1495	0,1738	0,2005	0,2297	0,2617	0,2966
25,0 m/s	0,1364	0,1597	0,1852	0,2130	0,2434	0,2765	0,3127

## Fichier Test03 – Puissance du rotor « kW » – page 3

Vertical – vitesse du vent de 1 à 25 m/s

Horizontal – vitesse de rotation de 150 à 210 rot/min

Pale de 1,4 m; Pitch de 3°

	150 rpm	160 rpm	170 rpm	180 rpm	190 rpm	200 rpm	210 rpm
1,0 m/s	-0,0086	-0,0108	-0,0133	-0,0160	-0,0192	-0,0226	-0,0265
2,0 m/s	0,0038	0,0015	-0,0010	-0,0039	-0,0071	-0,0106	-0,0145
3,0 m/s	0,0388	0,0367	0,0340	0,0310	0,0276	0,0239	0,0198
4,0 m/s	0,1028	0,1017	0,1015	0,0986	0,0954	0,0919	0,0886
5,0 m/s	0,1784	0,1929	0,1951	0,2017	0,2005	0,1986	0,1968
6,0 m/s	0,2195	0,2633	0,2883	0,3082	0,3324	0,3362	0,3393
7,0 m/s	0,2249	0,2661	0,3284	0,3692	0,4306	0,4633	0,4894
8,0 m/s	0,1872	0,2531	0,3278	0,3821	0,4658	0,5204	0,5761
9,0 m/s	0,1601	0,2278	0,2724	0,3604	0,4581	0,5277	0,5958
10,0 m/s	0,1641	0,1939	0,2336	0,3240	0,3803	0,4944	0,5684
11,0 m/s	0,1717	0,2019	0,2359	0,2760	0,3270	0,4442	0,5754
12,0 m/s	0,1801	0,2108	0,2452	0,2835	0,3261	0,3794	0,5169
13,0 m/s	0,1892	0,2205	0,2555	0,2944	0,3374	0,3848	0,4376
14,0 m/s	0,1990	0,2310	0,2667	0,3062	0,3497	0,3977	0,4503
15,0 m/s	0,2096	0,2423	0,2787	0,3189	0,3631	0,4117	0,4649
16,0 m/s	0,2208	0,2543	0,2915	0,3324	0,3775	0,4268	0,4807
17,0 m/s	0,2327	0,2671	0,3051	0,3469	0,3927	0,4429	0,4975
18,0 m/s	0,2453	0,2805	0,3194	0,3621	0,4089	0,4599	0,5154
19,0 m/s	0,2585	0,2947	0,3346	0,3782	0,4259	0,4778	0,5343
20,0 m/s	0,2724	0,3096	0,3505	0,3951	0,4438	0,4967	0,5542
21,0 m/s	0,2870	0,3253	0,3671	0,4128	0,4625	0,5165	0,5750
22,0 m/s	0,3023	0,3416	0,3845	0,4313	0,4822	0,5373	0,5968
23,0 m/s	0,3182	0,3587	0,4027	0,4506	0,5026	0,5589	0,6196
24,0 m/s	0,3348	0,3764	0,4217	0,4708	0,5239	0,5814	0,6433
25,0 m/s	0,3521	0,3949	0,4414	0,4917	0,5461	0,6048	0,6680

## Fichier Test03 – Puissance du rotor « kW » – page 4

Vertical – vitesse du vent de 1 à 25 m/s

Horizontal – vitesse de rotation de 220 à 280 rot/min

Pale de 1,4 m; Pitch de 3°

	220 rpm	230 rpm	240 rpm	250 rpm	260 rpm	270 rpm	280 rpm
1,0 m/s	-0,0307	-0,0353	-0,0403	-0,0458	-0,0517	-0,0581	-0,0650
2,0 m/s	-0,0187	-0,0233	-0,0284	-0,0339	-0,0398	-0,0463	-0,0532
3,0 m/s	0,0153	0,0104	0,0052	-0,0005	-0,0066	-0,0132	-0,0203
4,0 m/s	0,0839	0,0789	0,0734	0,0674	0,0610	0,0542	0,0469
5,0 m/s	0,1950	0,1901	0,1850	0,1796	0,1747	0,1677	0,1601
6,0 m/s	0,3480	0,3460	0,3432	0,3405	0,3395	0,3328	0,3257
7,0 m/s	0,5261	0,5331	0,5362	0,5536	0,5518	0,5489	0,5450
8,0 m/s	0,6542	0,6975	0,7306	0,7832	0,7933	0,7980	0,8042
9,0 m/s	0,7078	0,7745	0,8887	0,9449	0,9992	1,0402	1,1128
10,0 m/s	0,7055	0,7878	0,9322	1,0164	1,1023	1,2458	1,3116
11,0 m/s	0,6581	0,7470	0,9180	1,0181	1,1975	1,3036	1,4021
12,0 m/s	0,5910	0,7553	0,8543	0,9595	1,1690	1,2895	1,4123
13,0 m/s	0,5060	0,6769	0,7670	0,9693	1,0862	1,2090	1,4614
14,0 m/s	0,5077	0,5760	0,6582	0,8686	0,9750	1,2202	1,3566
15,0 m/s	0,5229	0,5860	0,6545	0,7410	0,8384	1,0935	1,2176
16,0 m/s	0,5393	0,6031	0,6721	0,7467	0,8311	0,9350	1,2252
17,0 m/s	0,5570	0,6214	0,6911	0,7664	0,8474	0,9346	1,0396
18,0 m/s	0,5757	0,6410	0,7115	0,7875	0,8692	0,9570	1,0510
19,0 m/s	0,5955	0,6617	0,7330	0,8099	0,8924	0,9809	1,0757
20,0 m/s	0,6164	0,6835	0,7558	0,8336	0,9170	1,0064	1,1020
21,0 m/s	0,6383	0,7064	0,7798	0,8585	0,9430	1,0333	1,1298
22,0 m/s	0,6612	0,7304	0,8048	0,8847	0,9702	1,0615	1,1590
23,0 m/s	0,6851	0,7555	0,8311	0,9120	0,9986	1,0911	1,1897
24,0 m/s	0,7100	0,7816	0,8584	0,9405	1,0283	1,1220	1,2217
25,0 m/s	0,7359	0,8087	0,8868	0,9702	1,0592	1,1541	1,2551

## Fichier Test03 – Puissance du rotor « kW » – page 5

Vertical – vitesse du vent de 1 à 25 m/s

Horizontal – vitesse de rotation de 290 à 350 rot/min

Pale de 1,4 m; Pitch de 3°

	290 rpm	300 rpm	310 rpm	320 rpm	330 rpm	340 rpm	350 rpm
1,0 m/s	-0,0724	-0,0803	-0,0888	-0,0978	-0,1074	-0,1177	-0,1285
2,0 m/s	-0,0606	-0,0686	-0,0771	-0,0861	-0,0958	-0,1060	-0,1169
3,0 m/s	-0,0278	-0,0358	-0,0444	-0,0535	-0,0631	-0,0733	-0,0841
4,0 m/s	0,0390	0,0306	0,0217	0,0123	0,0023	-0,0083	-0,0195
5,0 m/s	0,1519	0,1433	0,1341	0,1243	0,1140	0,1031	0,0916
6,0 m/s	0,3182	0,3103	0,3038	0,2940	0,2833	0,2720	0,2601
7,0 m/s	0,5412	0,5419	0,5332	0,5236	0,5139	0,5036	0,4927
8,0 m/s	0,8257	0,8228	0,8187	0,8136	0,8083	0,8121	0,8009
9,0 m/s	1,1271	1,1347	1,1409	1,1766	1,1744	1,1704	1,1650
10,0 m/s	1,3764	1,4270	1,5238	1,5433	1,5549	1,5607	1,5706
11,0 m/s	1,5112	1,6818	1,7625	1,8382	1,8993	2,0251	2,0510
12,0 m/s	1,6364	1,7563	1,8787	2,1066	2,2081	2,3063	2,3931
13,0 m/s	1,6054	1,7451	2,0179	2,1641	2,3012	2,4527	2,7248
14,0 m/s	1,4983	1,7989	1,9686	2,1286	2,4530	2,6272	2,7889
15,0 m/s	1,5111	1,6686	1,8304	2,1848	2,3812	2,5646	2,7584
16,0 m/s	1,3544	1,4974	1,8449	2,0251	2,2083	2,6223	2,8458
17,0 m/s	1,1604	1,5024	1,6538	1,8171	2,2246	2,4290	2,6350
18,0 m/s	1,1522	1,2805	1,4196	1,8222	1,9945	2,1795	2,6531
19,0 m/s	1,1769	1,2850	1,4093	1,5562	1,7148	2,1845	2,3790
20,0 m/s	1,2040	1,3127	1,4284	1,5514	1,7022	1,8691	2,3930
21,0 m/s	1,2327	1,3422	1,4587	1,5824	1,7135	1,8578	2,0334
22,0 m/s	1,2629	1,3734	1,4908	1,6153	1,7472	1,8868	2,0344
23,0 m/s	1,2946	1,4061	1,5245	1,6500	1,7828	1,9233	2,0717
24,0 m/s	1,3278	1,4404	1,5599	1,6864	1,8203	1,9617	2,1110
25,0 m/s	1,3624	1,4762	1,5968	1,7245	1,8595	2,0020	2,1523





## ANNEXE II – Courbes du coefficient de puissance calculées pour le rotor de 3 kW

Fichier 3kw03 – Puissance du rotor « kW » – page 1

Vertical – vitesse du vent de 1 à 25 m/s

Horizontal – vitesse de rotation de 10 à 70 rot/min

Pale de 2.4 m; Pitch de 3°

	10 rpm	20 rpm	30 rpm	40 rpm	50 rpm	60 rpm
1,0 m/s	0.0005	0.0043	0.0046	0.0033	0.0012	-0.0019
2,0 m/s	0.0008	0.0043	0.0199	0.0347	0.0377	0.0364
3,0 m/s	0.0013	0.0053	0.0145	0.0467	0.0885	0.1170
4,0 m/s	0.0020	0.0067	0.0165	0.0344	0.0845	0.1594
5,0 m/s	0.0029	0.0085	0.0193	0.0376	0.0672	0.1474
6,0 m/s	0.0040	0.0107	0.0227	0.0422	0.0718	0.1162
7,0 m/s	0.0053	0.0133	0.0266	0.0476	0.0786	0.1223
8,0 m/s	0.0067	0.0163	0.0311	0.0537	0.0864	0.1317
9,0 m/s	0.0084	0.0196	0.0362	0.0606	0.0952	0.1424
10,0 m/s	0.0103	0.0234	0.0419	0.0683	0.1049	0.1542
11,0 m/s	0.0123	0.0275	0.0481	0.0767	0.1156	0.1672
12,0 m/s	0.0145	0.0320	0.0550	0.0859	0.1272	0.1813
13,0 m/s	0.0170	0.0369	0.0624	0.0958	0.1398	0.1965
14,0 m/s	0.0196	0.0422	0.0703	0.1066	0.1533	0.2129
15,0 m/s	0.0224	0.0479	0.0789	0.1180	0.1678	0.2304
16,0 m/s	0.0254	0.0539	0.0880	0.1303	0.1832	0.2491
17,0 m/s	0.0287	0.0604	0.0978	0.1433	0.1996	0.2689
18,0 m/s	0.0321	0.0672	0.1081	0.1571	0.2169	0.2899
19,0 m/s	0.0357	0.0744	0.1189	0.1717	0.2352	0.3120
20,0 m/s	0.0394	0.0820	0.1304	0.1870	0.2545	0.3352
21,0 m/s	0.0434	0.0900	0.1424	0.2031	0.2747	0.3596
22,0 m/s	0.0476	0.0984	0.1550	0.2200	0.2959	0.3852
23,0 m/s	0.0520	0.1072	0.1682	0.2377	0.3181	0.4119
24,0 m/s	0.0565	0.1163	0.1820	0.2561	0.3412	0.4398
25,0 m/s	0.0613	0.1259	0.1964	0.2753	0.3653	0.4688

**Fichier 3kw03 – Puissance du rotor « kW » – page 2**

**Vertical – vitesse du vent de 1 à 25 m/s**

**Horizontal – vitesse de rotation de 70 à 120 rot/min**

**Pale de 2.4 m; Pitch de 3°**

	<b>70 rpm</b>	<b>80 rpm</b>	<b>90 rpm</b>	<b>100 rpm</b>	<b>110 rpm</b>	<b>120 rpm</b>
<b>1,0 m/s</b>	-0.0062	-0.0119	-0.0192	-0.0283	-0.0394	-0.0527
<b>2,0 m/s</b>	0.0327	0.0267	0.0190	0.0096	-0.0018	-0.0154
<b>3,0 m/s</b>	0.1273	0.1289	0.1229	0.1149	0.1042	0.0901
<b>4,0 m/s</b>	0.2269	0.2773	0.3005	0.3016	0.3027	0.2914
<b>5,0 m/s</b>	0.2457	0.3583	0.4648	0.5415	0.5844	0.5896
<b>6,0 m/s</b>	0.2337	0.3733	0.5379	0.7083	0.8229	0.9357
<b>7,0 m/s</b>	0.1845	0.3482	0.5327	0.7552	0.9450	1.1754
<b>8,0 m/s</b>	0.1922	0.2754	0.4484	0.6763	0.9622	1.2750
<b>9,0 m/s</b>	0.2046	0.2847	0.3922	0.6159	0.9057	1.2598
<b>10,0 m/s</b>	0.2186	0.3006	0.4030	0.5380	0.8207	1.1790
<b>11,0 m/s</b>	0.2339	0.3182	0.4228	0.5502	0.7161	1.0666
<b>12,0 m/s</b>	0.2505	0.3374	0.4445	0.5743	0.7296	0.9296
<b>13,0 m/s</b>	0.2685	0.3582	0.4680	0.6005	0.7583	0.9442
<b>14,0 m/s</b>	0.2879	0.3805	0.4933	0.6288	0.7895	0.9781
<b>15,0 m/s</b>	0.3085	0.4044	0.5204	0.6591	0.8229	1.0146
<b>16,0 m/s</b>	0.3305	0.4297	0.5492	0.6913	0.8586	1.0536
<b>17,0 m/s</b>	0.3538	0.4566	0.5796	0.7254	0.8964	1.0951
<b>18,0 m/s</b>	0.3784	0.4849	0.6118	0.7615	0.9363	1.1389
<b>19,0 m/s</b>	0.4044	0.5148	0.6457	0.7994	0.9784	1.1850
<b>20,0 m/s</b>	0.4317	0.5462	0.6813	0.8393	1.0225	1.2335
<b>21,0 m/s</b>	0.4603	0.5792	0.7186	0.8810	1.0687	1.2843
<b>22,0 m/s</b>	0.4903	0.6136	0.7576	0.9246	1.1171	1.3373
<b>23,0 m/s</b>	0.5216	0.6496	0.7983	0.9701	1.1675	1.3926
<b>24,0 m/s</b>	0.5543	0.6871	0.8408	1.0176	1.2199	1.4502
<b>25,0 m/s</b>	0.5883	0.7262	0.8849	1.0669	1.2745	1.5101

## Fichier 3kw03 – Puissance du rotor « kW » – page 3

Vertical – vitesse du vent de 1 à 25 m/s

Horizontal – vitesse de rotation de 130 à 180 rot/min

Pale de 2.4 m; Pitch de 3°

	130 rpm	140 rpm	150 rpm	160 rpm	170 rpm	180 rpm
1,0 m/s	-0.0684	-0.0868	-0.1079	-0.1320	-0.1594	-0.1902
2,0 m/s	-0.0312	-0.0496	-0.0707	-0.0948	-0.1224	-0.1533
3,0 m/s	0.0736	0.0543	0.0323	0.0074	-0.0206	-0.0519
4,0 m/s	0.2772	0.2614	0.2391	0.2136	0.1847	0.1524
5,0 m/s	0.5882	0.5875	0.5690	0.5474	0.5258	0.4939
6,0 m/s	0.9770	1.0181	1.0179	1.0312	1.0108	0.9833
7,0 m/s	1.3780	1.4859	1.5450	1.6138	1.6177	1.6140
8,0 m/s	1.5920	1.8155	2.0824	2.2180	2.2988	2.4043
9,0 m/s	1.6524	1.9659	2.3906	2.6567	2.9923	3.1581
10,0 m/s	1.6027	1.9656	2.4902	2.8668	3.3844	3.7181
11,0 m/s	1.4982	2.0011	2.4482	3.0728	3.5418	4.2014
12,0 m/s	1.3573	1.8693	2.2825	2.9861	3.6484	4.3030
13,0 m/s	1.1819	1.6958	2.3018	2.7817	3.5807	4.2010
14,0 m/s	1.1973	1.4762	2.0853	2.7855	3.3473	4.2615
15,0 m/s	1.2367	1.4921	1.8157	2.5303	3.0201	3.9790
16,0 m/s	1.2790	1.5374	1.8316	2.2036	3.0339	3.5874
17,0 m/s	1.3240	1.5858	1.8832	2.2192	2.6431	3.5983
18,0 m/s	1.3716	1.6372	1.9382	2.2775	2.6578	3.1375
19,0 m/s	1.4219	1.6915	1.9965	2.3395	2.7233	3.1508
20,0 m/s	1.4747	1.7486	2.0578	2.4049	2.7927	3.2238
21,0 m/s	1.5300	1.8085	2.1222	2.4738	2.8658	3.3010
22,0 m/s	1.5878	1.8711	2.1896	2.5458	2.9425	3.3822
23,0 m/s	1.6481	1.9364	2.2599	2.6211	3.0227	3.4672
24,0 m/s	1.7109	2.0044	2.3331	2.6996	3.1063	3.5559
25,0 m/s	1.7762	2.0750	2.4092	2.7811	3.1933	3.6483

**Fichier 3kw03 – Puissance du rotor « kW » – page 4**

**Vertical – vitesse du vent de 1 à 25 m/s**

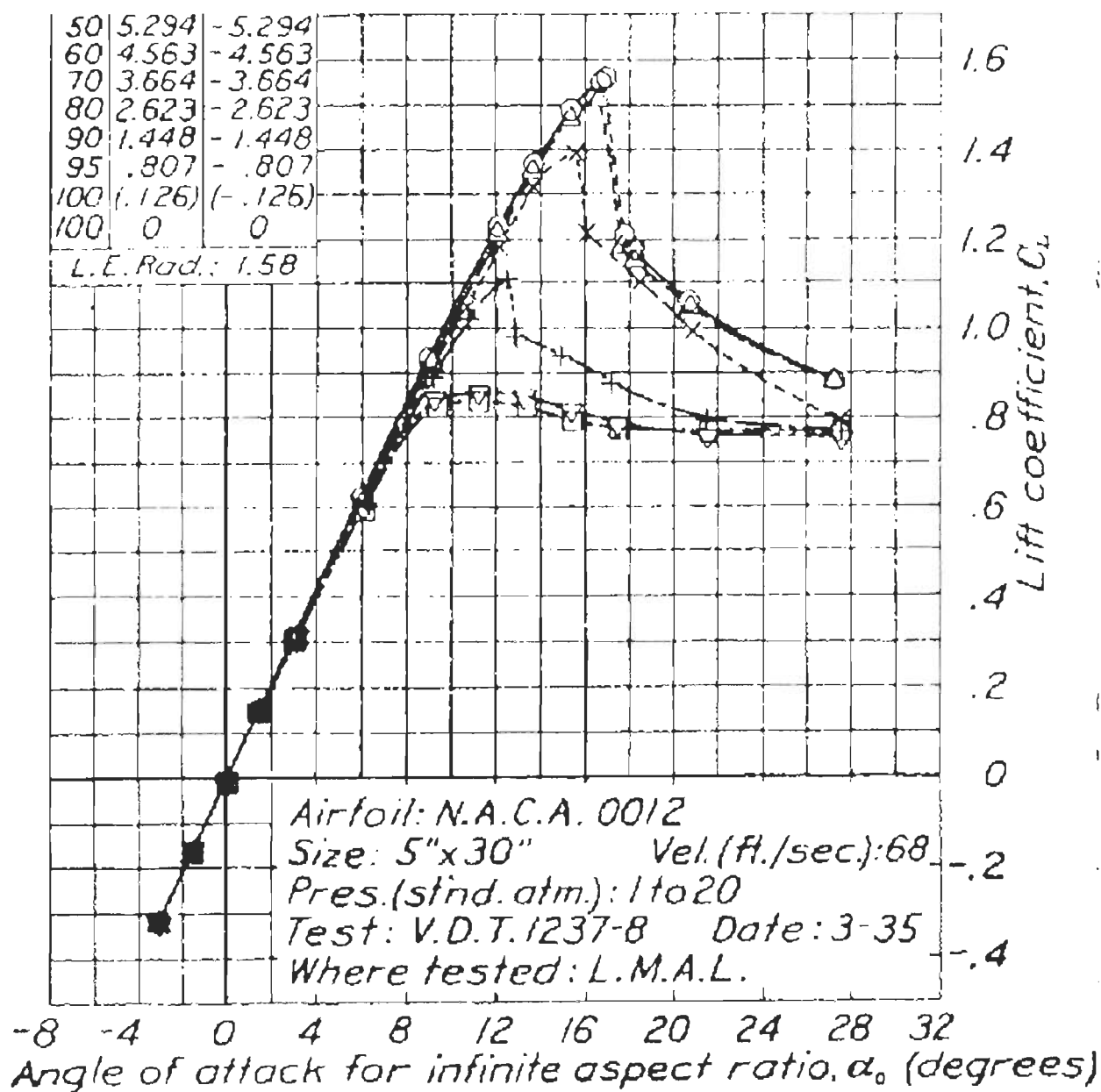
**Horizontal – vitesse de rotation de 190 à 240 rot/min**

**Pale de 2.4 m; Pitch de 3°**

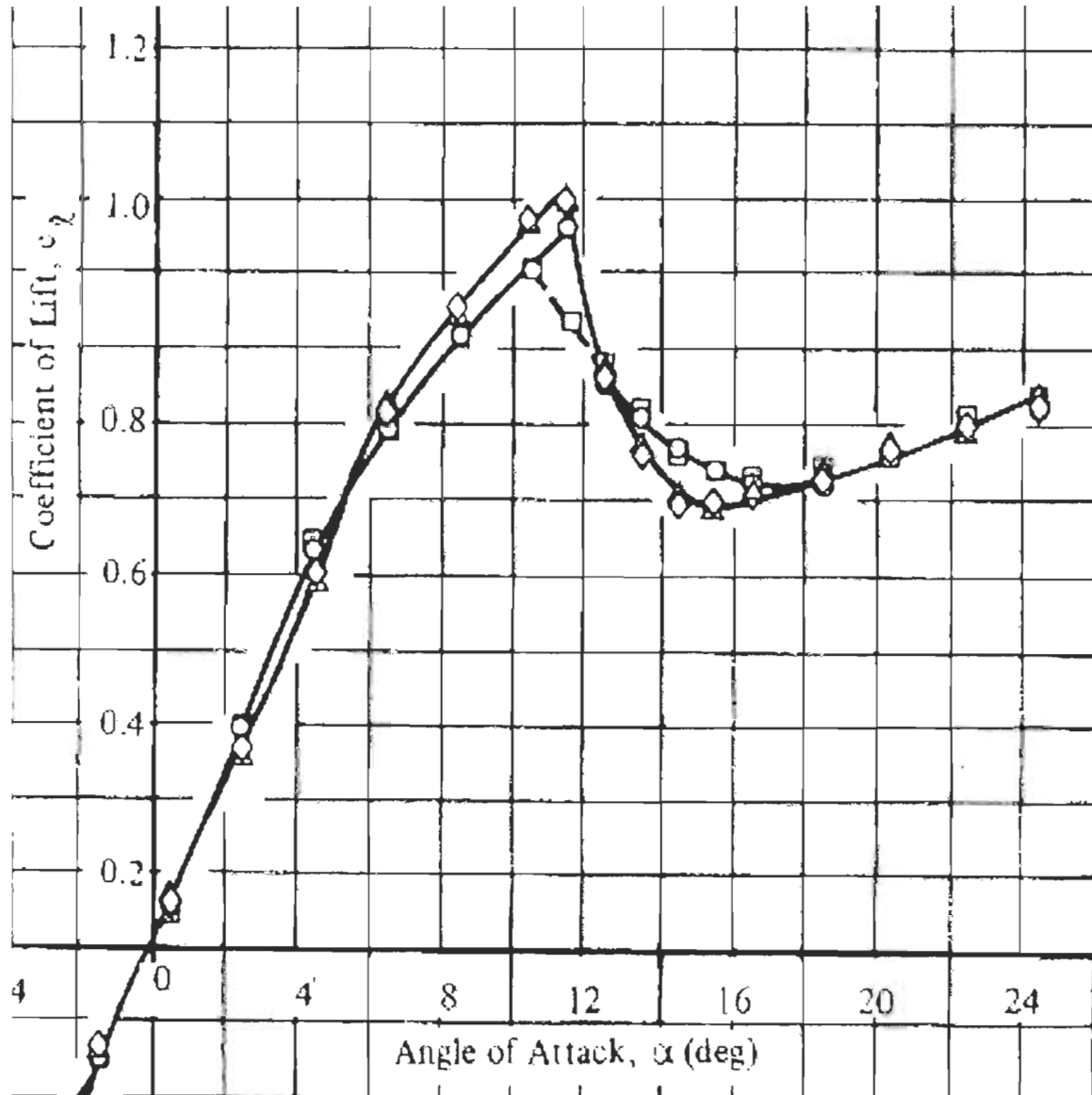
	190 rpm	200 rpm	210 rpm	220 rpm	230 rpm	240 rpm
1,0 m/s	-0.2246	-0.2629	-0.3052	-0.3517	-0.4027	-0.4583
2,0 m/s	-0.1879	-0.2263	-0.2686	-0.3152	-0.3661	-0.4217
3,0 m/s	-0.0867	-0.1251	-0.1674	-0.2137	-0.2644	-0.3200
4,0 m/s	0.1163	0.0766	0.0330	-0.0147	-0.0666	-0.1230
5,0 m/s	0.4576	0.4171	0.3726	0.3238	0.2704	0.2122
6,0 m/s	0.9525	0.9189	0.8821	0.8333	0.7796	0.7208
7,0 m/s	1.6291	1.5994	1.5615	1.5199	1.4738	1.4314
8,0 m/s	2.4148	2.4128	2.4094	2.4215	2.3807	2.3308
9,0 m/s	3.2629	3.4156	3.4361	3.4379	3.4309	3.4804
10,0 m/s	4.1342	4.3320	4.4608	4.6753	4.7087	4.7166
11,0 m/s	4.6170	5.0188	5.5342	5.7659	5.9204	6.0349
12,0 m/s	4.8406	5.6667	6.1272	6.5831	7.2174	7.4858
13,0 m/s	5.1368	5.7908	6.7436	7.3853	7.9395	8.4430
14,0 m/s	4.9828	6.0415	6.8330	7.5601	8.7363	9.4035
15,0 m/s	4.9319	5.8322	6.6340	7.9638	8.8308	9.6753
16,0 m/s	4.6780	5.4103	6.7494	7.6977	9.1673	10.1997
17,0 m/s	4.2218	5.4547	6.2830	7.7728	8.8474	10.1426
18,0 m/s	4.2288	4.9271	6.3089	7.2455	8.8991	10.0780
19,0 m/s	3.6900	4.9290	5.7071	7.2583	8.2928	9.8583
20,0 m/s	3.7013	4.3039	5.7025	6.5655	8.3024	9.4317
21,0 m/s	3.7823	4.3124	4.9823	6.5546	7.5060	9.4011
22,0 m/s	3.8677	4.4018	4.9895	5.7284	7.4908	8.5325
23,0 m/s	3.9573	4.4958	5.0855	5.7362	6.5456	8.5121
24,0 m/s	4.0510	4.5943	5.1886	5.8366	6.5538	7.4371
25,0 m/s	4.1487	4.6971	5.2964	5.9492	6.6584	7.4457

### ANNEXE III - Polaires expérimentales du profil NACA 0012

Courbes du coefficient de portance  $C_L(\alpha)$  du profil NACA 0012 dessinées par Jacobs & Sherman (carré - la plus basse courbe - pour  $Re = 1,7 \times 10^5$ , triangle renversé pour  $Re = 3,3 \times 10^5$ )



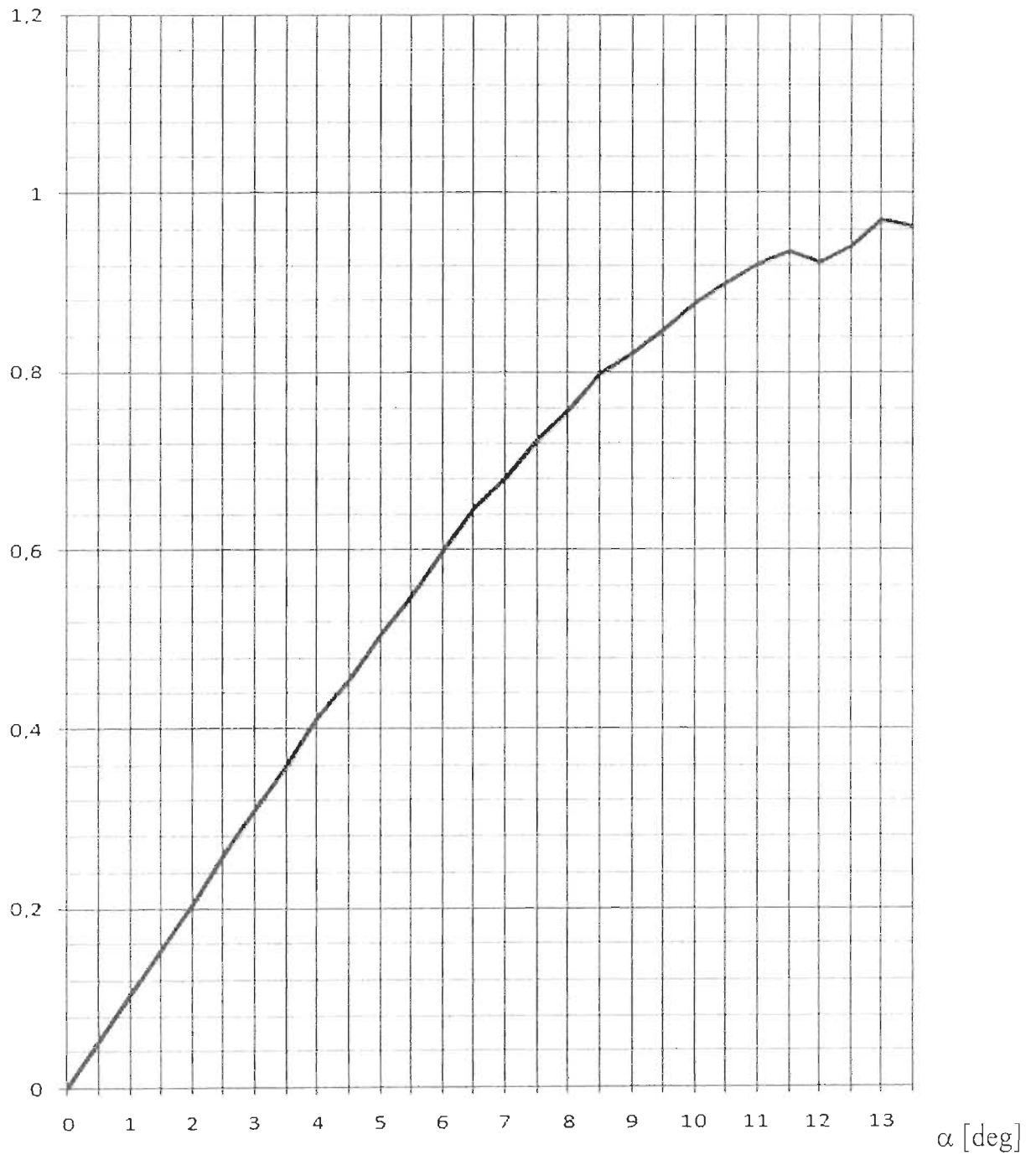
Courbe du coefficient de portance  $C_L(\alpha)$  du profil NACA 0012 dessinée par Sheldahl & Klimas (carré et cercle pour  $Re = 3,6 \times 10^5$ , diamant et triangle pour  $Re = 7 \times 10^5$ )



## ANNEXE IV - Polaire du profil NACA 0012 calculée avec CFX

Courbe du coefficient de portance  $C_L(\alpha)$  calculé avec ANSYS-CFX pour des angles d'incidence entre  $0^\circ$  et  $13,5^\circ$

**CL**







## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ANSYS Release 12.0 ANSYS Inc. User Manual

Abbott I.H., V. D. A. E. (1959). *Theory of Wing Sections*, Dover Publications.

Ahlström, A. (2005). *Aeroelastic simulation of wind turbine dynamics*, Doctoral Thesis, KTH Sweden.

Bisplinghoff, R. L., Ashley, H. and Halfman, R.L. (1988). *Aeroelasticity*, Dover Publications Inc.

Blair, M. (1982). *Wind tunnel Experiments on the Divergence of Swept Wings with Composite Structures*, Air Force Wright Aeronautical Laboratories.

Buhl Jr., M. L., Manjock, A. (2006). *A Comparison of Wind Turbine Aeroelastic Codes Used for Certification*, NREL Conference Paper NREL/CP-500-39113.

Burton, T., Sharpe, D., Jenkins, N., Bossanyi, E. (2001) "*Wind Energy Handbook*."

CanWEA (02/04/2010). *Le boom de l'énergie éolienne se poursuit à l'échelle mondiale en dépit de l'incertitude du contexte économique - la puissance éolienne installée du Canada a augmenté de 40 % en 2009*

Cole, S. R., Florance, J.R., Thompson, L.B., Spain, C.V. and Bullock, E.P. (1993). *Supersonic Aeroelastic Instability Results for a NASP-like Wing Model* NASA.

Courant, R., Friedrichs, K. and Lewy, H. (1967). "*On the partial difference equations of mathematical physics*", IBM Journal: 215-234.

Diederich, F. W., Budiansky, B. (1948). *Divergence of swept wings* Washington, NACA.

Diederich, F. W., Foss, K.A. (1953). *Static Aeroelastic Phenomena of M-, W- and  $\square$ -Wings*, NACA.

- Dowell, e. a. (2005). *A Modern Course in Aeroelasticity*, Dordrecht, KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS.
- Eumetcal, (2010). "*Instabilité de C-F-L (Courant, Friedrichs et Lewy)*"
- Glauert, H. (1963). *Airplane propellers. Aerodynamic theory*, W. F. Durand. New York, Dover.
- Hansen, M. O. L., Sørensen, J.N., Voutsinas, S., Sørensen, N., Madsen, H.Aa. (2006). "*State of the art in wind turbine aerodynamics and aeroelasticity*", *Progress in Aerospace Sciences* 42(4): 285-330.
- Heeg, J. (2000). *Dynamic Investigation of Static Divergence: Analysis and Testing*, NASA/TP-2000-210310.
- Hepperle, M. (2007). "*JavaFoil—Analysis of Airfoils*", <http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/javafoil.htm> , 2009.
- Jacobs, E. N., Sherman, A. (1937). *Airfoil section characteristics as affected by variations of the Reynolds number*, NACA.
- Jones, R. T. (1946). *Properties of Low Aspect-Ratio Pointed Wing at Speed Below and Above the Speed of Sound*, NACA.
- Jonkman, J. M., Buhl Jr., M.L. (2005). *FAST User's Guide*, NREL.
- Krone, N. J., Jr. (1975). *Divergence Elimination with Advanced Composites*, AIAA Paper no. 75-1009.
- Manwell, J. F., McGowan, J.G. and Rogers, A.L. (2002). *Wind Energy Explained – Theory, Design and Application* John Wiley & Sons Ltd.
- Muladji, E., Pierce, K. and Migliore, P. (2000). *A Conservative Control Strategy for Variable-Speed Stall-Regulated Wind Turbines*, 19 th American Society of Mechanical Engineers (ASME) Wind Energy Symposium\_Reno, Nevada.
- Ramdene, D., Minea I-S., Tardif d'Hamonville, T., Ilinca, A. (2010). *Numerical Simulation of the Divergence of a Wind Turbine Airfoil*, CFD Society of Canada 18th Annual Conference, London, Ontario, Canada.

- Ricketts, R. H. a. D., R.V. Jr (1980). *Wind tunnel Experiments on Divergence of Forward-Swept wings*, NASA.
- Rodden, W. P., Stahl, B. (1969). "A Strip Method for Prediction of Damping in Subsonic Wind Tunnel and Flight Flutter Tests", *Journal of Aircraft* 6(1).
- Savant, C. J. (1958). "Basic Feedback Control System Design", McGraw-Hill.
- Sefic, W. J., Maxwell, C.M. (1986). *X29-A Technology Demonstrator Flight Test Program Overview* NASA.
- Selig, M. (1995). "UIUC Applied Aerodynamics Group - Airfoil Coordinate Data Base" 2009.
- Selig, M., Raj, N., Giguère, P., Du, Z. (1998). *PROPID User Manual (Beta Version 3.0)* last update 10/11/98, UIUC.
- Sheldahl, R. E., Klimas, P.C. (1981). *Aerodynamic Characteristics of Seven Symmetrical Airfoil Sections Through 180-Degree Angle of Attack For Use In Aerodynamic Analysis of Vertical Axis Wind Turbines* Sandia National Laboratories.
- Simms, D. A., Schreck, S., Hand, M.M., Fingersh, L.J. (2001). *NREL Unsteady Aerodynamics Experiment in the NASA-Ames Wind Tunnel: A Comparison of Predictions to Measurements* NREL.
- Streiner, S., Krämer, E., Eulitz, A., Armbruster, P. (2007). "Aeroelastic analysis of wind turbines applying 3D - CFD computational results", *Journal of Physics Conference series* 75, 2007.
- Tardif d'Hamonville, T. (2009). *Modélisation et Analyse des Phénomènes Aéroélastiques pour une pale d'Éolienne*, Rimouski, Master Thesis, UQAR..
- Thomas, J. T., Hall, K. C., and Dowell, E. H. (1999), *Reduced-Order Aeroelastic Modeling Using Proper-Orthogonal Decompositions*, CEAS/AIAA/ICASE/NASA Langley International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Williamsburg, VA, June 1999.
- Wikipedia,(2011) "[http://en.wikipedia.org/wiki/Courant-Friedrichs-Lewy\\_condition](http://en.wikipedia.org/wiki/Courant-Friedrichs-Lewy_condition)" 2011.

Wood Handbook (1999). *Wood Handbook - Wood as an Engineering Material*, U.S. Department of Agriculture, Forest Products Laboratory, FPL-GTR-113

Yu, M., Hwu, C. (2007). *Aeroelastic Divergence and Free Vibration of Tapered Composite wings*, 16th International Conference on Composite Materials, Kyoto.



