Conception et prototypage de nouveaux robots pour les opérations de pick-and-place et l'inspection dans des espaces confinés

Mémoire présenté

dans le cadre du programme de maîtrise en ingénierie

en vue de l'obtention du grade de maître ès sciences appliquées

PAR

© Houssem-Eddine Souayah

Août 2026

Composition du jury :

Raef Cherif (Ph.D.), président du jury, Université du Québec à Rimouski

Tan Sy Nguyen (Ph.D.), directeur de recherche, Université du Québec à Rimouski

Jean Brousseau (Ph.D.), codirecteur de recherche, Université du Québec à Rimouski

Vincent François (Ph.D.), examinateur externe, Université du Québec à Trois-Rivières

Dépôt initial le 28 avril 2026 Dépôt final le 19 août 2026

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI
Service de la bibliothèque

Avertissement

La diffusion de ce mémoire ou de cette thèse se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire « *Autorisation de reproduire et de diffuser un rapport, un mémoire ou une thèse* ». En signant ce formulaire, l'auteur concède à l'Université du Québec à Rimouski une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de son travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, l'auteur autorise l'Université du Québec à Rimouski à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de son travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits moraux ni à ses droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, l'auteur conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont il possède un exemplaire.

À ma femme, pour son soutien constant, sa patience et sa présence tout au long de ce parcours.

REMERCIEMENTS

Je souhaite tout d'abord remercier sincèrement mon directeur de recherche, le professeur Tan Sy Nguyen, de l'Université du Québec à Rimouski, pour son encadrement tout au long de ce projet. Sa disponibilité, ses conseils pertinents et son soutien constant ont été essentiels à la réalisation de ce mémoire. Grâce à lui, j'ai pu approfondir mes connaissances et développer un réel intérêt pour la recherche. J'ai également eu l'opportunité, sous sa direction, de participer à une conférence internationale à Ottawa, ce qui a constitué une expérience très enrichissante.

Je tiens aussi à remercier mon codirecteur, le professeur Jean Brousseau, pour sa disponibilité et ses remarques constructives, qui ont contribué à améliorer la qualité de ce travail.

Je souhaite également exprimer ma reconnaissance à Jean-Christian Méthot, chargé de projet, pour son aide, ses conseils pratiques et sa disponibilité. Son soutien a été très apprécié durant les différentes étapes de ce projet.

Je souhaite également remercier les employés du département, Jean-Charles Morin, Suzie Loubert, Richard Lafrance et Denis Labbé, pour leur soutien technique et leur disponibilité tout au long de ce projet.

Je tiens enfin à exprimer ma reconnaissance au Fonds institutionnel de recherche (FIR) de l'Université du Québec à Rimouski pour son soutien financier dans le cadre de la subvention FIR-700716.

RÉSUMÉ

Ce mémoire, réalisé dans le cadre d'une maîtrise en ingénierie, traite de la conception et du prototypage de nouveaux robots destinés aux opérations de pick-and-place, aux tâches de mouvement et aux applications d'inspection dans des espaces confinés. L'objectif principal est de développer des architectures robotiques innovantes combinant performance cinématique, compacité structurelle et fiabilité, afin de répondre aux exigences croissantes des environnements industriels modernes.

Les travaux de recherche sont organisés autour de trois contributions scientifiques complémentaires. La première contribution présente la conception d'un robot de type SCARA à 3 degrés de liberté. Cette architecture hybride associe un mécanisme plan à cinq barres et une articulation prismatique, permettant de fixer tous les actionneurs à la base. Le modèle cinématique est établi et validé, et plusieurs simulations réalisées sous SolidWorks illustrent des mouvements de translation ainsi que des tâches de type « pick-and-place ».

La deuxième contribution concerne le développement d'un robot parallèle de type Delta à 6 degrés de liberté. Une modélisation cinématique complète est proposée, incluant les cinématiques directes et inverses ainsi qu'une analyse détaillée des singularités. Une méthode numérique est également utilisée pour résoudre la cinématique directe. Le prototype virtuel et les simulations démontrent la capacité du robot à réaliser des mouvements spatiaux complexes et des opérations rapides de manipulation, tout en mettant en évidence certaines limitations liées aux configurations singulières et à la structure du mécanisme.

La troisième contribution porte sur la conception et le prototypage d'un robot hybride à 3 degrés de liberté destiné aux tâches d'inspection dans des espaces confinés. L'architecture proposée combine une articulation prismatique et un mécanisme parallèle planaire, enrichie par des éléments télescopiques afin d'améliorer la flexibilité et la portée. Tous les actionneurs

sont placés sur la base, ce qui permet de réduire les masses en mouvement et d'améliorer les performances dynamiques. Une analyse cinématique complète ainsi qu'une étude des singularités sont réalisées afin de garantir un fonctionnement stable dans l'ensemble de l'espace de travail. La validation par simulation sous SolidWorks confirme la faisabilité et l'efficacité de la conception.

Enfin, ce mémoire adopte une structure sous forme d'articles scientifiques, permettant de présenter clairement les différentes contributions. Les résultats obtenus mettent en évidence l'intérêt des architectures hybrides pour améliorer la précision, la compacité et les performances globales des robots industriels. Des perspectives d'optimisation sont également proposées pour améliorer davantage l'espace de travail et la robustesse des systèmes.

Mots clés : robot hybride, robot parallèle, robot SCARA, robot Delta, conception mécanique, cinématique des robots, analyse des singularités, prototypage CAO, espaces confinés, pick-and-place.

ABSTRACT

This master's thesis in engineering focuses on the design and prototyping of new robotic systems dedicated to pick-and-place operations, motion tasks, and inspection applications in confined spaces. The main objective is to develop innovative robotic architectures that combine kinematic performance, structural compactness, and reliability in order to meet the growing demands of modern industrial environments.

The research work is organized around three complementary scientific contributions. The first contribution presents the design of a 3-degree-of-freedom SCARA-like robot. This hybrid architecture combines a planar five-bar mechanism with a prismatic joint, allowing all actuators to be mounted on the base. The kinematic model is established and validated, and several simulations performed in SolidWorks illustrate translational motions as well as pick-and-place operations.

The second contribution deals with the development of a 6-degree-of-freedom Delta-type parallel robot. A complete kinematic modeling is proposed, including both direct and inverse kinematics as well as a detailed singularity analysis. A numerical approach is also used to solve the forward kinematics problem. The virtual prototype and simulations demonstrate the robot's ability to perform complex spatial motions and fast manipulation tasks, while also highlighting some limitations related to singular configurations and structural constraints.

The third contribution focuses on the design and prototyping of a 3-degree-of-freedom hybrid robot intended for inspection tasks in confined environments. The proposed architecture combines a prismatic joint with a planar parallel mechanism, enhanced by telescopic elements to improve reachability and flexibility. All actuators are mounted on the base, reducing moving masses and improving dynamic performance. A complete kinematic

analysis, including singularity study, is carried out to ensure reliable operation throughout the workspace. Validation through SolidWorks simulations confirms the feasibility and effectiveness of the proposed design.

Finally, this thesis is structured in the form of scientific articles, allowing a clear presentation of each contribution. The obtained results highlight the interest of hybrid robotic architectures in improving accuracy, compactness, and overall performance in industrial applications. Future work includes further optimization to enhance workspace coverage and system robustness.

Keywords : hybrid robot, parallel robot, SCARA robot, Delta robot, mechanical design, robot kinematics, singularity analysis, CAD prototyping, confined spaces, pick-and-place.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS ix

RÉSUMÉ xi

ABSTRACT xiv

TABLE DES MATIÈRES xvii

LISTE DES TABLEAUX xxi

LISTE DES FIGURES xxiii

LISTE DES ABRÉVIATIONS xxvi

INTRODUCTION GÉNÉRALE 1

1. GÉNÉRALITÉ SUR LA ROBOTIQUE 1

2. CLASSIFICATION DES ROBOTS 2

2.1 Robot parallèle : 2
2.2 Robot sériel 3
2.3 Comparaison entre les robots sériels et les robots parallèles 4
2.4 Robot hybride 6

3. PROBLEMATIQUE DE RECHERCHE 7

4. HYPOTHESE 8

5. OBJECTIFS 9

6. CONTRIBUTION 10

7. ORGANISATION DU MÉMOIRE 11

Références 12

CHAPITRE 1 Conception et prototypage d'un nouveau robot de type SCARA à 3 degrés de liberté 13

Résumé 13

1.1 INTRODUCTION : ... 13

1.2 CONCEPTUALISATIONET CONSIDERATIONS PRATIQUES : ... 15

1.3 ANALYSE CINEMATIQUE ... 18

1.3.1 Équations de vitesse et matrices Jacobiennes : ... 20
1.3.2 Cinématique inverse ... 23
1.3.3 Cinématique directe ... 24

1.4 PROTOTYPAGE ET FONCTIONNEMENT ... 25

1.5 CONCLUSION ... 30

Références du chapitre 1 ... 32

CHAPITRE 2 Conception conceptuelle et analyse cinématique d'un nouveau robot parallèle de type Delta à 6 degrés de liberté ... 34

Résumé ... 34

2.1 INTRODUCTION ... 35

2.2 ARCHITECTURE PROPOSEE ... 37

2.3 ANALYSE CINEMATIQUE ... 38

2.3.1 Équation de vitesse ... 39
2.3.2 Cinématique inverse ... 43
2.3.3 Cinématique directe ... 46

2.4 ANALYSE DES SINGULARITÉS ... 49

2.4.1 Singularité de type I ... 50
2.4.2 Singularité de type II ... 50

2.5 PROTOTYPAGE ET FONCTIONNEMENT ... 53

2.6 CONCLUSION ... 57

Références du chapitre 2 ... 58

CHAPITRE 3 Conception et prototypage d'un nouveau robot à trois degrés de liberté pour l'inspection dans les espaces confinés ... 60

Résumé ... 60

3.1 INTRODUCTION ... 61

3.2 ARCHITECTURE PROPOSEE 63

3.3 ANALYSE CINÉMATIQUE 67

3.3.1 Cinématique Directe : 68
3.3.2 Équation de vitesse et matrices Jacobiennes : 69
3.3.3 Problème Géométrique Inverse (PGI) 70
3.3.4 Analyse des singularités 73

3.4 PROTOTYPAGE ET FONCTIONNEMENT 74

3.5 CONCLUSION : 76

Références du chapitre 3 78

CONCLUSION GÉNÉRALE 81

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 0.1. Tableau comparatif entre les robots sériels et parallèles. 5

Tableau 1.1. Paramètres et plages d'entrée du robot proposé. 26

Tableau 2.1. Paramètres géométriques du prototype du robot. 53

Tableau 3.1. Paramètres et plages d'entrée du robot proposé. 74

LISTE DES FIGURES

Figure 0.1 : Le robot Unimate [4]. 1

Figure 1.1 : Schéma du robot proposé. 16

Figure 1.2 : Composants de transmission utilisés dans la conception du robot. 17

Figure 1.3 : Les structures utilisées dans la conception préliminaire du robot. 18

Figure 1.4 : Modèle CAO du robot proposé. 19

Figure 1.5. Schéma du mécanisme à cinq barres. 20

Figure 1.6. Singularités du mécanisme à cinq barres. 22

Figure 1.7. Quatre solutions du problème de cinématique inverse (correspondant aux quatre modes de fonctionnement du mécanisme à cinq barres) décrites dans [9]. 24

Figure 1.8. Deux solutions du problème de cinématique directe. 25

Figure 1.9. Espace de travail du robot proposé. 27

Figure 1.10. Démonstration du robot pick-and-place réalisée dans SolidWorks. 27

Figure 1.11. Composants du prototype. 29

Figure 1.12. Prototype final du robot assemblé. 30

Figure 2.1. Architecture du mécanisme proposé. 37

Figure 2.2. Définition des vecteurs et des paramètres d'une jambe. 38

Figure 2.3. Schéma géométrique de la jambe pour la cinématique inverse. 44

Figure 2.4. Singularités de type II du mécanisme proposé. 51

Figure 2.5. Singularités de type II du mécanisme proposé (suite) lorsque $\boldsymbol{v}15 \parallel \boldsymbol{v}25 \parallel \boldsymbol{v}35$. 51

Figure 2.6. Singularités de type II du mécanisme proposé (suite). 52

Figure 2.7. Conception CAO du prototype du robot. 54

Figure 2.8. Adaptations de conception pratiques dans le prototype..... 54
Figure 2.9. Trajectoire de démonstration dans l'espace cartésien..... 55
Figure 2.10. Angles articulaires $\theta 2$ et $\theta 3$ des trois jambes pendant la démonstration. 56
Figure 2.11. Angles articulaires $\theta 1$ des trois jambes pendant la démonstration..... 56
Figure 3.1. Schéma du robot proposé..... 63
Figure 3.2. Composants de transmission utilisés dans la conception du robot. 64
Figure 3.3. Composants de transmission utilisés dans la conception du robot. 65
Figure 3.4. Les structures utilisées dans la conception préliminaire du robot. 66
Figure 3.5. Conception CAO du robot proposé. 67
Figure 3.6. Description géométrique du robot pour l'inverse cinématique. 71
Figure 3.7. L'espace de travail du robot proposé..... 75
Figure 3.8. Démonstration d'un robot d'inspection dans des espaces confinés sous SolidWorks. 76

LISTE DES ABRÉVIATIONS

DoF Degrees of Freedom.

Dégré de liberté.

SCARA Selective Compliance Assembly Robot Arm.

Bras robotisé d'assemblage à conformité sélective.

CAO Conception Assistée par Ordinateur.

CCToMM Canadian Committee for the Theory of Machines and Mechanisms.

Comité canadien pour la théorie des machines et des mécanismes

3-RRRS Architecture d'un robot parallèle à trois jambes de type Révoluté–Révoluté–Révoluté–Sphérique

PRR Robot ou chaîne cinématique comportant une articulation prismatique suivie de deux articulations rotoïdes.

PGI Problème Géométrique Inverse.

CAD Computer-Aided Design.

Conception Assistée par Ordinateur.

FIR Fonds Institutionnel de Recherche.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1. GÉNÉRALITÉS SUR LA ROBOTIQUE

Les robots sont des systèmes électromécaniques conçus pour réaliser différentes tâches en combinant des éléments mécaniques et électriques. Leur rôle principal est d'exécuter des opérations précises, souvent à la place de l'être humain, en particulier dans des environnements difficiles ou dangereux. Grâce à leur capacité à travailler dans des conditions complexes, ils permettent d'augmenter la productivité, de réduire les coûts de main-d'œuvre et d'améliorer la qualité des produits finis [1], [3]. De plus, les robots peuvent fonctionner en continu, sans interruption ni fatigue, ce qui améliore l'efficacité globale des systèmes de production [2].



Figure 0.1 : Le robot Unimate [4].

Depuis les années 1950, l'utilisation des robots s'est fortement développée dans plusieurs domaines tels que l'industrie, la santé, l'exploration spatiale et la vie quotidienne [1]. Le premier robot industriel, *Unimate*, développé par George Devol en 1954, a été utilisé

pour la première fois en 1961 dans une usine de General Motors. Ce robot a marqué une étape importante dans l'automatisation industrielle, en améliorant notamment les opérations de soudage et d'assemblage [4], [5].

Aujourd'hui, les robots occupent une place importante dans de nombreux secteurs. Leur développement est soutenu par les progrès en intelligence artificielle, en capteurs et en technologies de communication [6]. Ces avancées permettent de concevoir des robots plus autonomes, plus précis et capables de s'adapter à différentes tâches. Ainsi, leur utilisation continue d'augmenter et leur intégration dans la société devient de plus en plus importante [7].

Dans ce contexte général, la robotique industrielle moderne s'oriente vers la conception de systèmes capables de répondre à des exigences de plus en plus strictes en termes de rapidité, de précision et de flexibilité. C'est dans cette perspective que s'inscrit ce mémoire, qui propose l'étude et la conception de différentes architectures robotiques adaptées aux applications de manipulation rapide et d'inspection en environnements complexes.

2. CLASSIFICATION DES ROBOTS

Dans le domaine de la robotique, il existe plusieurs types de robots. Parmi eux, on trouve les robots parallèles et les robots sériels, qui sont les plus couramment utilisés. Un autre type de robot, particulièrement intéressant, est le robot hybride, qui combine les caractéristiques des robots parallèles et sériels.

2.1 Robot parallèle :

Les robots parallèles utilisent plusieurs bras pour relier une base à une plate-forme mobile. Ils sont rapides, précis et rigides, ce qui les rend idéaux pour des tâches comme la manipulation ou les simulateurs. Leur conception les rend compacts, mais limite leur espace de travail. Ils nécessitent une commande complexe pour éviter les problèmes liés aux

singularités. Ces robots sont très utilisés en industrie et dans des applications spécialisées [8] et [9].

Avantages :

Précision et rigidité : leur structure parallèle permet une grande précision et une rigidité mécanique importante.

Rapidité : les mouvements rapides sont possibles grâce à la répartition des charges entre les bras.

Compacité : ils occupent moins d'espace et conviennent aux environnements confinés.

Polyvalence : ils peuvent être adaptés à une grande variété d'applications industrielles et spécialisées.[8]

Inconvénients :

Complexité de commande : la synchronisation des bras et la gestion des singularités nécessitent des systèmes de commande avancés.

Espace de travail limité : la conception même des robots parallèles restreint souvent les amplitudes des mouvements.

Coûts élevés : la conception et la maintenance sont coûteuses.

Singularités problématiques : les robots peuvent devenir instables dans certaines configurations géométriques [9].

2.2 Robot sériel

Un robot sériel est une structure mécanique constituée d'une série de liaisons articulées connectées séquentiellement, formant une chaîne ouverte entre une base fixe et un effecteur final. Chaque articulation, ou degré de liberté permet des mouvements rotatifs ou linéaires, qui se combinent pour positionner et orienter l'effecteur final dans un espace donné. Ces

robots sont largement utilisés pour leur grande accessibilité à des positions complexes et confinées, leur modularité qui facilite leur adaptation à divers environnements, ainsi que leur flexibilité dans les applications industrielles et médicales. Cependant, la précision des robots sériels peut diminuer avec l'accumulation des erreurs dans les articulations à mesure que l'on s'éloigne de la base [10].

Avantages :

Simplicité de conception et de contrôle : grâce à leur structure linéaire, les robots sériels sont plus simples à concevoir, à programmer et à calibrer, comparés aux robots parallèles.

Flexibilité élevée : ils peuvent accéder à des positions complexes, ce qui les rend particulièrement adaptés aux espaces confinés et aux tâches nécessitant une grande dextérité, comme en robotique médicale ou dans les chaînes de production.

Coût modéré : leur conception modulaire permet de réduire les coûts de fabrication et de maintenance, rendant ces robots accessibles dans des secteurs industriels variés [10]

Inconvénients :

Rigidité réduite : les robots sériels ont une rigidité moindre par rapport au robot parallèle, car chaque articulation supporte la charge des articulations suivantes, ce qui peut limiter leur précision pour les tâches qui nécessitent une grande exactitude [11]

Accumulation des erreurs : les erreurs de positionnement dans chaque articulation s'accumulent tout au long de la chaîne, réduisant la précision globale de l'effecteur final [11].

Capacité de charge limitée : en raison de leur configuration, les robots sériels sont moins performants par rapport aux robots parallèles pour manipuler des charges lourdes ou pour travailler dans des environnements où des forces importantes sont requises [12].

2.3 Comparaison entre les robots sériels et les robots parallèles

La comparaison entre les robots sériels et les robots parallèles permet de mieux comprendre les spécificités de chaque architecture, notamment en ce qui concerne leur structure mécanique, leur précision, leur rigidité ainsi que leur espace de travail. Les robots sériels, constitués d'une chaîne cinématique ouverte, offrent en général une grande flexibilité et une capacité à atteindre des zones étendues, ce qui les rend adaptés à des tâches variées. En revanche, leur précision et leur rigidité peuvent être limitées en raison de l'accumulation des erreurs le long des articulations [10]. À l'opposé, les robots parallèles, basés sur une structure en chaîne fermée, présentent une meilleure rigidité et une précision plus élevée, grâce à la répartition des efforts sur plusieurs liaisons. Toutefois, leur espace de travail est souvent plus restreint et leur conception plus complexe [8]. Dans ce contexte, le tableau suivant propose une synthèse claire et structurée des principales caractéristiques ainsi que des différences essentielles entre ces deux types de robots, afin de faciliter leur analyse et leur choix selon l'application envisagée.

Tableau 0.1. Tableau comparatif entre les robots sériels et parallèles.

Caractéristique	Robot sériel	Robot parallèle
Espace de travail	Grande	Petite et complexe
Résolution de la cinématique directe	Facile	Très difficile
Résolution de la cinématique inverse	Difficile	Facile
Rigidité	Faible	Élevée
Erreur de position	S'accumule	Moyenne
Précision	Faible	Élevée
Vitesse et accélération	Faible	Élevée

Face aux limites des robots sériels et parallèles, le robot hybride apparaît comme une solution particulièrement intéressante, car il combine les avantages des deux architectures.

2.4 Robot hybride

Les robots sériels et parallèles présentent chacun des points forts et des limites. Les robots sériels sont souvent appréciés pour leur grande zone de travail et leur flexibilité, tandis que les robots parallèles se distinguent par leur précision, leur rigidité et leur rapidité. Cependant, ces deux types de robots ont aussi des inconvénients, les robots sériels peuvent manquer de rigidité sous certaines charges, et les robots parallèles ont souvent une zone de travail limitée et une structure complexe [13].

Pour surmonter ces limites, les robots hybrides, qui combinent un mécanisme parallèle et un mécanisme sériel, apparaissent comme une solution innovante. Ils permettent de tirer parti des avantages des deux types de robots tout en réduisant leurs faiblesses. Ces robots sont adaptés à de nombreuses applications, comme l'usinage, la manipulation de matériaux, les opérations de pick-and-place, et même des tâches plus complexes dans des environnements industriels [13][14].

Grâce à leur conception polyvalente, les robots hybrides répondent aux besoins de précision, de rapidité et de capacité à manipuler des charges lourdes. Cela les rend particulièrement utiles dans des secteurs tels que la fabrication, l'assemblage, la logistique et l'automatisation industrielle.

Avantages

Les robots hybrides peuvent avoir une zone de travail plus grande que les robots parallèles, tout en gardant une partie de la flexibilité des robots sériels [13].

En plaçant les moteurs près de la base ou sur des parties fixes, les robots hybrides réduisent le poids des parties mobiles, ce qui améliore leur vitesse et leur réactivité [13].

Ils peuvent être conçus pour des tâches spécifiques, comme manipuler des objets de tailles et formes variées, grâce à l'ajout de pinces adaptatives [14].

Inconvénients

Mélanger les architectures série et parallèle rend la conception des robots hybrides plus compliquée et demande une analyse approfondie de leurs mouvements et performances [14].

3. PROBLEMATIQUE DE RECHERCHE

Ce travail de recherche s'inscrit dans le domaine des robots industriels dédiés aux applications de manipulation rapide, en particulier les opérations de pick-and-place et l'inspection de surfaces dans des espaces confinés. L'objectif général est d'étudier et de proposer des architectures robotiques capables de répondre aux exigences actuelles de l'industrie en termes de vitesse d'exécution, de précision et de compacité.

La première problématique porte sur la conception d'un robot SCARA à architecture hybride. L'idée principale est de combiner les avantages des architectures série et parallèle au sein d'un même système. Les mécanismes parallèles sont reconnus pour leur rapidité et leur rigidité lors des mouvements dans le plan horizontal, tandis que les architectures série offrent une commande plus simple et une liberté de mouvement accrue, notamment sur l'axe vertical. Le défi consiste donc à concevoir un robot capable de tirer profit de ces deux approches, tout en restant fiable, facilement intégrable dans un environnement industriel et adapté aux opérations de manipulation répétitives. Il s'agit particulièrement d'assurer des mouvements de translation découplés, sans compromettre les performances dynamiques ni la simplicité d'utilisation du robot.

La seconde problématique concerne les architectures parallèles, qui doivent répondre simultanément à des exigences de rigidité, de légèreté et de précision, tout en maîtrisant les effets des singularités. Ces dernières représentent un enjeu majeur, car elles peuvent provoquer une perte de contrôle, une instabilité des mouvements ou une réduction notable de l'espace de travail exploitable, limitant ainsi l'efficacité du robot dans des applications nécessitant précision et dextérité. La question centrale est donc de déterminer comment concevoir une architecture capable de surmonter ces limitations tout en conservant des performances optimales. Pour y répondre, cette étude propose une nouvelle structure parallèle de type 3−RRRS à six degrés de liberté, où chaque jambe est reliée à l'effecteur

final par une articulation sphérique et intègre une articulation passive par jambe. Cette configuration vise à améliorer le comportement cinématique global du robot, à élargir son espace de travail utile et à réduire l'impact des singularités.

La troisième problématique s'intéresse à la conception d'une architecture hybride planaire à trois degrés de liberté (PRR), combinant une articulation prismatique à une structure parallèle. L'enjeu consiste à développer une solution capable de concilier des exigences parfois contradictoires, telles que rapidité d'exécution, précision des mouvements et flexibilité d'utilisation. Une question complémentaire porte sur l'efficacité réelle de cette combinaison architecturale pour améliorer les performances globales du robot, notamment lors de tâches d'inspection dans des espaces restreints. Ainsi, cette problématique cherche à analyser dans quelle mesure cette configuration hybride peut répondre de manière optimale aux contraintes de déplacement et aux besoins fonctionnels spécifiques à ce type d'application.

4. HYPOTHESE

Ce travail repose sur trois hypothèses principales concernant les architectures robotiques étudiées.

La première suppose qu'un robot hybride à trois degrés de liberté, basé sur un mécanisme planaire à cinq barres et un joint prismatique vertical, peut répondre efficacement aux besoins des applications rapides, telles que les opérations de pick-and-place. Le fait de placer tous les moteurs sur la base devrait réduire les masses en mouvement et améliorer la vitesse du robot, tandis que l'ajout d'un tube télescopique assurerait une rigidité suffisante lors des déplacements verticaux. L'orientation de la pince pourrait être maintenue grâce à des parallélogrammes passifs, sans recourir à un moteur supplémentaire, et le modèle mathématique développé devrait permettre un contrôle précis, même près de certaines positions singulières.

La deuxième hypothèse concerne une architecture parallèle de type 3−RRRS, composée de trois jambes identiques comportant chacune deux articulations motorisées et une articulation passive. On suppose que cette configuration offre à la fois robustesse et bonnes performances de mouvement, tout en limitant les problèmes d'alignement des axes grâce aux joints universels reliant les jambes à la plateforme mobile. La symétrie de la structure est également censée améliorer l'espace de travail en orientation, la précision dans le suivi des trajectoires complexes et la capacité de charge.

Enfin, la troisième hypothèse s'intéresse aux applications d'inspection dans des espaces confinés. Le robot proposé repose sur une architecture hybride planaire à trois degrés de liberté (PRR), combinant une articulation prismatique et une structure parallèle. Cette configuration est censée permettre de concilier rapidité, précision et flexibilité, facilitant le positionnement et le déplacement de l'outil tout en optimisant les performances pour les tâches d'inspection dans des environnements restreints.

5. OBJECTIFS

L'objectif principal de ce travail de recherche est de concevoir et d'analyser des architectures robotiques capables de répondre aux exigences des applications rapides de type pick-and-place et des opérations d'inspection dans des espaces confinés. Les solutions proposées doivent allier compacité, légèreté et simplicité de commande, tout en maintenant de bonnes performances en termes de vitesse et de précision.

Dans ce cadre, un robot hybride de type SCARA sera étudié afin de combiner les avantages des structures parallèles et série. Cette approche vise à garantir un compromis efficace entre rapidité, précision et stabilité, tout en facilitant l'intégration du robot dans un environnement industriel.

Un robot parallèle de type 3(RRRS) à grande vitesse sera également analysé, à travers l'étude de sa cinématique directe et inverse. L'objectif est de détecter les singularités,

d'évaluer les performances globales et de proposer une architecture robuste et précise, capable de suivre des trajectoires complexes tout en offrant un espace de travail étendu.

Enfin, un robot hybride planaire PRR sera conçu pour les tâches d'inspection dans des espaces restreints. En combinant une articulation prismatique et une structure parallèle, cette architecture doit permettre de concilier rapidité, flexibilité et précision.

Toutes les solutions proposées seront validées par des simulations de trajectoires et des essais expérimentaux afin d'évaluer l'espace de travail, la précision et l'efficacité globale des robots.

6. CONTRIBUTION

Ce mémoire présente le travail de recherche réalisé dans le cadre de la maîtrise en ingénierie et a conduit à la production de trois publications scientifiques, à différents stades de diffusion.

La première contribution, intitulée *Design and Prototyping of a New 3-DoF SCARA-Like Robot*, a été acceptée, publiée et présentée lors de la conférence 2025 CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines, and Mechatronics, où elle a remporté le prix *Student Delegate Award*. Ce travail porte sur la conception, l'analyse cinématique ainsi que la réalisation d'un prototype d'un nouveau robot de type SCARA à 3 degrés de liberté. Il constitue le deuxième chapitre de ce mémoire.

Référence : Souayah, H. E., Nguyen, T. S., Brousseau, J., Méthot, J. C. (2025). Design and Prototyping of a New 3-DOF SCARA-Like Robot. In: Lanteigne, E., Nokleby, S. (eds), Proceedings of the 2025 CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines, and Mechatronics, vol. 184. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-95489-4_21

Video démonstration : https://www.youtube.com/watch?v=RkEn8x1SqQc

La deuxième contribution, intitulée « *Conceptual Design and Kinematic Analysis of a New Delta-Like 6-DoF Parallel Robot* », a été soumise à une revue scientifique internationale

à comité de lecture, *Advances in Mechanical Engineering*, spécialisée dans le domaine de la mécanique et de l'ingénierie mécanique, mais elle n'a pas encore été officiellement acceptée. Elle constitue le troisième chapitre de ce mémoire. L'article original en anglais est ajouté en appendice.

Video démonstration : https://youtu.be/-5KoBQgdT9k.

Enfin, la troisième contribution, intitulée « Conception et prototypage d'un nouveau robot pour l'inspection dans les espaces confinés », constitue le quatrième chapitre de ce mémoire et sera soumise prochainement à une revue scientifique de référence dans le domaine.

Video démonstration : https://youtu.be/HjVI8hrwBEo

7. ORGANISATION DU MÉMOIRE

Ce mémoire est structuré sous la forme d'articles scientifiques afin de présenter de manière claire et cohérente les différentes contributions réalisées. Les articles, initialement rédigés en anglais, ont été réécrits en français pour les besoins de ce mémoire, tout en conservant certains termes en anglais, notamment dans les figures, photographies, tableaux et illustrations techniques, afin de préserver leur exactitude et leur cohérence avec les versions originales.

Le chapitre 1 constitue l'introduction générale, dans laquelle sont exposés le contexte de la recherche, les problématiques, les hypothèses et les objectifs. Le chapitre 2 est consacré à la première contribution scientifique, tandis que le chapitre 3 présente la deuxième contribution. Le chapitre 4 détaille la troisième contribution, portant sur le développement et l'évaluation d'un robot pour les applications dans les espaces confinés. Enfin, le dernier chapitre propose la conclusion générale, synthétisant les résultats obtenus et ouvrant sur des perspectives pour de futurs travaux.

RÉFÉRENCES

[1] Siciliano, B., & Khatib, O. (2016). *Springer Handbook of Robotics*. Springer. DOI: 10.1007/978-3-319-32552-1.

[2] International Federation of Robotics. (2023). *World Robotics Report 2023*. IFR.

[3] Groover, M. P. (2015). *Automation, Production Systems, and Computer Integrated Manufacturing*. Pearson.

[4] Devol, G. (1961). *Programmed Article Transfer* (U.S. Patent No. 2,988,237).

[5] Engelberger, J. F. (1980). *Robotics in Practice*. AMACOM.

[6] Murphy, R. R. (2000). *Introduction to AI Robotics*. MIT Press.

[7] IEEE Robotics and Automation Society. (n.d.). *IEEE Transactions on Robotics.*

[8] Zhang, D. (2010). *Parallel Robotic Machine Tools*. Springer. DOI: 10.1007/978-1-84996-079-1.

[9] Bonev, I. A. (2007). *Les robots parallèles : de la recherche vers les applications*. École de technologie supérieure.

[10] Wang, X., Li, Y., & Zhang, Z. (2019). Design optimal des robots sériels légers intégrant des optimisations topologiques. *Mechanism and Machine Theory*. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.01.012.

[11] Gasparetto, A., & Scalera, L. (2019). A brief history of industrial robotics in the 20th century. *Advances in Historical Studies*, 8(1), 24–35. DOI: 10.4236/ahs.2019.81003.

[12] Omar, M., Li, R., & Khan, S. (2022). A framework for data driven dynamic modeling of serial manipulators. *IEEE Access*. DOI: 10.1109/ACCESS.2022.3145678.

[13] Dong, C., Liu, H., Xiao, J., & Huang, T. (2021). Dynamic modeling and design of a 5 DOF hybrid robot for machining. *Mechanism and Machine Theory*, 165, 104438. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104438.

[14] Omron. (n.d.). *X Delta (2+1): The design concept with a minimum of mechanical components results in a high quality robot*. https://industrial.omron.eu/en/products/x-delta.

CHAPITRE 1
CONCEPTION ET PROTOTYPAGE D'UN NOUVEAU ROBOT DE TYPE SCARA A 3 DEGRES DE LIBERTE

Résumé

Cet article présente la conceptualisation d'un nouveau robot de type SCARA à 3 degrés de liberté, qui associe un mécanisme à cinq barres à une articulation prismatique. Plusieurs systèmes de transmission pratiques sont mis en œuvre afin de réaliser l'actionneur prismatique et de transmettre le mouvement de rotation depuis la base vers les deux articulations rotoïdes du mécanisme à cinq barres, de manière que tous les actionneurs soient fixés à la base. Les auteurs intègrent également une ventouse de préhension et ajoutent des liaisons en parallélogramme passives. Ainsi, le robot proposé peut être utilisé dans diverses applications de type pick-and-place. La cinématique de cette architecture hybride est analysée en détail, et un prototype a été développé sous SolidWorks. Le fonctionnement du robot proposé est ensuite illustré à travers deux simulations. Dans la première, le robot réalise des mouvements de translation à 3 degrés de liberté, tandis que dans la seconde, il exécute une tâche de pick-and-place avec un bloc. Enfin, les auteurs présentent une synthèse des contributions et évoquent des perspectives de travaux futurs.

Mots-clés : Robot de type SCARA, Conception conceptuelle, Prototype.

1.1 INTRODUCTION :

Dans de nombreuses industries, telles que l'électronique, l'alimentation, la pharmacie, etc., des tâches comme la manipulation, l'inspection ou le tri restent fondamentales. Les objets concernés sont légers et de petite taille, ce qui ne nécessite pas beaucoup de puissance pour les manipuler. Cependant, ces tâches exigent une grande vitesse opérationnelle afin

d'augmenter la productivité. Les robots sériels ne sont pas idéaux pour ce type d'application, car bien qu'ils aient généralement une grande capacité de charge utile, ils fonctionnent à des vitesses faibles en raison de contraintes dynamiques et de préoccupations de sécurité [12,13].

Les robots parallèles, comme le Delta [11], ont été introduits dans ce contexte pour répondre à ce problème. Leur principal avantage est que tous les actionneurs sont fixés à la base, tandis que les liaisons peuvent être petites et fabriquées à partir de matériaux légers [14]. Cela fait des mécanismes parallèles un choix idéal pour la manipulation à grande vitesse d'objets légers.

Ainsi, l'architecture Delta est très populaire. De nombreuses entreprises de robotique ont développé leurs propres versions basées sur cette architecture, tel que le robot KUKA KR Delta [8], le robot ABB IRB Delta [1], le robot FANUC M-1iA Delta [2], et ces robots sont largement utilisés dans les applications industrielles. Néanmoins, pour plusieurs tâches plus simples, le robot n'a besoin d'effectuer que des translations dans un plan. Un exemple est le transfert d'un objet statique d'un convoyeur à un autre. Une version modifiée du concept Delta, connue sous le nom de robot Diamond [4], peut-être plus appropriée dans ce cas. Ce robot translationnel à 2 degrés de liberté (DoF) a été proposé et étudié plus en détail dans [5,6].

En dehors de ses avantages en termes de vitesse opérationnelle, rigidité et capacité de charge utile, l'architecture parallèle présente également certains inconvénients. Elle offre un espace de travail plus réduit comparé aux robots sériels de taille similaire. Cette limitation est principalement due aux contraintes mécaniques et aux interférences entre les bras. De plus, le problème des singularités et la cinématique inverse sont assez complexes [10].

Par conséquent, ces dernières années, une nouvelle architecture combinant structures sérielles et parallèles a émergé comme compromis. Ce type de robot, appelé robot hybride, offre des avantages significatifs à la fois en vitesse opérationnelle et en espace de travail. Comme il n'existe pas de contraintes claires sur la manière d'intégrer les deux architectures,

l'architecture hybride a suscité un intérêt parmi les roboticiens et a conduit à la proposition de plusieurs concepts [15,7].

Dans cette étude, les auteurs se concentrent sur des tâches où les mouvements principaux sont effectués dans un plan spécifique, tandis que le mouvement le long de la direction normale à ce plan est relativement lent. En considérant ce scénario particulier, les auteurs proposent dans cette étude un nouveau robot hybride à trois degrés de liberté (DoF) de type SCARA.

Le robot proposé est présenté dans les sections suivantes. La section 2 décrit le concept de cette architecture hybride ainsi que les principales considérations pratiques dans sa conception. L'analyse cinématique détaillée du robot proposé est fournie à la section 3. Un prototype est développé et présenté à la section 4. Une analyse simple de l'espace de travail est réalisée et les résultats sont également présentés dans cette section. Enfin, la section 5 résume les contributions et discute des perspectives de travaux futurs.

1.2 CONCEPTUALISATION ET CONSIDERATIONS PRATIQUES :

Le concept proposé repose sur un mécanisme plan à cinq barres pour réaliser un mouvement à 2 degrés de liberté. Ce mécanisme est ensuite intégré perpendiculairement en série avec une articulation prismatique, permettant au robot d'exécuter au total trois mouvements de translation, comme illustré à la Figure 1.1.

Lors de la conception préliminaire de ce robot, plusieurs aspects pratiques ont été pris en compte afin d'assurer son efficacité pour des tâches spécifiques, telles que les opérations de type pick-and-place.

Tout d'abord, une vis-mère de précision associée à un écrou est utilisée pour réaliser l'articulation prismatique du robot (Figure 1.2.a). Étant donné que l'ensemble du mécanisme plan, y compris la charge utile potentielle, est entièrement supporté par cette articulation, la vis-mère et l'écrou ont été choisis pour leur capacité à fournir une force élevée tout en garantissant un mouvement fluide et précis.

Ensuite, les auteurs ont utilisé une clavette et un coulisseau pour transmettre le mouvement de rotation à l'articulation rotoïde de la plateforme (Figure 1.2.b). Grâce à ce dispositif, les trois actionneurs moteurs peuvent être fixés directement à la base, comme le montre la Figure 1.2.c. Cette approche permet de réduire significativement la masse en mouvement et d'éliminer la nécessité de câbles mobiles, améliorant ainsi la fiabilité du système.

Cependant, il est important de noter que ce type de transmission peut générer davantage de jeu mécanique par rapport à d'autres méthodes, ce qui constitue le principal inconvénient de ce robot.

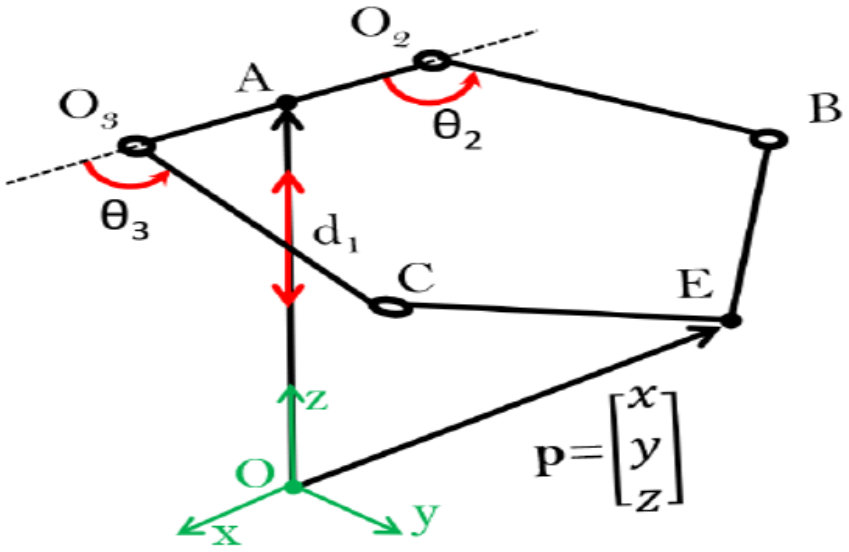
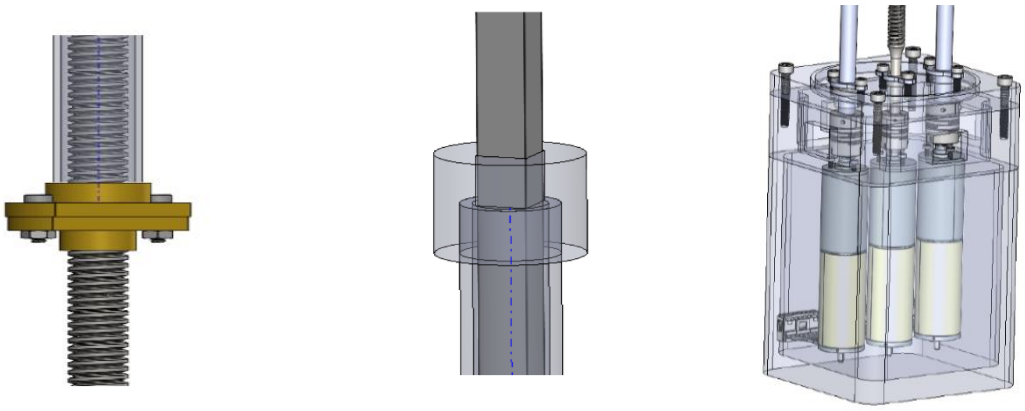


Figure 1.1 : Schéma du robot proposé.

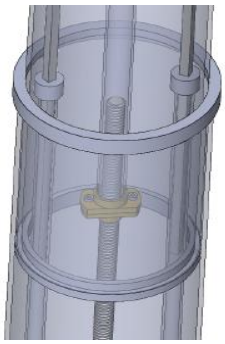


(a) Vis-mère et écrou (b) Clavette et coulisseau (c) Moteurs actionneurs

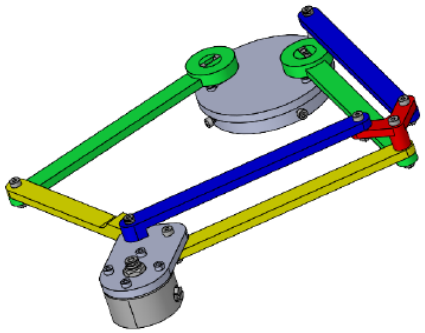
Figure 1.2 : Composants de transmission utilisés dans la conception du robot.

En pratique, la rigidité du robot en configuration entièrement déployée constitue une préoccupation, notamment lors de la manipulation d'un objet à l'extrémité de l'effecteur. Pour cette raison, les auteurs ont intégré un tube rond télescopique dans la conception (Figure 1.3.a). D'une part, cela améliore la rigidité du robot lorsque ses articulations sont complètement étendues. D'autre part, ce tube protège les composants de transmission en les enfermant, les mettant ainsi à l'abri de la poussière et des dommages potentiels dus à des collisions involontaires.

Les auteurs visent à manipuler l'effecteur du robot, point E sur la Figure 1.1, pour la prise en charge d'objets simples. Pour ce faire, une petite plateforme a été ajoutée, équipée d'une ventouse de préhension. Comme le mécanisme à cinq barres ne peut contrôler que la position de l'effecteur, une contrainte cinématique supplémentaire est nécessaire pour maintenir l'orientation de la plateforme et de la ventouse. Des liaisons parallélogrammes passives, proposées dans [5,16], ont été insérées à cet effet. Le résultat est illustré à la Figure 1.3.b.



(a) Tubes ronds télescopiques



(b) Plateforme et mécanismes parallélogrammes

Figure 1.3 : Les structures utilisées dans la conception préliminaire du robot.

Enfin, le modèle CAO du robot est présenté à la Figure 1.4. La cinématique du robot proposé sera analysée plus en détail dans la section suivante.

1.3 ANALYSE CINEMATIQUE

Le schéma général du robot proposé est illustré à la Figure 1.1. Dans le modèle cinématique, l'indice *i = 1, 2, 3* désigne l'ordre des articulations du robot. Un repère fixe est défini en *O*, et tous les vecteurs sont exprimés par rapport à ce repère. Trois actionneurs indépendants assurent la commande des variables articulaires d_1, θ_2 et θ_3. Ainsi, le vecteur des coordonnées articulaires est défini comme suit :

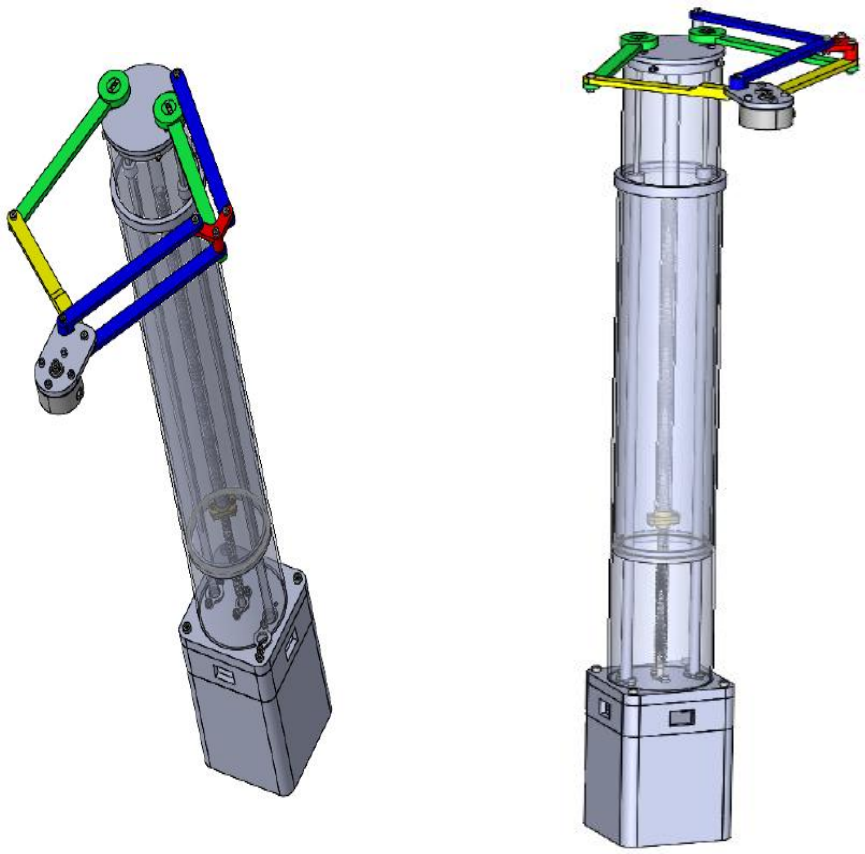
$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

Les coordonnées cartésiennes du robot sont définies comme suit :

$$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

En considérant le mécanisme plan à cinq barres, *j = 1, 2* représente le numéro du maillon. l_{ij} désigne la longueur du maillon *ij*. $\boldsymbol{u}_{ij}$ est le vecteur défini le long du maillon ij, comme illustré à la Figure 1.5. Les vecteurs suivants sont exprimés par rapport au repère fixe Axy (et également par rapport à Oxyz)

$$\boldsymbol{u}_{i1} = \begin{bmatrix} l_{i1}cos\theta_i \\ l_{i1}sin\theta_i \end{bmatrix} \tag{1.3}$$



(a) Vue isométrique (b) Vue de face

Figure 1.4 : Modèle CAO du robot proposé.

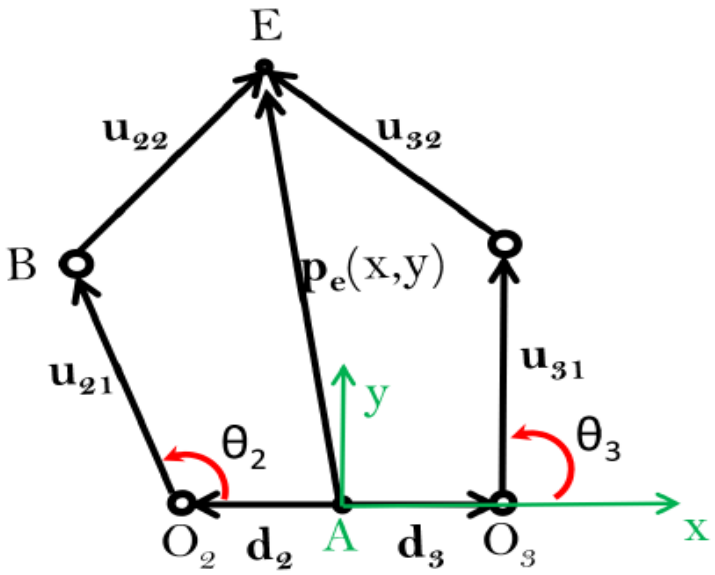


Figure 1.5. Schéma du mécanisme à cinq barres.

Le vecteur de position de la base de chaque jambe, où sont situés deux actionneurs, est défini comme suit :

$$\boldsymbol{d}_i = \begin{bmatrix} d_i \\ 0 \end{bmatrix}, (i = 2, 3) \tag{1.4}$$

Et la position de l'effecteur final est notée comme suit $\boldsymbol{p}_e = [x, y]^T$.

1.3.1 Équations de vitesse et matrices Jacobiennes :

La première relation entre z et d_1 peut être facilement déterminée, car l'articulation prismatique est perpendiculaire au plan *Axy*.

$$z = d_1 + \delta \tag{1.5}$$

Dans laquelle δ représente un décalage constant lié à la conception. La dérivée temporelle s'écrit alors comme suit :

$$\dot{z} = \dot{d}_1 \tag{1.6}$$

Dans le plan *Axy*, le vecteur $\boldsymbol{u}_{i2}$ est d'abord déterminé comme suit :

$$\boldsymbol{u}_{i2} = \boldsymbol{p}_e - \boldsymbol{d}_i - \boldsymbol{u}_{i1} \tag{1.7}$$

La longueur de ce vecteur reste constante pendant le mouvement et est considérée comme la première contrainte.

$$\boldsymbol{u}_{i2}^T \boldsymbol{u}_{i2} = l_{i2}^2 \tag{1.8}$$

La dérivée temporelle de cette équation donne :

$$\boldsymbol{u}_{i2}^T (\dot{\boldsymbol{p}}_e - \dot{\boldsymbol{u}}_{i1}) = 0, \qquad (i = 1, 2) \tag{1.9}$$

Il est à noter que la dérivée temporelle de $\dot{\boldsymbol{u}}_{ij}$ peut, de manière générale, être réécrite comme suit :

$$\dot{\boldsymbol{u}}_{ij} = \boldsymbol{E}\boldsymbol{u}_{ij}\dot{\theta}_i \tag{1.10}$$

Où

$$\boldsymbol{E} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.11}$$

Par conséquent, l'équation (1.10) peut être réécrite comme suit :

$$\boldsymbol{u}_{i2}^T \dot{\boldsymbol{p}}_e = \boldsymbol{u}_{i2}^T \boldsymbol{E}\boldsymbol{u}_{i1}\dot{\theta}_i \tag{1.12}$$

En développant cette équation pour *i = 2, 3,* on obtient :

$$\boldsymbol{u}_{22}^T \dot{\boldsymbol{p}}_e = \boldsymbol{u}_{22}^T \boldsymbol{E}\boldsymbol{u}_{21}\dot{\theta}_2 \tag{1.13}$$

$$\boldsymbol{u}_{32}^T \dot{\boldsymbol{p}}_e = \boldsymbol{u}_{32}^T \boldsymbol{E}\boldsymbol{u}_{31}\dot{\theta}_3$$

Ces deux équations sont combinées avec l'équation (1.6). Finalement, l'équation complète de la vitesse du robot, sous forme matricielle, est donnée par :

$$\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{p}} = \boldsymbol{K}\dot{\boldsymbol{q}} \tag{1.14}$$

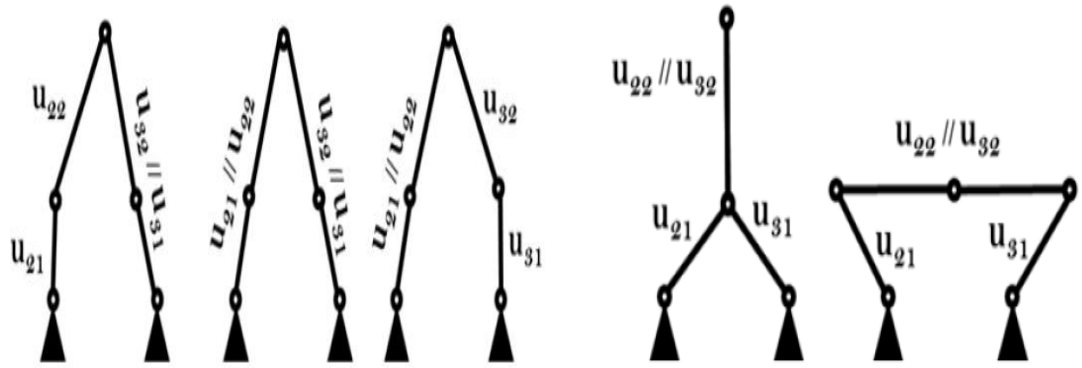
Dans lesquelles $\boldsymbol{J}$ et $\boldsymbol{K}$ sont des matrices Jacobiennes, définies comme suit :

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{u}_{22}^T \\ 0 & \boldsymbol{u}_{32}^T \\ 1 & \boldsymbol{O}_{2\times 1} \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0 & \boldsymbol{u}_{22}^T \boldsymbol{E} \boldsymbol{u}_{21} & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{u}_{32}^T \boldsymbol{E} \boldsymbol{u}_{31} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{1.15}$$

Où $\boldsymbol{O}_{2\times 1}$ est le vecteur nul de taille 2×1.

D'un point de vue géométrique, la translation suivant l'axe *z* est indépendante de celle suivant les deux autres axes. Cette propriété du robot peut être facilement vérifiée à partir des matrices jacobiennes, où la troisième ligne des matrices $\boldsymbol{J}$ et $\boldsymbol{K}$ est indépendante. Les singularités apparaissent uniquement dans le mécanisme à cinq barres, comme étudié dans [3].

En résumé, la singularité de type I se produit dans des configurations où les vecteurs $\boldsymbol{u}_{i1}$ et $\boldsymbol{u}_{i2}$ sont parallèles. Autrement dit, un ou les deux bras du robot sont entièrement étendus et le robot atteint les limites de son espace de travail, comme illustré à la Figure 1.6.a. La singularité de type II, quant à elle, apparaît à l'intérieur de l'espace de travail lorsque le vecteur u_{22} est aligné avec le vecteur u_{32}. Cela correspond aux configurations où deux liaisons distales sont parallèles, comme montré à la Figue 1.6.b.



(a) Type I (b) Type II

Figure 1.6. Singularités du mécanisme à cinq barres.

1.3.2 Cinématique inverse

La première variable d'articulation d_1 peut être facilement déterminée à partir de la coordonnée *z*.

$$d_1 = z - \delta \tag{1.16}$$

En considérant le mécanisme à cinq barres, les valeurs des angles θ_2 et θ_3 peuvent être obtenues à partir des coordonnées *x* et *y*. Plus précisément, le développement de l'équation (1.8) donne :

$$(x - d_i - l_{i1}\cos\theta_i)^2 + (y - l_{i1}\sin\theta_i)^2 - l_{i2}^2 = 0, \qquad (i = 2,3) \tag{1.17}$$

En regroupant les coefficients de *cos* θ_i et *sin* θ_i, on obtient l'équation trigonométrique suivante :

$$A(x,y)\cos\theta_i + B(x,y)\sin\theta_i = C(x,y), \qquad (i = 2,3) \tag{1.18}$$

Où :

$$A(x,y) = 2l_{i1}(x - d_1) \tag{1.19}$$

$$B(x,y) = 2l_{i1}y$$

$$C(x,y) = x^2 + y^2 + l_{i1}^2 + d_i^2 - l_{i2}^2 - 2d_i x$$

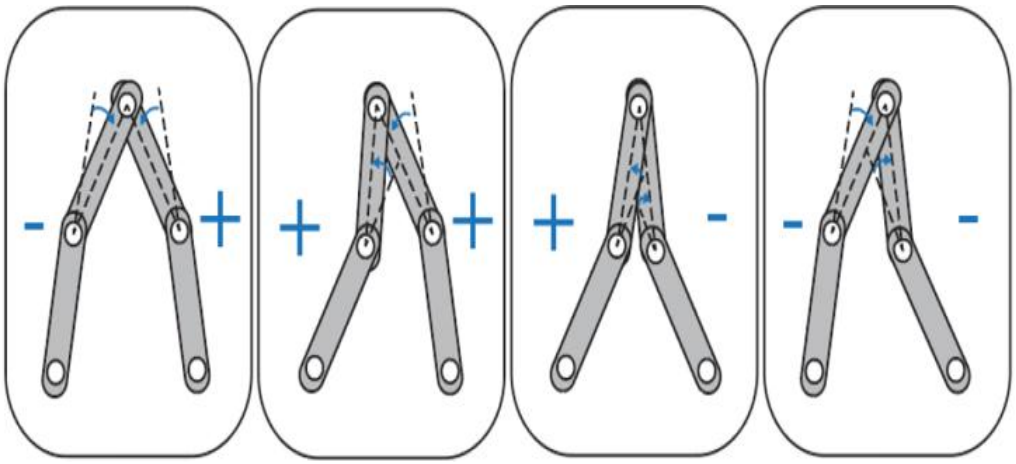


Figure 1.7. Quatre solutions du problème de cinématique inverse (correspondant aux quatre modes de fonctionnement du mécanisme à cinq barres) décrites dans [9].

Il existe deux solutions de cette équation de chaque côté du robot, ce qui conduit à un total de quatre combinaisons possibles pour le problème de la cinématique inverse, comme étudié dans [9]. Ces différentes configurations correspondent à quatre modes de fonctionnement distincts du robot, chacun caractérisé par une posture spécifique des bras. L'ensemble de ces modes est illustré à la Figure 1.7.

1.3.3 Cinématique directe

De manière similaire à la section précédente, la coordonnée *z* est d'abord déterminée à partir du déplacement du joint prismatique.

$$d_1 = z - \delta \tag{1.20}$$

Ensuite, l'équation (1.17) est reformulée sous une forme différente en tenant compte des deux variables *x* et *y*.

$$x^2 + y^2 + A'(\theta_{i1})x + B'(\theta_{i1})y + C'(\theta_{i1}) = 0 \tag{1.21}$$

Dans laquelle :

$$A'(\theta_{i1}) = -2(d_i + l_{i1}\cos\theta_{i1}) \tag{1.22}$$

$$B'(\theta_{i1}) = -2l_i \sin\theta_{i1}$$

$$C'(\theta_{i1}) = d_i^2 + l_{i1}^2 + l_{i2}^2 + 2d_i l_{i1} \cos\theta_{i1}$$

Pour $i = 2, 3$, deux équations peuvent être dérivées, chacune représentant un cercle dans le plan. La solution correspond aux coordonnées (x, y) du point d'intersection de ces deux cercles. Ainsi, deux solutions analytiques peuvent être obtenues, comme illustré à la Figure 1.8.

1.4 PROTOTYPAGE ET FONCTIONNEMENT

Les paramètres du robot doivent être sélectionnés à travers un processus d'optimisation, dans lequel des contraintes telles que les singularités, les limites des entrées, etc., sont prises en compte.

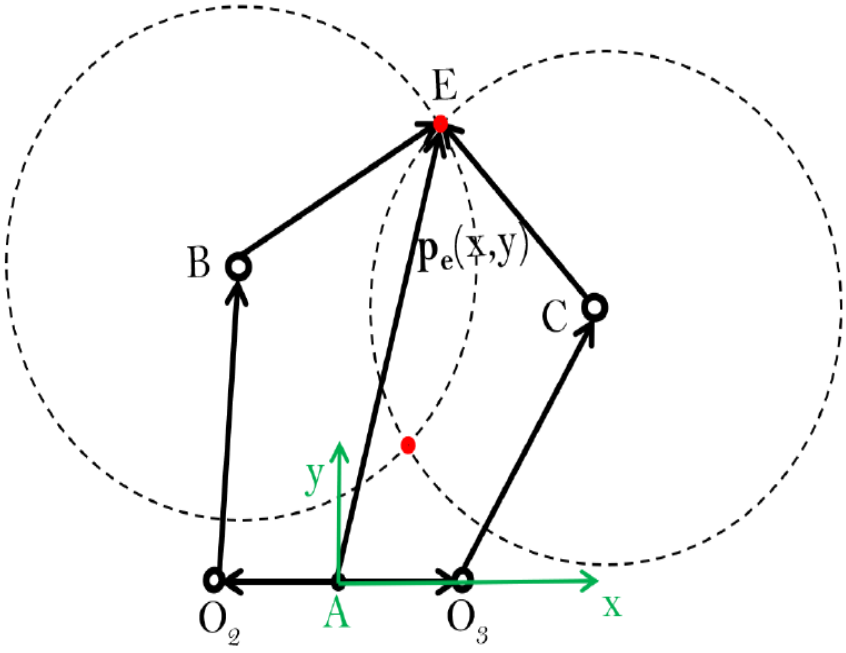


Figure 1.8. Deux solutions du problème de cinématique directe.

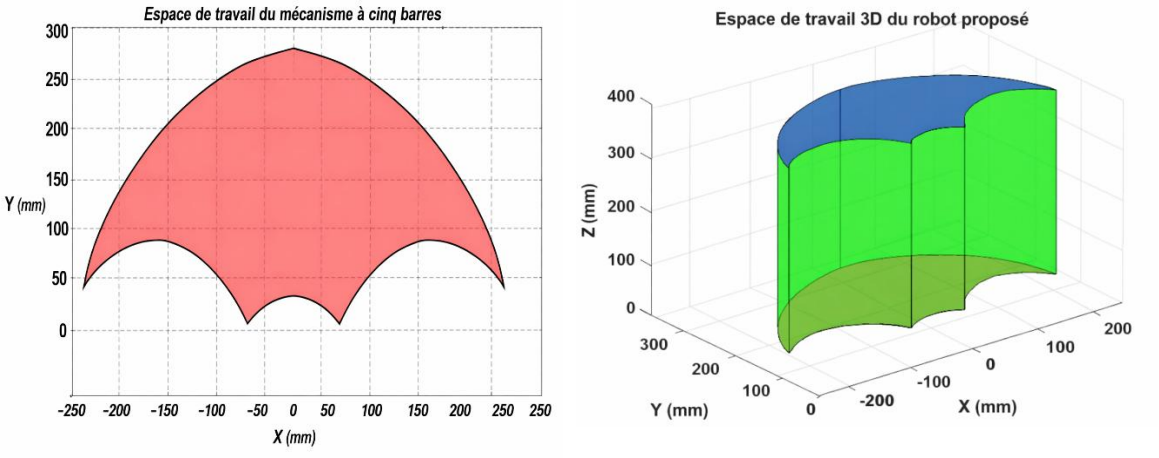
Tableau 1.1. Paramètres et plages d'entrée du robot proposé.

Paramètres/Entrées	Valeur/Plage
$l_{21} = l_{31}$	140 (mm)
$l_{22} = l_{32}$	140 (mm)
$d_3 = -d_2$	28 (mm)
δ	640 (mm)
d_1	0-380 (mm)
θ_2	30-180 (deg)
θ_3	0-150 (deg)

Dans ce travail, les auteurs démontrent simplement le fonctionnement de la conception proposée et les paramètres présentés dans le tableau 1.1 ont été choisis en conséquence pour cet objectif.

Les auteurs réalisent une analyse simple de l'espace de travail en se basant sur ces paramètres et plusieurs hypothèses. Premièrement, le robot est restreint à fonctionner en modes Mode -+, Mode ++ et Mode --, comme décrit à la Figure 1.7, car des parallélogrammes ont été ajoutés sur un côté du robot, réduisant ainsi les risques d'interférences mécaniques dans ces modes par rapport au Mode +-. Cependant, cette problématique n'est pas vérifiée dans cette étude. Deuxièmement, bien que des singularités des parallélogrammes puissent survenir à l'intérieur de l'espace de travail, elles ne sont pas prises en compte afin de simplifier le processus.

La limite plane de l'espace de travail est déterminée à partir du mécanisme à cinq barres et elle est illustrée à la Figure 1.9.a. La surface de cette région peut être approximativement estimée à S=$5.3\times10^4(mm^2)$. En combinant cela avec le joint prismatique, le volume total de l'espace de travail peut alors être estimé à $V = S \times \max(d_1)$=2.014×10^7 (mm^3) L'espace de travail en 3D est montré à la Figure 1.9.b.



(a) Plan (b) 3D

Figure 1.9. Espace de travail du robot proposé.

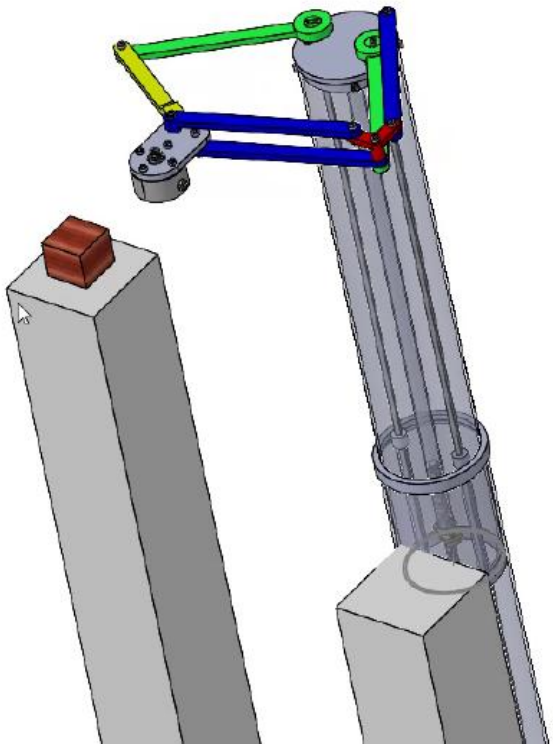


Figure 1.10. Démonstration du robot pick-and-place réalisée dans SolidWorks.

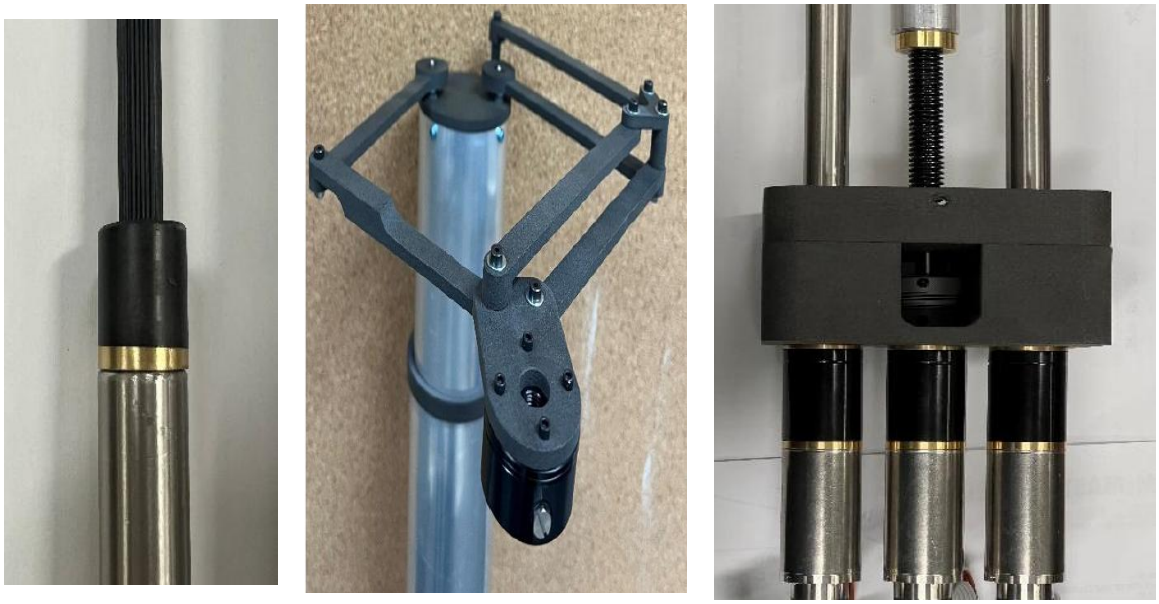
Les auteurs réalisent deux simulations dans SolidWorks pour vérifier le fonctionnement de ce robot, dans lesquelles le robot suit plusieurs trajectoires combinant trois mouvements translationnels. Dans la première simulation, le robot exécute une combinaison de trois mouvements translationnels le long des axes x, y et z. Dans la deuxième simulation, les auteurs implémentent une tâche de pick-and-place avec un bloc comme illustré dans la Figure 1.10. Lors des deux simulations, il est observé que l'orientation de la plateforme du robot est constamment maintenue. Toutes les simulations sont enregistrées et une vidéo de démonstration accompagne cet article. Elle est accessible à l'adresse suivant : https://www.youtube.com/watch?v=RkEn8x1SqQc

La réalisation du prototype a demandé la fabrication ainsi que l'assemblage de l'ensemble des composants mécaniques du robot proposé. Les pièces structurelles, notamment les bases et les éléments du mécanisme à cinq barres, ont été produites par impression 3D. Cette méthode de fabrication offre une bonne liberté de conception et permet de modifier rapidement certaines pièces au cours des différentes étapes du prototypage. Les composants standards, comme les roulements, les vis et les éléments de fixation, ont été achetés auprès de fournisseurs spécialisés, en particulier McMaster-Carr.

Certaines améliorations ont également été apportées à la conception initiale présentée précédemment. Dans la première version, la transmission des deux degrés de liberté rotatifs du mécanisme à cinq barres utilisait un système à coulisseau et clavette. Même si cette solution permettait le fonctionnement du robot, elle présentait des limites au niveau de la rigidité et de la précision, principalement à cause du jeu mécanique entre les pièces mobiles. Afin d'obtenir de meilleures performances, ce système a été remplacé, dans le prototype final, par une solution utilisant des cannelures de manchon combinées à des roulements. Cette modification permet de diminuer de façon importante le jeu mécanique, d'améliorer la précision du positionnement et d'assurer une transmission du mouvement plus régulière.

Les principaux composants fabriqués pour le prototype sont présentés à la Figure 1.11. Les cannelures de manchon utilisées pour transmettre les degrés de liberté rotatifs

apparaissent à la Figure 1.11(a), tandis que la plateforme de l'effecteur ainsi que les mécanismes en parallélogramme passifs sont montrés à la Figure 1.11(b). Les trois moteurs actionneurs, directement montés sur la base, sont illustrés à la Figure 1.11(c). Le prototype final complètement assemblé du robot proposé est présenté à la Figure 1.12



(a) Cannelures de manchon

(b) Plateforme et mécanismes parallélogrammes

(c) Moteurs actionneurs

Figure 1.11. Composants du prototype.



(a) Vue 1 (b) Vue 2

Figure 1.12. Prototype final du robot assemblé.

1.5 CONCLUSION

Cet article présente un nouveau robot hybride de type SCARA. La conception proposée associe un mécanisme plan à cinq barres à une articulation prismatique. Plusieurs considérations pratiques sont prises en compte pour la réalisation de cette articulation ainsi que pour la transmission du mouvement de rotation depuis la base. Ainsi, l'ensemble des actionneurs peut être fixé à la base. La rigidité du système est également améliorée grâce à l'intégration d'un tube télescopique de section circulaire. Une ventouse de préhension est

intégrée à l'effecteur afin de permettre des applications de type pick-and-place. Son orientation est maintenue au cours du mouvement grâce à des liaisons en parallélogramme.

La cinématique du robot proposé est étudiée en détail et son espace de travail est analysé. Afin de valider le fonctionnement de cette conception, un prototype CAO réalisé sous SolidWorks est présenté, accompagné de deux simulations mettant en évidence une application potentielle, à savoir une tâche de pick-and-place.

Cependant, certaines limites doivent être prises en considération. Comme mentionné précédemment, l'utilisation d'une clavette et d'un coulisseau dans la conception initiale engendrait un jeu important au niveau des deux articulations rotoïdes du mécanisme à cinq barres, ce qui pouvait réduire la vitesse de fonctionnement ainsi que la précision du robot. Bien que cette solution ait été améliorée dans le prototype réalisé, la validation expérimentale complète du système n'a pas encore été effectuée. Par ailleurs, la présence de singularités dans le mécanisme plan complique la planification des trajectoires, notamment en raison de la singularité de type II pouvant apparaître à l'intérieur de l'espace de travail. De plus, les singularités liées aux liaisons en parallélogramme n'ont pas encore été étudiées.

À ce jour, le robot a été conçu et physiquement réalisé sous forme de prototype, mais les essais expérimentaux complets permettant d'évaluer ses performances réelles ne sont pas encore finalisés. Les travaux futurs porteront donc sur la mise en service du système, la réalisation de tests expérimentaux et la validation des performances en termes de précision, de rigidité et de rapidité. Un processus d'optimisation pourra également être envisagé afin de mieux choisir les paramètres du robot, permettant ainsi de maximiser son espace de travail tout en évitant certaines singularités. Enfin, les dimensions globales du robot dépendront de l'application visée et seront définies lors de la phase finale de conception.

REFERENCES DU CHAPITRE 1

[1] ABB. *Robots Delta IRB3xx*. Disponible sur : https://new.abb.com/products/robotics/robots/delta-robots

[2] FANUC. *Robot Delta série M-1iA*. Disponible sur : https://www.fanucamerica.com/products/robots/series/m-1ia-delta-robots

[3] Gosselin, C. *Fondamentaux de la robotique : géométrie, cinématique, dynamique et commande*. Dunod, 2023.

[4] Huang, T., Li, M., Li, Z. *Robot parallèle translationnel à 2 degrés de liberté avec articulations rotoïdes*. Brevet chinois CN1355087A, 26 février 2002. Disponible sur : https://patents.google.com/patent/CN1355087A/en

[5] Huang, T., Li, Z., Li, M., Chetwynd, D.G., Gosselin, C.M. *Conception conceptuelle et synthèse dimensionnelle d'un nouveau robot parallèle translationnel à 2 DoF pour des opérations de pick-and-place*. Journal of Mechanical Design, 126(3), 449–455, 2004. DOI : 10.1115/1.1711822

[6] Huang, T., Mei, J., Li, Z., Zhao, X., Chetwynd, D.G. *Méthode d'estimation des paramètres des servomoteurs d'un robot parallèle pour des opérations rapides de pick-and-place*. Journal of Mechanical Design, 127(4), 596–601, 2005. DOI : 10.1115/1.1898343

[7] Kim, J., Gosselin, C. *Robot parallèle hybride redondant cinématiquement (6+1) DoF pour des interactions délicates avec l'environnement*. In : Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), pp. 9679–9685, 2023. DOI : 10.1109/ICRA48891.2023.10160676

[8] KUKA. *Robot KR Delta*. Disponible sur : https://www.kuka.com/en-ca/products/robotics-systems/industrial-robots/kr-delta-roboter

[9] MathWorks. *Cinématique directe et inverse d'un robot à cinq barres*. Disponible sur : https://www.mathworks.com/help/sm/ug/five-bar-robot.html

[10] Merlet, J.-P. *Robots parallèles*, vol. 128. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 2006. DOI : 10.1007/1-4020-4133-0

[11] Reymond, C. *Dispositif pour le déplacement et le positionnement d'un élément dans l'espace*. Brevet américain US 4 976 582, 11 décembre 1990. Disponible sur : https://patents.google.com/patent/US4976582A/en

[12] Siciliano, B., Khatib, O. (dir.). *Springer Handbook of Robotics*. Springer, Berlin Heidelberg, 2008. DOI : 10.1007/978-3-540-30301-5

[13] Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L., Oriolo, G. *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Springer, Londres, 2009. DOI : 10.1007/978-1-84628-642-1

[14] Tsai, L.W. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. Wiley, New York, 1999.

[15] Wen, K., Nguyen, T.S., Harton, D., Laliberté, T., Gosselin, C. *Robot parallèle hybride redondant (6+3) DoF rétro-entraînable pour une interaction homme–robot intuitive sans capteurs*. IEEE Transactions on Robotics, 37(4), 1222–1238, 2021. DOI : 10.1109/TRO.2020.3043723

[16] Omron. *X-Delta (2+1) : concept de conception avec un minimum de composants mécaniques pour un robot de haute qualité*. Disponible sur : https://industrial.omron.eu/en/products/x-delta

CHAPITRE 2
CONCEPTION CONCEPTUELLE ET ANALYSE CINEMATIQUE D'UN NOUVEAU ROBOT PARALLELE DE TYPE DELTA A 6 DEGRES DE LIBERTE

Résumé

Les robots parallèles sont de plus en plus privilégiés pour les tâches d'inspection et de tri à grande vitesse, en raison de leur faible masse en mouvement et de leur grande rigidité. Cet article présente la conception conceptuelle ainsi que l'analyse cinématique d'un nouveau robot parallèle de type Delta à 6 degrés de liberté (DoF). L'architecture proposée, de type 3−RRRS, repose sur trois jambes identiques, chacune intégrant un mécanisme plan à cinq barres afin de positionner deux articulations rotoïdes actives à proximité de la base fixe.

Un modèle cinématique détaillée est établie afin de fournir des solutions analytiques pour la cinématique inverse, ainsi qu'une approche numérique robuste de type Newton-Raphson pour la cinématique directe. Une analyse approfondie des singularités permet d'identifier les configurations de type I et de type II, et de définir les conditions géométriques nécessaires pour maximiser l'espace de travail opérationnel.

Afin de démontrer la faisabilité de ce concept, un prototype CAO a été développé. Des simulations ont ensuite été réalisées pour illustrer la capacité du robot à exécuter des trajectoires spatiales complexes ainsi que des opérations de type pick-and-place. Enfin, les auteurs discutent des limites actuelles et des perspectives de travaux futurs dans la conclusion.

Mots-clés : Robot parallèle, Robot de type Delta, Conception conceptuelle, Analyse cinématique.

2.1 INTRODUCTION

Dans les environnements industriels, les robots sériels sont généralement utilisés pour des tâches d'assemblage complexes. Leur grand espace de travail ainsi que leur capacité élevée de charge utile les rendent dominants dans ce type d'applications [1]. Cependant, la vitesse d'exécution n'est pas le facteur déterminant pour la productivité dans ces tâches, alors qu'elle devient essentielle pour les opérations d'inspection et de tri.

Ces dernières se caractérisent par la manipulation de petits objets et des déplacements sur de courtes distances, ce qui rend les robots parallèles particulièrement adaptés. Les architectures parallèles permettent de placer les actionneurs au niveau de la base fixe. De plus, les chaînes fermées reliant la plateforme mobile autorisent l'utilisation de liaisons de petite taille, légères, ainsi que d'articulations passives et d'une plateforme allégée [2-3]. Pour ces raisons, la masse en mouvement et l'inertie sont fortement réduites. Par conséquent, les robots parallèles peuvent atteindre des vitesses très élevées, ce qui est indispensable pour maximiser la productivité (voir par exemple les articles [4–6]).

Le robot Delta constitue une illustration évidente de ces avantages. Bien qu'il ait été proposé dans les années 1980 [7], ce type d'architecture reste très attractif et largement utilisé dans les opérations de pick-and-place, notamment dans les industries de l'emballage, pharmaceutique et électronique. Dans le secteur industriel, plusieurs entreprises de robotique proposent leurs propres versions du robot Delta, telles que KUKA [8], ABB [9] ou FANUC [10]. Trois jambes reliées à une plateforme mobile constituent la structure la plus simple permettant de réaliser des mouvements de translation et, avec certaines modifications, également des rotations dans l'espace tridimensionnel. Le développement d'architectures de type Delta demeure un domaine de recherche actif, comme en témoignent plusieurs travaux récents (par exemple les articles [11–13]).

Du point de vue du contrôle, la cinématique inverse des robots parallèles peut être résolue de manière analytique, ce qui facilite son implémentation dans les systèmes de commande par rapport aux robots sériels. En revanche, la modélisation dynamique des

mécanismes parallèles reste complexe par nature. Toutefois, le montage de moteurs lourds avec des rapports de réduction élevés au niveau de la base fixe permet de faire dominer l'inertie du rotor dans le système [14]. Ainsi, la dynamique des liaisons mobiles peut être considérée comme une perturbation négligeable. Cela permet aux ingénieurs de simplifier la commande en appliquant des stratégies de contrôle indépendantes des articulations, sans compromettre les performances ni la précision globale du robot.

La présence de singularités limite l'espace de travail accessible, en particulier l'espace de travail en orientation des robots parallèles. Le fonctionnement du robot à proximité de ces configurations peut entraîner des comportements incontrôlables, voire des dommages mécaniques importants. Pour faire face à ce problème, plusieurs approches ont été proposées dans la littérature. La redondance apparaît comme l'une des solutions les plus prometteuses, qu'elle soit introduite au niveau de l'actionnement ou de la cinématique [15-16]. En général, la redondance d'actionnement complique les algorithmes de commande en raison des processus d'optimisation des efforts, tandis que la redondance cinématique augmente la complexité mécanique en ajoutant des liaisons et des articulations supplémentaires.

Dans ce contexte, les auteurs prennent en compte ce compromis entre complexité et performance et proposent, dans ce travail, une nouvelle architecture parallèle non redondante. Le mécanisme proposé constitue une alternative à ceux présentés dans [17-18].

La suite de cet article est organisée comme suit : la section 2 présente l'architecture proposée. Le modèle cinématique, incluant l'équation de vitesse, la cinématique directe et la cinématique inverse, est développé à la section 3. Les singularités sont analysées en détail à la section 4. La section 5 présente le prototype réalisé pour valider le fonctionnement du mécanisme proposé, ainsi que des simulations illustrant son comportement. Enfin, les conclusions et les perspectives de travaux futurs sont abordées à la section 6.

2.2 ARCHITECTURE PROPOSEE

Le robot proposé dans ce travail est un mécanisme parallèle de type 3-RRRS, composé de trois jambes identiques, comme illustré à la Figure 2.1. Dans chaque jambe, la première articulation rotoïde passive, notée R, est directement fixée à la base. Ensuite, un mécanisme plan à cinq barres est connecté en série au premier maillon mobile.

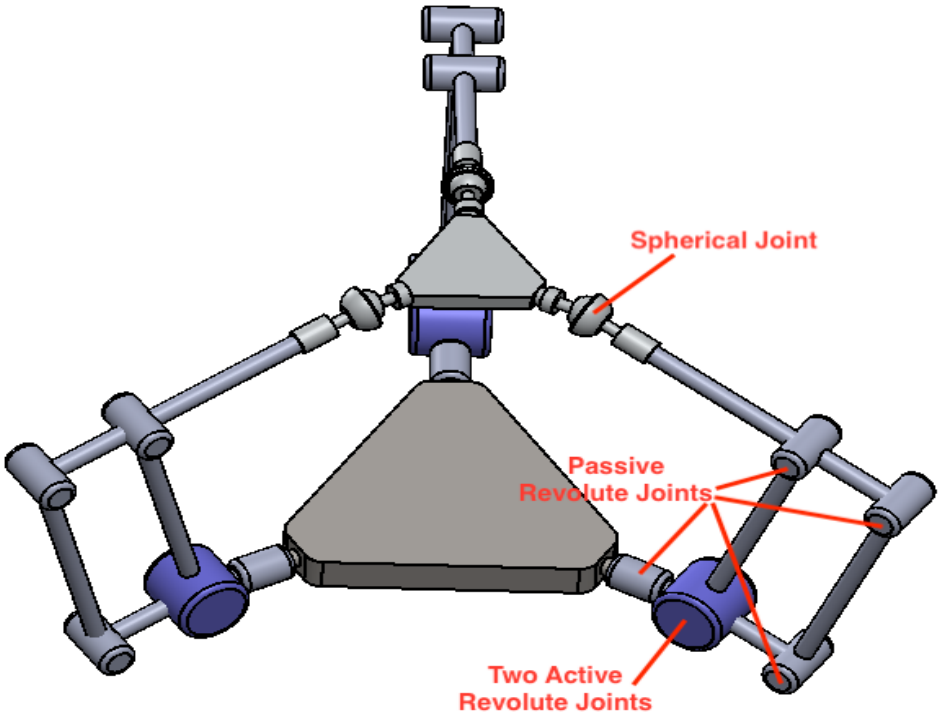


Figure 2.1. Architecture du mécanisme proposé.

Ce mécanisme plan à deux degrés de liberté (DoF) est noté RR, où les caractères soulignés indiquent les articulations actives. Cette conception permet de positionner deux actionneurs, disposés de manière symétrique et colinéaire, à proximité de la base.

L'autre extrémité de chaque jambe est reliée à une plateforme mobile par une articulation sphérique, notée S, qui est également passive. Il convient de noter que les axes de toutes les articulations du mécanisme à cinq barres sont parallèles entre eux et perpendiculaires à l'axe de la première articulation de la jambe.

Cette configuration conduit à un mécanisme à six degrés de liberté, permettant à la plateforme d'effectuer librement trois mouvements de translation ainsi que trois mouvements de rotation.

2.3 ANALYSE CINEMATIQUE

Pour modéliser la cinématique du robot, un repère fixe $Oxyz$ et un repère mobile $O'x'y'z'$ sont respectivement attachés aux centres de la base et de la plateforme mobile. Les vecteurs et les paramètres géométriques sont ensuite définis comme illustré à la Figure 2.2.

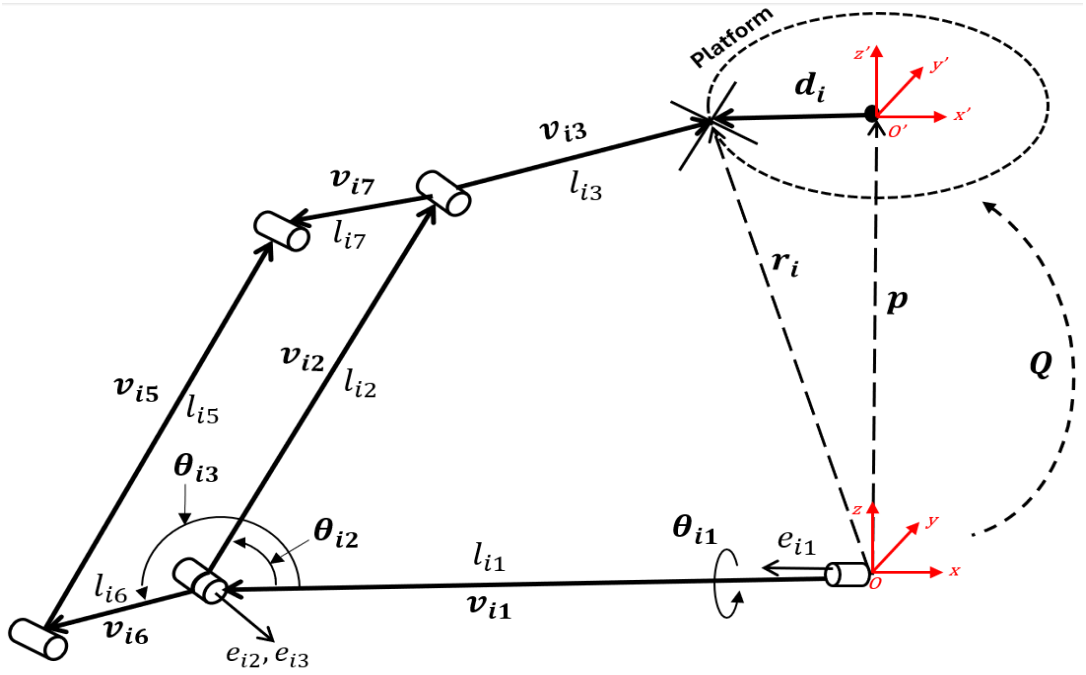


Figure 2.2. Définition des vecteurs et des paramètres d'une jambe.

Plus précisément, le vecteur $\boldsymbol{v}_{ij}$ est défini le long du maillon ij, où $i = 1,2,3$ désigne la $i^{\text{ème}}$ jambe et $j = 1,2,\ldots,7$ correspond au $j^{\text{ème}}$ maillon de chaque jambe. Par ailleurs, les vecteurs $\boldsymbol{r}_i$ et $\boldsymbol{p}$ représentent respectivement la position de la $i^{\text{ème}}$ articulation sphérique et celle de l'origine O' par rapport à O . Tous ces vecteurs sont exprimés dans le repère fixe. En revanche, le vecteur $\boldsymbol{d}_i$, qui correspond à la position du centre de l'articulation sphérique, est exprimé dans le repère mobile.

La matrice de rotation Q décrit l'orientation de la plateforme mobile par rapport au repère fixe. La longueur du maillon ij, mesurée le long du vecteur $\boldsymbol{v}_{ij}$, est notée l_{ij}. L'angle de la première articulation passive de chaque jambe est noté θ_{i1}. Deux moteurs (actionneurs) commandent respectivement les maillons $i2$ et $i6$, avec des angles associés θ_{i2} et θ_{i3}. Les axes de rotation de ces articulations sont notés $\boldsymbol{e}_{i1}$, $\boldsymbol{e}_{i2}$ et $\boldsymbol{e}_{i3}$.

2.3.1 Équation de vitesse

La cinématique du robot peut être dérivée à partir de ses contraintes géométriques. Tout d'abord, l'équation de contrainte suivante peut être établie pour chaque jambe :

$$\boldsymbol{v}_{i3} = \boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1} - \boldsymbol{v}_{i2} \tag{2.1}$$

Étant donné que la longueur de ce vecteur est constante :

$$\boldsymbol{v}_{i3}^T \boldsymbol{v}_{i3} = l_{i3}^2 \tag{2.2}$$

$$(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1}) - 2(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T \boldsymbol{v}_{i2} = l_{i3}^2 - l_{i2}^2 \tag{2.3}$$

En dérivant cette équation par rapport au temps, on obtient :

$$(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T \dot{\boldsymbol{r}}_i - \boldsymbol{v}_{i2}^T \dot{\boldsymbol{r}}_i - (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T \dot{\boldsymbol{v}}_{i2} = 0 \tag{2.4}$$

$$(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1} - \boldsymbol{v}_{i2})^T \dot{\boldsymbol{r}}_i = (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T \dot{\boldsymbol{v}}_{i2} \tag{2.5}$$

En exprimant la dérivée temporelle du vecteur v_{i2}en fonction de sa vitesse angulaire :

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{i2} = \boldsymbol{\omega}_{v_{i2}} \times \boldsymbol{v}_{i2} \tag{2.6}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{i2} = (\dot{\theta}_{i1} \boldsymbol{e}_{i1} + \dot{\theta}_{i2} \boldsymbol{e}_{i2}) \times \boldsymbol{v}_{i2} \tag{2.7}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{i2} = \dot{\theta}_{i1} \boldsymbol{e}_{i1} \times \boldsymbol{v}_{i2} + \dot{\theta}_{i2} \boldsymbol{e}_{i2} \times \boldsymbol{v}_{i2} \tag{2.8}$$

Le second membre de l'équation (2.5) peut alors être réécrit comme suit :

$$(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T \dot{\boldsymbol{v}}_{i2} = (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T \dot{\theta}_{i1} (\boldsymbol{e}_{i1} \times \boldsymbol{v}_{i2}) + (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T \dot{\theta}_{i2} (\boldsymbol{e}_{i2} \times \boldsymbol{v}_{i2}) \tag{2.9}$$

Étant donné que les vecteurs $\boldsymbol{r}_i$, $\boldsymbol{v}_{i1}$ et $\boldsymbol{v}_{i2}$ appartiennent tous à un plan parallèle à l'axe de l'articulation de base $\boldsymbol{e}_{i1}$, le produit vectoriel $(\boldsymbol{e}_{i1} \times \boldsymbol{v}_{i2})$ est perpendiculaire à ce plan. Par conséquent, son produit scalaire avec le vecteur coplanaire $(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})$ est nul.

Finalement, la première équation de vitesse est obtenue en substituant l'équation (2.9) dans l'équation (2.5) :

$$\boldsymbol{v}_{i3}^T \dot{\boldsymbol{r}}_i = \dot{\theta}_{i2} (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T (\boldsymbol{e}_{i2} \times \boldsymbol{v}_{i2}) \tag{2.10}$$

De manière similaire, une seconde équation de contrainte peut être établie à partir du vecteur v_{i5} :

$$\boldsymbol{v}_{i5} = \boldsymbol{v}_{i2} + \boldsymbol{v}_{i7} - \boldsymbol{v}_{i6} \tag{2.11}$$

$$\boldsymbol{v}_{i5}^T \boldsymbol{v}_{i5} = l_{i5}^2 \tag{2.12}$$

En dérivant cette équation par rapport au temps :

$$\boldsymbol{v}_{i5}^T (\dot{\boldsymbol{v}}_{i2} + \dot{\boldsymbol{v}}_{i7} - \dot{\boldsymbol{v}}_{i6}) = 0 \tag{2.13}$$

Dans ce cas, la relation suivante est utilisée :

$$\boldsymbol{v}_{i7} = -\frac{l_{i7}}{l_{i3}} \boldsymbol{v}_{i3} = -\frac{l_{i7}}{l_{i3}} (\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1} - \boldsymbol{v}_{i2}) \tag{2.14}$$

Comme $\boldsymbol{v}_{i1}$ est un vecteur constant, sa dérivée temporelle conduit à :

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{i7} = -\frac{l_{i7}}{l_{i3}} (\dot{\boldsymbol{r}}_i - \dot{\boldsymbol{v}}_{i2}) \tag{2.15}$$

Ainsi :

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{i2} + \dot{\boldsymbol{v}}_{i7} = \dot{\boldsymbol{v}}_{i2} - \frac{l_{i7}}{l_{i3}}(\dot{\boldsymbol{r}}_i - \dot{\boldsymbol{v}}_{i2}) \tag{2.16}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{i2} + \dot{\boldsymbol{v}}_{i7} = \left(1+\frac{l_{i7}}{l_{i3}}\right)\dot{\boldsymbol{v}}_{i2} - \frac{l_{i7}}{l_{i3}}\dot{\boldsymbol{r}}_i \tag{2.17}$$

Par ailleurs :

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{i6} = (\dot{\theta}_{i1}\boldsymbol{e}_{i1} + \dot{\theta}_{i3}\boldsymbol{e}_{i3}) \times \boldsymbol{v}_{i6} \tag{2.18}$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_{i6} = \dot{\theta}_{i1}\boldsymbol{e}_{i1} \times \boldsymbol{v}_{i6} + \dot{\theta}_{i3}\boldsymbol{e}_{i3} \times \boldsymbol{v}_{i6} \tag{2.19}$$

En substituant l'équation (2.8) dans l'équation (2.17), puis en combinant le résultat avec l'équation (2.19), on obtient :

$$\begin{aligned} &\dot{\boldsymbol{v}}_{i2} + \dot{\boldsymbol{v}}_{i7} - \dot{\boldsymbol{v}}_{i6} \\ &= -\frac{l_{i7}}{l_{i3}}\dot{\boldsymbol{r}}_i + \left(1+\frac{l_{i7}}{l_{i3}}\right)\left[\dot{\theta}_{i1}\boldsymbol{e}_{i1} \times \boldsymbol{v}_{i2} + \dot{\theta}_{i2}\boldsymbol{e}_{i2} \times \boldsymbol{v}_{i2}\right] \\ &- \dot{\theta}_{i1}\boldsymbol{e}_{i1} \times \boldsymbol{v}_{i6} - \dot{\theta}_{i3}\boldsymbol{e}_{i3} \times \boldsymbol{v}_{i6} \end{aligned} \tag{2.20}$$

Comme les produits scalaires de $\boldsymbol{v}_{i5}$ avec les produits vectoriels impliquant $\boldsymbol{e}_{i1}$ sont nuls, l'équation (2.20) peut être simplifiée, ce qui permet d'obtenir la deuxième équation de vitesse du robot :

$$\frac{l_{i7}}{l_{i3}}\boldsymbol{v}_{i5}^T\dot{\boldsymbol{r}}_i = \dot{\theta}_{i2}\left(1+\frac{l_{i7}}{l_{i3}}\right)\boldsymbol{v}_{i5}^T(\boldsymbol{e}_{i2} \times \boldsymbol{v}_{i2}) + \dot{\theta}_{i3}\boldsymbol{v}_{i5}^T(\boldsymbol{v}_{i6} \times \boldsymbol{e}_{i3}) \tag{2.21}$$

Le vecteur $\boldsymbol{r}_i$ est exprimé comme suit :

$$\boldsymbol{r}_i = \boldsymbol{p} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_i \tag{2.22}$$

En dérivant ce vecteur par rapport au temps :

$$\dot{\boldsymbol{r}}_i = \dot{\boldsymbol{p}} + \frac{d}{dt}(\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_i) \tag{2.23}$$

Le second terme du membre de droite s'écrit :

$$\frac{d}{dt}(\boldsymbol{Qd}_i) = \dot{\boldsymbol{Q}}\boldsymbol{d}_i = \boldsymbol{\Omega Qd}_i = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{Qd}_i) \tag{2.24}$$

Où $\boldsymbol{\omega}$ est la vitesse angulaire de la plateforme et $\boldsymbol{\Omega}$ le tenseur de vitesse angulaire. Ainsi, le membre de gauche de l'équation (2.10) devient :

$$\boldsymbol{v}_{i3}^T \dot{\boldsymbol{r}}_i = \boldsymbol{v}_{i3}^T[\dot{\boldsymbol{p}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{Qd}_i)] = \boldsymbol{v}_{i3}^T \dot{\boldsymbol{p}} + [(\boldsymbol{Qd}_i) \times \boldsymbol{v}_{i3}]^T \boldsymbol{\omega} \tag{2.25}$$

De manière analogue, le membre de gauche de l'équation (2.21) s'écrit :

$$\frac{l_{i7}}{l_{i3}} \boldsymbol{v}_{i5}^T \dot{\boldsymbol{r}}_i = \frac{l_{i7}}{l_{i3}} \boldsymbol{v}_{i5}^T \dot{\boldsymbol{p}} + \frac{l_{i7}}{l_{i3}} [(\boldsymbol{Qd}_i) \times \boldsymbol{v}_{i5}]^T \boldsymbol{\omega} \tag{2.26}$$

En combinant les équations (2.10) et (2.25), ainsi que les équations (2.21) et (2.26) pour l'ensemble des trois jambes *($i = 1,2,3$)*, l'équation globale de vitesse du robot exprimée sous la forme matricielle suivante :

$$\boldsymbol{J} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{p}} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix} = \boldsymbol{K} \dot{\boldsymbol{\theta}} \tag{2.27}$$

Où $\boldsymbol{J}$ et $\boldsymbol{K}$ sont les matrices jacobiennes définies comme suit :

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{13}^T & [\boldsymbol{Qd}_1 \times \boldsymbol{v}_{13}]^T \\ \frac{l_{17}}{l_{13}} \boldsymbol{v}_{15}^T & \frac{l_{17}}{l_{13}} [\boldsymbol{Qd}_1 \times \boldsymbol{v}_{15}]^T \\ \boldsymbol{v}_{23}^T & [\boldsymbol{Qd}_2 \times \boldsymbol{v}_{23}]^T \\ \frac{l_{27}}{l_{23}} \boldsymbol{v}_{25}^T & \frac{l_{27}}{l_{23}} [\boldsymbol{Qd}_2 \times \boldsymbol{v}_{25}]^T \\ \boldsymbol{v}_{33}^T & [\boldsymbol{Qd}_3 \times \boldsymbol{v}_{33}]^T \\ \frac{l_{37}}{l_{33}} \boldsymbol{v}_{35}^T & \frac{l_{37}}{l_{33}} [\boldsymbol{Qd}_3 \times \boldsymbol{v}_{35}]^T \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \boldsymbol{K}_{21} & \boldsymbol{K}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{K}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boldsymbol{K}_{43} & \boldsymbol{K}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{K}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{K}_{65} & \boldsymbol{K}_{66} \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

Avec :

$$\boldsymbol{K}_{11} = (\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{v}_{11})^T (\boldsymbol{e}_{12} \times \boldsymbol{v}_{12}) \tag{2.30}$$

$$\boldsymbol{K}_{21} = \left(1 - \frac{l_{17}}{l_{13}}\right) \boldsymbol{v}_{15}^T (\boldsymbol{e}_{12} \times \boldsymbol{v}_{12})$$

$$\boldsymbol{K}_{22} = \boldsymbol{v}_{15}^T (\boldsymbol{e}_{13} \times \boldsymbol{v}_{16})$$

$$\boldsymbol{K}_{33} = (\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{v}_{21})^T (\boldsymbol{e}_{22} \times \boldsymbol{v}_{22})$$

$$\boldsymbol{K}_{43} = \left(1 - \frac{l_{27}}{l_{23}}\right) \boldsymbol{v}_{25}^T (\boldsymbol{e}_{22} \times \boldsymbol{v}_{22})$$

$$\boldsymbol{K}_{44} = \boldsymbol{v}_{25}^T (\boldsymbol{e}_{23} \times \boldsymbol{v}_{26})$$

$$\boldsymbol{K}_{55} = (\boldsymbol{r}_3 - \boldsymbol{v}_{31})^T (\boldsymbol{e}_{32} \times \boldsymbol{v}_{32})$$

$$\boldsymbol{K}_{65} = \left(1 - \frac{l_{37}}{l_{33}}\right) \boldsymbol{v}_{35}^T (\boldsymbol{e}_{32} \times \boldsymbol{v}_{32})$$

$$\boldsymbol{K}_{66} = \boldsymbol{v}_{35}^T (\boldsymbol{e}_{33} \times \boldsymbol{v}_{36})$$

2.3.2 Cinématique inverse

Le problème de la cinématique inverse de ce robot peut être résolu de manière analytique. Le schéma géométrique de la jambe présenté à la Figure 2.3 est utilisé pour obtenir la solution. Cette approche permet de déterminer l'ensemble des neuf variables articulaires à partir de la position $\boldsymbol{p}$ et de l'orientation, représentée par la matrice de rotation $\boldsymbol{Q}$, de la plateforme mobile.

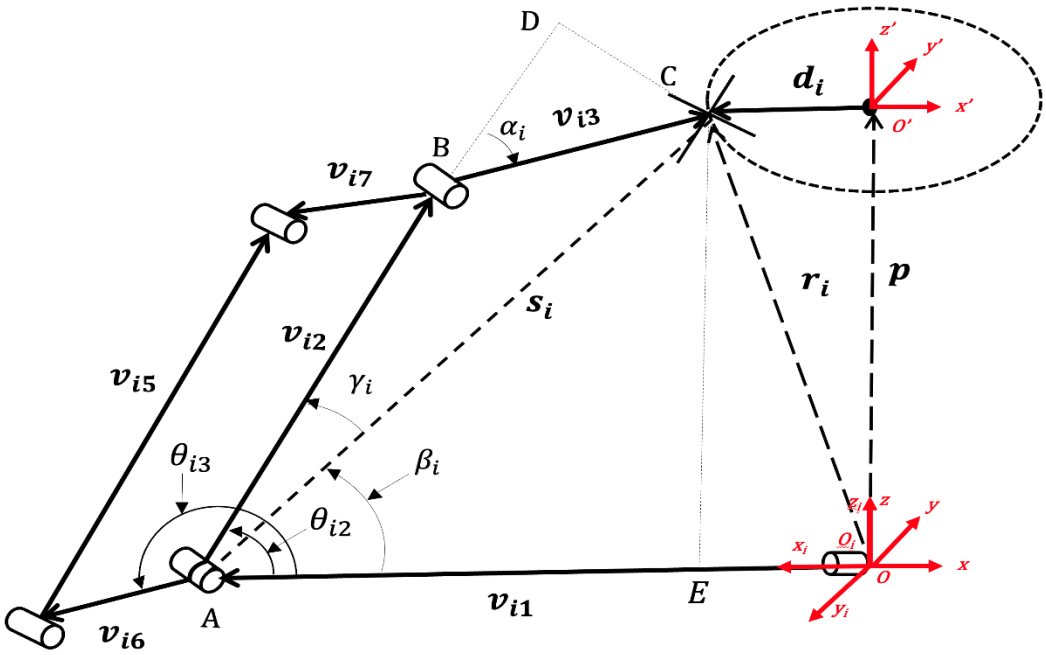


Figure 2.3. Schéma géométrique de la jambe pour la cinématique inverse.

Un repère local $O_i x_i y_i z_i$ $(i = 1,2,3)$ est défini pour chaque jambe. Ce repère représente l'orientation de chaque jambe par rapport au repère global $Oxyz$. Selon l'agencement proposé des trois jambes, les trois repères locaux sont obtenus par des rotations de $0°$, $120°$ et $-120°$, respectivement, autour de l'axe z du repère global.

En notant $\boldsymbol{Q}_i$ $(i = 1,2,3)$ les matrices de rotation correspondantes, la position de l'articulation sphérique peut être exprimée dans le repère local comme suit :

$$\boldsymbol{r}_i = \begin{bmatrix} r_{ix} \\ r_{iy} \\ r_{iz} \end{bmatrix} = \boldsymbol{Q}_i^T(\boldsymbol{p} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_i) \tag{2.31}$$

L'angle de la première articulation peut être facilement calculé à partir de ce vecteur :

$$\theta_{i1} = \text{atan2}(r_{iy}, r_{iz}) \tag{2.32}$$

La distance s_i entre l'articulation sphérique et la base des deux articulations actives est ensuite déterminée par

$$s_i = \sqrt{(l_{i1} - r_{ix})^2 + r_{iz}^2} \tag{2.33}$$

Soit α_i l'angle entre v_{i2} et v_{i3}. Cet angle peut être calculé à l'aide de la loi des cosinus :

$$s_i^2 = l_{i2}^2 + l_{i3}^2 - 2l_{i2}l_{i3}\cos(\pi - \alpha_i) \tag{2.34}$$

Dans le mécanisme proposé, les longueurs des maillons sont choisies telles que $l_{i2} = l_{i3}$. Ainsi, la valeur de α_i est donnée par :

$$\alpha_i = \cos^{-1}\left(\frac{(l_{i1} - r_{ix})^2 + r_{iz}^2 - 2l_{i3}^2}{2l_{i3}^2}\right) \tag{2.35}$$

Des angles intermédiaires β_i et γ_i sont également définis, comme illustré à la Figure 2.3 :

$$\beta_i = \text{atan2}(r_{iz}, l_{i1} - r_{ix}) \tag{2.36}$$

$$\gamma_i = \text{atan2}(l_{i3}\sin\alpha_i, l_{i2} + l_{i3}\cos\alpha_i) \tag{2.37}$$

Enfin, les angles des articulations actives θ_{i2} et θ_{i3} peuvent être calculés à partir de ces angles intermédiaires :

$$\begin{aligned}\theta_{i2} = \beta_i + \gamma_i = {} & \text{atan2}(r_{iz}, l_{i1} - r_{ix}) + \text{atan2}(l_{i3}\sin\alpha_i, l_{i2} \\ & + l_{i3}\cos\alpha_i)\end{aligned} \tag{2.38}$$

$$\begin{aligned}\theta_{i3} = \theta_{i2} + (\pi - \alpha_i) & \\ = \text{atan}\,2(r_{iz}, l_{i1} - r_{ix}) & \\ + \text{atan}\,2(l_{i3}\sin\alpha_i\,, l_{i2} + l_{i3}\cos\alpha_i) & \\ - \cos^{-1}\left(\frac{(l_{i1} - r_{ix})^2 + r_{iz}^2 - 2l_{i3}^2}{2l_{i3}^2}\right) + \pi &\end{aligned} \tag{2.39}$$

2.3.3 Cinématique directe

Contrairement à la cinématique inverse, le problème de la cinématique directe de ce robot ne peut pas être résolu facilement de manière analytique. Étant donné que la première articulation de chaque jambe est passive, l'angle θ_{i1} n'est pas connu a priori, ce qui empêche de déterminer directement la position de l'articulation sphérique.

Dans ce cas, les méthodes numériques apparaissent comme une solution pratique et efficace, notamment parce que le système converge vers une solution opérationnelle unique. Dans cette section, une approche basée sur la méthode de Newton-Raphson est proposée.

Pour des valeurs données des angles des articulations actives θ_{i2} et θ_{i3}, la longueur au carré du vecteur $(\boldsymbol{v}_{i2}+\boldsymbol{v}_{i3})$, notée s_i, peut être calculée à l'aide de la loi des cosinus :

$$s_i^2 = \| \boldsymbol{v}_{i2} + \boldsymbol{v}_{i3} \|^2 = l_{i2}^2 + l_{i3}^2 - 2l_{i2}l_{i3}\cos(\theta_{i3} - \theta_{i2}) \qquad (2.40)$$

Par ailleurs, cette somme vectorielle peut être exprimée comme suit :

$$\boldsymbol{v}_{i2} + \boldsymbol{v}_{i3} = \boldsymbol{p} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_i - \boldsymbol{v}_{i1} \qquad (2.41)$$

Un premier ensemble de contraintes peut alors être obtenu à partir des équations (2.40) et (2.41) :

$$(\boldsymbol{p} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T(\boldsymbol{p} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_i - \boldsymbol{v}_{i1}) - s_i^2 = 0 \ (i = 1,2,3) \qquad (2.42)$$

D'autre part, l'angle β_i entre le vecteur $(\boldsymbol{v}_{i2}+\boldsymbol{v}_{i3})$ et le vecteur de base $\boldsymbol{v}_{i1}$ peut-être exprimé comme suit :

$$\beta_i = \frac{\theta_{i2} + \theta_{i3} - \pi}{2} \qquad (2.43)$$

Le cosinus de cet angle peut être calculé à partir du produit scalaire :

$$\cos\beta_i = \frac{(\boldsymbol{v}_{i2}+\boldsymbol{v}_{i3})^T \boldsymbol{v}_{i1}}{\| \boldsymbol{v}_{i2} + \boldsymbol{v}_{i3} \| \ \| \boldsymbol{v}_{i1} \|} \tag{2.44}$$

Sachant que $\| \boldsymbol{v}_{i2} + \boldsymbol{v}_{i3} \| = s_i$ et $\| \boldsymbol{v}_{i1} \| = l_{i1}$, le second ensemble d'équations de contrainte s'écrit :

$$(\boldsymbol{p} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_i - \boldsymbol{v}_{i1})^T \boldsymbol{v}_{i1} - h_i = 0 (i = 1,2,3) \tag{2.45}$$

Où $h_i = l_{i1}\cos\beta_i \sqrt{l_{i2}^2 + l_{i3}^2 - 2l_{i2}l_{i3}\cos(\theta_{i3} - \theta_{i2})}$

Par ailleurs, la matrice de rotation $\boldsymbol{Q} = [\boldsymbol{q}_x, \boldsymbol{q}_y, \boldsymbol{q}_z]$ doit toujours être orthogonale, ce qui s'exprime mathématiquement par :

$$\boldsymbol{Q}^T\boldsymbol{Q} - \boldsymbol{I} = 0 \tag{2.46}$$

Où $\boldsymbol{I}$ est la matrice identité.

Enfin, la combinaison des contraintes de distance (équation 2.42), des contraintes angulaires (équation 2.45) et des contraintes d'orthogonalité (équation 2.46) permet d'obtenir un système complet de 12 équations non linéaires, défini comme suit :

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}) = [f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7, f_8, f_9, f_{10}, f_{11}, f_{12}]^T = 0 \tag{2.47}$$

De manière plus détaillée :

$$\begin{bmatrix} (\boldsymbol{p}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_1-\boldsymbol{v}_{11})^T(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_1-\boldsymbol{v}_{11})-s_1^2 \\ (\boldsymbol{p}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_2-\boldsymbol{v}_{21})^T(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_2-\boldsymbol{v}_{21})-s_2^2 \\ (\boldsymbol{p}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_3-\boldsymbol{v}_{31})^T(\boldsymbol{p}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_3-\boldsymbol{v}_{31})-s_3^2 \\ (\boldsymbol{p}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_1-\boldsymbol{v}_{11})^T\boldsymbol{v}_{11}-h_1 \\ (\boldsymbol{p}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_2-\boldsymbol{v}_{21})^T\boldsymbol{v}_{21}-h_2 \\ (\boldsymbol{p}+\boldsymbol{Q}\boldsymbol{d}_3-\boldsymbol{v}_{31})^T\boldsymbol{v}_{31}-h_3 \\ \boldsymbol{q}_x^T\boldsymbol{q}_x-1 \\ \boldsymbol{q}_y^T\boldsymbol{q}_y-1 \\ \boldsymbol{q}_z^T\boldsymbol{q}_z-1 \\ \boldsymbol{q}_x^T\boldsymbol{q}_y \\ \boldsymbol{q}_y^T\boldsymbol{q}_z \\ \boldsymbol{q}_x^T\boldsymbol{q}_z \end{bmatrix} = 0 \tag{2.48}$$

Où le vecteur inconnu $\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{p}^T, \boldsymbol{q}_x^T, \boldsymbol{q}_y^T, \boldsymbol{q}_z^T]^T \in \mathbb{R}^{12}$ regroupe les variables de position et d'orientation de la plateforme mobile.

Le vecteur d'état $\boldsymbol{X}$ est ensuite mis à jour de manière itérative à l'aide de la méthode de Newton-Raphson. La règle de mise à jour à l'itération k est donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta^{(k)} &= -\left[\frac{\partial \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}^{(k)})}{\partial X}\right]^{-1} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}^{(k)}) \\ \boldsymbol{X}^{(k+1)} &= \boldsymbol{X}^{(k)} + \Delta^{(k)} \end{aligned} \tag{2.49}$$

Où la matrice jacobienne $\frac{\partial F}{\partial X} \in \mathbb{R}^{12\times 12}$ correspond à la dérivée partielle de la fonction vectorielle $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})$ par rapport au vecteur d'état $\boldsymbol{X}$, et est définie comme suit :

$$\frac{\partial \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X})}{\partial \boldsymbol{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial p} & \frac{\partial f_1}{\partial q_x} & \frac{\partial f_1}{\partial q_y} & \frac{\partial f_1}{\partial q_z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial p} & \frac{\partial f_2}{\partial q_x} & \frac{\partial f_2}{\partial q_y} & \frac{\partial f_2}{\partial q_z} \\ \cdots & & & \\ \frac{\partial f_{12}}{\partial p} & \frac{\partial f_{12}}{\partial q_x} & \frac{\partial f_{12}}{\partial q_y} & \frac{\partial f_{12}}{\partial q_z} \end{bmatrix} \tag{2.50}$$

Il convient de noter que l'estimation initiale $\boldsymbol{X}_0$ à chaque pas de temps est choisie comme la solution obtenue à l'itération précédente. Étant donné que le mouvement du robot est continu et que la fréquence d'échantillonnage est élevée, cela permet au solveur numérique de rester proche de la configuration courante et d'assurer la convergence vers la solution opérationnelle recherchée.

La mise en œuvre de cette méthode numérique est résumée dans l'Algorithme 1.

Algorithme 1 : Itération de Newton-Raphson pour la cinématique directe

Define the maximum number of iterations, N.
Define the tolerance (acceptable error), e_{max}.
$\mathbf{X} \leftarrow \mathbf{X}_0$
$i \leftarrow 0$
while $(i < N)$ **do**
    Calculate $\mathbf{F}(\mathbf{X})$
    Calculate $\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X}$
    $\Delta\mathbf{X} \leftarrow -(\partial\mathbf{F}/\partial\mathbf{X})^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{X})$
    $\mathbf{X}_{new} \leftarrow \mathbf{X} + \Delta\mathbf{X}$
    if $||\Delta\mathbf{X}|| < e_{max}$ **then**
        return $\mathbf{X}_{new}$
    end if
    $\mathbf{X} \leftarrow \mathbf{X}_{new}$
    $i \leftarrow i + 1$
end while
return $\mathbf{X}$

2.4 ANALYSE DES SINGULARITÉS

Les singularités correspondent à des configurations particulières dans lesquelles le mécanisme perd sa mobilité fonctionnelle ou acquiert des degrés de liberté infinitésimaux

incontrôlables. Elles peuvent apparaître aux limites de l'espace de travail, mais également à l'intérieur de celui-ci.

Pour cette raison, les singularités restreignent l'espace de travail du robot, en particulier son espace de travail en orientation. Ces configurations peuvent également engendrer des comportements imprévus, réduisant ainsi l'efficacité du contrôle.

Dans ce contexte, cette section propose une analyse détaillée des singularités du mécanisme étudié. De manière générale, dans les robots parallèles, les singularités sont classées en deux catégories principales : les singularités de type I et de type II, comme présenté dans la référence [19].

2.4.1 Singularité de type I

Les singularités de type I (ou singulières sérielles) apparaissent localement au niveau de l'une des jambes du robot. En se référant à l'équation globale de vitesse (2.27), elles se produisent lorsque la matrice $\boldsymbol{K}$ devient singulière.

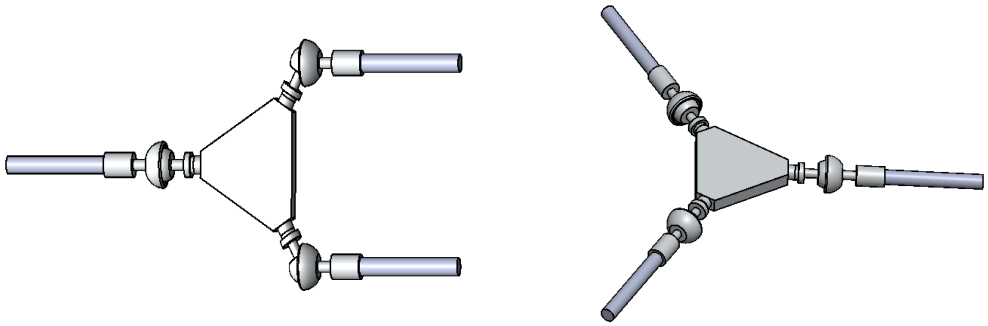
Une telle singularité survient lorsque le vecteur $(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{v}_{i1})$ est perpendiculaire à $(\boldsymbol{e}_{i2} \times \boldsymbol{v}_{i2})$, ou lorsque $\boldsymbol{v}_{i5}$ est orthogonal à $(\boldsymbol{e}_{i3} \times \boldsymbol{v}_{i6})$. Ces deux cas correspondent aux limites de la jambe, lorsque celle-ci est entièrement déployée et alignée.

Ce type de singularité peut être entièrement évité en introduisant des butées mécaniques sur la deuxième et la troisième articulation, comme étudié dans [18].

2.4.2 Singularité de type II

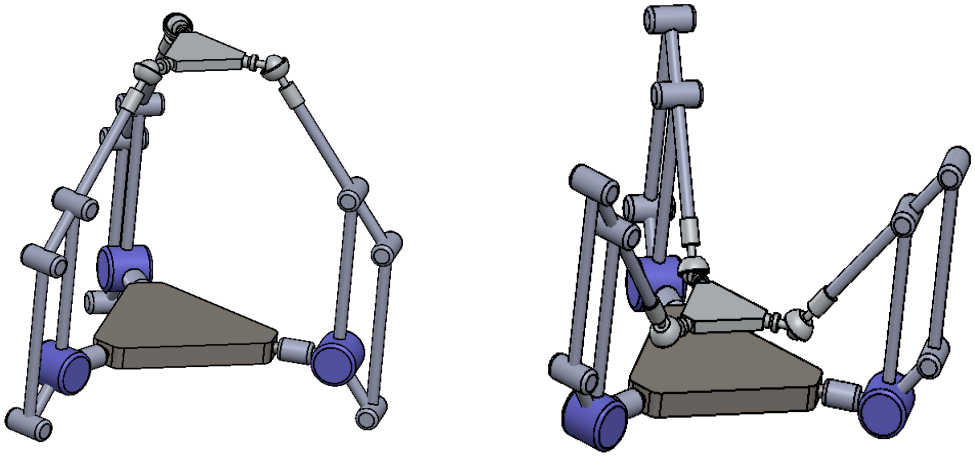
Les singularités de type II (ou singulières parallèles), quant à elles, sont liées à la géométrie globale du mécanisme ainsi qu'à la configuration de la plateforme mobile. Contrairement aux singularités de type I, elles peuvent apparaître à l'intérieur de l'espace de travail du robot.

En se référant à l'équation globale de vitesse (2.27), une telle singularité se produit lorsque la matrice jacobienne J devient singulière.



(a) $v_{13} \parallel v_{23} \parallel v_{33}$. (b) $v_{i3} \parallel (Qd_i)$

Figure 2.4. Singularités de type II du mécanisme proposé.



(a) Configuration supérieure. (b) Configuration inférieure.

Figure 2.5. Singularités de type II du mécanisme proposé (suite) lorsque $\boldsymbol{v}_{15} \parallel \boldsymbol{v}_{25} \parallel \boldsymbol{v}_{35}$.

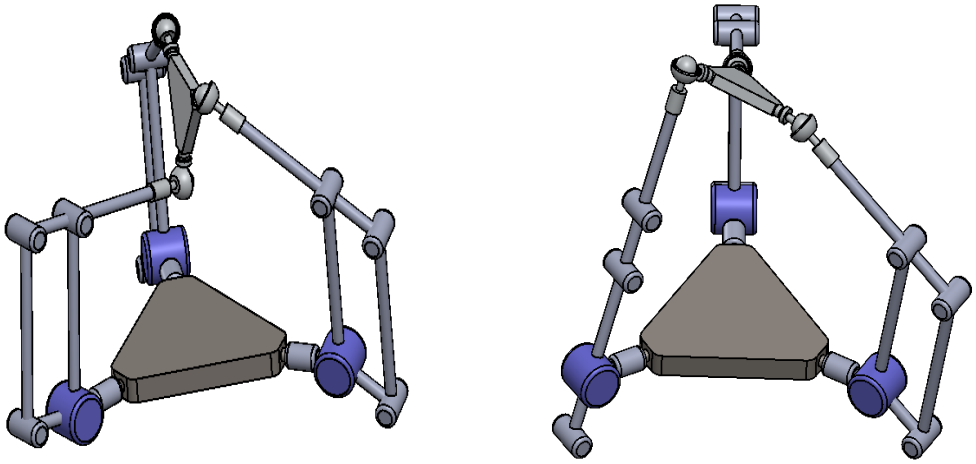
En examinant la structure de la matrice $\boldsymbol{J}$, plusieurs conditions géométriques possibles peuvent être identifiées comme suit :

i) Les vecteurs $\boldsymbol{v}_{13}$, $\boldsymbol{v}_{23}$ et $\boldsymbol{v}_{33}$ sont mutuellement parallèles. Par conséquent, les composantes de translation des lignes 1, 3 et 5 de la matrice $\boldsymbol{J}$ deviennent linéairement

dépendantes. Les trois liaisons distales sont parallèles, comme cela peut être facilement observé à la Figure 2.4.a.

ii) Les vecteurs des jambes sont parallèles aux vecteurs radiaux correspondants de la plateforme, soit $\boldsymbol{v}_{i3} \parallel (\boldsymbol{Qd}_i)$ pour $i = 1,2,3$. Dans ce cas, les composantes de rotation des lignes 1, 3 et 5 de la matrice J deviennent nulles. La Figure 2.4.b illustre que les directions des liaisons distales des trois jambes se rejoignent en un même point, correspondant au centre de la plateforme.

iii) Les vecteurs $\boldsymbol{v}_{15}$, $\boldsymbol{v}_{25}$ et $\boldsymbol{v}_{35}$ sont mutuellement parallèles, ce qui entraîne une dépendance linéaire des composantes de translation des lignes 2, 4 et 6 de la matrice $\boldsymbol{J}$. Deux configurations possibles sont présentées à la Figure 2.5.



(a) $v_{i5} \parallel (Qd_i)$. (b) $v_{i3} \parallel v_{i5}$.

Figure 2.6. Singularités de type II du mécanisme proposé (suite).

iv) On a $\boldsymbol{v}_{i5} \parallel (\boldsymbol{Qd}_i)$ pour $i = 1,2,3$, ce qui implique que les produits vectoriels $(\boldsymbol{Qd}_i) \times \boldsymbol{v}_{i5}$ deviennent nuls. De manière similaire au cas précédent, cette condition supprime les termes de rotation dans les lignes 2, 4 ou 6 de la matrice $\boldsymbol{J}$. Une de ces configurations est illustrée à la Figure 2.6.a.

v) Les deux vecteurs $(\boldsymbol{v}_{i3}, \boldsymbol{v}_{i5})$ sont parallèles pour une jambe donnée $i \in \{1,2,3\}$. Dans ce cas, les deux lignes associées à cette jambe dans la matrice $\boldsymbol{J}$ deviennent proportionnelles et donc linéairement dépendantes. Une telle configuration, illustrée à la Figure 2.6.b, correspond à une limite de la jambe, similaire à une singularité de type I.

2.5 PROTOTYPAGE ET FONCTIONNEMENT

Dans ce travail, les auteurs visent à démontrer le fonctionnement du concept proposé. À cet effet, les paramètres présentés dans le Tableau 2.1 sont choisis de manière raisonnable, mais ils ne représentent pas une configuration optimale pour des applications réelles. En pratique, un processus d'optimisation devrait être réalisé afin de prendre en compte plusieurs critères essentiels, tels que l'évitement des singularités, le volume d'espace de travail souhaité et les contraintes de plage des actionneurs. Le modèle de conception assistée par ordinateur (CAO) du prototype est présenté à la Figure 2.7.

Tableau 2.1. Paramètres géométriques du prototype du robot.

Paramètres	Valeur
l_{i1}	136.13 (mm)
$l_{i2} = l_{i3} = l_{i5}$	200 (mm)
$l_{i6} = l_{i7}$	60 (mm)
δ	79 (mm)
d_1	60.2 (mm)

Deux modifications pratiques majeures sont apportées au prototype physique par rapport au concept initial présenté à la Figure 2.1. Premièrement, le maillon distal de chaque jambe est décalé de manière à former un angle de 60° avec le vecteur radial correspondant de la plateforme. Cette configuration permet d'éviter les interférences mécaniques lors des rotations autour des axes x et y, tout en conservant une pleine capacité de rotation autour de l'axe z ainsi que les capacités de translation. Par conséquent, un décalage cinématique δpar

rapport au centre virtuel de la plateforme doit être pris en compte dans toute planification de trajectoire.

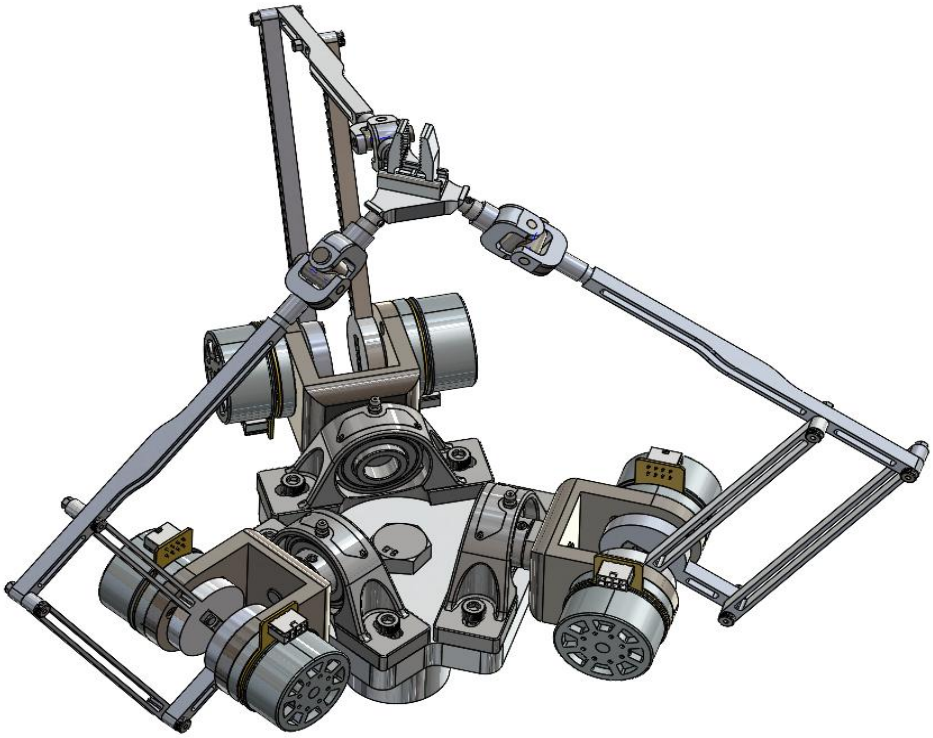
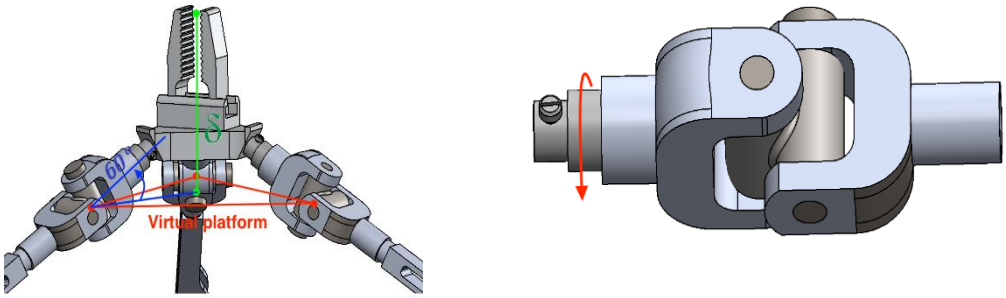


Figure 2.7. Conception CAO du prototype du robot.



(a) Plateforme du prototype. (b) Articulation sphérique.

Figure 2.8. Adaptations de conception pratiques dans le prototype.

Deuxièmement, l'articulation sphérique est réalisée à l'aide d'une combinaison d'une articulation universelle et d'une articulation rotoïde. Bien que cette configuration réduise

légèrement l'amplitude de mouvement de l'articulation, elle améliore significativement la transmission du couple. Compte tenu des contraintes matérielles du laboratoire, ce choix de conception a permis une fabrication rapide à partir de composants commerciaux facilement disponibles auprès de fournisseurs tels que McMaster-Carr. Ces deux adaptations pratiques sont illustrées à la Figure 2.8.

Les auteurs réalisent également des simulations afin de démontrer le fonctionnement du prototype. À partir des trajectoires souhaitées, la cinématique inverse est d'abord calculée afin de générer les données dans l'espace articulaire. Ces données sont ensuite importées dans un logiciel de CAO pour créer des animations numériques. Deux simulations sont réalisées.

Dans la première trajectoire, le robot effectue l'ensemble des rotations (autour des axes x, y et z), puis l'ensemble des translations selon les axes x, y et z. Les coordonnées cartésiennes de cette trajectoire sont présentées à la Figure 2.9. Les coordonnées articulaires correspondantes sont ensuite obtenues par cinématique inverse, comme illustré respectivement aux Figures 2.10 et 2.11.

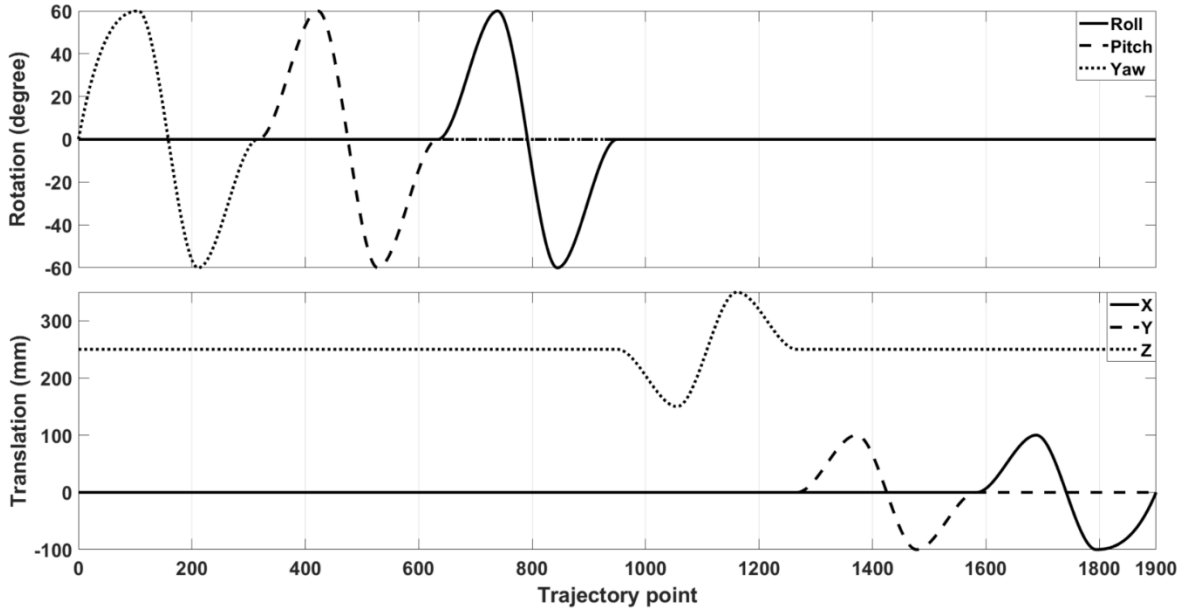


Figure 2.9. Trajectoire de démonstration dans l'espace cartésien.

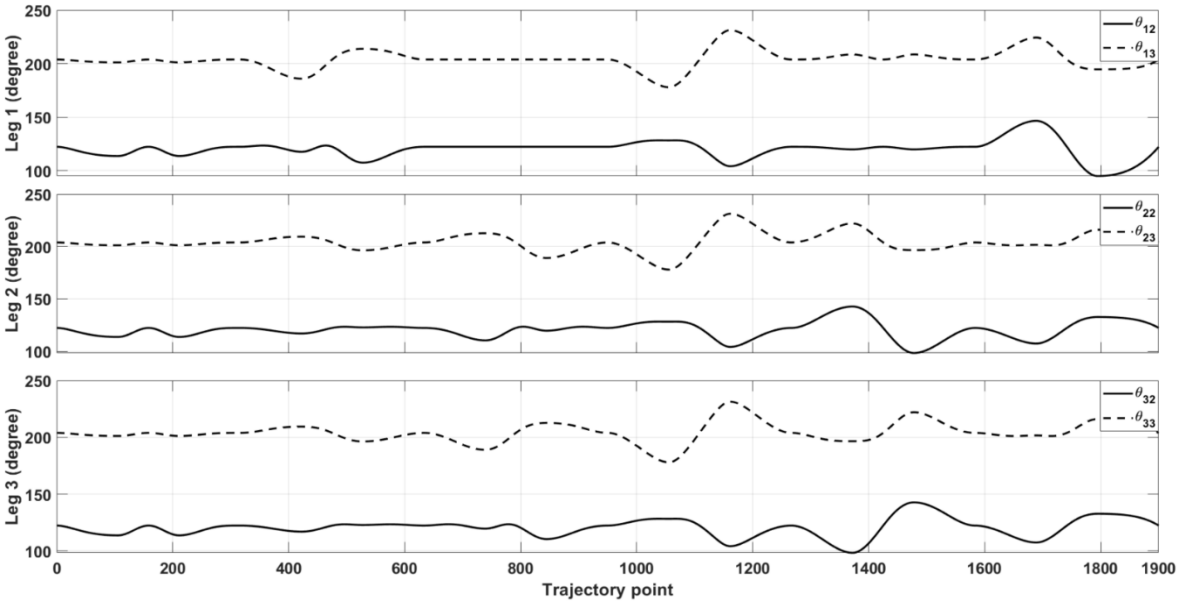


Figure 2.10. Angles articulaires θ_2 et θ_3 des trois jambes pendant la démonstration.

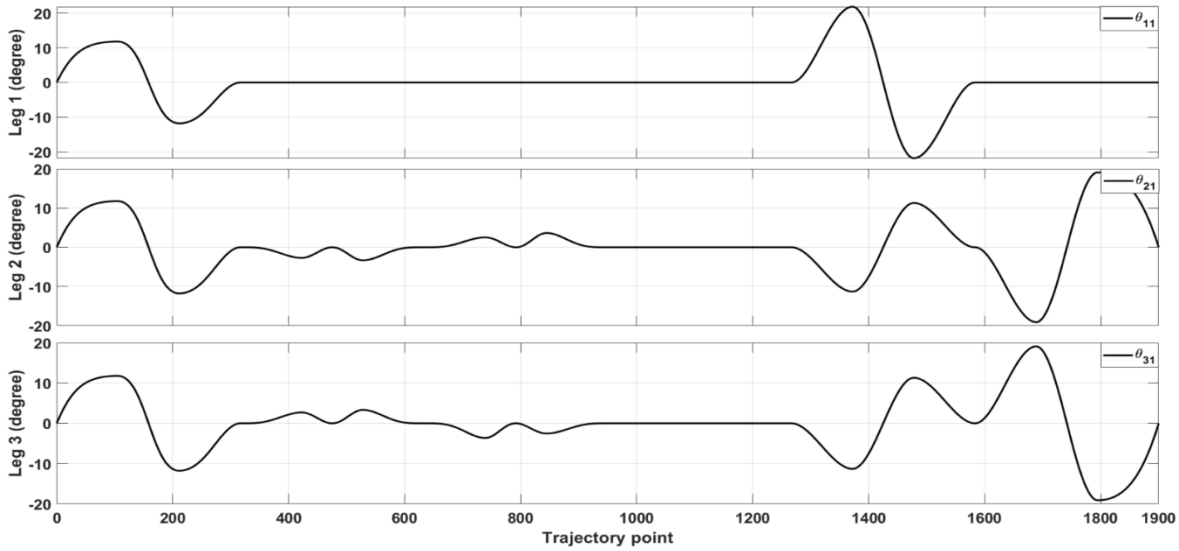


Figure 2.11. Angles articulaires θ_1 des trois jambes pendant la démonstration.

Dans la seconde simulation, le robot est fixé sur un support et réalise une opération simple de type pick-and-place. Dans ce cas, la petite pince est commandée indépendamment afin de saisir et déposer des objets sphériques. L'ensemble des animations mentionnées est

enregistré dans la vidéo complémentaire associée à cet article, disponible à l'adresse : https://youtu.be/-5KoBQgdT9k.

2.6 CONCLUSION

Dans cet article, un nouveau robot parallèle 6-DOF de type Delta a été présenté. La cinématique du mécanisme proposé a été décrite en détail. L'équation de vitesse, la cinématique inverse ainsi que la cinématique directe ont ensuite été établies. Les auteurs ont également réalisé une analyse approfondie des singularités de ce robot. Ces modèles cinématiques et de singularité constituent une base pour les futurs processus d'optimisation de la conception. Afin de valider le concept, un prototype CAO a été présenté et des animations numériques ont été réalisées pour démontrer les capacités spatiales complètes du robot, incluant les translations à 3-DOF, les rotations à 3-DOF ainsi que des opérations complexes de type pick-and-place.

Bien que le robot atteigne 6-DOF, la présence de singularités de type II limite fondamentalement l'espace de travail orientable accessible. Par ailleurs, la combinaison d'une articulation universelle et d'une articulation rotoïde est utilisée pour remplacer une véritable articulation sphérique, mais cette configuration réduit partiellement la plage de mouvement et donc les angles d'inclinaison de la plateforme. Enfin, comme la première articulation de chaque jambe est passive, la cinématique directe repose sur une convergence numérique plutôt que sur un retour direct des capteurs.

Les travaux futurs porteront sur l'optimisation du prototype actuel afin d'éviter les singularités et d'augmenter l'espace de travail du robot. Le développement de méthodes de commande de mouvement sera également étudié afin de permettre l'application de ce robot dans des environnements réels.

REFERENCES DU CHAPITRE 2

[1] Siciliano B et Khatib O (éds.). Springer Handbook of Robotics. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008. ISBN 978-3-540-23957-4 / 978-3-540-30301-5. DOI: 10.1007/978-3-540-30301-5.

[2] Tsai LW. *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*. New York: Wiley, 1999. ISBN 978-0-471-32593-2.

[3] Merlet JP. *Parallel Robots*, Solid Mechanics and Its Applications, volume 128. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. ISBN 978-1-4020-4132-7. DOI: 10.1007/1-4020-4133-0.

[4] Gosselin C et Hamel JF. *The agile eye: a high-performance three-degree-of-freedom camera-orienting device*. In: Proceedings of the 1994 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 781–786 vol.1. DOI : 10.1109/ROBOT.1994.351393.

[5 Gosselin CM, Masouleh MT, Duchaine V et al. *Parallel mechanisms of the multipteron family: Kinematic architectures and benchmarking*. In: Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 555–560. DOI : 10.1109/ROBOT.2007.363045.

[6] Nguyen TS, Harton D, Campeau-Lecours A et al. Motion control algorithms based on the dynamic modelling of kinematically redundant hybrid parallel robots. Mechatronics, 2021 ; 76 : 102555. DOI: https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2021.102555.

[7] Clavel R. *Delta, a fast robot with parallel geometry*. In: Proceedings 18th International Symposium on Industrial Robots, pp. 91–100.

[8] KUKA KR Delta. Disponible à : https://www.kuka.com/en-ca/products/robotics-systems/industrial-robots/kr-delta-roboter.

[9] ABB Delta Robots IRB3xx. Disponible à : https://new.abb.com/products/robotics/robots/delta-robots.

[10] FANUC M-1iA Series Delta Robot. Disponible à : https://www.fanucamerica.com/products/robots/series/m-1ia-delta-robots.

[11] Balmaceda-Santamaría AL, Castillo-Castañeda E et Gallardo-Alvarado J. *A Novel Reconfiguration Strategy of a Delta-Type Parallel Manipulator*. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2016 ; 13(1): 15. DOI : 10.5772/61942.

[12] Le Mesle V, Bégoc V et Briot S. *Modeling and Design of a Five Degrees-of-Freedom Delta-Like Robot for Fast Pick-and-Place Applications*. Journal of Mechanical Design, 2023; 145(12): 123302. DOI: 10.1115/1.4063359.

[13] Cheng P, Cao Wa, Liu D et al. *A Novel Delta-Like Parallel Robot With Three Translations and Two Pitch Rotations for Peg-in-Hole Assembly*. Journal of Mechanisms and Robotics, 2025; 17(2): 021014. DOI: 10.1115/1.4067306.

[14] Spong MW, Hutchinson S et Vidyasagar M. *Robot Modeling and Control*. 2e édition. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc, 2020. ISBN 978-1-119-52404-5 / 978-1-119-52407-6.

[15] Siciliano B. *Kinematic control of redundant robot manipulators: A tutorial*. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 1990; 3(3): 201–212. DOI: 10.1007/BF00126069.

[16] Gosselin C et Schreiber LT. *Redundancy in Parallel Mechanisms: A Review*. Applied Mechanics Reviews, 2018; 70(1): 010802. DOI: 10.1115/1.4038931.

[17] Monsarrat B et Gosselin CM. *Singularity Analysis of a Three-Leg Six-Degree-of-Freedom Parallel Platform Mechanism Based on Grassmann Line Geometry*. The International Journal of Robotics Research, 2001; 20(4): 312–328. DOI: 10.1177/02783640122067426.

[18] Wen K, Nguyen TS, Harton D et al. *A Backdrivable Kinematically Redundant (6+3)-Degree-of-Freedom Hybrid Parallel Robot for Intuitive Sensorless Physical Human–Robot Interaction*. IEEE Transactions on Robotics, 2021 ; 37(4) : 1222–1238. DOI: 10.1109/TRO.2020.3043723.

[19] Gosselin C et Angeles J. *Singularity analysis of closed-loop kinematic chains*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990 ; 6(3): 281–290. DOI : 10.1109/70.56660.

CHAPITRE 3
CONCEPTION ET PROTOTYPAGE D'UN NOUVEAU ROBOT A TROIS DEGRES DE LIBERTE POUR L'INSPECTION DANS LES ESPACES CONFINES

Résumé

Cet article présente la conception et le prototypage d'un robot hybride à trois degrés de liberté destiné aux tâches d'inspection dans des espaces confinés. L'architecture proposée repose sur la combinaison d'une articulation prismatique et d'un mécanisme parallèle planaire, permettant d'associer la rigidité des structures parallèles à la flexibilité des architectures sérielles. Afin d'améliorer les performances globales du système, tous les actionneurs sont fixés sur la base, ce qui réduit les masses en mouvement et favorise de meilleures performances dynamiques. Le robot intègre également des éléments télescopiques ainsi que des solutions de transmission optimisées, garantissant une meilleure précision et une stabilité mécanique accrue.

La modélisation cinématique du robot est développée, incluant le modèle géométrique direct et inverse ainsi que l'analyse de la matrice jacobienne. Une étude des singularités est également menée afin d'identifier les configurations critiques et d'assurer un fonctionnement fiable dans l'ensemble de l'espace de travail. Un prototype numérique est réalisé sous SolidWorks afin de valider la conception et de simuler le comportement du robot dans des scénarios représentatifs d'inspection en environnements confinés. Les résultats obtenus confirment la faisabilité de l'architecture proposée ainsi que ses performances en termes de précision, de compacité et d'adaptabilité. Enfin, une synthèse des contributions est présentée, accompagnée de perspectives d'amélioration pour des travaux futurs.

Mots-clés **:** Robot hybride, Inspection, Espaces confinés, Prototype.

3.1 INTRODUCTION

Dans l'industrie moderne, les robots occupent une place très importante et leur utilisation ne cesse d'augmenter. Ils sont présents dans plusieurs domaines pour réaliser des tâches comme la manipulation d'objets, le tri, l'assemblage ou encore l'inspection. L'utilisation des robots permet d'améliorer la productivité, de réduire les erreurs humaines et d'assurer une meilleure qualité de travail [1]. Dans de nombreux cas, les objets manipulés sont légers et de petite taille, ce qui ne nécessite pas une grande puissance. Cependant, ces tâches demandent souvent une exécution rapide et une bonne précision, surtout dans les lignes de production automatisées [2].

Les robots parallèles sont particulièrement adaptés à ce type de tâches. Grâce à leur structure, ils offrent une grande vitesse de mouvement et une bonne stabilité [3]. Cela les rend efficaces pour des opérations rapides et répétitives. Cependant, leur espace de travail reste limité, ce qui peut être un inconvénient dans certaines applications. À l'inverse, les robots sériels disposent d'un espace de travail plus large et d'une grande flexibilité. Ils peuvent réaliser des mouvements plus complexes et atteindre des zones éloignées, mais ils sont généralement moins rapides que les robots parallèles [4].

Pour répondre aux besoins actuels de l'industrie, il est donc intéressant de combiner ces deux types de robots. Cette combinaison donne naissance aux robots hybrides [5]. Ces robots permettent de profiter des avantages des deux structures : la rapidité et la précision des robots parallèles, ainsi que la flexibilité et la grande portée des robots sériels. Grâce à cette combinaison, les robots hybrides peuvent être utilisés dans plusieurs applications industrielles et offrent une meilleure performance globale [6].

Plusieurs entreprises industrielles ont développé des robots hybrides pour répondre à ces besoins. Par exemple, le KR 40 PA de KUKA est conçu pour des tâches rapides comme le tri et la manipulation d'objets légers [7]. Il se caractérise par une grande vitesse et une

bonne précision, ce qui le rend adapté aux lignes de production modernes. L'IRB 460 d'ABB est un robot à 4 axes principalement utilisé pour la palettisation et les opérations de fin de ligne [8]. Il est connu pour sa rapidité et son faible encombrement, ce qui facilite son installation dans des systèmes existants. Le M-10iD de FANUC est un robot polyvalent capable de réaliser différentes tâches industrielles comme l'inspection, l'assemblage et la manipulation [9]. Il offre une bonne portée et une grande flexibilité, ce qui lui permet de s'adapter à plusieurs situations. Ces exemples montrent clairement que les robots hybrides sont aujourd'hui très utiles dans l'industrie et qu'ils permettent d'améliorer les performances des systèmes automatisés [10].

En plus des tâches de production, les robots sont également très utilisés dans le domaine de l'inspection. Cela est particulièrement important dans les espaces confinés, où l'accès est difficile et parfois dangereux pour les humains. Dans ces environnements, les robots peuvent remplacer les opérateurs et intervenir en toute sécurité [11]. Ils peuvent se déplacer dans des zones étroites, collecter des données et fournir des informations importantes sur l'état des équipements ou des structures.

Il existe plusieurs types de robots utilisés pour l'inspection dans les espaces confinés, comme les robots terrestres, les robots téléopérés et les robots grimpeurs. Chaque type est adapté à un environnement spécifique. Par exemple, les robots terrestres sont utilisés pour se déplacer sur le sol dans des conduits ou des tunnels, tandis que les robots grimpeurs peuvent se déplacer sur des surfaces verticales pour inspecter des murs ou des structures élevées [12]. Ces robots permettent de réduire les risques pour les opérateurs tout en améliorant la précision des inspections [13]. De plus, certaines recherches montrent que ces robots peuvent fonctionner dans des espaces très étroits et complexes, comme à l'intérieur des bâtiments ou des installations industrielles, ce qui confirme leur efficacité dans des conditions réelles [14].

Dans cette étude, les auteurs s'intéressent aux tâches d'inspection réalisées dans des espaces confinés. Le robot proposé est basé sur une architecture hybride planaire à trois degrés de liberté (PRR). Cette architecture combine une articulation prismatique avec une structure parallèle. Ce choix permet d'obtenir un bon équilibre entre vitesse, précision et

flexibilité. Le robot est conçu pour se déplacer facilement dans des espaces réduits tout en réalisant des mouvements efficaces pour l'inspection.

Le reste de cet article est organisé comme suit. La section 2 présente le concept du robot, les choix de conception ainsi qu'un prototype développé. La section 3 décrit l'analyse cinématique du robot et l'étude des singularités. La section 4 propose une analyse de l'espace de travail avec les résultats obtenus. Enfin, la section 5 résume les principaux résultats de cette étude et présente des perspectives pour des travaux futurs.

3.2 ARCHITECTURE PROPOSEE

Le robot développé dans ce travail repose sur une architecture planaire hybride à trois degrés de liberté PRR (voir Figure 3.1). Cette architecture combine une articulation prismatique en série, chargée du positionnement global du robot, avec un sous-mécanisme à deux articulations rotatives fonctionnant selon un principe parallèle. Cette combinaison permet de tirer parti à la fois des avantages des structures sérielles et parallèles, en offrant une large plage de déplacement, une précision élevée et une rigidité mécanique accrue, ce qui est essentiel pour les tâches d'inspection et de mesure, notamment dans des espaces confinés où l'accès est limité.

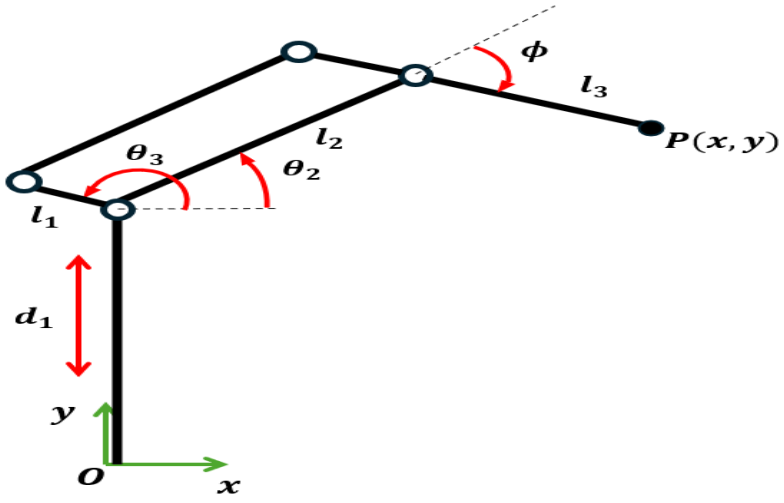
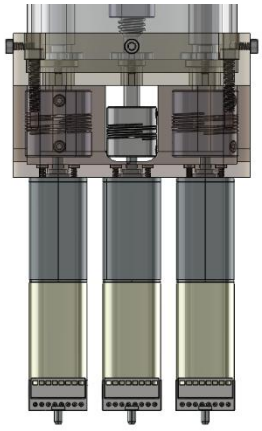


Figure 3.1. Schéma du robot proposé.

Le premier degré de liberté du robot est assuré par l'articulation prismatique. Cette articulation est réalisée à l'aide d'un système vis-mère–écrou, choisi pour sa précision, sa capacité à supporter l'ensemble du mécanisme et la charge utile, ainsi que sa stabilité lors des déplacements. Ce système permet un mouvement linéaire fluide et répétable, particulièrement adapté aux applications nécessitant un positionnement stable et précis, telles que l'inspection dimensionnelle, la vérification de pièces ou le contrôle de conduits étroits. Le choix de cette solution technique garantit également une réduction du jeu mécanique et une meilleure répétabilité des trajectoires, ce qui est indispensable pour des opérations de haute précision.

La conception de la partie inférieure du robot, notamment pour l'implantation des actionneurs et la transmission du mouvement, s'inspire des travaux de H. E. Souayah et al. [15]. Cependant, des améliorations importantes ont été apportées afin d'optimiser les performances mécaniques et dynamiques du système. Dans les conceptions précédentes, la transmission des deux degrés de liberté rotatifs du sous-mécanisme parallèle reposait sur un système à coulisseau et clavette, qui présentait des limitations en termes de précision et de rigidité. Dans la version actuelle, ce mécanisme a été remplacé par une solution combinant des cannelures de manchon et des roulements (voir Figure 3.3.b).



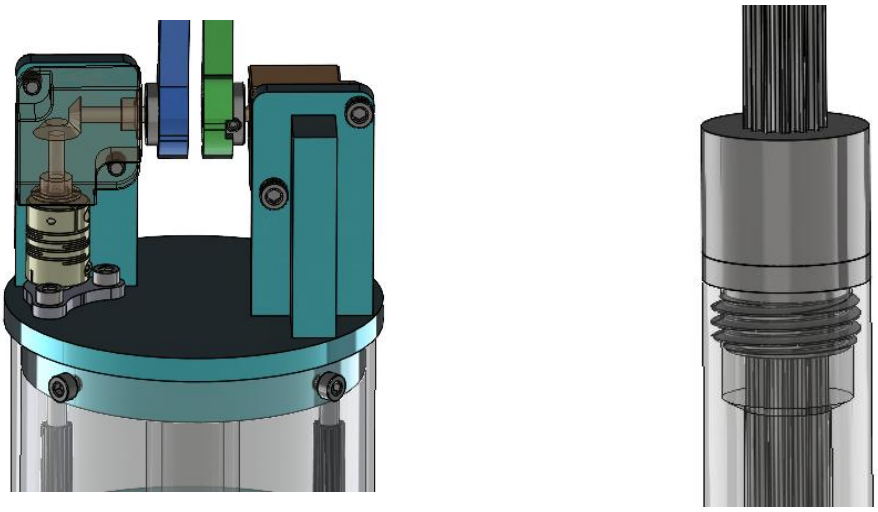
(a) Moteurs actionneurs



(b) Vis-mère et écrou

Figure 3.2. Composants de transmission utilisés dans la conception du robot.

Cette modification permet de réduire considérablement le jeu mécanique et d'améliorer la qualité de transmission du mouvement. Les cannelures assurent une transmission uniforme et fiable du couple entre les arbres, tout en permettant un léger déplacement axial sans perte de contact. Les roulements, quant à eux, diminuent les frottements, améliorent le guidage et permettent des vitesses de déplacement plus élevées, tout en maintenant une grande précision. Cette configuration offre également une meilleure tolérance aux désalignements légers, réduisant les contraintes locales et l'usure prématurée des composants. L'ensemble de ces améliorations contribue à augmenter la fiabilité du robot et à simplifier la maintenance [16].



(a) Boîtes d'engrenages compactes à angle droit

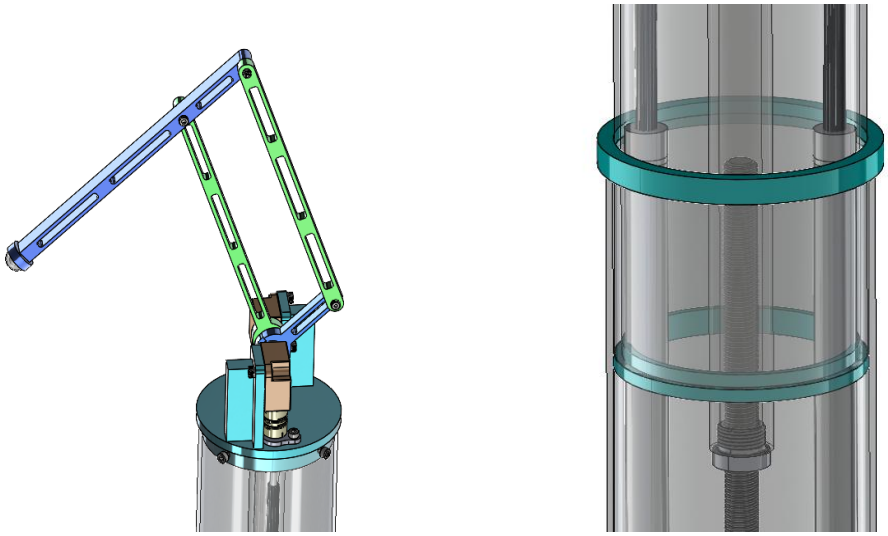
(b) Cannelures manchon et roulements

Figure 3.3. Composants de transmission utilisés dans la conception du robot.

Les actionneurs rotatifs sont fixés à la base du robot afin de réduire la masse des parties mobiles et d'améliorer les performances dynamiques globales (voir Figure 3.2.a). Pour permettre un contrôle efficace du sous-mécanisme parallèle et adapter l'orientation des moteurs à la géométrie du robot, deux boîtes d'engrenages compactes à angle droit ont été intégrées et fixées sur la deuxième base mobile (voir figure 3.3.a). Ces boîtes permettent de changer la direction du mouvement de 90 degrés sans modifier la vitesse ni le couple,

garantissant que les articulations du mécanisme parallèle soient correctement commandées. Lubrifiées de manière permanente, elles réduisent les besoins en maintenance et augmentent la fiabilité globale du système.

Par ailleurs, la structure du robot comprend deux éléments télescopiques, permettant d'ajuster la configuration géométrique du robot selon les besoins de l'application, tout en maintenant une rigidité suffisante pour les tâches de mesure ou d'inspection. L'effecteur final est conçu pour recevoir un capteur de type caméra, ce qui rend le système particulièrement adapté aux applications d'inspection visuelle, de mesure précise et de contrôle dimensionnel dans des environnements confinés ou difficiles d'accès.



(a) Plateforme parallèle (b) Tubes ronds télescopiques

Figure 3.4. Les structures utilisées dans la conception préliminaire du robot.

Le modèle CAO du robot est présenté à la Figure 3.5. Ce modèle permet de visualiser l'ensemble de l'architecture hybride, y compris l'articulation prismatique, le sous-mécanisme parallèle et les éléments télescopiques. Il offre une représentation claire des positions relatives des différents composants et aide à comprendre le fonctionnement global du robot. Grâce au modèle CAO, il est également possible de simuler les mouvements du

robot et de vérifier les interactions entre les pièces avant la fabrication du prototype, ce qui contribue à optimiser la conception et à anticiper d'éventuels problèmes mécaniques.



Figure 3.5. Conception CAO du robot proposé.

3.3 ANALYSE CINÉMATIQUE

Le schéma général du robot proposé est illustré à la Figure 3.1. Dans le modèle cinématique, l'indice i = 1, 2, 3 désigne l'ordre des articulations du robot. Un repère fixe est défini en *O*, et tous les vecteurs sont exprimés par rapport à ce repère. Trois actionneurs indépendants assurent la commande des variables articulaires d_1, θ_2 et θ_3. Ainsi, le vecteur des coordonnées articulaires est défini comme suit :

$$\boldsymbol{q} = \begin{bmatrix} d_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

Les coordonnées cartésiennes du robot sont définies comme suit :

$$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \phi \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Où l'orientation de l'effecteur est définie par $\phi = \theta_2 - \theta_3$.

Dans ce modèle, d_1 représente le déplacement du joint prismatique selon l'axe vertical y, tandis que θ_2 et θ_3 correspondent respectivement aux angles des premier et deuxième joints rotatifs. Les paramètres géométriques l_2 et l_3 désignent les longueurs des deux liens du mécanisme planaire. L'axe x est horizontal, et l'axe y est vertical, aligné avec la direction du mouvement du joint prismatique.

3.3.1 Cinématique Directe :

La détermination de la position de l'effecteur final repose sur le calcul des positions successives des articulations du robot. Le point $\boldsymbol{Q}_1$, correspondant à l'extrémité du joint prismatique, est donné par :

$$\boldsymbol{Q}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ d_1 \end{bmatrix} \tag{3.3}$$

Le point $\boldsymbol{Q}_2$, représentant l'extrémité du premier lien rotatif, s'exprime comme :

$$\boldsymbol{Q}_2 = \begin{bmatrix} l_2 cos\,\theta_2 \\ d_1 + l_2 sin\,\theta_2 \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

La position de l'effecteur final $\boldsymbol{Q}_3$ est obtenue en ajoutant la contribution du second lien :

$$\boldsymbol{Q}_3 = \begin{bmatrix} l_2 cos\,\theta_2 + l_3 cos(\theta_2 - \theta_3 + \pi) \\ d_1 + l_2 \sin\theta_2 + l_3 \sin(\theta_2 - \theta_3 + \pi) \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

En simplifiant les expressions trigonométriques, la position cartésienne de l'effecteur final $\boldsymbol{p} = (x, y, \phi)$ s'écrit :

$$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 \cos\theta_2 - l_3 cos(\theta_2 - \theta_3) \\ d_1 + l_2 \sin\theta_2 - l_3 \sin(\theta_2 - \theta_3) \\ \theta_3 - \pi \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

Ces équations constituent le modèle de la cinématique directe du robot.

3.3.2 Équation de vitesse et matrices Jacobiennes :

Les coordonnées cartésiennes de l'effecteur final sont notées (x, y) et la vitesse de l'effecteur est :

$$\boldsymbol{v} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

La relation fondamentale de la cinématique différentielle s'écrit :

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})\, \dot{\boldsymbol{q}} \tag{3.8}$$

Où $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q})$ est la matrice Jacobienne et $\dot{\boldsymbol{q}} = [\dot{d}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3]^T$ le vecteur des vitesses articulaires.

La matrice Jacobienne se construit à partir des dérivées partielles des coordonnées cartésiennes par rapport aux coordonnées articulaires :

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial d_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y}{\partial d_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial \phi}{\partial d_1} & \frac{\partial \phi}{\partial \theta_2} & \frac{\partial \phi}{\partial \theta_3} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

En remplaçant les dérivées partielles par les expressions calculées à partir des équations de position :

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -l_2 sin\,\theta_2 + l_3 sin(\theta_2 - \theta_3) & -l_3 sin(\theta_2 - \theta_3) \\ 1 & l_2 cos\,\theta_2 - l_3 cos(\theta_2 - \theta_3) & -l_3 cos(\theta_2 - \theta_3) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ainsi, les vitesses cartésiennes de l'effecteur sont obtenues en dérivant les équations de position par rapport au temps :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}(\boldsymbol{q}) \begin{bmatrix} \dot{d}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

En développant, l'équation des vitesses de l'effecteur final devient :

$$\dot{x} = (-l_2 \sin\theta_2 + l_3 \sin(\theta_2 - \theta_3))\,\dot{\theta}_2 - l_3 \sin(\theta_2 - \theta_3)\,\dot{\theta}_3 \quad (3.12)$$

$$\dot{y} = \dot{d}_1 + (l_2 \cos\theta_2 - l_3 \cos(\theta_2 - \theta_3))\,\dot{\theta}_2 + l_3 \cos(\theta_2 + \theta_3)\;\dot{\theta}_3$$

$$\dot{\phi} = \dot{\theta}_3$$

Ces équations constituent la cinématique différentielle du robot.

3.3.3 Problème Géométrique Inverse (PGI)

La résolution du problème géométrique inverse (PGI) consiste à déterminer les variables articulaires $(d_1, \theta_2, \theta_3)$ permettant d'atteindre une position cartésienne donnée (x, y) de l'effecteur final. Le schéma géométrique du robot PRR, illustré à la Figure. 3.6, est utilisé pour établir une solution analytique basée sur une construction plane et l'application de la loi des cosinus.

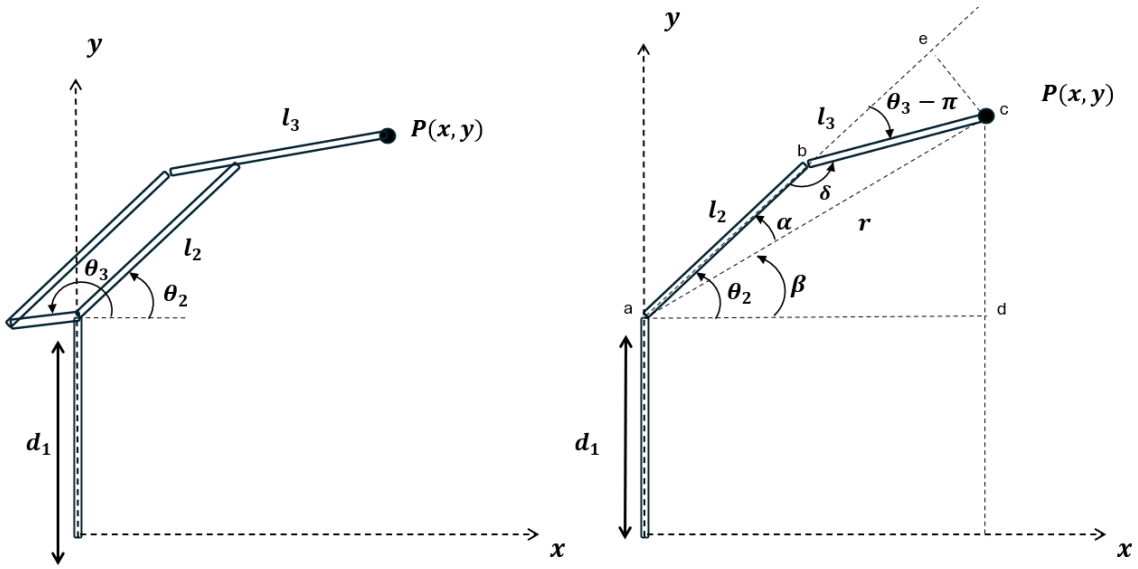


Figure 3.6. Description géométrique du robot pour l'inverse cinématique.

Le schéma de description géométrique du robot PRR peut être résolu analytiquement à l'aide d'une construction géométrique plane basée sur la loi des cosinus. Il révèle une structure articulée composée de plusieurs triangles interconnectés. L'analyse de cette configuration géométrique permet d'établir les relations nécessaires à la résolution du PGI.

L'étude du problème inverse montre l'existence de deux configurations cinématiques distinctes pour chaque point atteignable.

À partir des équations de position de l'effecteur final :

$$x = l_2 cos\theta_2 - l_3 cos(\theta_2 - \theta_3) \tag{3.13}$$

$$y = d_1 + l_2 sin\theta_2 - l_3 sin(\theta_2 - \theta_3)$$

$$\phi = \theta_3 - \pi$$

On introduit une nouvelle variable $y' = y - d_1$, ce qui permet de réécrire :

$$x = l_2 cos\theta_2 - l_3 cos(\theta_2 - \theta_3) \tag{3.14}$$

$$y' = l_2 sin\theta_2 - l_3 sin(\theta_2 - \theta_3)$$

Ces relations décrivent la position du sommet d'un triangle formé par les deux liens du mécanisme. En posant :

$$r = \sqrt{x^2 + y'^2} \tag{3.15}$$

En appliquant la loi des cosinus, on obtient :

$$r^2 = l_2^2 + l_3^2 - 2L_2L_3\cos\delta \tag{3.16}$$

Avec $\delta = 2\pi - \theta_3$, donc :

$$\cos\theta_3 = \frac{l_2^2 + l_3^2 - r^2}{2l_2l_3} \tag{3.17}$$

L'angle θ_3 admet alors deux solutions correspondant à deux configurations cinématiques distinctes :

$$\theta_3 = \arccos\left(\frac{l_2^2 + l_3^2 - r^2}{2l_2l_3}\right) \tag{3.18}$$

L'angle θ_2 est ensuite déterminé à partir d'une décomposition géométrique.

$$\theta_2 = \alpha - \beta \tag{3.19}$$

Où :

$$\alpha = atan2(y', x) \tag{3.20}$$

L'angle β est l'angle entre la diagonale r et la projection du vecteur P_X dans le plan horizontal :

$$\beta = atan2(-l_3 sin\theta_3, l_2 - l_3 cos\theta_3) \tag{3.21}$$

Correspond à l'angle interne du triangle cinématique. Ainsi, θ_2 s'exprime finalement comme :

$$\theta_2 = \text{atan2}(y', x) - \text{atan2}(-l_3 \sin\theta_3, l_2 - l_3 \cos\theta_3) \tag{3.22}$$

Et finalement

$$\phi = \arccos\left(\frac{l_2^2 + l_3^2 - r^2}{2 l_2 l_3}\right) - \pi \tag{3.23}$$

Ces équations permettent de déterminer analytiquement les variables articulaires pour une position donnée de l'effecteur final, en tenant compte des deux configurations possibles du mécanisme.

3.3.4 Analyse des singularités

La singularité cinématique du robot apparaît lorsque le déterminant de la matrice jacobienne s'annule. Dans le cas du mécanisme étudié, cette condition s'écrit :

$$\det(\mathbf{J}) = l_2 l_3 \sin(\theta_3 - \theta_2) = 0 \tag{3.24}$$

Ce qui conduit aux configurations suivantes :

$$\theta_3 - \theta_2 = 0 \text{ ou } \theta_3 - \theta_2 = \pi \tag{3.25}$$

Cette condition correspond à la colinéarité des deux liens, c'est-à-dire que les bras sont alignés sur le même axe. Dans ces positions, l'effecteur perd un degré de liberté, la jacobienne devient non inversible et les efforts transmis aux actionneurs augmentent fortement.

La singularité structurelle de type II, qui se produit habituellement dans les robots parallèles lorsque les lignes d'action des bras deviennent linéairement dépendantes, n'apparaît pas indépendamment, car l'effecteur est totalement contraint par les deux chaînes. Ainsi, la seule singularité critique pour ce robot est la singularité de type I, définie par l'alignement des deux liens [1].

3.4 PROTOTYPAGE ET FONCTIONNEMENT

Les paramètres du robot sont généralement déterminés par un processus d'optimisation qui prend en compte différentes contraintes, telles que les singularités ou les limites des entrées. Pour cette étude, les auteurs se sont concentrés sur la démonstration du fonctionnement de la conception proposée, et les valeurs indiquées dans le Tableau 3.1 ont été choisies à cet effet.

Tableau 3.1. Paramètres et plages d'entrée du robot proposé.

Paramètres/Entrées	**Valeur/Plage**
l_1	45 (mm)
l_2	150 (mm)
l_3	125 (mm)
δ	615 (mm)
d_1	0-340 (mm)
θ_2	45 à 135 (deg)
θ_3	(θ_2+15) à (θ_2 +150) (deg)

La limite plane de l'espace de travail a été établie en considérant la cinématique du mécanisme à cinq barres. Elle correspond à l'ensemble des positions que l'extrémité du robot peut atteindre sans dépasser les contraintes imposées par sa géométrie et ses articulations. La Figure 3.7 illustre clairement cette zone, mettant en évidence les positions extrêmes possibles du système. La surface de cette région est approximativement de S=$8.55\times10^4(mm^2)$, ce qui permet d'évaluer quantitativement l'étendue du domaine de déplacement disponible pour le robot.

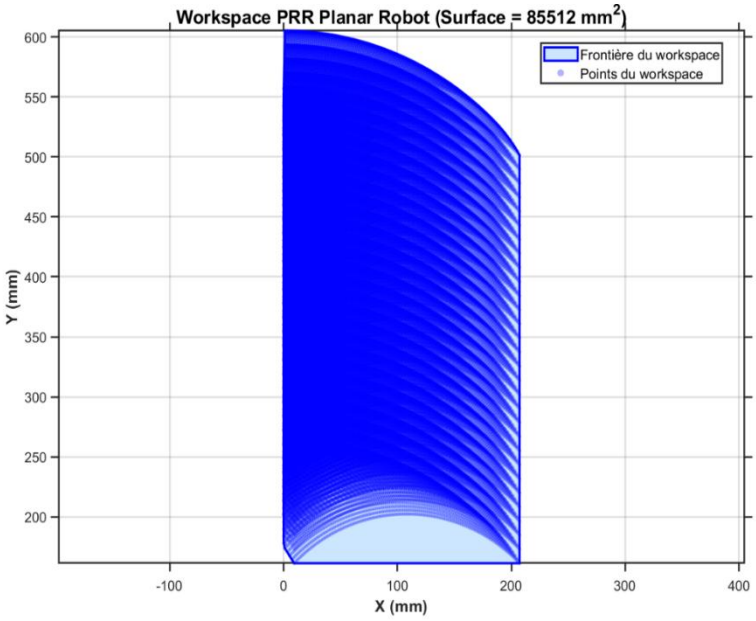


Figure 3.7. L'espace de travail du robot proposé.

Les auteurs ont réalisé une simulation complète dans SolidWorks afin de vérifier le fonctionnement du robot dans différentes conditions de travail (Voir la figure 3.8). Cette simulation permet de visualiser et d'analyser les mouvements du robot lorsqu'il effectue des tâches d'inspection dans des espaces confinés, là où l'accès humain serait difficile ou dangereux. Grâce à cet outil, il est possible de contrôler la précision des déplacements, la trajectoire de l'effecteur et le comportement global de l'architecture hybride avant la fabrication du prototype.

La simulation a également été enregistrée sous forme de vidéo, ce qui permet de présenter de manière claire et interactive le fonctionnement du robot. Cette vidéo de démonstration accompagne l'article et illustre concrètement la capacité du robot à se déplacer dans des environnements restreints tout en respectant les contraintes mécaniques et spatiales. Elle constitue un support précieux pour comprendre le comportement dynamique du robot et pour évaluer l'efficacité de son design dans des conditions réelles de travail.

La vidéo de démonstration et les fichiers de simulation sont accessibles à l'adresse suivante : https://youtu.be/HjVI8hrwBEo

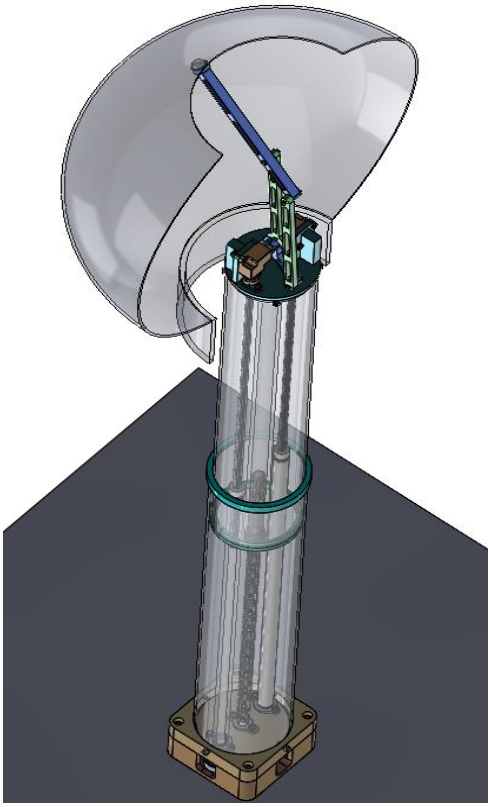


Figure 3.8. Démonstration d'un robot d'inspection dans des espaces confinés sous SolidWorks.

3.5 CONCLUSION :

Ce chapitre présente un robot hybride conçu pour l'inspection dans les espaces confinés. Il combine un mécanisme parallèle, une articulation prismatique et des parties télescopiques, offrant une structure compacte, modulable et solide. Tous les actionneurs sont fixés sur le bâti, ce qui simplifie la maintenance et renforce la rigidité du robot. Le modèle CAO développé permet de visualiser tous les composants, de comprendre le fonctionnement global et de simuler les mouvements avant la fabrication, ce qui facilite la conception et la validation des pièces.

La cinématique du robot a été analysée et son espace de travail étudié. Un prototype numérique a été réalisé sous SolidWorks, et des simulations de mouvement ont été effectuées pour vérifier la faisabilité des tâches d'inspection et anticiper les interactions entre les pièces. Ces étapes ont permis de confirmer que le robot peut fonctionner de manière efficace dans des environnements confinés tout en respectant les contraintes mécaniques.

Par rapport à la version précédente, plusieurs améliorations ont été apportées. L'utilisation de cannelures, de manchons et de roulements a réduit le jeu mécanique dans les articulations, améliorant ainsi la précision et la stabilité du robot. De plus, la singularité du mécanisme a été étudiée, garantissant un fonctionnement fiable dans l'espace de travail. Ces améliorations contribuent à rendre le robot plus robuste et adapté aux applications industrielles réelles.

Des optimisations supplémentaires restent possibles pour maximiser l'espace de travail et adapter le robot à chaque application spécifique. L'accent pourra être mis sur l'ajustement des paramètres mécaniques et géométriques pour améliorer encore la précision, la sécurité et la fiabilité. Ces efforts permettront au robot d'être plus efficace et performant lors des inspections dans des espaces confinés.

REFERENCES DU CHAPITRE 3

[1] Siciliano, B., & Khatib, O. (2016). *Springer Handbook of Robotics*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-32552-1.

[2] International Federation of Robotics. (2023). *World Robotics Report 2023*.

[3 Merlet, J.-P. (1992). Direct kinematics and assembly modes of parallel manipulators. *The International Journal of Robotics Research, 11*(2), 150–162.

[4] Zanganeh, E., & Angeles, J. (2000). Kinematics of a hybrid (parallel–serial) robot manipulator. *Mechanism and Machine Theory*.

[5 Groover, M. P. (2015). *Automation, Production Systems, and Computer-Integrated Manufacturing*. Pearson.

[6] Zhang, D., Li, X., Wang, Y., & Chen, J. (2018). Analysis and optimization of a spatial parallel mechanism for a new 5-DOF hybrid serial-parallel manipulator. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. https://doi.org/10.1186/s10033-018-0251-4.

[7] Bonev, I. A. (2007). *Les robots parallèles : de la recherche vers les applications*. École de technologie supérieure.

[8] KUKA Robotics GmbH. (n.d.). *KR 40 PA – Robot de palettisation*. https://www.kuka.com/en-ca/products/robotics-systems/industrial-robots/kr-40-pa.

[9] ABB. (n.d.). *IRB 460 – High speed palletizing robot*. https://www.abb.com/global/en/areas/robotics/products/robots/articulated-robots/medium-robots/irb-460.

[10] FANUC America. (n.d.). *M-10 series industrial robots – Specifications*. https://www.fanucamerica.com/products/robots/series/m-10.

[11] Murphy, R. R. (2000). *Introduction to AI Robotics*. MIT Press.

[12 Gasparetto, A., & Scalera, L. (2019). A brief history of industrial robotics in the 20th century. *Advances in Historical Studies, 8*(1), 24–35. https://doi.org/10.4236/ahs.2019.81003.

[13] Singh, A. R., et al. (2022). Autonomous exploration of confined subterranean spaces. *Robotics and Autonomous Systems, 157*. https://doi.org/10.1016/j.robot.2022.103774.

[14] Halder, S., & Afsari, K. (2023). Robots in inspection and monitoring of buildings and infrastructure. *Applied Sciences, 13*(4), 2304. https://doi.org/10.3390/app13042304.

[15] Souayah, H. E., Nguyen, T. S., Brousseau, J., & Méthot, J. C. (2025). Design and prototyping of a new 3-DOF SCARA-like robot. In E. Lanteigne & S. Nokleby (Eds.), *Proceedings of the 2025 CCToMM Symposium on Mechanisms, Machines, and Mechatronics, 184.* Springer.

[16] McMaster-Carr. (n.d.). Sleeve splines and bearings. Retrieved April 2026, from https://www.mcmaster.com/products/sleeve-splines-and-bearings/sleeve-splines-and-bearings-1~.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce mémoire s'inscrit dans le domaine de la robotique industrielle, en particulier dans le développement de solutions robotiques destinées aux opérations de pick-and-place à grande vitesse ainsi qu'aux tâches d'inspection dans des espaces confinés. Dans un contexte où les systèmes automatisés doivent être à la fois rapides, précis, compacts et fiables, ce travail de recherche avait pour objectif principal de concevoir et d'analyser de nouvelles architectures robotiques capables de répondre à ces exigences tout en restant adaptées aux contraintes industrielles réelles.

Pour atteindre cet objectif, trois problématiques distinctes mais complémentaires ont été abordées. Elles ont permis d'explorer différentes approches de conception, notamment à travers l'utilisation d'architectures hybrides et parallèles, afin de combiner leurs avantages respectifs et de dépasser certaines limites des robots conventionnels.

Dans un premier temps, le travail s'est concentré sur la conception d'un robot hybride de type SCARA à trois degrés de liberté. Cette architecture repose sur l'association d'un mécanisme planaire à cinq barres et d'une articulation prismatique, ce qui permet de combiner la rigidité et la rapidité des mécanismes parallèles avec la simplicité de commande des structures sérielles. L'une des idées centrales de cette conception consiste à fixer l'ensemble des actionneurs sur la base, ce qui réduit les masses en mouvement et améliore les performances dynamiques du robot. Les analyses cinématiques réalisées, ainsi que les simulations développées, ont montré que cette solution est bien adaptée aux applications de pick-and-place. En complément de ces travaux théoriques, un prototype physique du robot a également été conçu et réalisé afin de valider la faisabilité mécanique de l'architecture proposée et de préparer les futures phases d'essais expérimentaux. De plus, le remplacement du système initial de transmission par des cannelures de manchon a permis de réduire fortement le jeu mécanique et d'améliorer la précision du mouvement. Toutefois, certaines

limites ont été identifiées, notamment la présence de singularités dans le mécanisme planaire, rendant la planification des trajectoires plus complexe dans certaines configurations.

Dans un second temps, une architecture parallèle innovante de type 3−RRRS à six degrés de liberté a été étudiée. Inspirée des robots de type Delta, cette configuration vise à offrir une grande capacité de mouvement dans l'espace, tout en maintenant une bonne rigidité et une faible masse en mouvement. L'analyse cinématique complète, incluant la modélisation directe et inverse ainsi que l'étude des singularités, a permis de mieux comprendre le comportement global du robot et d'identifier les zones critiques de son espace de travail. Les résultats obtenus à partir des simulations montrent que le robot est capable d'exécuter des trajectoires complexes avec une précision satisfaisante. Cependant, certaines contraintes subsistent, en particulier la limitation de l'espace de travail orientable due aux singularités de type II, ainsi que les restrictions liées à la conception des articulations, qui ne reproduisent pas parfaitement le comportement d'une articulation sphérique idéale. Malgré ces limites, cette étude constitue une base solide pour des travaux d'optimisation et pour le développement futur de stratégies de commande plus avancées.

Enfin, le troisième axe de recherche a porté sur la conception d'un robot hybride planaire à trois degrés de liberté, destiné aux applications d'inspection dans des environnements confinés. Cette architecture combine une articulation prismatique avec un mécanisme parallèle, permettant d'obtenir un système à la fois compact, rigide et flexible. Une attention particulière a été accordée à l'amélioration des performances mécaniques, notamment par la réduction des jeux dans les articulations grâce à des solutions techniques adaptées. Les analyses cinématiques et les simulations ont permis de valider la faisabilité du robot et de démontrer sa capacité à évoluer efficacement dans des espaces restreints. Les résultats obtenus confirment que cette configuration est pertinente pour les tâches d'inspection, tout en mettant en évidence la nécessité d'optimiser certains paramètres afin d'améliorer encore les performances globales du système.

Dans l'ensemble, les travaux réalisés dans ce mémoire permettent de valider les hypothèses de départ. Ils montrent que l'utilisation d'architectures hybrides et parallèles

constitue une approche pertinente pour améliorer les performances des robots industriels, notamment en termes de vitesse, de précision et de compacité. Chaque solution proposée répond à des besoins spécifiques, tout en illustrant les compromis nécessaires entre complexité mécanique, espace de travail et robustesse.

Cependant, ce travail ouvre également plusieurs perspectives intéressantes pour des recherches futures. Tout d'abord, des études d'optimisation plus poussées pourraient être menées afin d'améliorer la conception géométrique des robots et d'augmenter leur espace de travail tout en réduisant l'impact des singularités. Ensuite, le développement de stratégies de commande adaptées, en particulier pour les architectures parallèles complexes, représenterait une étape importante vers une utilisation industrielle concrète. Par ailleurs, la réalisation de prototypes physiques et leur validation expérimentale permettraient de confirmer les résultats obtenus en simulation et d'évaluer le comportement réel des systèmes en conditions d'utilisation. Enfin, l'adaptation de ces robots à des applications spécifiques, en tenant compte des contraintes industrielles (environnement, charges, précision requise), constitue une voie prometteuse pour leur intégration dans des systèmes de production modernes.

En conclusion, ce mémoire apporte une contribution significative au domaine de la robotique industrielle en proposant des architectures innovantes et en fournissant une analyse approfondie de leurs performances. Il met en évidence l'intérêt des approches hybrides et parallèles pour répondre aux défis actuels de l'automatisation, tout en ouvrant la voie à de futures améliorations visant à concevoir des robots encore plus performants, fiables et adaptés aux besoins évolutifs de l'industrie.