



**ASYMÉTRIE DU TRANSPORT D'EKMAN D'UN JET OCÉANIQUE FORCÉ PAR  
LE VENT**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ**  
dans le cadre du programme de maîtrise en océanographie  
en vue de l'obtention du grade de maître ès sciences

PAR  
**©KEVIN DUQUETTE**

**Octobre 2021**



**Composition du jury :**

**[Cedric Chavane], président du jury, [Université d'attache]**

**[Louis-Philippe Nadeau], directeur de recherche, [Université du Québec à Rimouski]**

**[Daniel Bourgault], codirecteur de recherche, [Université du Québec à Rimouski]**

**[David Straub], examinateur externe, [Université d'attache]**

Dépôt initial le 18 décembre 2020

Dépôt final le 24 août 2021

# UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI

Service de la bibliothèque

## Avertissement

La diffusion de ce mémoire ou de cette thèse se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire « *Autorisation de reproduire et de diffuser un rapport, un mémoire ou une thèse* ». En signant ce formulaire, l'auteur concède à l'Université du Québec à Rimouski une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de son travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, l'auteur autorise l'Université du Québec à Rimouski à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de son travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits moraux ni à ses droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, l'auteur conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont il possède un exemplaire.

[ We are the first generation to feel the effect of climate change and the last generation who can do something about it.

Barack Obama]

## **REMERCIEMENTS**

J'aimerais remercier toutes les personnes ayant été impliquées directement ou indirectement à la réalisation de ce mémoire. Plus précisément, merci à mon directeur Louis-Philippe Nadeau qui a su me conseiller, m'endurer et m'encourager dans toutes les étapes de cette recherche. Merci à David Straub qui a toujours su arriver avec des explications mathématiques à mes problèmes et Bruno Tremblay pour son support et les conseils. Merci à Pascal Bourgault avec qui j'ai pu travailler sur le projet et l'article concernant les flux de chaleur. Merci à Jean-François Beaudoin d'avoir été un collègue de bureau et de congrès incroyable. Merci à tous mes différents colocataires que j'ai eus durant ma maîtrise : Gucci, Antho, Martin et Marie, Félix et Aurélie, Hugo et Caro. Merci à tous mes collègues à l'Ismer, au Nemo et ceux qui ont rendu cette vie universitaire des plus divertissantes.

## RÉSUMÉ

La majorité des formulations suggérées pour une couche d'Ekman non-linéaires proposent une asymétrie grandissante entre le pompage positif et négatif au fur et à mesure que le nombre de Rossby ( $\epsilon = \zeta/f_0$ ) augmente. Ici, une asymétrie similaire est considérée en utilisant une modélisation des grands tourbillons « Large Eddy Simulation » pour un domaine idéalisé. Un vent ayant une forme sinusoïdale est appliqué à la surface d'un domaine périodique avec une résolution uniforme et isotrope de taille  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 3m$ . Les solutions démontrent que l'asymétrie se développe même sans présence de courant géostrophique pré-existant. La présence d'un fort forçage à la surface permet une advection fortement non-linéaire dans la couche d'Ekman. Les vitesses verticales positives sont affaiblies alors que les vitesses verticales négatives sont amplifiées. On observe aussi un nombre important d'ondes quasi-inertielles sous le forçage anticyclonique lorsque la valeur du nombre de Rossby approche l'unité. À cette valeur, une transition plutôt soudaine s'effectue entre un régime dominé par la présence d'ondes quasi-inertielles et un régime dominé par la présence d'un jet. Ceci suggère que le nombre de Rossby caractérisant l'écoulement doit tenir compte d'une partie due au forçage. Dans le cas d'un forçage sinusoïdal, ces deux nombres semblent être également additifs pour caractériser la non-linéarité. Une interprétation, des phénomènes physiques impliqués sont proposés. Finalement, bien que la variance d'un vent sur 10 km implique de petites cisailles, d'autres forçages tels que la cisaille de la banquise pourraient produire des phénomènes similaires à ceux étudiés ici. Les conséquences possibles sur le mélange vertical et le transport de masse sont aussi discutées.

Mots clés : Ekman, asymétrie, non-linéaire, pompage, vent, remontée, Rossby.

## ***ABSTRACT***

Most formulations that have been suggested for the nonlinear Ekman layer predict a growing asymmetry between the amplitude of the up- and downwelling as the Rossby number ( $Ro = \zeta/f$ ) increases. Here, this asymmetry is considered in explicit solutions of a nonlinear Ekman layer in large eddy simulations of a deep mixed layer on an f-plane. A sinusoidal wind stress is applied at the surface of a 10 km wide periodic domain. Resolution is uniform, with  $dx=dz=3$  m. Equilibrium solutions are first considered, and the observed asymmetry is found to be much stronger than that predicted by any of the previous formulations. As  $Ro$  approaches unity, the upwelling part of the domain becomes increasingly diffused/weak and the maximum vertical velocities tend to half the value predicted by linear Ekman theory. By contrast, as  $Ro$  tends to -1, the downwelling part of the domain becomes increasingly narrow/amplified, and the maximum vertical velocities grow exponentially with  $-Ro$ , reaching values over an order of magnitude larger than those predicted by linear Ekman theory. These equilibrium solutions are unstable to small perturbations, yielding strong inertial oscillations and turbulence. A mechanistic interpretation of the asymmetry is also discussed.

**Keywords** : Ekman, pumping, asymmetry, upwelling, downwelling, Rossby number, turbulence, nonlinear, vortex, wind.



## *TABLE DES MATIÈRES*

REMERCIEMENTS . . . . .	vi
RÉSUMÉ . . . . .	vii
ABSTRACT . . . . .	viii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	ix
Liste des tableaux . . . . .	xi
Liste des figures . . . . .	xii
Liste des abréviations . . . . .	xiv
Liste des symboles . . . . .	xv
INTRODUCTION GÉNÉRALE . . . . .	1
0.0.1 Ekman linéaire . . . . .	2
0.0.2 Nombre de Rossby . . . . .	5
0.0.3 Ekman non-linéaire . . . . .	7
0.0.4 Ekman non-linéaire généré par le forçage . . . . .	9
0.0.5 Hypothèse et objectifs . . . . .	11
ARTICLE 1	
UPWELLING-DOWNWELLING ASYMETRY FOR A NONLINEAR EKMAN LAYER	12
1.1 Résumé . . . . .	12
1.1.1 Résumé en français du premier article . . . . .	12
1.1.2 Abstract . . . . .	13
1.2 Introduction . . . . .	15
1.3 Model configuration . . . . .	18
1.3.1 Forcing and initial conditions . . . . .	19
1.3.2 Rossby number . . . . .	20
1.3.3 Model verification . . . . .	21
1.4 Results . . . . .	22
1.4.1 Phenomenology of stress-dominated regime . . . . .	22
1.4.2 Phenomenology of geostrophy-dominated regime . . . . .	25

1.4.3	Addition of both regimes . . . . .	27
1.5	3D simulations . . . . .	34
1.6	Discussion . . . . .	38
1.7	Conclusion . . . . .	41
CONCLUSION GÉNÉRALE . . . . .		42
1.8	Conclusion . . . . .	42
RÉFÉRENCES . . . . .		45

***LISTE DES TABLEAUX***

## *LISTE DES FIGURES*

- 1    Couche d'Ekman de surface et de fond. La couche de surface est générée par une contrainte à la surface alors que celle du fond est générée par la friction au fond du domaine. Le «upwelling» et le «downwelling» sont représentés par les flèches rouges et bleues respectivement, le transport d'Ekman par les flèches vertes alors que la circulation secondaire est représentée par  $U_g$ . . . . . 6
- 2    Vertical velocities (left panels) and absolute vorticity (right panels) of three for three Ekman Rossby numbers( $\epsilon_e = 1 \times 10^{-2}, 5 \times 10^{-1}, 1 \times 10^0$  from top to bottom). Dash line on left panels are associated with the zone shown on the right panel and the aspect ratio is not conserved. The absolute vorticity ( $f_0 + \zeta$ ) on right panels are mainly positive and equal to  $f_0$  because background vorticity is weak (no barotrope current). Zone of null absolute vorticity ( $f_0 + \zeta = 0$ ) is prone to inertial instability. Amplitude (A) of each colormap is indicated in each corner. . . . . 24
- 3    The root means square of maximal vertical velocities ( $w_{rms}$ ) under downwelling region (left panels) and upwelling region (right panels) as function of the Ekman Rossby number (top panels) and geostrophic Rossby number (bottom panels). Dash-dot line shows linear Ekman theory while the dash line represents a variation of Stern equation where the geostrophic Rossby number has been replaced by the Rossby number shown on the X axis. Each  $w_{rms}$  value is taken at six Ekman periods for top panels and after 3 inertial periods for the bottom panel.  $w_{rms}$  are spatially averaged over 10 meters wide at the bottom of the Ekman layer and temporally averaged over one inertial period to filter inertial oscillations. . . . . 29
- 4    Hovmöller of the spatial vertical velocities at a depth of 12 meters as a function of time. Left panels are related to  $\epsilon_e = 0.01$  and right panels to  $\epsilon_e = 1$ . Top panels are without a ramp-up in wind stress curls amplitude whereas bottom panels include a ramp-up of four inertial periods. . . . . 30
- 5    Vertical velocities (left panels) and absolute vorticity (right panels) of three geostrophic Rossby numbers( $\epsilon_g = 1e^{-2}5e^{-1}1e^0$  from top to bottom). Dash line on left panels are associated with the zone shown on the right panel and the aspect ratio is not conserved. Zone of null absolute vorticity ( $f_0 + \zeta = 0$ ) is prone to inertial instability. Amplitude (A) of each colormap is indicated in each corner. Amplitude has been chosen to fit similar saturation of figure 2 for a better comparison. . . . . 31

- 6 Top panel shows the total Rossby number as a function of time, dash-line point out when the total Rossby number reach unity. The Ekman Rossby number is fixed at initial value but geostrophy increases linearly in time. All three other panels show a Hovmöller of the spatial vertical velocities at a depth of 12 meters as a function of time for three different Ekman Rossby numbers. Dash line indicates when the total Rossby numbers reach unity. . . . . 32
- 7 The root mean square of maximal vertical velocities ( $w_{rms}$ ) under downwelling region (left panel) and upwelling region (right panel) as function of  $\epsilon_{tot}$ . Dash line show represents a variation of the Stern's equation where the geostrophic Rossby number have been replaced by the total Rossby number. Each  $w_{rms}$  value represent time averaged over one inertial period and spatially averaged at 50 meters wide at a depth of 12 meters. . . . . 33
- 8 Vertical slices on left panels and horizontal slice on right panels of U,V and W from top to bottom respectively of a three-dimensional simulation with a characteristic Ekman Rossby number of  $\epsilon_e = 10$ . Vertical slices are taken in the middle of the domain whereas horizontal slice is taken at a depth of 12 meters. The domain of the simulation is  $L_x = 5km$ ,  $L_y = 500m$  and  $L_z = 375m$  with  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 5m$ . Top six panels shown the state of the simulation after half an inertial period whereas bottom 6 panels show the simulation after one complete inertial period. . . . . 36
- 9 Vertical slices on left panels and horizontal slice on right panels of U,V and W from top to bottom respectively of a three-dimensional simulation with a characteristic Ekman Rossby number of  $\epsilon_e = 10$  and a geostrophic current characterized by  $\epsilon_g = 10$ . Vertical slices are taken in the middle of the domain whereas horizontal slice is taken at a depth of 12 meters. The domain of the simulation is  $L_x = 5km$ ,  $L_y = 500m$  and  $L_z = 375m$  with  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 5m$ . Top six panels shown the state of the simulation after half an inertial period whereas bottom 6 panels show the simulation after one complete inertial period. 37

## ***LISTE DES ABRÉVIATIONS***

**LES** Large Eddy Simulations

**WRMS** Root Mean Square Vertical Velocity

**NIW** Near-Inertial Waves

**SHEBA** Surface Heat Budget of the Arctic Ocean

**ASL** Arctic Surface Layer

**AW** Atlantic Water

**CHL** Cold Intermediate Layer

**NSTM** Near Surface Temperature Maximum

**LKF** Linear Kinematic Features

**MITgcm** MIT General Circulation Model

## *LISTE DES SYMBOLES*

- $\epsilon$  Le nombre de Rossby
- $\epsilon_e$  Le nombre de Rossby associé au vent
- $\epsilon_g$  Le nombre de Rossby associé à la géostrophie
- $u$  Composante de vitesse
- $u_g$  Composante de vitesse géostrophique
- $u_e$  Composante de vitesse dans la couche frontière
- $f_0$  Paramètre de Coriolis
- $\rho_0$  Densité
- $p$  Pression
- $\nu$  Viscosité cinématique turbulente
- $A\nu$  Viscosité turbulente verticale
- $\tau$  Stress de surface
- $\tau_0$  Amplitude du stress de surface
- $\delta_e$  Profondeur de la couche frontière
- $Me$**  Transport de masse
- $w_e$  Vitesse verticale d'Ekman linéaire
- $U$  Vitesse caractéristique de l'écoulement
- $L$  Longueur caractéristique de l'écoulement
- $\zeta$  Vorticité relative verticale
- $\zeta_e$  Vorticité relative verticale associée au vent
- $\zeta_g$  Vorticité relative verticale associée au courant géostrophique
- $\omega$  Vorticité relative

$w_s$  Vitesse verticale de Stern

$Lx$  La largeur du domaine

$w^*$  Vitesse verticale reprenant l'équation Stern modifiée



## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Le vent soufflant sur la surface de l'océan est la principale source d'énergie pour les courants océaniques. Par le biais de la force de friction, cette énergie se transfère de l'atmosphère à la surface de l'océan. Soumise à la contrainte du vent, la surface se met en mouvement, la friction entre les différentes couches océaniques s'y oppose et la force de Coriolis dévie la direction du courant généré à  $45^\circ$  vers la droite (gauche pour l'hémisphère sud). Par effet domino, ce phénomène se reproduira d'une couche laminaire à l'autre, générant des courants toujours plus faibles et déviés vers la droite jusqu'à ce transfert d'énergie s'épuise. Cette variation en direction et en amplitude des courants en fonction de la profondeur porte le nom de la spirale d'Ekman. La profondeur à laquelle l'effet d'un vent se fait ressentir est dite la couche d'Ekman ou couche limite de friction. Lorsque l'on intègre les vitesses sur toute la couche limite, on constate que le mouvement engendré par une contrainte de surface est perpendiculaire à droite (à gauche dans l'hémisphère sud) de cette contrainte. Ainsi, un vent soufflant dans la direction  $x$  génère un déplacement de la couche limite en  $y$ . Ce déplacement de masse à même la couche limite est dit transport d'Ekman. La convergence de ce transport de masse horizontal engendrera un «downwelling» alors qu'une divergence engendrera un «upwelling»<sup>1</sup>.

[Ekman \(1905\)](#) explique ce phénomène en utilisant un modèle linéaire simplifié, mais dont un nombre important d'applications en découlent. Pour la biologie, ce phénomène a un impact majeur puisque la remontée des eaux vers la surface permet l'enrichissement en nutriments de la couche euphotique et peut expliquer une fraction importante de la production primaire dans les zones de l'océan où il y a abondance en éléments nutritifs ([Rousselet et al., 2019](#)). Le mélange des eaux de surface amplifie les flux de chaleur et d'éléments tels que le  $\text{CO}_2$  entre l'atmosphère et l'océan([Matear et C., 1998](#)). Puisque les échanges de propriétés

---

1. Les mots anglais «upwelling» et «downwelling» seront utilisés pour faire référence à l'advection verticale positive et négative respectivement.



Il est important de comprendre les approximations permettant d'arriver à cette simplification. D'abord puisqu'il est question de trouver un état d'équilibre, le terme d'évolution temporelle ( $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ ) est rejeté. Deuxièmement, le terme d'advection ( $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ ) est dit non-linéaire dû à sa composition de termes croisés. De manière générale, pour les écoulements à grande échelle, les termes non-linéaires sont faibles par rapport au terme dû à la rotation de la Terre  $\mathbf{f}_0 \times \mathbf{u}$  ce qui nous permet de les négliger. Cette linéarisation simplifie énormément la résolution mathématique du problème. Évidemment, le but de ce mémoire est de démontrer que ce terme peut avoir une importance sous certaines conditions. Les prochaines sections expliqueront plus en détails les subtilités de cette approximation. Finalement, on suppose que loin de la couche frontière, le champ de vitesse est en équilibre géostrophique. Le champ de vitesse total peut alors être réécrit comme l'addition des vitesses géostrophiques à l'intérieur et d'Ekman dans la couche frontière  $\mathbf{u} = \mathbf{u}_g + \mathbf{u}_e$ . Ceci permet d'équilibrer la pression avec la partie géostrophique et la friction avec la partie d'Ekman. À la suite de ces simplifications et approximations, on obtient l'équilibre d'Ekman

$$\mathbf{f}_0 \times \mathbf{u}_e = \nu \nabla^2 \mathbf{u}_e = A_v \frac{\partial^2 \mathbf{u}_e}{\partial z^2}. \quad (2)$$

où le terme de viscosité cinématique turbulente  $\nu$  est remplacé par la constante viscosité turbulente verticale  $A_v$ . La condition frontière impose qu'à la surface la force de la friction doit équilibrer celle de la contrainte de surface appliquée par le vent

$$A_v \frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\boldsymbol{\tau}}{\rho_0}. \quad (3)$$

où  $\boldsymbol{\tau}$  est la contrainte dû au vent à la surface. Ainsi, l'équilibre du vent à la surface peut s'exprimer comme

$$\mathbf{f}_0 \times \mathbf{u}_e = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\rho_0 \partial z}. \quad (4)$$

Les solutions en  $i, j$  aux équations différentielles 2 et 3 deviennent

$$u_e = \frac{\sqrt{2}}{\rho_0 f_0 \delta_e} e^{z/\delta_e} \left[ \tau_x \cos\left(\frac{z}{\delta_e} - \frac{\pi}{4}\right) - \tau_y \sin\left(\frac{z}{\delta_e} - \frac{\pi}{4}\right) \right], \quad (5)$$

$$v_e = \frac{\sqrt{2}}{\rho_0 f_0 \delta_e} e^{z/\delta_e} \left[ \tau_x \sin\left(\frac{z}{\delta_e} - \frac{\pi}{4}\right) - \tau_y \cos\left(\frac{z}{\delta_e} - \frac{\pi}{4}\right) \right], \quad (6)$$

où  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_x, \tau_y)$  et où

$$\delta_e = \sqrt{\frac{2Av}{f_0}}, \quad (7)$$

représente la profondeur de la couche d'Ekman, soit la profondeur à partir de laquelle la friction devient négligeable. En combinant les équations 4 et 3, puis en intégrant sur toute la couche d'Ekman on obtient le transport d'Ekman

$$\mathbf{M}_e = \int_0^d \mathbf{u}_e dz = -\frac{1}{\rho_0 f_0} \mathbf{k} \times \boldsymbol{\tau}. \quad (8)$$

On remarque que le transport d'Ekman est perpendiculaire à la droite (gauche) de la direction du vent dans l'hémisphère nord (sud). La convergence (divergence) horizontale de ce transport de masse induit un «downwelling» («upwelling»). Les vitesses verticales sont donc obtenues en prenant la divergence du transport d'Ekman

$$w_e = \nabla \cdot \mathbf{M}_e \quad (9)$$

$$= \frac{\partial M_e^x}{\partial x} + \frac{\partial M_e^y}{\partial y} \quad (10)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\tau^y}{\rho_0 f_0} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\tau^x}{\rho_0 f_0} \right) \quad (11)$$

$$= \nabla \times \frac{\boldsymbol{\tau}}{\rho_0 f_0}. \quad (12)$$

Une contrainte de surface cyclonique (anticyclonique) impliquant un rotationnel du vent positif (négatif) dans l'équation 12, générera un transport d'Ekman divergent (convergent).

Ceci produira des vitesses verticales positives (négatives). Il est aussi possible de générer ce «upwelling» («downwelling») lorsqu'un vent souffle le long d'une côte puisque ça implique la convergence ou la divergence du transport de masse avec celle-ci.

La convergence (divergence) du transport d'Ekman crée une élévation de la surface de l'océan. Un gradient de pression entre une surface plus élevée vers une surface moins élevée va permettre à un courant géostrophique de se développer dans la même direction que la contrainte du vent appliquée à la surface. Dans le cas d'une couche d'eau homogène ( $\rho = \rho_0$ ), les lignes de pressions constante sont toujours parallèles aux lignes de densité constantes, rendant le courant géostrophique barotrope. En théorie, si le forçage de surface est constant, cette circulation secondaire augmente linéairement en fonction du temps (Allen, 1973).

La figure 1 schématise les différents processus physiques décrits dans cette section pour une contrainte de surface sinusoïdale. La direction du vent est indiquée à la surface par les ronds munis d'un point ou d'une croix. La moitié du côté gauche de la figure représente donc une contrainte cyclonique alors que la moitié du côté droit représente une contrainte anticyclonique. Les flèches vertes représentent le transport d'Ekman. Les flèches rouges et bleues représentent le «upwelling» et le «downwelling» respectivement. Un courant géostrophique  $U_g$  se développe avec le temps. Ce courant est barotropique c'est-à-dire qu'il est uniforme en fonction de la profondeur. On remarque qu'une couche d'Ekman se développe au fond du domaine dû à la friction au fond. Cette circulation générée par une contrainte sinusoïdale sera au coeur de ce mémoire.

## 0.0.2 Nombre de Rossby

La théorie d'Ekman est dite linéaire, c'est-à-dire qu'elle est la solution à une équation différentielle linéaire pour laquelle il existe une solution analytique (ce qui n'est souvent pas le cas pour les équations différentielles non-linéaires). Cette linéarisation s'est faite en laissant

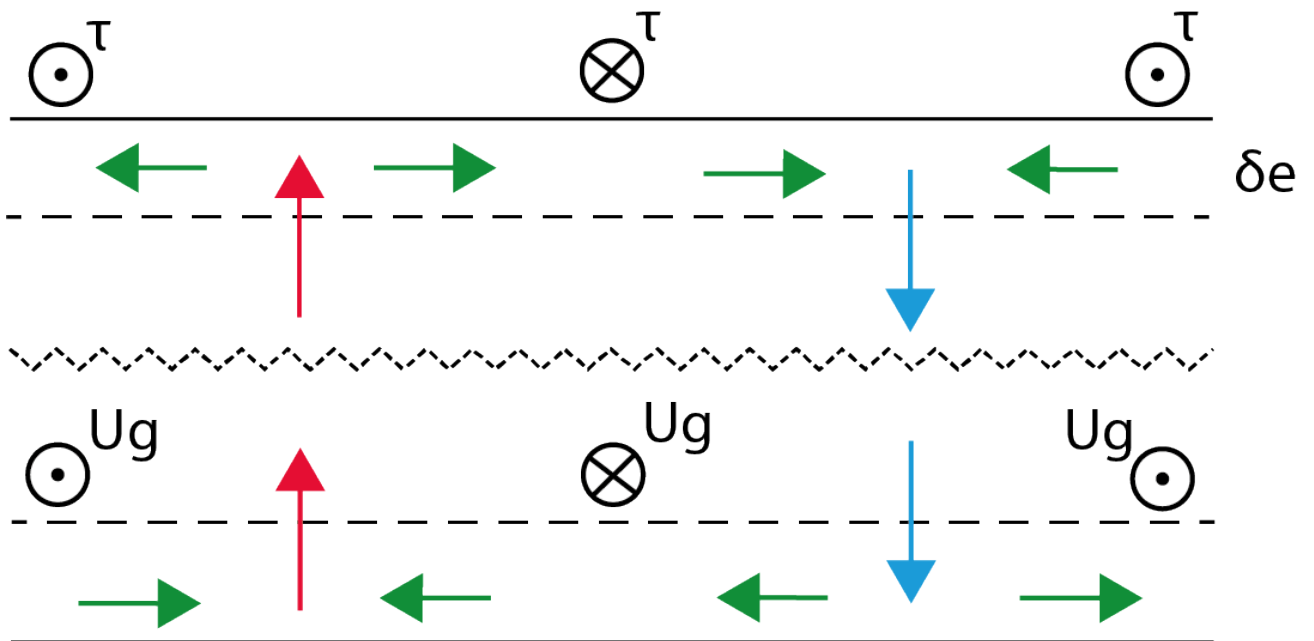


Figure 1: Couche d'Ekman de surface et de fond. La couche de surface est générée par une contrainte à la surface alors que celle du fond est générée par la friction au fond du domaine. Le «upwelling» et le «downwelling» sont représentés par les flèches rouges et bleues respectivement, le transport d'Ekman par les flèches vertes alors que la circulation secondaire est représentée par  $U_g$ .

tomber les termes d'advection ( $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}$ ) de l'équation 1. On justifie cette simplification par la comparaison des ratios de grandeurs caractéristiques des termes de gauche dans l'équation 1

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \mathbf{f}_0 \times \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \dots \quad (13)$$

$$\frac{U^2/L}{f_0 U} \quad (14)$$

$$\epsilon \sim \frac{U^2/L}{f_0 U} \sim \frac{U}{f_0 L} \sim \frac{\zeta}{f_0}, \quad (15)$$

où  $U$  représente la vitesse caractéristique et  $L$  la longueur caractéristique de l'écoulement. Le ratio  $\epsilon$  est appelé nombre de Rossby. Dans certaines circonstances, le nombre de Rossby est aussi défini comme étant la vorticité potentielle  $\zeta$  divisée par le paramètre de Coriolis  $f_0$ .

Lorsque ce nombre est petit ( $\epsilon \ll 1$ ), Coriolis domine l'écoulement, alors que lorsque celui-ci est grand ( $\epsilon \gg 1$ ), les effets dus à la rotation sont négligeables par rapport à l'inertie de l'écoulement. Lorsque  $\epsilon$  n'est plus très petit, il devient imprécis de considérer un simple équilibre entre Coriolis et la friction puisque les termes d'advection non-linéaires dans l'équation du mouvement deviennent importants, la théorie d'Ekman linéaire n'est donc plus valide. Considérant la petite taille d'échelle d'un écoulement typique de l'océan, soit [O(10) km], il est très probable que les termes non-linéaires deviennent importants (Wenegrat et Thomas, 2017).

### 0.0.3 Ekman non-linéaire

Stern (1965) fut le premier à étendre la théorie d'Ekman à ce qui est souvent référé comme étant «Ekman non-linéaire» en considérant l'influence d'un courant géostrophique préexistant à l'équilibre d'Ekman. Pour mieux comprendre l'influence d'un courant préexistant sur l'écoulement, utilisons l'identité suivante

$$\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \frac{1}{2} \nabla u^2 + \boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{u}, \quad (16)$$

où  $\boldsymbol{\zeta}$  représente la vorticité de l'écoulement soit  $\boldsymbol{\zeta} = \hat{\mathbf{k}} \cdot \nabla \times \mathbf{u}$ . Pour les mêmes arguments que ceux mentionnés précédemment, le champ de vorticité est séparable ( $\boldsymbol{\zeta} = \boldsymbol{\zeta}_g + \boldsymbol{\zeta}_e$ ). L'équation 1 dévient alors

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\boldsymbol{\zeta}_e + \boldsymbol{\zeta}_g + \mathbf{f}_0) \times (\mathbf{u}_g + \mathbf{u}_e) = -\nabla \left( \frac{p}{\rho_0} + \frac{u^2}{2} \right) + Av \frac{\partial^2 \mathbf{u}_e}{\partial z^2}, \quad (17)$$

où  $\boldsymbol{\zeta}_e = \hat{\mathbf{k}} \cdot \nabla \times \mathbf{u}_e$  est la vorticité verticale dans la couche d'Ekman et  $\boldsymbol{\zeta}_g = \hat{\mathbf{k}} \cdot \nabla \times \mathbf{u}_g$ . Stern (1965) suppose que  $\boldsymbol{\zeta}_e$  est négligeable comparativement à  $\boldsymbol{\zeta}_g$ . Ses résultats proposent que la force du pompage induite par une contrainte de surface  $\tau$  soufflant dans la même direction qu'un courant préexistant varie inversement proportionnel à la vorticité absolue ( $\boldsymbol{\zeta}_g + \mathbf{f}_0$ ) plutôt

de la vorticité planétaire  $f_0$

$$\mathbf{w}_s = \nabla \times \frac{\boldsymbol{\tau}}{\rho_0(f_0 + \zeta_g)}. \quad (18)$$

Par ailleurs, [Niiler \(1969\)](#) arrive aux mêmes conclusions en étudiant l'interaction non-linéaire entre le transport d'Ekman et un courant barotrope représentant un courant jet.

L'un des plus importants résultats de l'équation 18 est que sous un courant géostrophique cyclonique, le pompage d'Ekman sera affaibli, alors que sous un courant anticyclonique il sera amplifié. Un autre résultat intéressant de l'étude de [Stern \(1965\)](#) est que même sous un vent uniforme, la vorticité du courant géostrophique peut induire un pompage d'Ekman. Cette propriété a été étudiée et vérifiée par [Lee et al. \(1994\)](#) venant confirmer par le biais d'observations les résultats de [Stern \(1965\)](#) et [Niiler \(1969\)](#).

Depuis, quelques études ont approfondi la compréhension scientifique en ce qui a trait au pompage d'Ekman non-linéaire à l'aide de nouvelles méthodes de résolutions d'équations différentielles, de solutions numériques et d'observations. D'abord, [Hart \(2001\)](#) a dérivé une correction au pompage d'Ekman analytiquement résolue à l'aide du logiciel MAPPLE. Cette correction en expansion en série est valide pour un courant ayant un cisaillement linéaire ( $V(x)$ ) et circulaire ( $V(r)$ ). Cette correction est valide jusqu'à un ordre de grandeur d'un nombre de Rossby de  $O(\frac{1}{2})$ . Ensuite, [Thomas et Rhines \(2002\)](#) ont étudié les procédés non-linéaires intervenant dans l'accélération du courant d'un fluide stratifié et forcé par le vent à la surface. Ils concluent que la composante verticale de la vorticité du courant généré durant l'accélération du fluide vient à son tour amplifier le «downwelling» et l'écrasement de tourbillons sous un régime anticyclonique alors qu'il réduit le «upwelling» et l'étirement des tourbillons sous un régime cyclonique. Ce retour d'ascenseur du courant géostrophique généré par une contrainte de surface permet aux vitesses négatives de croître et d'augmenter plus rapidement que les vitesses positives. Pour sa part, [Pedlosky \(2008\)](#) suggère que les phénomènes non-linéaires affectent la profondeur de la couche d'Ekman par deux phénomènes physiques opposés ce qui aura pour effet d'affecter aussi l'advection horizontale. D'une part



la vorticité du courant géostrophique tend à réduire l'épaisseur de la couche frontière alors que les vitesses verticales générées par le forçage de surface tendent à épaissir (amincir) la couche frontière pour un écoulement anticyclonique (cyclonique). Alors que toutes ces études portent sur des cisaillements linéaires, [Wenegrat et Thomas \(2017\)](#) approfondissent le sujet en étudiant le pompage d'Ekman non-linéaire pour tout type de courant géostrophique, incluant les courants avec une courbure tels que les jets océaniques ou les vortex circulaires.

#### 0.0.4 Ekman non-linéaire généré par le forçage

Jusqu'à présent, les études sur le pompage d'Ekman non-linéaire portaient sur l'effet d'un fort cisaillement du courant intérieur ( $\zeta_g$ ), barotropique ou géostrophique surpos  à une contrainte de surface constante (sans cisaillement). Dans tous les cas, les termes non-linéaires sont excités par l'écoulement du courant barotrope et non par la contrainte elle-même. De manière générale, les courants horizontaux générés par le vent sont plus faibles que ceux des courants à méso-échelle pour lequel le nombre de Rossby devient important. Récemment, [Bourgault et al. \(2020\)](#) ont observé numériquement une forte asymétrie des vitesses verticales pour un pompage d'Ekman généré par le cisaillement d'une fracture idéalisée de la banquise en Arctique, et ce, sans courant préexistant. La largeur de la fracture implique un fort rotationnel du forçage à la surface.   lui seul, ce phénomène impacte de manière importante les vitesses verticales reliées au pompage d'Ekman sous les fractures.

En Arctique, une couche de quelques mètres bien mélangée, froide et peu salée («Arctic surface layer» (ASL)) se retrouve isolée d'une couche chaude et salée («Atlantic Water» (AW)) par une mince couche intermédiaire froide («Cold intermediate layer» CHL) qui limite les flux de chaleur de l'AW vers l'ASL à environ  $5 \text{ Wm}^{-2}$ . L'effet isolant de la CHL est essentiel à l'occurrence d'une banquise pluriannuelle ([Rudels et al., 1996](#); [Steele et Boyd, 1998](#); [Martinson et Steele, 2001](#)), sans quoi la chaleur contenue dans l'ASL ferait fondre compl tement la banquise ([Rudels et al., 2004](#)). Néanmoins, les observations du programme Surface HEat Budget of the Arctic (SHEBA) suggèrent que des flux de l'ordre de  $400 \text{ Wm}^{-2}$

peuvent survenir lorsqu'il existe une forte cisaille dans la banquise. C'est notamment le cas lors de fortes périodes de vent et que la différence des vitesses relatives de la banquise est élevée ou lorsque la largeur de la fracture est petite. [McPhee et al. \(2005\)](#) associent les flux élevés mesurés au fort pompage d'Ekman positive généré par la formation d'une nouvelle fracture, permettant ainsi de pomper une petite quantité de l'AW ou de la couche « Near-surface temperature maximum » (NSTM).

[Bourgault et al. \(2020\)](#) ont utilisé des simulations numériques non-hydrostatiques de type simulations de grands tourbillons ( dit « Large Eddy Simulation » (LES) ) avec une résolution isotropique de 1m ( $\Delta x = \Delta z = 1m$ ). Le but étant d'étudier les flux océaniques verticaux générés par une contrainte de surface représentant une cisaille générée par une fracture. L'utilisation de simulations de type LES permet de résoudre explicitement la turbulence aux petites échelles et ainsi, limiter les approximations sous-grille faite par le modèle. Ils ont repris les paramètres environnementaux menant aux mesures d'un flux de  $400 \text{ Wm}^{-2}$  lors du programme SHEBA dans le but de les comparer avec les données de l'une des seules ouvertures de la banquise observées. Contre-intuitivement, leurs simulations démontrent qu'une cisaille cyclonique produit de faibles vitesses verticales et peu de flux de chaleur. D'autre part, une cisaille anticyclonique de la banquise produit des vitesses verticales beaucoup plus fortes, plus concentrées et des flux de chaleurs turbulents plus élevés (  $100 \text{ Wm}^{-2}$ ). Ils proposent donc que pour de mêmes vitesses relatives de la banquise, une cisaille anticyclonique produisant un pompage d'Ekman négatif ait un plus gros impact sur l'apport de chaleur vers la surface de l'océan par mélange turbulent qu'une cisaille cyclonique générant un pompage d'Ekman positif. Ce phénomène vient contredire l'explication de [McPhee et al. \(2005\)](#) par rapport aux valeurs élevés observées et soulève une nouvelle question peu étudiée jusqu'à maintenant dans la littérature : est-il possible qu'un fort rotationnel du forçage de surface sans courant préexistant puisse générer un pompage asymétrique ?

### 0.0.5 Hypothèse et objectifs

Les résultats préliminaires de [Bourgault et al. \(2020\)](#) sont à la base de cette présente étude. Ils suggèrent qu'un fort cisaillement dans le forçage de surface peut provoquer une importante asymétrie entre un pompage cyclonique et anticyclonique. Ceci ne fait qu'apporter un lot de questions supplémentaires. Quels sont réellement les paramètres, les conditions et les causes de cette asymétrie? Les processus physiques formant cette asymétrie sont-ils différents de ceux étudiés par [Stern \(1965\)](#)? Comment les termes non-linéaires du courant géostrophique interagissent avec ceux générés par le forçage de surface? Le but de la présente étude est principalement de répondre à ces trois questions. Le premier objectif est d'identifier le ou les paramètres permettant l'apparition de ce phénomène. Ensuite, en quoi le phénomène étudié diffère du phénomène décrit par [Stern \(1965\)](#). Différents scénarios où les deux phénomènes sont impliqués dans la dynamique du fluide seront étudiés. Finalement, une brève comparaison entre les simulations en 2D et 3D sera présentée.

## ARTICLE 1

### UPWELLING-DOWNWELLING ASYMETRY FOR A NONLINEAR EKMAN LAYER

#### 1.1 Résumé

##### 1.1.1 Résumé en français du premier article

La majorité des formulations suggérées pour une couche d'Ekman non-linéaires proposent une asymétrie grandissante entre le pompage positif et négatif au fur et à mesure que le nombre de Rossby ( $\epsilon = \zeta/f_0$ ) augmente. Ici, une asymétrie similaire est considérée en utilisant une modélisation des grands tourbillons « Large Eddy Simulation » pour un domaine idéalisé. Un vent ayant une forme sinusoïdale est appliqué à la surface d'un domaine périodique avec une résolution uniforme et isotrope de taille  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 3m$ . Les solutions démontrent que l'asymétrie se développe même sans présence de courant géostrophique pré-existant. La présence d'un fort forçage à la surface permet une advection fortement non-linéaire dans la couche d'Ekman. Les vitesses verticales positives sont affaiblies alors que les vitesses verticales négatives sont amplifiées. On observe aussi un nombre important d'ondes quasi-inertielles sous le forçage anticyclonique lorsque la valeur du nombre de Rossby approche l'unité. À cette valeur, une transition plutôt soudaine s'effectue entre un régime dominé par la présence d'ondes quasi-inertielles et un régime dominé par la présence d'un jet. Ceci suggère que le nombre de Rossby caractérisant l'écoulement doit tenir compte d'une partie due au forçage. Dans le cas d'un forçage sinusoïdal, ces deux nombres semblent être également additifs pour caractériser la non-linéarité. Une interprétation, des phénomènes physiques impliqués sont proposés. Finalement, bien que la variance d'un vent sur 10 km implique de petites cisailles, d'autres forçages tels que la cisaille de la banquise pourraient

produire des phénomènes similaires à ceux étudiés ici. Les conséquences possibles sur le mélange vertical et le transport de masse sont aussi discutées.

Ce premier article, intitulé “*Upwelling-Downwelling Asymmetry for a Nonlinear Ekman Layer*”, fut rédigé par moi-même sous les judicieux conseils des professeurs Louis-Philippe Nadeau et David Straub. Il n’a pas encore été soumis puisque nous aimerions y ajouter une section avant la publication. Celle-ci sera effectuée à l’extérieur du cadre de ma maîtrise. En tant que premier auteur, ma contribution à ce travail fût l’essentiel de la recherche. Le développement de la méthode, la configuration et l’optimisation du modèle utilisé, l’analyse des résultats et la rédaction. Le professeur Louis-Philippe Nadeau, second auteur, a développé l’idée du projet, le support et la supervision du développement du modèle, son aide pour la réalisation des résultats obtenus ainsi que son aide pour la rédaction et la correction du mémoire. David Straub, troisième auteur, a aidé à la compréhension des phénomènes observés, son aide et son savoir aux réflexions ayant mené à la réalisation des résultats obtenus ainsi qu’à la rédaction et correction de l’article. Une version abrégée de ces résultats contenus dans l’article a été présentée à *Conference on Atmospheric and Oceanic Fluid Dynamics* à Portland (É.-U.) à l’été 2019 ainsi qu’à *Ocean Sciences Meeting* à San-Diego (É.-U.) au printemps 2020.

### 1.1.2 Abstract

Most formulations that have been suggested for the nonlinear Ekman pumping asymmetry between up- and downwelling are influenced by a geostrophic vorticity of the mean flow. Here, a similar asymmetry is considered using Large Eddy Simulations of wind-driven convergence (divergence) over a deep mixed layer. A sinusoidal wind stress is applied at the surface of a 10 km wide periodic domain with a uniform and isotropic resolution of  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 3$  m. Solutions show the asymmetry to build up as a strongly nonlinear horizontal Ekman layer advection develop even without geostrophic current. It suggests a Rossby number defined by the surface wind stress and a characteristic length of the flow must be taken

into account when evaluating the representative Rossby number. Positive vertical velocities under a cyclonic flow decrease whereas negative vertical velocities and near-inertial waves generation increase as the Rossby number approaches -1. At this point, a sharp transition occurs between a near-initial-wave-like regime to a coherent laminar jet regime. Both the geostrophic and the Ekman Rossby number seem to be additive. A mechanistic interpretation, vertical mixing implications and conditions for such phenomena to occur in nature are discussed. Finally, 3D simulations show the variations on this process in a more realistic configuration.

## 1.2 Introduction

Understanding vertical velocities and mixing in the ocean boundary layer is crucial for many oceanographic processes as it allows nutrient supply for primary production, tracer distributions, gas-exchange with the atmosphere and heat transportation. For a long time, these processes have been described by linear physical processes associated with Ekman theory (Ekman, 1905). While most of the ocean is close to be in such balance on average at large horizontal scales, the typical scale of ocean dynamics [ $O(10)$  km] can bring submesoscale flows to exhibit nonlinear vertical motions as the Rossby number describing the flow increases at smaller horizontal scales. Such flows are hard to observe because vertical velocities are typically three orders of magnitude smaller than mesoscale horizontal velocities, which dominated the upper ocean (Mahadevan and Tandon, 2006). With advancing modern technologies, satellite observations show evidence of these dynamics on biological and physical processes (Gaubert et al., 2013, 2014; Wenegrat et al., 2014; Mahadevan, 2016) which motivated the need of understand the physics of nonlinear Ekman pumping. Studying these processes by using high-resolution model simulations is a promising and cheap solution in comparison to field observations.

Stern (1965) first introduced what has been often referred to as nonlinear Ekman pumping. His results suggest that the vorticity of a preexisting current ( $\zeta_g$ ) affects the pumping in such way that it varies inversely with the absolute vorticity ( $\zeta_g + f_0$ ) rather than the planetary vorticity ( $f_0$ ) proposed by linear Ekman theory (Ekman, 1905),

$$w_s = \hat{k} \cdot \nabla \times \frac{\tau_0}{\rho_0(f_0 + \zeta_g)}, \quad (1.1)$$

where  $w_s$  is Stern's vertical velocity  $\tau_0$  is the surface wind stress,  $\rho_0$  the constant fluid density,  $f_0$  the Coriolis parameter and  $\zeta_g$  the vertical relative vorticity of the geostrophic current. Niiler (1969) reaches the same conclusions after studying the impact of the Gulf Stream current on Ekman pumping. The most striking results of equation 1.1 is that cyclonic (anticyclonic) flow

will weaken (amplify) the vertical velocities. Another important impact is that variations in the relative vorticity of the interior flow can generate Ekman pumping even with a uniform wind stress. This has been studied and observed by [Lee et al. \(1994\)](#).

Since then, related studies of nonlinear Ekman pumping modified by a preexisting current have been extended both by numerical simulations and observations. [Hart \(2001\)](#) used MAPLE to develop high order correction to the Ekman pumping formula by regular perturbation expansion of an internal flow characterized by a Rossby number. With this correction, he remarks that Ekman pumping reduces the suction at the core of a vortex and can even reverse it if the Rossby number characterizing the flow is high enough. [Thomas and Rhines \(2002\)](#) used nonlinear analytic and direct numerical simulations to analyze processes involved during the spin-up of a stratified flow driven by wind stress forcing. They observed that as the vertical vorticity builds-up, it feeds back on the Ekman pumping itself, enhancing downwelling and vortex squeezing while reducing upwelling and vortices stretching. [Pedlosky \(2008\)](#) suggests that nonlinearities will affect the Ekman layer thickness by two competing physical effects. On one side, the vorticity of the geostrophic current tends to reduce the thickness of the layer whereas the vertical velocities induced by the surface stress will tend to widen (thin) the layer for an anticyclonic (cyclonic) stress. Where all previous work has been done on unidirectional flows, [Wenegrat and Thomas \(2017\)](#) extend Ekman pumping overlying a preexisting current for any balanced flow. This includes balanced flows with curvature such as meandering jets or circular vortices and is valid for Rossby numbers approaching unity. They suggest that the balance ocean currents tilt the horizontal vorticity of the Ekman flow which modifies the ocean response to surface forcing. Thus, when winds are parallel to the flow, Ekman transport depends only on the shear vorticity component of the vertical relative vorticity, whereas when winds are cross-flow, Ekman transport depends on the curvature vorticity.

[Wenegrat and Thomas \(2017\)](#) also mentioned that such submesoscale processes occurring at a high Rossby number are prone to instability, wave generation and resonance which



have also been pointed out in many other studies (Shen and Evans, 1998; Thomas et al., 2008; McWilliams et al., 2012; Alford et al., 2016). Ageostrophic, anticyclonic instability (AAI) can emerge from strong shear and occurs only under anticyclonic flows (McWilliams et al., 2012). Loss of geostrophic balance are prone to geostrophic adjustment in which near-inertial wave (NIW) can be generated. Such waves are mainly observed in anticyclonic flows with downward wave propagation which can increase downwelling velocities (Kunze, 1985; Alford et al., 2016). Inertial instability arises when the local vorticity of a shear flow passes  $-f$ . The most unstable mode of this instability occurs in a narrow localized region along the anticyclonic shear (Shen and Evans, 1998). In the presence of a boundary layer, it results in the formation of strong surface convergence and might be the source of some strong convergence features observed by remote sensing images of the sea surface (Munk et al., 2000; Shen and Evans, 2002).

Recently, Bourgault et al. (2020) attempted to reproduce observational heat fluxes from McPhee et al. (2005) produced by shear stress between ice floes (linear kinematic features (LKF)) using Large Eddy Simulation (LES). They used realistic lead width, temperature/salinity profiles and start simulations from rest. The surface stress curl representing SHEBA program conditions was fixed at  $1, 25\text{E}-3 \text{ Nm}^{-2}$ . A strong asymmetry in vertical velocities builds up after only a few hours, where the cyclonic forcing produces a more diffuse and weak upwelling and the anticyclonic forcing produces a stronger and more concentrated downwelling. This suggests that surface shear stress alone can impact significantly the vertical velocities without the presence of a preexisting current.

When forcing the surface with a sinusoidal wind stress, a strong asymmetry between the cyclonic and anticyclonic flows is observed. As the Rossby number increases, upwelling velocities are weakened whereas the downwelling velocities are amplified. Strong near-inertial waves are also observed only under anticyclonic flows when a stress is switched on from zero. When the Rossby number approaches unity, a sharp transition occurs between a near-inertial-internal-wave-like regime to a coherent-beam regime under downwelling region. This tran-

sition is observed both for a strong surface forcing or strong geostrophic preexisting current even if considerable differences are observed between those two phenomena. A sum of both Rossby numbers associated with the wind stress and the geostrophic current seems to better predict the observed vertical velocities.

The focus of this manuscript is to describe and quantify the variation of the Ekman pumping amplitude and asymmetry for strong surface stress curl using a Large Eddies Simulation model. This regime is then compared with a case where a weak surface stress is affected by a strong interior current like in Stern’s study. Both regimes are also combined to understand how they interact with each other. Finally, 3D simulations for both regimes are computed to understand how the asymmetry and the amplitude change on a three-dimensional domain.

### 1.3 Model configuration

A Large Eddy Simulation (LES) configuration of the MITgcm model solving the Boussinesq form of the Navier-Stokes equations with a finite-volume discretization is used (Marshall et al., 1997). We use a non-hydrostatic formulation of the momentum equations with a homogeneous density. A Smagorinsky-Lilly model with the Smagorinsky constant set to  $C_s = 0.1$  is used as the LES eddy viscosity (Smagorinsky, 1963). Explicit diffusion is disabled and a third order direct space-time method is used to advect tracers. The Coriolis parameter is held constant at  $f_0 = 10^{-4} s^{-1}$ . The domain is periodic in the horizontal using a high isotropic resolution of  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 3m$  with a horizontal length of  $L_x = 10$  km and a vertical depth  $H = 450$  m. Time step is adjusted so the CFL condition is always smaller than  $C = U/\Delta t \leq 1 \times 10^{-1}$ , where  $U$  is the characteristic horizontal velocity. Most simulations are in 2D but some preliminary 3D runs are shown in the last section to compare the effect of three dimensions. Therefore, 2D equations are derived in general sections.

### 1.3.1 Forcing and initial conditions

Periodicity in the  $x$  direction of our domain implies a periodic wind stress and interior current. Therefore, Simulations are initialized with a sinusoidal surface wind stress blowing in  $\hat{j}$  direction

$$\boldsymbol{\tau}(x) = -\hat{j} \cdot \tau_0 \cos\left(\frac{2\pi x}{L_x}\right), \quad (1.2)$$

where  $\tau$  is the surface stress,  $\tau_0$  the surface stress amplitude, and  $L_x$  the width of the domain. The sinusoidal shear is often useful as a simple model representing naturally varying shear flow (Shen and Evans, 1998). The amplitude of the wind stress ( $\tau_0$ ) varies between  $10^{-7}$  to  $10^{-4} \text{ Nm}^{-2}$ . The corresponding wind stress curl roughly varies between  $10^{-7}$  to  $10^{-4} \text{ Nm}^{-2}$  which are realistic values for phenomenon studied. In comparison, the stress curl representing sea ice surface shear in Bourgault et al. (2020) simulations reaches  $1.25 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-2}$ . In some simulations, a slow increase in wind forcing is used to limit the generation of inertial oscillations caused by unbalanced flows. If not specified, ramp-up time is set to one inertial period ( $\mathcal{T}$ ) as it seems to filter the majority of inertial oscillations and it is a realistic time scale for the advection of strong submesoscale flows.

Initial velocities are either set to zero or to a desired geostrophic Rossby number defined by the maximum horizontal velocity in  $\hat{j}$  direction. When nonzero initial velocity condition is used, the velocity field is initialized with the same sinusoidal shape as that of the wind stress. This is justified because a secondary current developing under such a steady surface forcing will increase linearly in time in the same direction of  $\boldsymbol{\tau}$  (Allen, 1973).

However, such a phenomenon is undesirable in some of the experiments performed below as we want the interior flow to remain constant (or zero). Therefore, to keep the interior flow constant in time, the momentum added at the surface by forcing is removed uniformly on all lower levels

$$\delta v(x, y, z, t) = \begin{cases} \frac{\tau}{\rho_0 dz} & \text{at the surface} \\ -\frac{\tau}{\rho_0(H-dz)} & \text{under the surface} \end{cases} \quad (1.3)$$

where  $\delta v$  represent a source term for the tendency of momentum.

### 1.3.2 Rossby number

The main parameter characterizing the flow is the Rossby number, which can either be associated with the geostrophic current or the wind stress forcing. In the first case it is defined as

$$\epsilon_g = \frac{2\pi U_g}{f_0 L_x}, \quad (1.4)$$

which is simply the maximal horizontal velocity  $U_g$  diagnosed from the model outputs over the Coriolis parameter and the domain length. This maximum amplitude is at the center of our domain.  $2\pi/L_x$  is the smallest wavenumber, corresponding to the domain size. In the second case, it is defined as

$$\epsilon_e = 2 \frac{2\pi U_e}{f_0 L_x} = \frac{4\pi\tau_0}{\rho_0 f_0^2 \delta_e L_x}, \quad (1.5)$$

where the Ekman horizontal velocity  $U_e = \tau_0/\rho_0 f_0 \delta_e$  is essentially the horizontal mass transport divided by the Ekman layer depth. The Ekman layer depth varies with the surface forcing because Smagorinsky's scheme is used. The variation of the Ekman layer depth as function of the surface stress in our configuration has been diagnosed from the model outputs and follows a power law ( $\delta_e = 27\tau_0^{0.29}$ ). The added factor 2 in the definition of the Ekman Rossby number is derived empirically to improve the fit with model data, suggesting that the characteristic length for  $\epsilon$  is half that of  $\epsilon$  (the reason for this remains unclear to us).

It is of interest for this study to define a version of Stern's equation defined by the Rossby number characterizing the flow (either  $\epsilon_e$  or  $\epsilon_g$ ). Because the Rossby number is often

defined as the vorticity divided by the Coriolis parameter, Stern's equation can be written as

$$w^* = \hat{k} \cdot \nabla \times \frac{\tau_0}{\rho_0(f_0 + \zeta)} \simeq \hat{k} \cdot \nabla \times \frac{\tau_0}{\rho_0 f_0 (1 + \epsilon)}, \quad (1.6)$$

where in this particular expression  $\zeta$  and  $\epsilon$  refers to the vorticity and the Rossby number describing the flow. This can either be the component of the geostrophic current, the Ekman current or the sum of both depending of the regime studied.

### 1.3.3 Model verification

To test the convective and turbulent physics of the model (subgrid scale parametrization) many simulations were ran for different range of parameters. First, a series of simulations with different resolutions and domain sizes were attempted. There is a controversy concerning LES simulations with anisotropic grid when using Smagorinsky's scheme so an isotropic grid is used (Scotti et al., 1997). In the interest of comparing 2D and 3D simulations on same resolution, a compromise has been made to have significant resolution and length while being able to perform 3D simulations without prohibitive numerical costs. Major qualitative changes in the structure of the solution are observed for a grid spacing larger than  $\Delta \sim 10m$ . A reasonable compromise between numerical costs and the explicit resolution of the turbulent cascade was found to be  $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 3m$ . The domain width is set to 10 km which is a typical scale for submesocale dynamics (Wenegrat and Thomas, 2017). This allows us to reach an Ekman Rossby number of the order one while forcing the surface with realistic wind stress. The depth of the domain is set to 450 meters with no stratification. This allows us to observe effects of the surface wind stress on the mixed layer without depth limitations while reducing bottom interactions and wave reflections. Secondly, different viscosity schemes and viscosity constants were studied. Smagorinsky's scheme has shown better results than biharmonic schemes. For such validation, we studied convective turbulence scaling laws which relate the root means square of the vertical velocity to the buoyancy fluxes

and mixed layer depth. Results agreed well with experiments by [Fernando et al. \(1991\)](#) and with numerical simulations by [Klinger and Marshall \(1995\)](#). Also, we compared the power spectral density of kinetic energy decays of 3D simulations with velocity field initialized by random Fourier modes between  $2 < k < 5$ . Once again, Smagorinsky's scheme has shown better results. Moreover, Smagorinsky's scheme scales viscosity with velocities which implies that it is sensitive to the wind stress curl and depth. This results in a better representation of the boundary layer which is known to impact nonlinear Ekman pumping ([Pedlosky, 2008](#)).

## 1.4 Results

### 1.4.1 Phenomenology of stress-dominated regime

In order to prevent the generation of a strong interior flow and focus on the effect of the frictional layer in isolation (stress-dominated regime), the body force described in [1.3](#) is applied at  $t = 0$  from rest in the experiments of this section. As such, for all cases, the depth averaged flow does not increase with time and  $\epsilon_g$  remains close to zero. We will refer to this experimental setup as stress-dominated regime and the current section will cover the phenomenology of this regime. [Figure 2](#) shows vertical velocities and absolute vertical vorticity ( $\omega_a = (\zeta + f_0)$ ) after six Ekman characteristic timescales for three different Ekman Rossby numbers ( $\epsilon_e = 1 \times 10^{-2}, 5 \times 10^{-1}, 1 \times 10^0$  from top to bottom). This Ekman timescale refers to the Ekman horizontal advection time defined by  $t_e = L/U_e$ , where  $U_e$  is the characteristic horizontal Ekman velocity defined previously. The amplitude of the colorbar is set to be twice the maximum Ekman linear vertical velocity ( $w_e = \nabla \times \tau_0 / \rho_0 f_0$ ). This allows us to better compare the fields with each other as the upwelling portion of the domain is roughly equal to this amplitude at any given Rossby number.

On the upwelling portion of the domain, we observe a weakening in positive vertical values as the forcing increases. This mainly occurs in the middle of the upwelling. The width of the upwelling region also increases with the forcing. On the anticyclonic side, different

vertical velocity patterns are observed. As the forcing increases, the flow evolves successively from a linear Ekman solution (top panel), to a flow characterized by strong NIW generation (middle panel) until a point where a coherent downwelling beam is formed (bottom panel). NIW are characterized by two branches on either side of the vertical axis with higher velocities that propagate downward (see middle panel) and can reach the bottom of our domain. Those branches seem to spread out at the bottom of the Ekman layer rather than from the surface. The angle  $\theta$  of these branches from the vertical plane is defined by the inertia-gravity wave dispersion relationship  $\omega^2 = f^2 \sin^2(\theta)$ . If we look at the absolute vorticity associated with this regime (middle right panel), we observe a zone of null absolute vorticity (white color) near the bottom of the boundary layer which means that the vertical vorticity reaches the planetary vorticity. This suggests that inertial instability can occur near the bottom of the boundary layer. As the forcing increases, the angle between these NIW branches and the vertical axis reduces, wave generation increases and so vertical velocities. When waves start to propagate purely downward, we do observe the formation of a downward jet of stronger vertical velocity at the base of the Ekman layer. This feature appears when the order of magnitude of the Ekman Rossby number reaches unity. Then, this jet will elongate downward fed by the strong nonlinear horizontal convergence in the boundary layer until a certain depth or until it reaches the bottom of the domain where it will diverge. The bottom panels show the jet halfway down. The zoom of relative vorticity in the regime shows the complex structure of this jet.

As the maximum nonlinear effects occur in the center of the cyclonic and anticyclonic regions, it is of interest to look at the root mean square vertical velocity ( $w_{rms}$ ) as a function of the Ekman Rossby number for both center regions. For the stress-dominated regime, values of  $w_{rms}$  are shown on the top panel of figure 3. The time taken corresponds to six Ekman characteristic timescales to coincide with the time shown on figure 2. The dash-dot line shows linear Ekman theory while the dash line represents the equation 1.6 in which  $\epsilon$  refers to  $\epsilon_e$ . For upwelling, we observe that the weakening fits the dash line. This suggests that positive vertical velocities vary inversely with the generated vorticity in the boundary layer which can

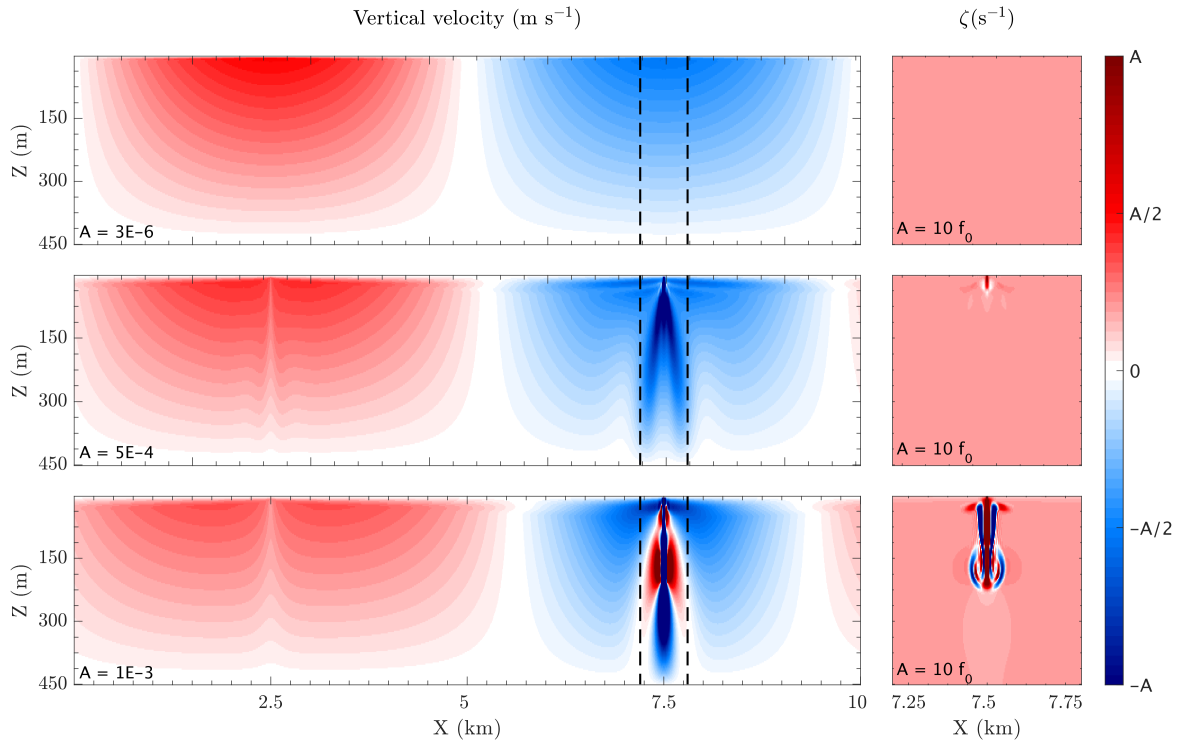


Figure 2: Vertical velocities (left panels) and absolute vorticity (right panels) of three for three Ekman Rossby numbers ( $\epsilon_e = 1 \times 10^{-2}, 5 \times 10^{-1}, 1 \times 10^0$  from top to bottom). Dash line on left panels are associated with the zone shown on the right panel and the aspect ratio is not conserved. The absolute vorticity ( $f_0 + \zeta$ ) on right panels are mainly positive and equal to  $f_0$  because background vorticity is weak (no barotrope current). Zone of null absolute vorticity ( $f_0 + \zeta = 0$ ) is prone to inertial instability. Amplitude ( $A$ ) of each colormap is indicated in each corner.

be predicted by using the  $w^*$  equation. For downwelling, values are slightly stronger than the equation 1.6. A sharp increase occurs between the linear theory and observed values as the Rossby number approaches unity. However, these values are well represented by the equation 1.6. When the Ekman Rossby number reaches unity, vertical velocities are more than one order of magnitude higher than the linear theory. Beyond this value, the variation of  $w$  as function of  $\epsilon_e$  decreases considerably as turbulence limits the exponential growth of the instability.



Inertial oscillations, which should not be confounded with the NIW, are another phenomenon that has an impact on vertical velocities. Inertial oscillations are generated by an abrupt change in surface stress. Thus, imposing a constant stress at  $t = 0$  during the spinup from rest will excite inertial oscillations while a smooth increase filters them. Figure 4 shows a Hovmöller plot of vertical velocities at 12 meters depth as function of time. Left panels show weak forcing conditions ( $\epsilon_e = 1 \times 10^{-2}$ ) while right panels show strong forcing conditions ( $\epsilon_e = 1 \times 100$ ). On the top panels, simulations have no forcing ramp-up which means that a wind stress amplitude of  $\tau_0$  is applied at  $t = 0$  while for bottom panels this amplitude increase linearly in time from 0 to  $\tau_0$  in one inertial period, period after which the wind stress is held constant. Inertial oscillations have a stronger relative influence for anticyclonic flows compared to cyclonic flows and at weak forcing. For weakly forced cyclonic flow, inertial oscillations results in a sinusoidal variation of only positive vertical velocities whereas for its counterpart anticyclonic flow oscillations grows for the first few inertial periods before they slowly decrease. This results in a change in polarity of the vertical velocities around the center of the downwelling. Adding only one inertial period forcing ramp-up in the wind stress amplitude strongly damps inertial oscillations. Focusing ramp-up has less of an effect at stronger forcing, where the effect of nonlinear advection dominates over that of inertial oscillations. In most of the simulations below, a forcing ramp-up of one inertial period has been applied in order to mitigate the additional effect of the inertial oscillation.

#### 1.4.2 Phenomenology of geostrophy-dominated regime

The previous section shows that nonlinear Ekman pumping is asymmetrical with maximal values increasing similarly to Stern's prediction, but using a Rossby number defined in terms of the Ekman flow instead of the interior flow (see equation 1.6). In this section, we compare the results of this stress dominated regime with those of an interior flow dominated regime corresponding to Stern's prediction. In order to focus on the effect of the interior flow in isolation, we specify a weak surface wind stress ( $\epsilon_e = 10^{-2}$ ) and impose a barotropic flow

for which the horizontal shear defines the value of  $\zeta_g$ . As in the previous section, in order to avoid any drift from this specified value of  $\zeta_g$ , the body force described in (1.3) is applied at depth. Figure 5 shows vertical velocities and absolute vertical vorticity for three values of  $\epsilon_g$  (0.01, 0.5, 1). Snapshots are displayed at 2.5 periods after the beginning of the spinup, which roughly corresponds to those of figure 2. As mentioned above, the surface wind stress is held fixed in these simulations and linear Ekman theory does not predict an increase in  $w$  with  $\zeta_g$ , in contrast to Stern's prediction. Amplitudes of the colormap on figure 5 are similar to those on figure 2 for a better comparison.

First we notice how the relative asymmetry amplitude between upwelling and downwelling is more contrasted for the geostrophy-dominated regime. The geostrophic shears spreads (compresses) cyclonic (anticyclonic) Ekman transport in the frictional Ekman layer. Which results in a more intense and confined downwelling without much NIW at its center and a more diffuse upwelling spread over a larger region of the domain (see middle panels of figure 5). The middle right panel of absolute vorticity shows no evidence of inertial instability as values are uniformly higher than zero. However, as the geostrophic Rossby number reaches unity, we also observe a beam formed by the strong advection in the boundary layer and the structure of the beam on the bottom right panel of figure 5 is similar to that of the figure 2. For  $\epsilon_g$ , the background geostrophic vorticity is equal to the planetary vorticity which once again suggests that inertial instability cause this phenomenon.

Bottom panels of figure 3 shows how maximal velocities in the center of both regions evolves as the geostrophic Rossby number increases. Compared to the previous section, the linear Ekman theory does not predict any increase in the Ekman pumping as the geostrophic current increase. In contrast, Stern's prediction shown by the dash line captures relatively well model results for both up- and downwelling excluding values below  $\epsilon_g$ .

### 1.4.3 Addition of both regimes

In the previous sections, each regimes have been studied in isolation, however, both regimes most likely coexist in nature. For example, consider a hurricane moving above the gulf stream, both the interior current and the strong forcing might strongly impact nonlinear Ekman pumping. In this section, a surface forcing is applied without any ramp-up. Initial velocities are null but the geostrophic current is free to increase linearly in time as predict by [Allen \(1973\)](#). The rate at which it increases is proportional to the surface forcing. Figure 6 shows three Hovmöller diagrams representing spatial variation of vertical velocities at 12 m below the surface as function of time for three different surfaces forcing ( $\epsilon_e = 0.1, 0.15$  and  $0.25$ ). The top panel shows the addition of both Rossby number ( $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_g$ ) as a function of time. The value of  $\epsilon$  at the origin is associated with the surface forcing ( $\epsilon_e$ ).

Strong inertial oscillations are observed for all three forcings because no ramp-up is used. Oscillations are stronger under the anticyclonic region. Under such flow, oscillations grow for the first few inertial periods. However ocsillations are damped progressively as the value of epsilon increases. The checkered pattern over the cyclonic region is associated with bottom wave reflection.

As the geostrophic current builds up, it compresses the downwelling region just like in the geostrophy-dominated regime describe in the previous section. As this compression intensifies, downwelling velocities get stronger and more dense until generation of a downward advective jet. For all three forcings, the jet is generated when the total Rossby number ( $\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_g$ ) reaches unity. The contribution of both phenomena affects the critical point where the jet is generated. This suggests that the total Rossby number captures the combined effects of geostrophic current and the surface forcing.

Figure 7 shows the root mean square of vertical velocities ( $w_{rms}$ ) as function of the total Rossby number for both center region. Similarly to figure 3,  $w_{rms}$  are spatially averaged over 10 meters wide at the bottom at the Ekman layer and temporally averaged over one inertial

period at 6 Ekman period ( $t_e$ ) to filter inertial oscillations. Each set of data represents a configuration in which the ratio of the Ekman to geostrophic Rossby numbers which defines the total Rossby number is held fixed. For example, for the orange set of data, the total Rossby number on the X axis is equally composed of a geostrophic contribution and an Ekman contribution. For such composition, we held the geostrophic current constant using the equation 1.3. We do observe the curve  $w^*$  to effectively predict vertical velocities variation when the contribution of both phenomena are accounted for.

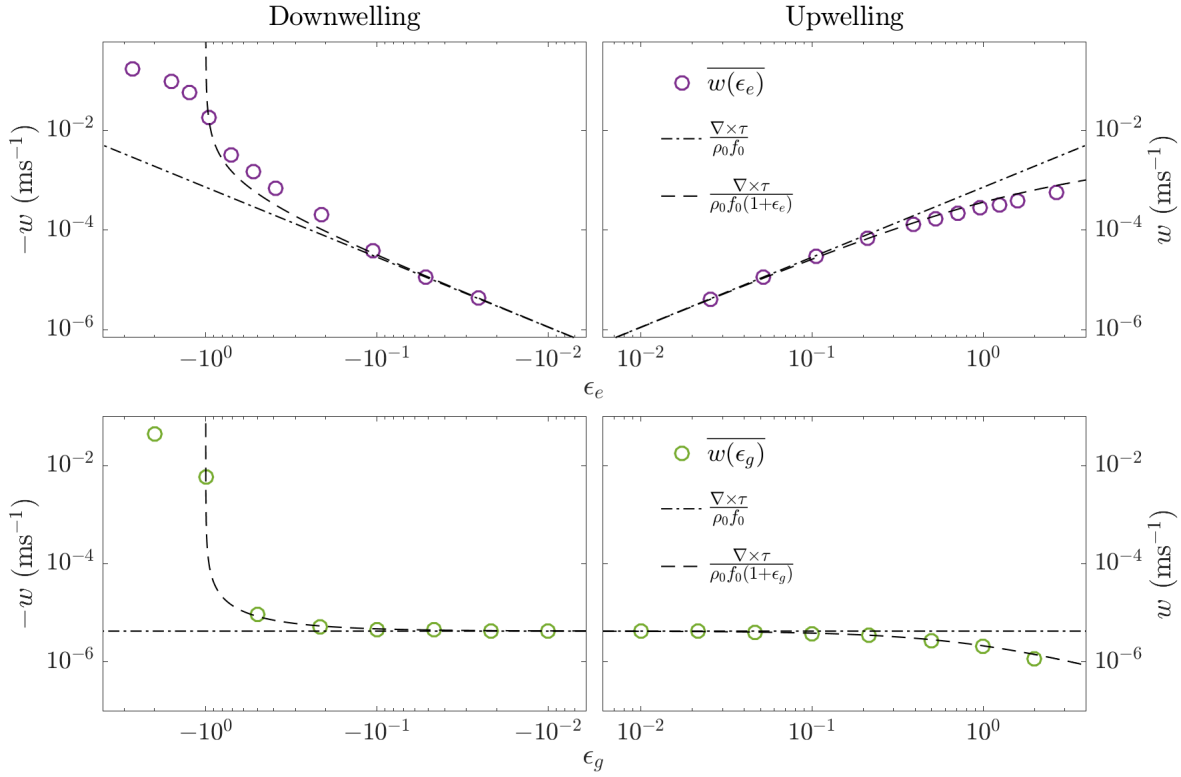


Figure 3: The root means square of maximal vertical velocities ( $w_{rms}$ ) under downwelling region (left panels) and upwelling region (right panels) as function of the Ekman Rossby number (top panels) and geostrophic Rossby number (bottom panels). Dash-dot line shows linear Ekman theory while the dash line represents a variation of Stern equation where the geostrophic Rossby number has been replaced by the Rossby number shown on the X axis. Each  $w_{rms}$  value is taken at six Ekman periods for top panels and after 3 inertial periods for the bottom panel.  $w_{rms}$  are spatially averaged over 10 meters wide at the bottom of the Ekman layer and temporally averaged over one inertial period to filter inertial oscillations.

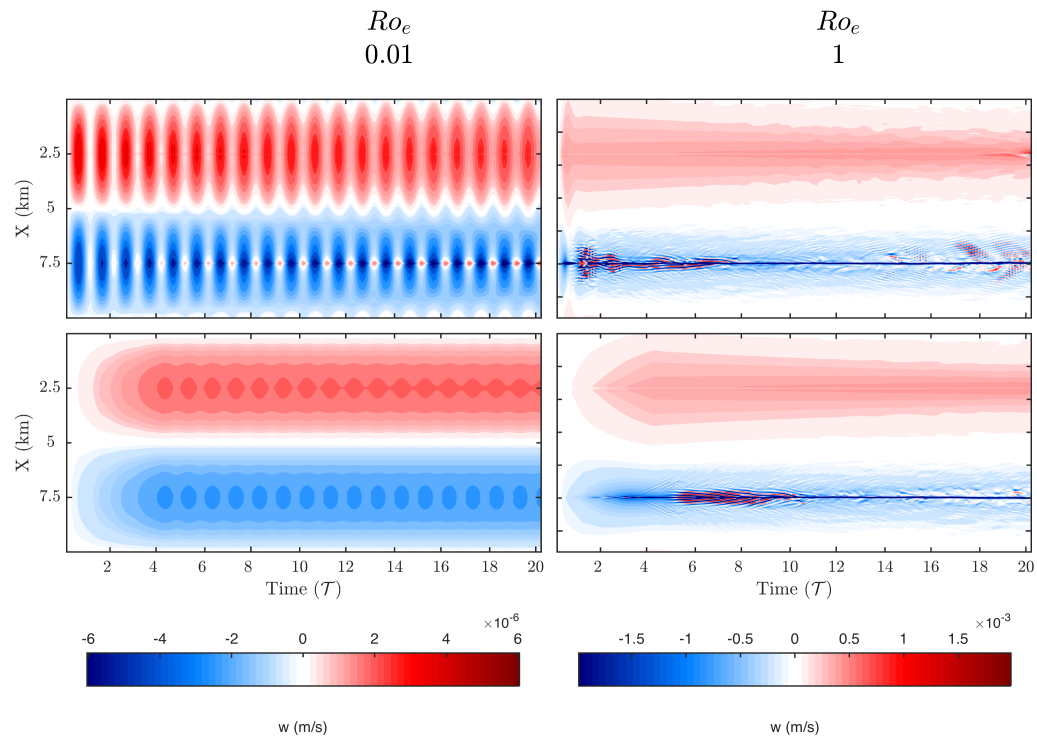


Figure 4: Hovmöller of the spatial vertical velocities at a depth of 12 meters as a function of time. Left panels are related to  $\epsilon_e = 0.01$  and right panels to  $\epsilon_e = 1$ . Top panels are without a ramp-up in wind stress curls amplitude whereas bottom panels include a ramp-up of four inertial periods.

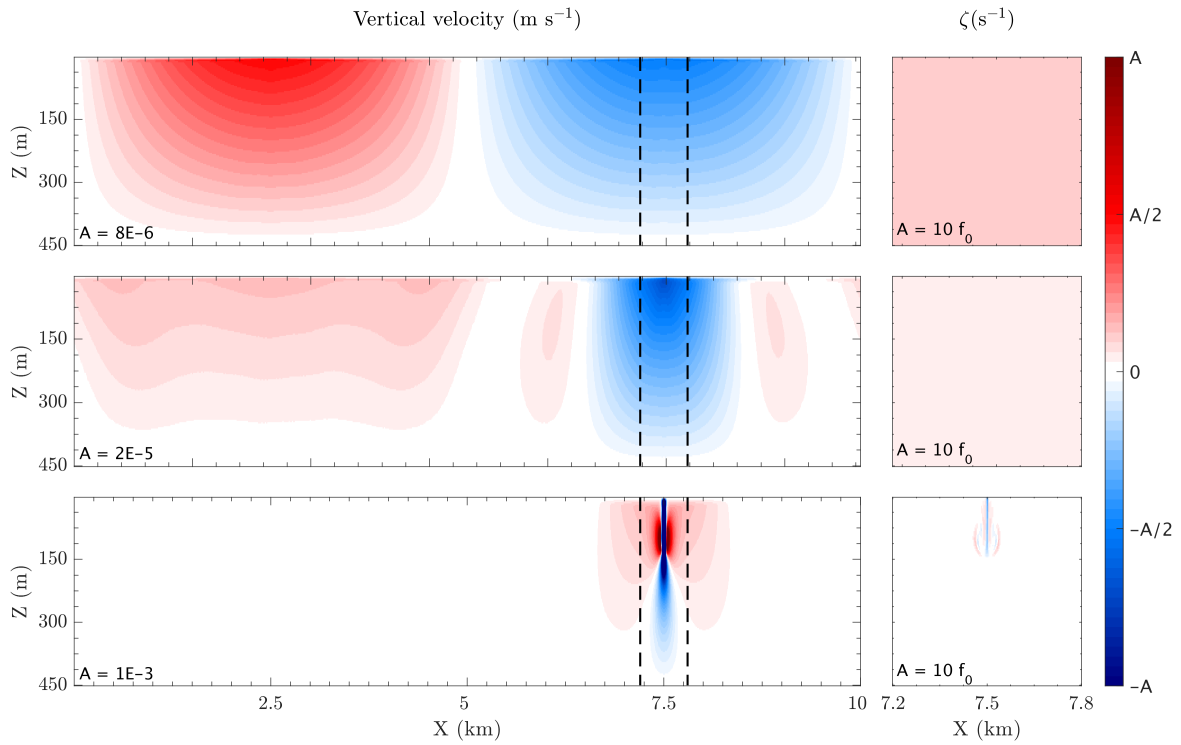


Figure 5: Vertical velocities (left panels) and absolute vorticity (right panels) of three geostrophic Rossby numbers ( $\epsilon_g = 1e^{-2}5e^{-1}1e^0$  from top to bottom). Dash line on left panels are associated with the zone shown on the right panel and the aspect ratio is not conserved. Zone of null absolute vorticity ( $f_0 + \zeta = 0$ ) is prone to inertial instability. Amplitude (A) of each colormap is indicated in each corner. Amplitude has been chosen to fit similar saturation of figure 2 for a better comparison.

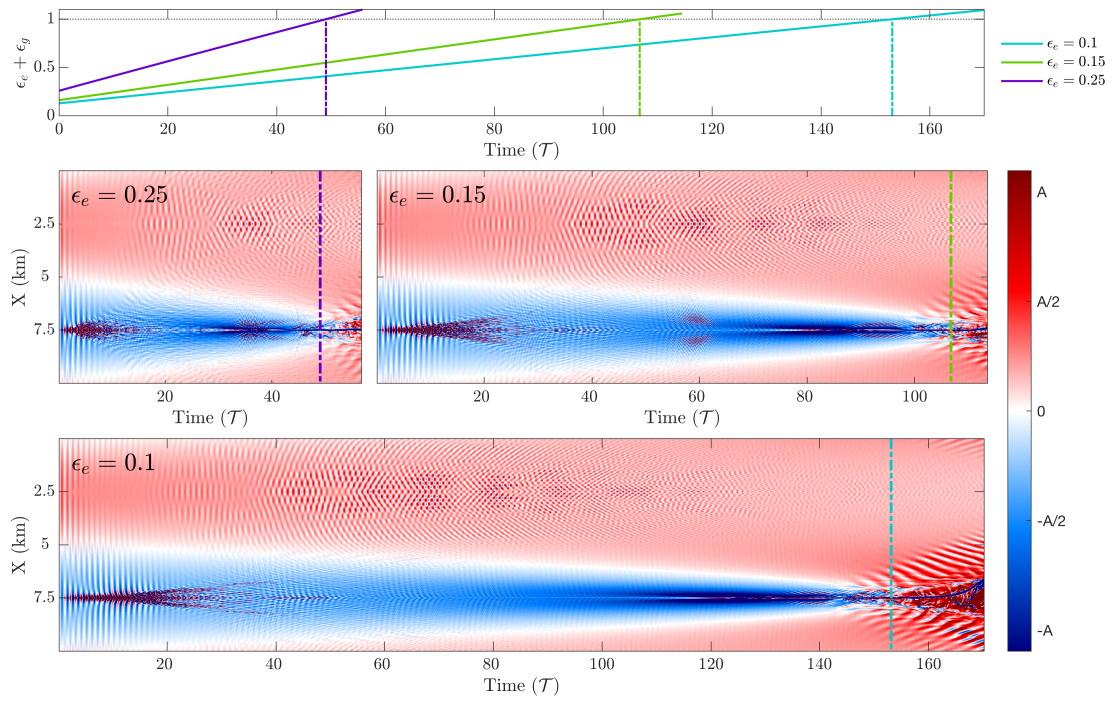


Figure 6: Top panel shows the total Rossby number as a function of time, dash-line point out when the total Rossby number reach unity. The Ekman Rossby number is fixed at initial value but geostrophy increases linearly in time. All three other panels show a Hovmöller of the spatial vertical velocities at a depth of 12 meters as a function of time for three different Ekman Rossby numbers. Dash line indicates when the total Rossby numbers reach unity.



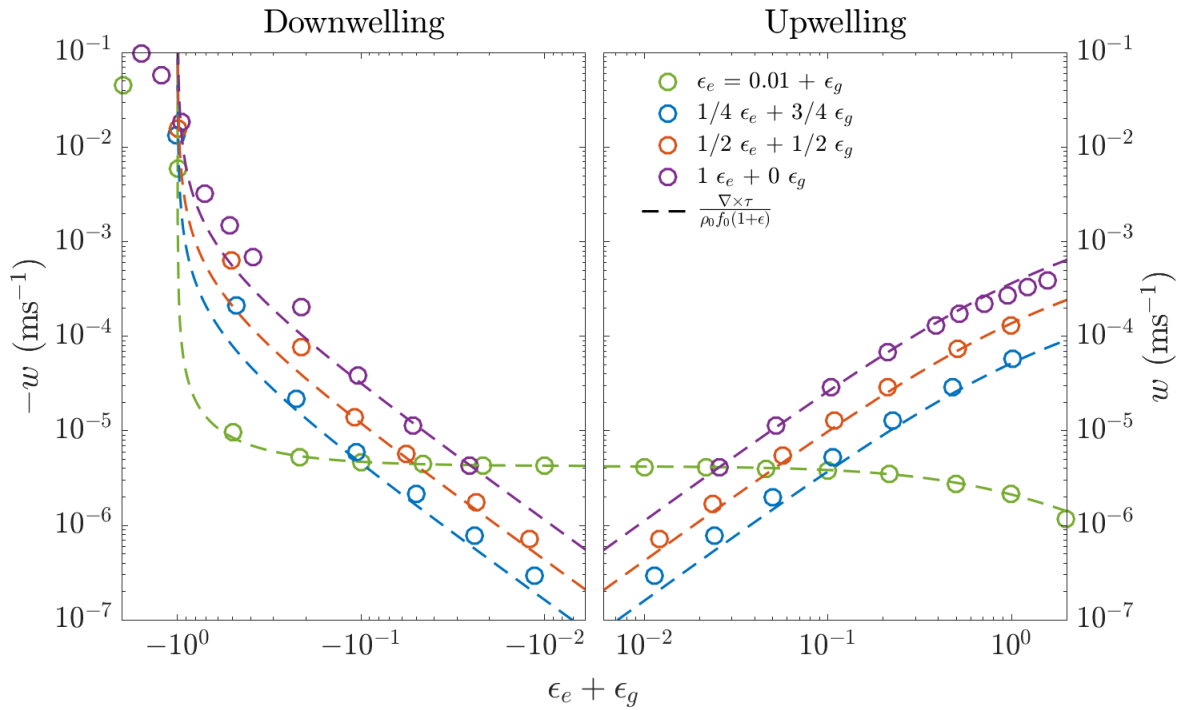


Figure 7: The root mean square of maximal vertical velocities ( $w_{rms}$ ) under downwelling region (left panel) and upwelling region (right panel) as function of  $\epsilon_{tot}$ . Dash line show represents a variation of the Stern's equation where the geostrophic Rossby number have been replaced by the total Rossby number. Each  $w_{rms}$  value represent time averaged over one inertial period and spatially averaged at 50 meters wide at a depth of 12 meters.

## 1.5 3D simulations

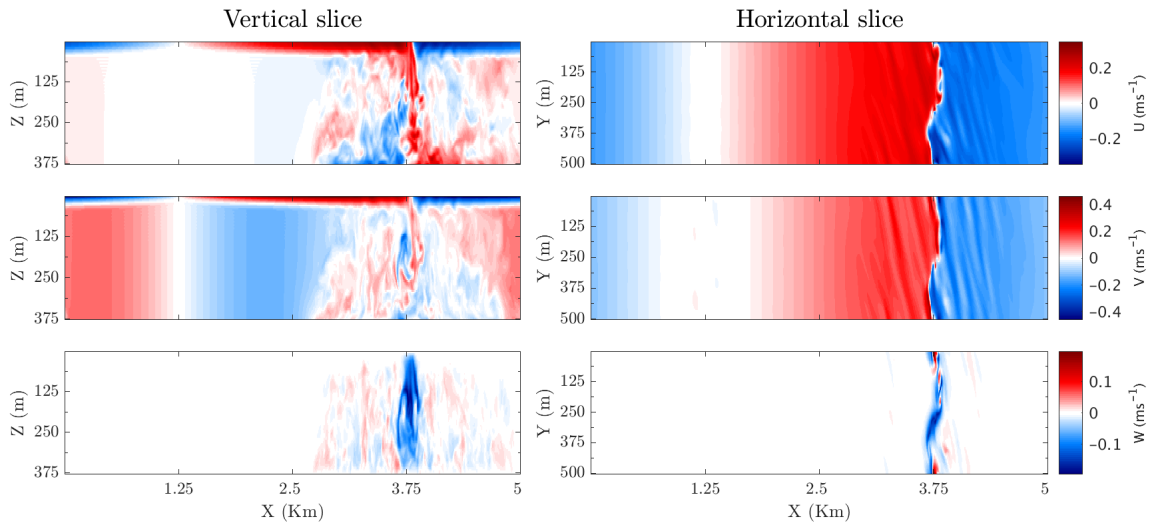
2D simulations help to cover a wide range of parameters to better understand the fundamental properties of the flows without excessive computational costs. However, as the Rossby number increases, stronger shear involved in the process lead to 3D turbulence and instability such as barotropic instability. Figure 8 and 9 show horizontal and vertical slices of all three velocity fields of a three-dimensional simulation. Figure 8 represents a stress-dominated regime with a wind stress forcing associated to  $\epsilon_e = 10$  and figure 9 represents a geostrophy-dominated regime with a surface forcing and a geostrophic current characterized by  $\epsilon_e = 0.01$  and  $\epsilon_g = 10$  respectively. These Rossby numbers higher than the critical value are chosen to save computational time leading to the transition.

For the stress-dominated regime in 3D (figure 8), lots of internal waves are observed at the bottom of the boundary layer. Even without stratification, they propagated horizontally. These waves seems to fade out quickly when the Ekman layer depth decreases a few hundred meters from their generation point. A stronger and elongated downwelling channel is observed along the anticyclonic shear line. This can be associated to the downwelling beam observed in 2D. However, in 3D the beam is not as stationary and laminar as in 2D which might be more realistic. On the shear line, spirals develop in the horizontal plane. This can be observed in the middle of the shear line after one inertial period on the V-field of figure 8.

For both regimes, the order of magnitude of the velocity fields are similar. However, these amplitudes are much more concentrated under the downwelling region. For the geostrophy-dominated regime, the geostrophic shear amplifies the contrast in the velocity field between the cyclonic and anticyclonic flows by the compression effect as it was the case for 2D simulations. This phenomenon is more obvious when comparing both top left panels of figure 8 and figure 9. The boundary layer on figure 9 is much more localized and squeezed along the anticyclonic side than the boundary layer of figure 8 which is all over the domain. It also seems to decrease NIW generation as no internal waves are observed at the bottom of the

boundary layer. Spirals also develop along the shear line under such configuration. However, the simulation must be unstable as after one inertial period the shear line broke into a wide and turbulent region all over the anticyclonic side.

$$t = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{f_0} = 8,75 \text{ h}$$



$$t = \frac{2\pi}{f_0} = 17,45 \text{ h}$$

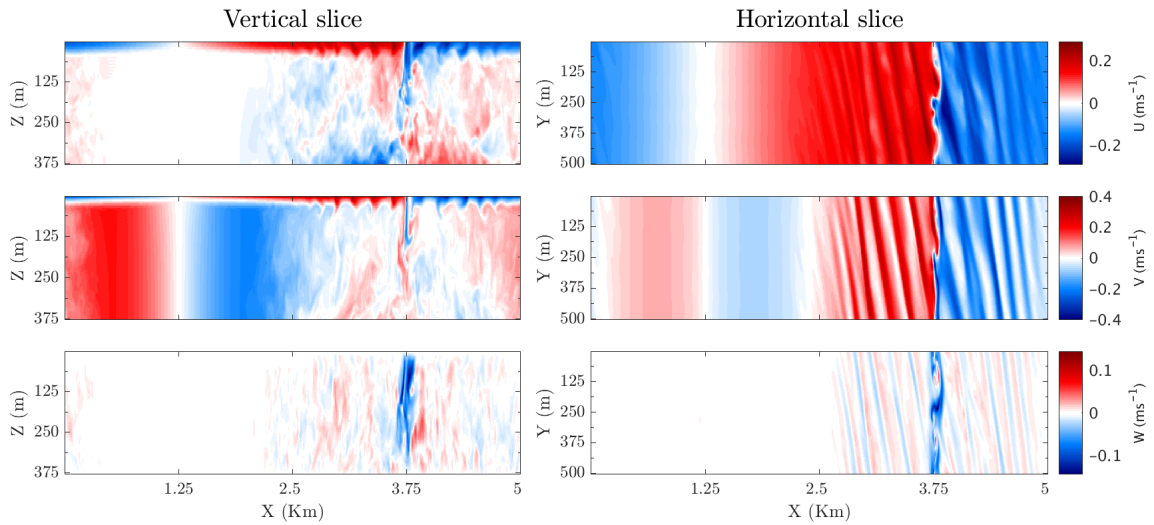
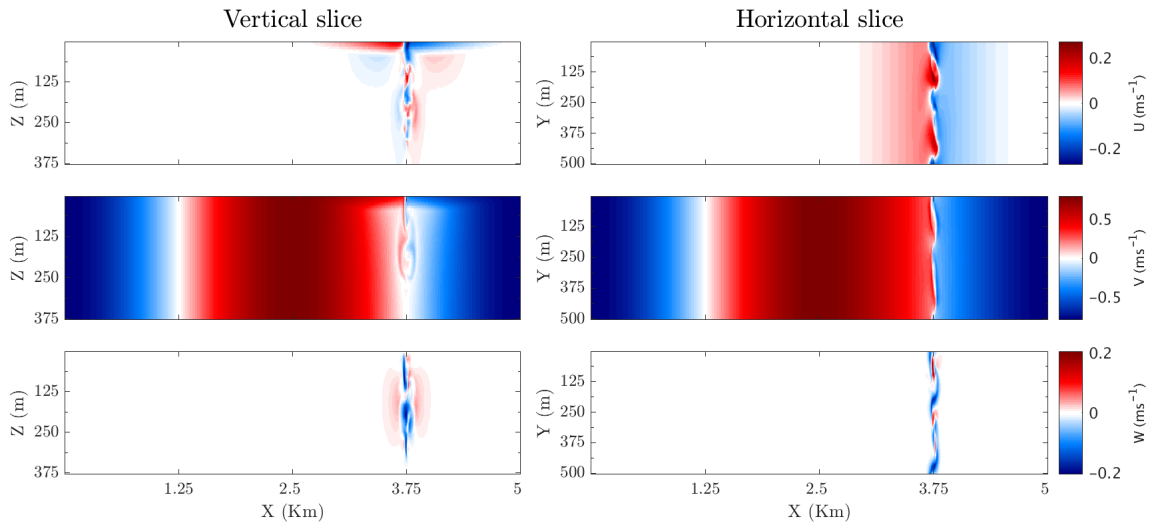


Figure 8: Vertical slices on left panels and horizontal slice on right panels of U,V and W from top to bottom respectively of a three-dimensional simulation with a characteristic Ekman Rossby number of  $\epsilon_e = 10$ . Vertical slices are taken in the middle of the domain whereas horizontal slice is taken at a depth of 12 meters. The domain of the simulation is  $L_x = 5\text{km}$ ,  $L_y = 500\text{m}$  and  $L_z = 375\text{m}$  with  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 5\text{m}$ . Top six panels shown the state of the simulation after half an inertial period whereas bottom 6 panels show the simulation after one complete inertial period.

$$t = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{f_0} = 8,75 \text{ h}$$



$$t = \frac{2\pi}{f_0} = 17,45 \text{ h}$$

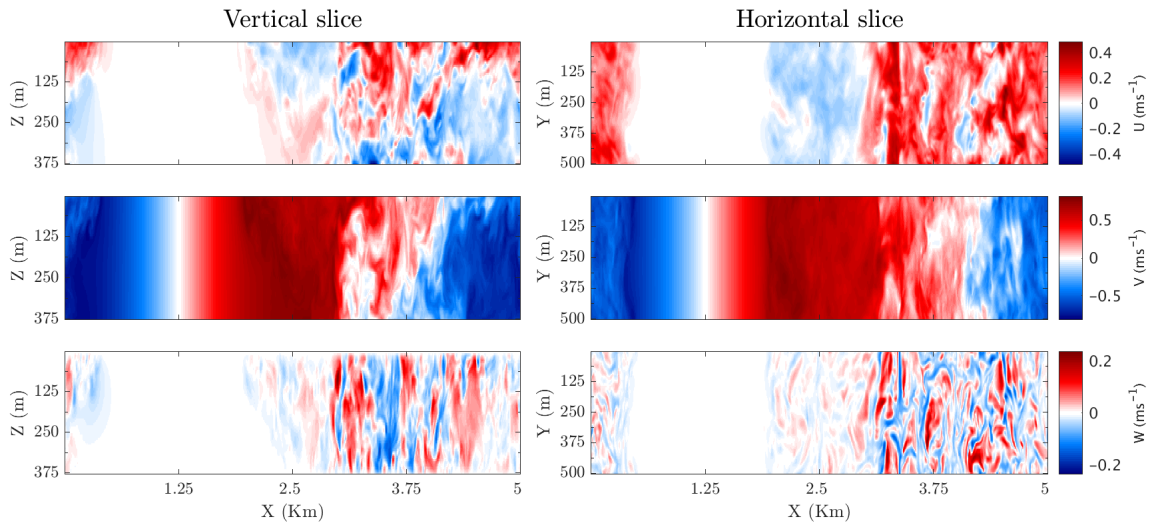


Figure 9: Vertical slices on left panels and horizontal slice on right panels of U, V and W from top to bottom respectively of a three-dimensional simulation with a characteristic Ekman Rossby number of  $\epsilon_e = 10$  and a geostrophic current characterized by  $\epsilon_g = 10$ . Vertical slices are taken in the middle of the domain whereas horizontal slice is taken at a depth of 12 meters. The domain of the simulation is  $L_x = 5\text{km}$ ,  $L_y = 500\text{m}$  and  $L_z = 375\text{m}$  with  $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 5\text{m}$ . Top six panels shown the state of the simulation after half an inertial period whereas bottom 6 panels show the simulation after one complete inertial period.

## 1.6 Discussion

A strong sinusoidal surface forcing shear applied over a deep mixed layer leads to an asymmetrical pumping between up and downwelling. Using LES simulations, it has been shown that nonlinear advection terms favor a stronger downwelling while the upwelling is weakens. Moreover, nonlinear anticyclonic flows generate more NIW compared to cyclonic in which NIW are almost absent. The regime studied here shares similarities with previous work done on nonlinear Ekman pumping affected by a preexisting current (Stern, 1965; Niiler, 1969; Hart, 2001; Thomas and Rhines, 2002; Wenegrat and Thomas, 2017) but considerable differences are also observed.

The effect of the nonlinear advection on the upwelling is well predicted by the equation 1.6. This suggests the characteristic scale used to define  $\epsilon_e$  captures accurately the asymmetry generated by sinusoidal forcing. This parameter can be seen as a scaling of the maximal vorticity in the boundary layer generated by the forcing. This is defined by the linear Ekman transport divided by the Coriolis parameter, the characteristic length of the flow and the Ekman layer depth. This vorticity is then a linear approximation of the flow but these terms appear in the nonlinear terms used to define 1.6 by the same procedure Stern used to define 1.1. Thus, this suggests that vorticity generated by the surface forcing will weaken the upwelling by this feedback mechanism as studied by Thomas and Rhines (2002).

For downwelling, physics are a little more complex. As forcing increases, we observed a stronger convergence (thus mass transport) at the maximal anticyclonic vorticity. This horizontal mass transport dominates over the vertical mass transport which creates an intensification of cross-forcing velocities and a thickening of the Ekman layer of this region. Schematically, this can be seen as a funnel effect where the horizontal mass transport converging in the anticyclonic region cannot be advected vertically by linear process. This creates congestion and mass accumulation which is translated by a deepening of the boundary layer observed on figure 8. This mass accumulation and congestion can be observed far from the

anticyclonic forcing stress as seen on figure 8. Such observations can be interesting to understand how the nonlinear Ekman layer varies with the wind stress (Pedlosky, 2008) but this is outside the scope of this research.

These processes have other impacts that are more localized to the maximal forcing stress zone. As the forcing increases, this strong convergence also increases the vorticity for the anticyclonic region. The vorticity approaches the planetary vorticity as the Ekman Rossby number approaches unity. This phenomenon is accentuated by inertial oscillations that leads to a strong variation of the horizontal mass transport. Thus, when the vorticity generated approaches  $f_0$ , NIW are generated to drain wind work energy (D'asaro, 1985; Kunze, 1985; Alford et al., 2016; Asselin and Young, 2020). These waves can reach deep as seen of middle panels of the figure 2 because NIW energy varies weakly with depth (Alford et al., 2016).

As the generated vorticity reaches the planetary vorticity, the angle of the NIW beams is nearly vertical (Alford et al., 2016; Asselin and Young, 2020). At this moment, we also observe the formation of a vertical beam with a sharp increase in vertical velocities. This beam is narrow and concentrated which means a surface tracer would be vertically advected to the bottom of the beam without much vertical mixing. The absolute vorticity forming the beam is stronger than the planetary vorticity. These key elements suggest that the beam formation is generated by inertial instability. However, more work needs to be done to properly understand this phenomenon and this is beyond the scope of this research.

In three-dimensional simulations, this strong downwelling is also observed. However, this phenomenon will lead to spiral formation as observed on figure 8, suggesting barotropic instability. This process is similar to surface convergence and spirals formation at inertial instability observed by (Shen and Evans, 1998; Munk et al., 2000; Shen and Evans, 2002). More over, this is similar to phenomena observed by Bourgault et al. (2020) which motivated this research. In this case, the width of the leads (which is basically the length of the stress variation) is very narrow. This allows strong surface stress curl well above the Ekman Rossby number unity.

Compared to the stress-dominated regime, geostrophic current shears will weaken and diffuse the upwelling on a wider zone because it disperses (compresses) cyclonic (anticyclonic) Ekman transport in the Ekman layer. This shrinks (widens) the Ekman layer for cyclonic (anticyclonic) region more dramatically than the stress-dominated regime. This also helps to amplify the contrast in vertical velocities between the up and downwelling at all depths for weak and medium Rossby numbers. The fact that almost no NIW are present for the geostrophic-dominated regime is another considerable difference between these two regimes. This suggests that for an equivalent Rossby number, stress-dominated regime might drain more energy through the interior by downward wave propagation as the bottom of the mixed layer will be stimulated by near-inertial motions (Alford et al., 2016). This effect can also favor mixing at the bottom of the mixed layer as the NIW with a small wave length have stronger turbulent mixing potential due to their strong vertical shear (Alford et al., 2016). This might explain strong heat fluxes coming from underneath the mixed layer in Bourgault et al. (2020). However both regimes generated strong downwelling velocities when the Rossby number characterizing the flow exceeds unity and the magnitude of those velocities are similar for both regimes ( $O(10^{-2}$  m/s). This suggests that this beam phenomenon is similar in both cases.

The fact that the transition arises for both regimes when the respective Rossby number reaches unity suggests that definitions and constants used to define both Rossby number captures the dynamics of this problem. The fact the transition still arises precisely at unity when both Rossby numbers are combined together reinforces this argument. This also suggests that both numbers must be taken into account when evaluating the Rossby number describing the flow and to neglect nonlinearities. As shown in figure 3 and 7, the equation for  $w^*$  accurately predicts vertical velocities before the threshold point, even at Rossby numbers approaching unity. For the geostrophic-dominated regime, this is not surprising as many studies introduced in this paper already cover this topic. However, for stress-dominated regime this is not so intuitive because the Ekman Rossby number is a scaling of linear Ekman transport.



## 1.7 Conclusion

Surface forcing can generate nonlinear advection that leads to an asymmetry between the up and downwelling. Whether such phenomena can be observed in nature remains an open question. Strong wind forcing such as a hurricane passing over the Gulf Stream might be a good candidate as all key elements are present. Moreover, the hurricanes speed displacement can also amplify those nonlinear process as it can stimulate inertial oscillations. However, such NIW generation is weak even considering vigourous storms([Asselin and Young, 2020](#)). This leads us to where this all starts. Linear kinematic features (leads) of the Arctic sea ice generate strong surface stress curl as their width is relatively small. Thus, nonlinear Ekman pumping favors more heat fluxes from the bottom of the mixed layer for anticyclonic flows ([Bourgault et al., 2020](#)). However as this research shows strong NIW generation for such phenomena, the question to which physical processes these heat fluxes belong to remains.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

### 1.8 Conclusion

À l'aide d'un modèle LES, on observe que le régime dominé par le vent démontre l'importance de la contribution des termes non-linéaires générés par une forte contrainte de surface sur la couche de frontière et de l'intérieur. L'advection non-linéaire dans cette couche favorise le «downwelling» en amplifiant et en concentrant les vitesses verticales négatives. D'un autre côté, le «upwelling» est affaibli et plus diffus. D'autres phénomènes comme la génération d'ondes inertielles et d'ondes d'inertie-gravité amplifient le pompage anticyclonique et l'instabilité de l'écoulement. Ces effets sont surtout localisés au maximum de la contrainte.

Pour une contrainte cyclonique, il a été démontré que l'affaiblissement du «upwelling» est bien prédit par la courbe de l'équation 1.6. Puisque la valeur  $\epsilon_e$  utilisée dans cette équation est définie comme étant le transport linéaire d'Ekman divisé par la profondeur de la couche frontière, on peut croire que seule la vorticité générée par ce transport suffit à expliquer cet affaiblissement. Ceci concorde avec [Thomas et Rhines \(2002\)](#) affirmant que la vorticité du courant généré lors du «spin-up» affecte le pompage par rétroaction. Contrairement au pompage anticyclonique, on n'y observe pas de phénomène de génération d'ondes ni d'instabilité. On observe néanmoins un amincissement de la couche frontière telle que mentionnée par [Pedlosky \(2008\)](#).

Pour une contrainte anticyclonique les phénomènes physiques impliqués sont un peu plus complexes. On observe l'épaississement de la couche d'Ekman d   à l'accumulation du transport horizontal. Cette accumulation au point de cisaille a pour effet d'augmenter la vorticité verticale au maximum de la contrainte anticyclonique. De cette forte convergence, on observe aussi une augmentation des vitesses verticales.    faible nombre de Rossby, ces vitesses suivent aussi la courbe de l'équation 1.6. Néanmoins, lorsque le nombre de Rossby

représentant le forçage atteint un ordre de grandeur  $\mathcal{O}(10^{-1})$ , on observe l'apparition de fortes NIW générée à la base de la couche de mélange. Certaines ondes se déplacent horizontalement à la base de la couche frontière, et ce, sans stratification. D'autres se propagent principalement vers le bas du domaine en formant un angle de part et d'autre de l'axe vertical le long de la cisaille. Avec ce phénomène vient l'apparition de vorticité absolue presque nulle. Ces NIW amplifient davantage les vitesses verticales et diffusent l'énergie due à la contrainte du vent vers la couche intérieure ou sur de grandes distances à la base de la couche frontière (Alford et al., 2016; Asselin et Young, 2020).

Plus la contrainte du vent augmente, plus ces phénomènes s'accroissent. Lorsque le nombre de Rossby atteint l'unité, des zones de vorticité absolue nulle sont présentes sous le «downwelling». Les NIW se propagent davantage verticalement (Alford et al., 2016). C'est alors que l'on observe la formation d'un jet étroit ayant des vitesses verticales d'un ordre de grandeur plus élevé qu'Ekman linéaire. Ainsi, on peut penser que le critère de formation de ce jet est dû à l'instabilité inertielle pour laquelle la vorticité absolue est nulle. En trois dimensions, ce phénomène mène aussi à la formation de vortex due à la cisaille du courant dans la couche frontière. Ceci concorde avec certaines études mentionnant que l'instabilité inertielle le long d'une cisaille permet l'apparition de fortes convergences et de spirales (Shen et Evans, 1998; Munk et al., 2000; Shen et Evans, 2002). Néanmoins, l'analyse et la compréhension des processus physiques menant à cette instabilité ne font pas partie de cette présente étude.

Ce régime étudié diffère en partie du régime où un courant géostrophique préexistant affecte le pompage d'Ekman. D'abord, le régime dominé par la géostrophie a des répercussions à plus grandes échelles, autant au niveau des vitesses verticales que de la structure de la couche frontière. Ceci amplifie le contraste et l'asymétrie entre le «upwelling» et le «downwelling». Le fait que pratiquement aucunes NIW ne sont observées dans ce régime est une différence majeure considérant l'impact de ces ondes sur les vitesses verticales et le mélange turbulent (Alford et al., 2016).

Les processus non-linéaires affectant le pompage d'Ekman sont durs à observer dans la

nature due à la différence d'ordre grandeur entre les vitesses verticales et horizontales dans la couche frontière. Les méthodes numériques de type LES utilisées dans cette étude fournissent une avenue prometteuse pour étudier l'impact de ces phénomènes physiques. Néanmoins, il est important de prendre des précautions lorsque vient le temps d'associer les paramètres utilisés à des phénomènes physiques naturels. Dans le cas des régimes étudiés, on pourrait s'attendre à ce que des phénomènes météorologiques extrêmes produisent un forçage de surface suffisant important. La génération des NIW telle qu'observée dans cette étude est d'ailleurs déjà attribuée aux tempêtes à latitude moyenne (D'asaro, 1985), aux ouragans (Firing, 1997) et aux typhons (Yang et Hou, 2014). Néanmoins, le fait d'avoir une cisaille linéaire plutôt que circulaire pourrait apporter des différences considérables (Shen et Evans, 1998).

Ceci nous amène à considérer un phénomène rectiligne naturel pour lequel la variation de la contrainte de surface possède un nombre de Rossby supérieur à l'unité : les fractures de la banquise. La courte largeur d'une fracture et la forte contrainte générée de part et d'autre par les vitesses de la banquise mènent à une cisaille élevée. Bourgault et al. (2020) ont démontré que de tels phénomènes réalistes provoquent un «downwelling» environ dix fois plus fort que le «upwelling». On y observe aussi la formation de petits vortex comme ceux observés dans la section en trois dimensions de cette présente étude. De forts flux de chaleur verticaux ont été observés et ont été attribués au mélange turbulent généré par les fortes vitesses verticales. Néanmoins, l'étude ne pousse pas davantage à savoir quels sont les différents phénomènes physiques impliqués et leur importance sur le mélange turbulent. À la lumière de cette présente étude, les NIW générées par un tel phénomène pourraient mener à un mélange turbulent important dû à leur forte cisaille verticale (Alford et al., 2016). De telles suppositions restent à être investiguées.

## RÉFÉRENCES

- Alford, M. H., Mackinnon, J. A., Simmons, H. L., Nash, J. D., 2016. Near-Inertial Internal Gravity Waves in the Ocean. *Annual Review of Marine Science* 8, 95–123.
- Allen, J., 1973. Upwelling and coastal jets in a continuously stratified ocean. *Journal of Visual Languages & Computing* 11 (3), 55.
- Asselin, O., Young, W. R., 2020. Penetration of wind-generated near-inertial waves into a turbulent ocean. *Journal of Physical Oceanography* 50 (6), 1699–1716.
- Bourgault, P., Straub, D., Duquette, K., Nadeau, L. P., Tremblay, B., 2020. Vertical heat fluxes beneath idealized sea ice leads in large-eddy simulations: Comparison with observations from the SHEBA experiment. *Journal of Physical Oceanography* 50 (8), 2189–2202.
- D'asaro, E. A., 1985. The energy flux from the wind to near-inertial motions in the surface mixed layer. *Journal of Physical Oceanography* 15, 1043–59.
- Ekman, V. W., 1905. On the influence of the earth's rotation on ocean-currents. *Ark. Mat. Astron. Fys.* 2, 1–53.
- Fernando, H. J., Chen, R. R., Boyer, D. L., 1991. Effects of rotation on convective turbulence. *Journal of Fluid Mechanics* 228 (1991), 513–547.
- Firing, E., 1997. Observations of strong inertial oscillations after the passage of Tropical Cyclone Ofa. *Journal of Geophysical Research C: Oceans* 102 (C2), 3317–3322.
- Gaube, P., Chelton, D. B., Samelson, R. M., Schlax, M. G., O'Neill, L. W., 2014. Satellite Observations of Mesoscale Eddy-Induced Ekman Pumping. *Journal of Physical Oceanography* 45, 104–132.
- Gaube, P., Chelton, D. B., Strutton, P. G., Behrenfeld, M. J., 2013. Satellite Observations of Chlorophyll , Phytoplankton Biomass and Ekman Pumping in Nonlinear. *Journal of Geophysical Research* 118 (12), 6349–6370.
- Hart, J. E., 2001. A note on nonlinear corrections to the Ekman layer pumping velocity. *Physics of Fluids* 131 (2000).
- Klinger, B. A., Marshall, J., 1995. Regimes and scaling laws for rotating deep convection in the ocean. *Dynamics of Atmospheres and Oceans* 21 (4), 227–256.
- Kunze, E., 1985. Near-Inertial Wave Propagation in Geostrophic Shear. *Journal of Physical Oceanography* 15, 544–564.
- Lee, D.-K., Niilerl, P., Piacsek, S., Warn-varnas, A., 1994. Wind-driven secondary circulation in ocean mesoscale. *Journal of Marine Research* 52 (3), 371–396.

- Mahadevan, A., 2016. The impacts of submesoscale physics on primary productivity of plankton.
- Mahadevan, A., Tandon, A., 2006. An analysis of mechanisms for submesoscale vertical motion at ocean fronts 14, 241–256.
- Marshall, J., Adcroft, A., Hill, C., Perelman, L., Heisey, C., 1997. A finite-volume, incompressible navier stokes model for, studies of the ocean on parallel computers. *Journal of Geophysical Research C: Oceans* 102 (C3), 5753–5766.
- Martinson, D. G., Steele, M., 2001. Future of the Arctic sea ice cover: Implications of an Antarctic analog. *Geophysical Research Letters* 28 (2), 307.
- Matear, R. J., C., H. A., 1998. Climate change feedback on the future oceanic CO<sub>2</sub> uptake.
- McPhee, M. G., Kwok, R., Robins, R., Coon, M., 2005. Upwelling of Arctic pycnocline associated with shear motion of sea ice. *Geophysical Research Letters* 32 (10), 1–4.
- McWilliams, J. C., Huckle, E., Liang, J. H., Sullivan, P. P., 2012. The wavy Ekman layer: Langmuir circulations, breaking waves, and Reynolds stress. *Journal of Physical Oceanography* 42 (11), 1793–1816.
- Munk, W., Armi, L., Fischer, K., Zachariassen, F., 2000. Spirals on the sea. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 456 (1997), 1217–1280.
- Niiler, P. P., 1969. On the Ekman Divergence in an Oceanic Jet. *Journal of Geophysical Research* 74 (28), 7048–7052.
- Pedlosky, J., 2008. On the weakly nonlinear Ekman layer: Thickness and flux. *Journal of Physical Oceanography* 38 (6), 1334–1339.
- Price, J. F., Sundermeyer, M. A., 1999. Stratified Ekman Layer. *Journal of Geophysical Research* 104 (20), 467.
- Rousselet, L., Doglioli, A. M., de Verneil, A., Pietri, A., Della Penna, A., Berline, L., Marrec, P., Grégori, G., Thyssen, M., Carlotti, F., Barrillon, S., Simon-Bot, F., Bonal, M., D'Ovidio, F., Petrenko, A., 2019. Vertical Motions and Their Effects on a Biogeochemical Tracer in a Cyclonic Structure Finely Observed in the Ligurian Sea. *Journal of Geophysical Research: Oceans* 124 (6), 3561–3574.
- Rudels, B., Anderson, L. G., Jones, E. P., 1996. Formation and evolution of the surface mixed layer and halocline of the Arctic Ocean. *Journal of Geophysical Research Oceans* 101 (C4), 8807–8821.
- Rudels, B., Jones, E. P., Schauer, U., Eriksson, P., 2004. Atlantic sources of the Arctic Ocean surface and halocline waters. *Polar Research* 23 (2), 181–208.

- Scotti, A., Meneveau, C., Fatica, M., 1997. Dynamic Smagorinsky model on anisotropic grids. *Physics of Fluids* 9 (6), 1856–1858.
- Shen, C. Y., Evans, T. E., 1998. Inertial instability of large Rossby number horizontal shear flows in a thin homogeneous layer. *Dynamics of Atmospheres and Oceans* 26 (4), 185–208.
- Shen, C. Y., Evans, T. E., 2002. Inertial instability and sea spirals. *Geophysical Research Letters* 29 (23), 1–4.
- Smagorinsky, J., 1963. General Circulation Experiments With the Primitive Equations. *Monthly Weather Review* 91 (3), 99–164.
- Steele, M., Boyd, T., 1998. Retreat of the cold halocline layer in the Arctic Ocean. *Journal of Geophysical Research: Oceans* 103 (C5), 10419–10435.
- Stern, M. E., 1965. Interaction of a uniform wind stress with a geostrophic vortex. *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts* 12 (November 1964), 355–367.
- Thomas, L. N., Rhines, P. B., 2002. Nonlinear stratified spin-up. *Journal of Fluid Mechanics* 473, 211–244.
- Thomas, L. N., Tandon, A., Mahadevan, A., 2008. Submesoscale processes and dynamics. *Geophysical Monograph Series* 177, 17–38.
- Wenegrat, J. O., McPhaden, M. J., Lien, R.-C., 2014. Wind stress and near-surface shear in the equatorial Atlantic Ocean. *Geophys. Res. Lett.* 31 (16), 1–8.
- Wenegrat, J. O., Thomas, L., 2017. Ekman Transport in Balanced Currents with Curvature. *Journal of Physical Oceanography* 47 (5), 1189–1203.
- Yang, B., Hou, Y., 2014. Near-inertial waves in the wake of 2011 Typhoon Nesat in the northern South China Sea. *Acta Oceanologica Sinica* 33 (11), 102–111.
- Zikanov, O., Slinn, D. N., Dhanak, M. R., 2003. Large-eddy simulations of the wind-induced turbulent Ekman layer. *Journal of Fluid Mechanics* 495 (495), 343–368.