Université du Québec à Rimouski

ANALYSE DE L'ACTIVITÉ D'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DU CONCEPT DE NOMBRE SOUS UNE APPROCHE PAR RÉSOLUTION DE PROBLÈMES CHEZ UNE ENSEIGNANTE DE 2e ANNÉE EN ADAPTATION SCOLAIRE

Mémoire présenté
dans le cadre du programme de maitrise en éducation
en vue de l'obtention du grade de maitre ès arts

PAR
© ANABELLE FILLION

Aout 2020

Composition du jury :

Jean-François Boutin, président du jury, Université du Québec à Rimouski

Mélanie Tremblay, directrice de recherche, Université du Québec à Rimouski

Mireille Saboya, codirectrice de recherche, Université du Québec à Montréal

Luis Radford, examinateur externe, Université Laurentienne

Dépôt initial le 2 juin 2020 Dépôt final le 20 aout 2020

« Aucun de nous, en agissant seul, ne peut atteindre le succès »

– Nelson Mandela

REMERCIEMENTS

Mes nombreuses questions sur l'enseignement-apprentissage et ma curiosité intellectuelle m'ont poussée à poursuivre mes études à la maitrise. Ce mémoire est le fruit de nombreuses expériences et de rencontres exceptionnelles qui m'ont permis d'évoluer autant personnellement que professionnellement. Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué à sa réussite.

D'abord, je souhaite remercier le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada qui, grâce à son soutien financier, m'a permis de mener ce projet à terme avec quelques écueils en moins.

Ensuite, je tiens à remercier chaleureusement Mélanie et Mireille, mes directrices de recherche. Votre soutien et vos judicieux conseils ont contribué à alimenter ma réflexion au fil des années. Je souligne aussi votre rigueur intellectuelle et votre expertise en didactique des mathématiques qui m'ont permis d'accomplir un projet de recherche qui va au-delà de mes attentes. Je vous en suis très reconnaissante! Je remercie également messieurs Jean-François Boutin et Luis Radford, qui ont agi à titre de président du jury et d'examinateur externe, d'avoir généreusement accepté de lire et de commenter mon mémoire. C'est un bel honneur pour moi!

De même, je tiens à exprimer ma gratitude à l'enseignante et aux élèves qui ont participé à ce projet de recherche. Cette volonté de faire autrement pour contribuer à l'engagement et à la réussite des élèves m'a beaucoup inspirée.

De plus, je remercie mon amie Samantha qui, de près ou de loin, a toujours été là pour moi. Je tiens à dire un merci spécial à Joudie. Tes réponses à mes nombreuses questions et ta lecture des pages de ce mémoire m'ont beaucoup aidée. Pendant ces études, une amitié s'est créée!

Également, je remercie mes très chers parents, Robert et France. Votre présence chaleureuse dans cette aventure remplie d’émotions et de remises en question a été rassurante. Votre soutien inégalable pendant toutes mes années d’études mérite d’être souligné puisqu’il y a beaucoup de vous dans chacune de mes réussites, merci pour tout! Mille mercis à mes sœurs Rosalie et Mélanie, et à mon frère Zacharie pour vos encouragements et votre écoute au fil du temps.

Puis, je remercie de tout mon cœur Maxime d’avoir cru autant en moi. Ton réconfort et ta confiance en mes capacités m’ont donné l’énergie pour atteindre mes objectifs. Ta présence et tes bons conseils m’ont permis de me changer les idées dans les moments d’angoisse et d’apprécier le moment présent. Merci de m’accompagner et de me soutenir dans tous mes projets. Je suis privilégiée de t’avoir à mes côtés!

Après ces trois dernières années, où je n’ai pas compté les heures passées à lire, à discuter, à rédiger mon mémoire et à le peaufiner, je suis fière du chemin parcouru. Avec le soutien de personnes remarquables, les efforts constants et la passion : tout est réalisable!

RÉSUMÉ

Au cours des dernières décennies, les travaux qui s'intéressent à l'enseignement-apprentissage des mathématiques cherchent à mieux comprendre comment les raisonnements mathématiques se façonnent dans la classe en s'intéressant aux interactions entre les élèves et l'enseignant et aux outils qui médiatisent l'activité. Ainsi, pour mieux cerner les manières toutes particulières d'apprendre les mathématiques, la théorie de l'objectivation de Luis Radford (2011) propose d'étudier finement les différents outils sémiotiques (gestes, rythmes, postures, actions kinesthésiques, signes) qui médiatisent le processus de mise en apparence de manières de faire et de penser (objectivation) propres à la culture mathématique.

Ce mémoire vise à décrire et à comparer l'activité d'enseignement-apprentissage du nombre, sous une approche par résolution de problèmes, chez une enseignante de 2^{e} année en adaptation scolaire pendant cinq ans sous l'angle de la théorie de l'objectivation. La présente étude puise ses données dans une recherche collaborative (Saboya et Tremblay, 2017) qui s'est échelonnée de 2013 à 2018 (deux ans de projet, une pause d'une année qui a été suivie de deux autres années). Pour répondre à l'objectif de l'étude, une seule enseignante a été retenue (enseignante d'adaptation scolaire de 2^{e} année dans une commission scolaire de Québec). Cette étude de cas permet alors d'analyser finement les manières de faire, d'une enseignante de 26 années d'expérience, qui contribuent au développement du sens du nombre chez ses élèves en difficulté d'apprentissage. L'analyse a été effectuée à partir des trois composantes de l'activité d'enseignement-apprentissage : sujets, outils et objet (Radford, 2011). Pour ce faire, quatre séances de classe, une pour chaque année du projet, ont été sélectionnées et analysées finement. Les données illustrent la finesse des interventions de l'enseignante pour aider ses élèves à apprendre, interventions qui dépassent largement les mots. La coordination des gestes, du langage, du matériel et de leurs usages contribue à l'élaboration de la compréhension des élèves. Ces outils sémiotiques ne sont pas considérés comme de simples aides à l'apprentissage, mais plutôt comme des constituants de l'activité/pensée mathématique. Les manières de faire de l'enseignante contribuent à l'engagement de ses élèves dans la résolution de problèmes mathématiques et au développement du concept de nombre.

Mots-clés : théorie de l'objectivation, activité d'enseignement-apprentissage, approche par résolution de problèmes, mathématiques, nombre, adaptation scolaire au primaire

ABSTRACT

In recent decades, works that focus on teaching and learning mathematics try to understand how mathematical reasoning is shaped in the classroom by looking at the interactions between students and teacher and the artefacts that mediate the activity. Thus, to understand the particular ways of learning mathematics, the Theory of Objectification by Luis Radford (2011) proposes to study the different semiotic means of objectification (gestures, rhythm, posture, kinesthetic actions, signs) which mediate the process of becoming aware of general mathematical properties.

This study aims to describe and compare the teaching-learning activity aimed to develop the number concept within a problem-solving approach. The data were collected in a 2nd grade special education class during five years. The data is based on the collaborative research (Saboya and Tremblay, 2017) which spanned from 2013 to 2018 (two years of project, a one-year break which was followed by two more years). To meet the objective of the study, only one teacher was selected (2nd grade special education teacher in a Quebec school). This case study analyzes finely the different actions of an experimented teacher who contribute to the development of number sense among her students with learning difficulties. The analysis was carried out using the components of the teaching-learning activity : subjects, artefacts and object (Radford, 2011). Four class sessions, one for each year of the project, were selected and analyzed in details. The data illustrate the finesse of the teacher's interventions in the teaching-learning activity, interventions that go far beyond the words. The coordination of gestures, language and material mediates knowledge and knowing. These semiotics means of objectification are not seen as mere learning aids, but rather as components of mathematical activity/thinking. The teacher's actions contribute to the engagement of her students in solving mathematical problems and in the development of number sense.

Keywords : Theory of Objectification, teaching and learning, problem-solving approach, mathematics, number, primary special education

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES

E-A	Enseignement-apprentissage
MELS	Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport
MEO	Ministère de l'Éducation de l'Ontario
PDA	Progression des apprentissages
PFEQ	Programme de formation de l'école québécoise
TO	Théorie de l'objectivation
ZPD	Zone proximale de développement

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La résolution de problèmes occupe une place importante dans le programme d'études québécois (Ministère de l'Éducation du Loisir et du Sport [MELS], 2006). De fait, l'approche par résolution de problèmes est préconisée pour l'enseignement des mathématiques, car elle favorise le développement d'une compréhension relationnelle (Skemp, 1978) et d'un agir mathématique chez les élèves (Tremblay et Dumas, 2011). L'activité d'enseignement-apprentissage (désignée par E-A) est conceptualisée de façon dialectique. Les membres de la classe par leurs gestes, leurs propos et les outils matérialisent leur processus de mise en apparence de savoirs mathématiques historiquement constitués (Radford, 2015).

La présente étude longitudinale est issue d'une recherche collaborative[1] qui a été en place dans une école primaire au Québec pendant cinq ans (2013 à 2018). Elle s'insère dans une démarche de développement professionnel qui part des mathématiques qui se vivent dans la classe (Bednarz et Proulx, 2010). Les manières d'agir des élèves sont consubstantielles de la culture qui se réifie et s'élabore dans la classe. Deux enseignantes qui interviennent dans des classes d'adaptation scolaire étaient plus directement impliquées dans cette recherche collaborative. Elles avaient comme intentions de contribuer à ce que leurs élèves, qui sont en difficulté d'apprentissage, soient meilleurs en résolution de problèmes et qu'ils développent une meilleure compréhension du concept de nombre.

Dans ce mémoire, l'intérêt est porté sur les interactions entre l'enseignante et les élèves dans la classe pendant la résolution de problèmes[2] mathématiques. Plus

---

[1] Les deux chercheures responsables sont Mélanie Tremblay, professeure à l'Université du Québec à Rimouski, campus de Lévis, et Mireille Saboya, professeure à l'Université du Québec à Montréal, également directrices de la chercheure.

[2] Dans ce mémoire, aucune distinction n'est effectuée entre un problème et une situation-problème. Il est question de problèmes mathématiques dans un sens large.

particulièrement, sur l'activité d'E-A du concept de nombre sous une approche par résolution de problèmes chez une enseignante de 2e année. La théorie de l'objectivation (désignée TO) de Radford (2011, 2016) permet de porter une attention particulière aux signes et aux outils qui médiatisent le processus de mise en apparence de manières de faire et de penser en mathématiques. À notre connaissance, aucune étude n'a documenté l'activité d'E-A du nombre sur une période de cinq ans. Elle vise donc à décrire et à comparer l'activité d'E-A du nombre, sous une approche par résolution de problèmes, chez une enseignante de 2e année en adaptation scolaire pendant cinq ans sous l'angle de la TO. Ce mémoire présente l'étude menée à travers cinq chapitres.

D'abord, la problématique de cette étude est exposée dans le premier chapitre. Le développement du nombre dans le parcours de l'élève, les défis rencontrés par les élèves en difficulté dans l'apprentissage du nombre, l'influence des pratiques enseignantes auprès de ces élèves, la planification de riches activités mathématiques ainsi que l'implantation de l'approche par résolution de problèmes pour l'E-A des mathématiques appuient le problème de l'étude et par le fait même son objectif et sa pertinence.

Le deuxième chapitre présente le cadre théorique qui soutient l'étude. Il définit l'approche par résolution de problèmes ainsi que la TO (Radford, 2011) qui sert de cadre d'analyse de l'activité d'E-A s'appuyant sur une approche par résolution de problèmes. À la fin de ce chapitre, la question de recherche se précise et est présentée.

Le troisième chapitre décrit la méthodologie de cette étude. L'approche méthodologique (une étude de cas s'inscrivant dans une approche phénoménologique), le profil de la participante, le processus de collecte et d'analyse de données sont présentés, suivis des critères de scientificité et des considérations éthiques.

Le quatrième chapitre consiste en l'analyse fine des quatre séances de classe choisies. Pour chacune des séances, l'histoire mathématique utilisée (énoncé initial du problème), son analyse didactique et le temps investi sont exposés. Ensuite, la présentation et l'analyse des données suivent l'ordre dans lequel le déroulement du retour en grand groupe a été vécu dans la classe. À la fin de chacune des séances, une synthèse permet de mettre en évidence les manières de faire répertoriées chez l'enseignante en ce qui a trait au développement du concept de nombre ainsi qu'à l'engagement des élèves. Cette synthèse est organisée en trois moments qui ressortent de chacune des quatre séances : l'explicitation des démarches individuelles pour les élèves désignés, la demande de vérification de ces démarches et la discussion autour de l'efficacité des démarches.

Le cinquième chapitre propose une discussion autour des résultats obtenus dans le chapitre précédent. Pour répondre à l'objectif de l'étude, des liens sont tissés avec la problématique et le cadre théorique présentés précédemment.

Finalement, une conclusion met à nouveau en lumière les résultats principaux de l'étude, ses apports et ses limites ainsi qu'une ouverture sur des recherches à effectuer dans le futur.

CHAPITRE 1
LA PROBLÉMATIQUE

Dans ce mémoire, l'intérêt est porté sur l'activité d'E-A au niveau du primaire et plus spécifiquement en adaptation scolaire. Un des enjeux en mathématiques à ce niveau scolaire et auprès des élèves en difficulté d'apprentissage est le développement du sens du nombre. La première section de ce chapitre dresse un portrait de l'apprentissage du nombre dans le parcours de l'enfant, qui devient une fois scolarisé un élève, ainsi que les prescriptions ministérielles à cet égard. Dans la deuxième section, les défis rencontrés dans l'apprentissage du nombre par les élèves en difficulté sont exposés. La troisième section présente l'influence des pratiques enseignantes dans l'enseignement des mathématiques. La planification de riches activités mathématiques dans le but de développer un agir mathématique chez les élèves est abordée dans la quatrième section. Dans la cinquième section, l'approche par résolution de problèmes, les défis de son implantation et l'importance de la formation continue sont présentés. Enfin, le problème et l'objectif de l'étude sont explicités ainsi que la mise en évidence de sa pertinence sociale et scientifique.

1.1 L'APPRENTISSAGE DU NOMBRE DANS LE PARCOURS DE L'ENFANT ET DE L'ÉLÈVE

1.1.1 UN REGARD SUR L'APPRENTISSAGE DU NOMBRE CHEZ L'ENFANT À LA PETITE ENFANCE

Plusieurs chercheurs s'intéressant à la numératie, au langage et à la littératie rapportent que les premières années de vie ont une incidence sur la réussite éducative ultérieure d'un enfant (McCain, Mustard et Sankers, 2007). Depuis 30 ans, certains chercheurs ont questionné le moment où l'apprentissage du nombre pourrait commencer, quelles composantes pourraient être abordées en premier et comment cela pourrait être fait (Baroody et Benson, 2001).

Certaines composantes associées à l'apprentissage du nombre peuvent être développées en bas âge. Des recherches montrent que dès la naissance, les jeunes enfants ont certaines intuitions mathématiques telles que la discrimination perceptive, l'addition et la soustraction de petites quantités (Clements et Sarama, 2014). De façon plus précise, Wynn (1990) a montré que de jeunes enfants peuvent former une collection par correspondance biunivoque s'ils peuvent recourir à un modèle visible d'une collection pour en créer une autre. Mix, Huttenlocher et Levine (2002) ont montré que la comparaison de collections (discrètes ou continues) est difficile pour de jeunes enfants (2-3 ans). Ces derniers s'appuient surtout sur l'espace occupé par les collections proposées.

Ensuite, les travaux de Baroody et Benson (2001) montrent l'influence du milieu (par exemple, les parents) pour favoriser les apprentissages. Très tôt, les parents sensibilisent leurs enfants aux nombres qui les entourent en s'amusant, ce qui permet de les stimuler dans le développement des différentes composantes associées au nombre (Dumais, 2005). Avant même de fréquenter l'école primaire, les jeunes enfants sont en contact avec les mathématiques. Ils sont rapidement sensibilisés aux nombres en prenant plaisir à prononcer les mots nombres, à réciter la comptine et à dénombrer, comme c'est le cas avec le nombre de bougies sur un gâteau de fête, par exemple. De ce fait, dès la petite enfance, le nombre commence à se développer chez les enfants par différentes expériences de la vie quotidienne (Biron et Côté, 2016; MELS, 2009). Ainsi, ils arrivent à l'école avec un certain bagage sur le nombre (Dumais, 2005). Ce bagage mathématique, avant l'entrée à l'école, prédirait leur rendement en mathématiques pour les années à venir (Clements et Sarama, 2014).

1.1.2 UN REGARD SUR L'APPRENTISSAGE DU NOMBRE CHEZ L'ÉLÈVE À L'ÉCOLE

Des recherches (par exemple : Bednarz et Dufour-Janvier, 1988; Côté et Martin, 2017; DeBlois, 1993; Dias, 2014; Dumais, 2005; Giroux, 2013; Koudogbo, 2013) ont permis de mieux documenter la complexité de l'objet à enseigner (développement du concept de nombre et de la numération positionnelle). De façon plus précise, dans l'approche de Gelman et Gallistel (1980-1990), les chercheurs insistent sur la connaissance de la comptine numérique comme préalable au développement du concept de nombre et sur l'importance du dénombrement. En fait, ce n'est pas parce qu'un élève connait la chaine numérique verbale qu'il va nécessairement comprendre comment faire un dénombrement efficace d'une collection (Dumais, 2005). Pour ce faire, cinq principes sont alors nécessaires : principe de correspondance terme à terme (à chaque unité correspond un mot nombre), principe de suite stable (mot nombre récité selon une suite), principe d'indifférence de l'ordre (unités peuvent être comptées dans n'importe quel ordre), principe dit d'abstraction (plusieurs sortes d'éléments peuvent être rassemblés et comptés ensemble) et le principe cardinal (dernier mot nombre dit réfère à la quantité de l'ensemble) (Dias, 2014). Pour développer le concept de nombre dans son parcours scolaire, l'élève doit arriver à maitriser les différentes composantes de ce concept : « la comptine numérique et à développer en complémentarité les sens cardinal et ordinal du nombre, à acquérir la conservation du nombre et à dénombrer (et comparer, constituer, transformer, etc.) des collections » (Côté et Martin, 2017, p. 110).

Ensuite, certaines recherches ont documenté les difficultés des élèves ou ont développé des séquences didactiques qui ont été documentées. Ces séquences ont été utilisées pour rendre compte des apprentissages réalisés, mais aussi des difficultés des élèves. De façon plus précise, DeBlois (1993, 1995, 1996, 1997, 2001) s'est appuyée sur le modèle de Piaget (1977) et sur celui de Bergeron et d'Herscovics (1989) dans le but d'étudier le développement de la compréhension de la numération de position décimale chez des élèves ayant des difficultés d'apprentissage. Ses travaux cherchent à mieux cerner les processus de la pensée (l'évolution de la structuration du concept de numération de position décimale) des élèves en difficulté (DeBlois, 1993, 2001). Elle montre la manière dont se coordonnent et s'intègrent les composantes du modèle développemental. À partir de deux paliers (logico-physique et logico-mathématique) qui présentent des composantes observables, la chercheure peut mieux cerner la compréhension des élèves par rapport au concept de la numération de positon décimale ainsi que les possibles difficultés. Un élève, par exemple, qui compare les chiffres d'un nombre est une composante procédurale observable dans le palier logico-physique. Alors qu'un élève qui donne une position à chaque chiffre et un chiffre à chaque position est une composante procédurale observable dans le palier logico-mathématique. Ainsi, en s'appuyant sur le paradigme épistémologique constructiviste développemental, elle documente la résolution de tâches développées pour les différents critères du modèle chez les élèves en plus d'orienter les types d'interventions à privilégier pour chacun (DeBlois, 1993).

Par la suite, d'autres travaux qui s'inscrivent dans une perspective socioconstructiviste s'intéressent aux rapports entre les situations d'enseignement et la construction des connaissances sur la numération de position décimale chez les élèves. Les interactions sociales entre les pairs favorisent chez les élèves l'explicitation de leurs raisonnements (Johsua et Dupin, 1993). Dans cette perspective, la confrontation et la négociation avec les autres peuvent mener à certaines modifications ou réorganisations des connaissances. Les travaux de Bednarz et Dufour-Janvier (1982, 1986, 1988) ont étudié la relation entre les conceptions inappropriées développées par les élèves sur la numération et les caractéristiques de l'enseignement qu'ils ont reçu. L'étude qu'elles ont menée dans des classes de 3e et 4e année du primaire au Québec sur la numération de position montre que certaines caractéristiques de l'enseignement amènent les élèves à concevoir l'écriture d'un nombre comme un alignement de chiffres sans prendre en considération la valeur des chiffres selon leur position dans le nombre (Bednarz et Dufour-Janvier, 1986). Une recherche plus récente au Québec, celle de Koudogbo (2013), obtient des résultats comparables. De plus, Bednarz et Dufour-Janvier (1986) ont observé chez ces élèves de nombreuses difficultés et erreurs concernant la non-maitrise de la règle de groupements ainsi que de sa pertinence, ce qui les empêche alors d'agir sur les groupements. À la suite de ces constats, les expérimentations longitudinales qu'elles ont menées ont visé à évaluer les effets de situations didactiques qui s'appuient sur un cadre socioconstructiviste de la compréhension du concept de numération. Leurs résultats montrent l'effet positif d'un enseignement centré sur la règle de groupements ainsi que sur l'articulation entre la numération et les opérations (Bednarz et Dufour-Janvier, 1986). Saboya et Tremblay (2017) montrent elles aussi que le développement du sens du nombre se poursuit dans la résolution de problèmes de structure additive.

1.1.3 L'APPRENTISSAGE DU NOMBRE DANS LE PROGRAMME DE FORMATION DE L'ÉCOLE QUÉBÉCOISE : LES PRESCRIPTIONS MINISTÉRIELLES

Dans le programme de formation, volet primaire, de l'école québécoise (désigné PFEQ), la mathématique est une discipline qui est structurée autour de trois compétences : résoudre une situation-problème, raisonner à l'aide de concepts mathématiques et communiquer à l'aide du langage mathématique (MELS, 2006). Ces compétences se développent avec l'acquisition de savoirs relatifs à l'arithmétique, la géométrie, la mesure, la probabilité et la statistique. Par la suite, la progression des apprentissages (désignée PDA) informe sur les savoirs que les élèves doivent acquérir au fil des années dans leur parcours scolaire. Plus particulièrement, en arithmétique, le contenu à couvrir est séparé en trois sections : le sens et l'écriture des nombres, le sens des opérations sur des nombres et les opérations sur des nombres (MELS, 2009). Les travaux de recherches consultés précédemment (voir sections 1.1.1 et 1.1.2) ainsi que le PFEQ reconnaissent le rôle important des interactions sociales pour favoriser les apprentissages (parents et enseignants ainsi qu'entre les élèves). La manière de conceptualiser l'apprentissage de ces composantes diffère toutefois selon l'épistémologie retenue. Comme il a été présenté plus tôt (voir section 1.1.1), l'apprentissage du nombre peut s'amorcer bien avant l'entrée à l'école. Les différentes composantes associées à son apprentissage sont bien documentées du côté de la recherche et reconnues dans le PFEQ et la PDA. Dans le cadre de ce mémoire, le premier cycle du primaire a été retenu puisque c'est à ce moment où le concept est introduit.

D'abord, selon la PDA, les élèves de ce niveau sont amenés à compter, à dénombrer des collections ainsi qu'à composer et décomposer un nombre naturel de différentes façons tout en comprenant bien la valeur des chiffres selon leur position dans un nombre. En première année, l'accent est mis sur le groupement en utilisant du matériel aux groupements apparents et accessibles tel que des jetons ou des cubes emboitables. Alors qu'en deuxième année, l'accent doit être mis sur les échanges en utilisant du matériel aux groupements apparents et non accessibles tel que les blocs multibases et le tableau de numération (MELS, 2009). Ensuite, comme il a été décrit dans la section 1.1.2 de cette étude, certaines recherches ont documenté l'apprentissage du nombre en termes d'atteintes de niveaux de compréhension par des élèves par rapport aux différentes composantes de la numération (DeBlois, 1993). De même, les possibles difficultés rencontrées chez les élèves influencées par l'enseignement sur la numération qu'ils ont reçu ont été discutées (Bednarz et Dufour-Janvier, 1986; Koudogbo, 2013). Des travaux en psychologie cognitive ont mentionné que l'acquisition de certaines composantes liées à la numération semble exiger une certaine maturité cognitive. Il est alors justifié de se questionner sur le développement du nombre auprès d'élèves considérés en difficulté.

1.2 LES DÉFIS RENCONTRÉS PAR LES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ DANS L'APPRENTISSAGE DU NOMBRE

Au Québec, les élèves en difficulté d'apprentissage sont intégrés dans les classes ordinaires, mais il existe également des classes spéciales. À cet effet, lorsque les élèves ont des difficultés persistantes qui les empêchent de vivre des réussites dans leur cheminement scolaire (à l'enseignement ordinaire), ils peuvent intégrer les classes spéciales dans une école ordinaire afin de recevoir un enseignement adapté (Goupil, 2007). Legendre (2005) définit la classe spéciale comme une classe destinée aux élèves présentant certaines caractéristiques particulières dans laquelle ils reçoivent un enseignement adapté à leurs besoins. Les enseignants en adaptation scolaire sont aussi nommés enseignants orthopédagogues (Houle, 2016). Goupil (2007) précise que ces classes ont un effectif réduit d'élèves comparativement aux classes ordinaires ce qui permet aux enseignants orthopédagogues d'avoir recours à un enseignement plus individualisé. Les élèves présents dans ces classes peuvent avoir différentes problématiques telles que des troubles du comportement, des difficultés graves d'apprentissage en français et en mathématiques, des déficiences ou des troubles de langage. Selon les milieux, les classes peuvent accueillir des élèves ayant des problématiques semblables ou différentes (Goupil, 2007).

Le concept de nombre constitue le pilier central des apprentissages arithmétiques et mathématiques faits par l'élève (Dumais, 2005; Riveros, 2010). Cependant, des difficultés peuvent être rencontrées. Certaines peuvent être liées à la mémorisation des mots nombres et de la comptine des nombres, à la synchronisation du pointage des objets et l'énoncé des mots de la comptine, à l'organisation des objets à compter et ceux qui le sont déjà ainsi qu'à la reconnaissance du dernier mot cité qui représente la quantité d'une collection (Dias, 2014; Ministère de l'Éducation de l'Ontario [MEO], 2005). De plus, des études indiquent que les élèves en difficulté d'apprentissage possèdent des connaissances moins solides en arithmétique que leurs pairs qui sont dans un cheminement dit « normal » (Theis et Ducharme, 2005). Ils précisent que des difficultés s'expriment surtout lors de la proposition de problèmes exigeant de l'élève qu'il établisse des liens entre différents concepts ou même différents registres de représentation (par exemple avec des mots, avec une représentation en dessin d'une collection, avec des nombres exprimés sous forme digitale, etc.). Des difficultés s'expriment aussi lorsque l'élève doit identifier les situations pour lesquelles un concept devrait être mobilisé pour favoriser leur résolution. Or, un développement riche des concepts en jeu, notamment celui du nombre, est primordial puisqu'il favorise le passage vers la numération positionnelle (MELS, 2009).

1.3 L'INFLUENCE DES PRATIQUES ENSEIGNANTES DANS L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES AUPRÈS DES ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ

Les difficultés des élèves en mathématiques ne peuvent être expliquées sans considérer les situations vécues en classe et les pratiques de l'enseignant (Giroux, 2010; Roiné, 2009). Il se dégage des écrits, qui adoptent une posture didactique, que ces difficultés peuvent trouver leur explication dans l'étude du contrat didactique[3] qui diffère dans les classes spécialisées par rapport aux classes dites ordinaires (Giroux et De Cotret, 2001; Houle et Giroux, 2017; Roiné, 2009). Tremblay et Dumas (2011) illustrent l'influence de celui-ci dans les difficultés perçues chez les élèves. De fait, en contexte de résolution de problèmes, ils précisent que dans le but de sécuriser leurs élèves, certains enseignants vont morceler la tâche en leur mentionnant la procédure à effectuer à chacune

[3] Le contrat didactique est « ce qui détermine explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire (enseignant et élève) va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre » (Brousseau, 1998b, p. 78). En ce sens, l'élève a des comportements qui sont attendus par l'enseignant et ce dernier a des habitudes et des pratiques qui sont attendues par l'élève.

des étapes du problème. Or, ce comportement des enseignants peut contribuer à ce que les élèves croient qu'ils ont besoin de soutien pour tout faire (Tremblay et Dumas, 2011).

De plus, selon des études qui ont comparé l'enseignement des mathématiques dans des classes spécialisées et ordinaires, l'enseignant de la classe spécialisée utilise un vocabulaire moins spécifique, effectue moins de résolutions de problèmes, donne des tâches et des consignes moins variées et investit moins le contenu mathématique (Cherel et Giroux, 2002; Houle, 2016). Qui plus est, Bauersfeld (1994) souligne que les explications orales de l'enseignant sont parfois dirigées uniquement dans un but précis de vérifier la justesse des réponses trouvées par les élèves. Également, la recherche de Martin (2014) expose des particularités dans l'enseignement des mathématiques dispensé dans les classes spéciales : un ralentissement du temps didactique, une économie dans l'exposé du savoir, un surinvestissement et un désinvestissement de certains savoirs, une gestion à chaud des erreurs et de l'échec, une succession rapide de savoirs morcelés, une diminution des exigences, etc. D'autres auteurs observent aussi un morcellement du savoir et une simplification de la tâche (Brousseau et Warfield, 2002; Cange et Favre, 2003; Cherel, 2005; Conne, 1999; De Cotret et Giroux, 2003).

En ce sens, certains phénomènes sont observés quant à l'enseignement des mathématiques qui est offert aux élèves en difficulté et cela influence leurs apprentissages. L'étude de Butlen (2007), qui porte sur le calcul mental, stipule que les élèves en difficulté ont davantage de lacunes en arithmétique, notamment pour le concept de nombre, les opérations et leurs propriétés. En situation de calcul mental, il constate un manque d'adaptations de ces élèves aux situations nouvelles qu'il explique par leur désir d'appliquer des procédures automatisées. Selon ce chercheur, cela serait souvent dû à un enseignement qui cherche à limiter l'apprentissage à différentes procédures. Également soulevé par le National Research Council [NRC] (2001), certains enseignants ont tendance à montrer à leurs élèves les algorithmes et les procédures à utiliser pour ensuite leur demander de les pratiquer. De même, le NRC (2001) souligne la difficulté chez certains enseignants à clarifier et à expliquer des notions et des raisonnements mathématiques en allant au-delà de la verbalisation des procédures à appliquer en résolution de problèmes.

Par ailleurs, certains auteurs ont montré que l'enseignant se tourne davantage vers l'atteinte d'une compréhension procédurale lorsque les élèves ont des difficultés en mathématiques en début de scolarité (Crosnoe et al., 2010; cités par Voyer, Lavoie, Goulet et Forest, 2018). Or, il est recommandé de miser sur la compréhension conceptuelle des notions mathématiques plutôt que sur la compréhension procédurale (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014). Quant à Skemp (1978), il propose deux visions possibles de la compréhension : relationnelle et instrumentale. La compréhension relationnelle est décrite comme la connaissance de ce qu'il faut effectuer et la raison pour laquelle il faut le faire alors que la compréhension instrumentale est la possibilité de savoir comment le faire sans en connaitre la raison. En d'autres mots, l'élève doit connaitre les procédures liées à un concept et être en mesure de les appliquer (compréhension instrumentale ou procédurale) en plus de comprendre les principes sous-jacents à ce concept et leurs contextes d'utilisation (compréhension relationnelle ou conceptuelle). En adaptation scolaire, la compréhension procédurale est favorisée au détriment d'une compréhension relationnelle (Skemp, 1978), c'est-à-dire que les élèves appliquent une règle appropriée ou un truc sans savoir pourquoi cela fonctionne, sans être engagés cognitivement en mathématiques.

Ainsi, les phénomènes observés ont des répercussions sur les apprentissages des élèves et le rapport qu'ils entretiennent avec le savoir mathématique. Les élèves en difficulté risquent de développer des attitudes nuisibles à des apprentissages significatifs (Perrin-Glorian, 1993). Plus précisément, le manque d'engagement cognitif des élèves dans les tâches mathématiques est une source de difficulté (Kamii, 1996; Mary, 2003) qui met en péril leurs apprentissages des mathématiques (Cherel, 2005; De Cotret et Fiola, 2006; Perrin-Glorian, 1993). Concernant ce que les études précédentes avancent, les apprentissages plus pauvres peuvent être expliqués par un enseignement morcelé du savoir et dans lequel les élèves cherchent à appliquer des procédures automatisées au détriment du développement d'une compréhension relationnelle. Alors, comment les enseignants peuvent-ils amener leurs élèves à développer une compréhension relationnelle[4]?

1.4 LA PLANIFICATION DE RICHES ACTIVITÉS MATHÉMATIQUES : PLACE DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

L'étude de Schmidt et Thivierge (2003) montre que les élèves, malgré des difficultés scolaires, peuvent vivre des réussites en mathématiques grâce à la planification de situations didactiques ayant un fort potentiel d'engagement des élèves. C'est-à-dire que l'enseignement des mathématiques ne devrait pas se limiter à l'enseignement de procédures. Au contraire, les enseignants doivent proposer des situations leur demandant de réfléchir. Celles-ci se caractérisent par des questions qui encourageront l'expression de raisonnements mathématiques, et ce, grâce à la médiation de l'enseignant et par les interactions avec les pairs (Mary, Squalli et Schmidt, 2008). En ce sens, les enseignants doivent amener leurs élèves à s'impliquer dans l'activité d'E-A et ne devraient pas les limiter à la résolution de plusieurs problèmes mathématiques sans interactions avec les pairs et l'enseignant. Plusieurs autres auteurs sont favorables à l'idée de proposer des tâches mathématiques riches et complexes pour l'enseignement des mathématiques pour les élèves en difficulté (Blouin et Lemoyne, 2002; De Cotret et Fiola, 2006; Lemoyne et Bisaillon, 2006; Mary et al., 2008; Mary et Theis, 2007; Saboya et Tremblay, 2017).

Ce qui précède renforce l'idée de recourir à une approche par résolution de problèmes pour l'enseignement des mathématiques, car elle vise le développement d'une compréhension relationnelle chez les élèves (Skemp, 1978). Cette approche permet aux enseignants de les accompagner dans la compréhension des concepts en mathématiques (dont le concept de nombre) en leur proposant de riches activités, soit des situations

[4] Dans ce mémoire, la compréhension relationnelle se définit comme une compréhension en profondeur du concept de nombre qui évolue au fil de l'activité d'E-A qui se déroule dans la classe. Elle dépasse l'apprentissage de procédures puisqu'elle vise l'expression de raisonnements mathématiques tout en favorisant le développement d'un agir mathématique. L'engagement cognitif des élèves est nécessaire puisque l'enseignant, par la planification de riches activités mathématiques, amène l'élève à exprimer verbalement ou par écrit son raisonnement, à écouter les autres, à faire des conjectures, etc. (voir figure 1).

d'apprentissage engageantes qui favorisent le développement d'un agir mathématique et non d'une compréhension procédurale (voir figure 1).

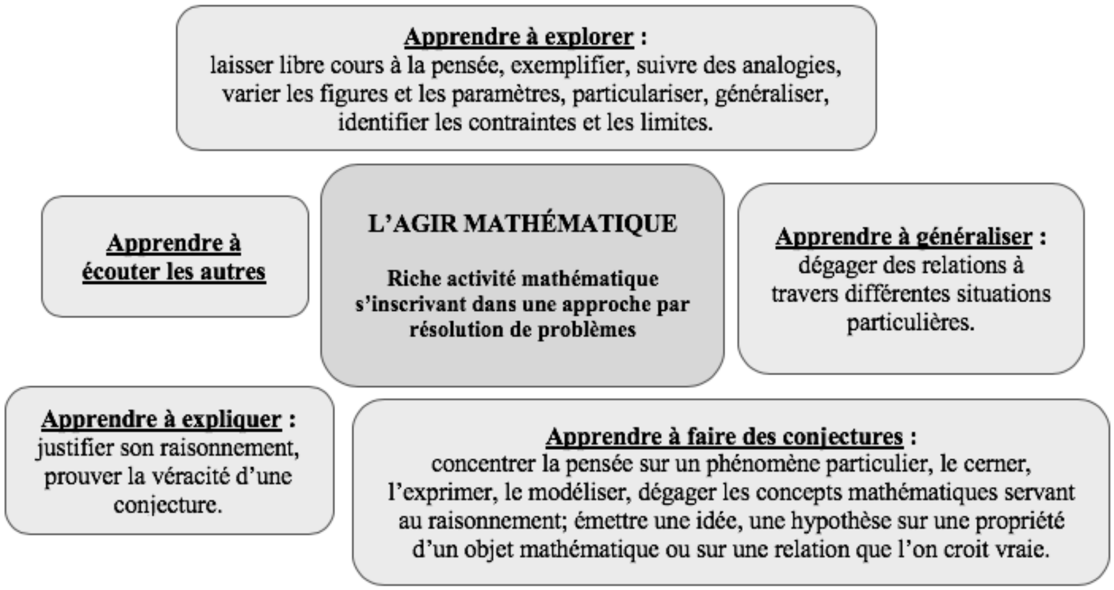


Figure 1 : Les composantes d'une riche activité mathématique
Source : Schéma inspiré des travaux de Radford et Demers (2004); Tremblay et Dumas (2011).

Par le fait même, l'utilisation de cette approche permet à l'enseignant de choisir un problème et de le travailler en profondeur. Autrement dit, à partir d'un problème mathématique, l'enseignant permet à l'élève de faire de l'exploration, d'exprimer certaines hypothèses par rapport aux solutions possibles, d'expliquer son raisonnement aux autres, d'écouter ce que les pairs ont à partager et de généraliser des façons de faire.

Ainsi, les enseignants amènent les élèves à se questionner, à réfléchir et à développer des stratégies pour résoudre les problèmes ce qui permet de les rendre plus actifs cognitivement (MEO, 2006). D'ailleurs, il est intéressant d'analyser finement tout ce qui se passe dans la classe et surtout de quelle manière l'enseignant peut accompagner ses élèves dans le développement de cet agir mathématique espéré. Dans le PFEQ, l'approche par résolution de problèmes est privilégiée pour l'enseignement de la mathématique (MELS, 2006). L’une des trois compétences de la mathématique s’énonce : « résoudre une situation-problème ». Celle-ci a deux fonctions : elle peut être à la fois considérée comme un objet d’apprentissage et comme une approche pédagogique utilisée pour faire apprendre les élèves. De plus, l’une des neuf compétences transversales du PFEQ s’intitule « résoudre des problèmes ». L’étude de Lajoie et Bednarz (2012) rend compte de la manière dont la résolution de problèmes est présentée à différentes époques et des propos tenus par les pédagogues et les didacticiens des mathématiques au cours du XX^{e} siècle. Il convient d’étudier plus précisément la façon dont se déroule l’activité d’E-A de la résolution de problèmes qui vise le développement du concept de nombre dans une classe où une approche par résolution de problème est déjà implantée.

Dans ce mémoire, l’intérêt est porté sur l’activité d’E-A du concept de nombre sous une approche par résolution de problèmes. Il est important de définir le sens accordé au terme « activité ». L’activité n’est pas considérée comme une activité « papier ». De plus, la définition du terme s’éloigne des travaux qui distinguent l’enseignant et les élèves en parlant de la pratique enseignante et de l’activité induite chez les élèves (Robert et Rogalski, 2002). Dans la présente étude, cette distinction n’est pas effectuée afin de se centrer sur l’activité des membres (enseignant et élèves) de la classe par l’étude de l’agir mathématique et des différentes actions posées par ceux-ci. Au fil des expériences vécues, l’élève façonne des manières de penser qui s’insèrent dans une culture qui elle-même valorise des manières de faire et de penser en mathématiques (Radford, 2011). Dans cette perspective, le chercheur qui tente de décrire l’activité (comprise comme objet/activité) qui se déroule dans la classe doit analyser les actions du sujet, des actions qui sont médiatisées par les autres et par les outils (langue, matériel, gestes, symboles mathématiques). L’activité d’E-A est pensée en termes d’agir, soit l’étude des manières de faire et d’être en mathématiques des membres de la classe. C’est pour ces raisons qu’il s’agit de l’activité d’E-A (Leontiev, 1984; cité par Radford, 2015). Ainsi, les chercheurs sont amenés à analyser les manières de faire et les interactions qui se déroulent dans une classe pour mieux la comprendre.

1.5 L'APPROCHE PAR RÉSOLUTION DE PROBLÈMES UTILISÉE POUR L'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

1.5.1 LE RÔLE DE L'ENSEIGNANT ET SES DÉFIS DANS L'IMPLANTATION EN CLASSE D'UNE APPROCHE PAR RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

L'approche par résolution de problèmes est préconisée pour l'E-A des mathématiques. Cependant, la résolution de problèmes est un sujet constant de préoccupations de la communauté professionnelle en enseignement des mathématiques, et ce, plus particulièrement au primaire (Lajoie et Bednarz, 2014). Comme le précisent Lajoie et Bednarz (2014), dans les programmes d'études actuels, aucune rubrique spécifique n'est consacrée aux rôles associés aux enseignants lors de la résolution de problèmes ce qui peut causer de l'insécurité. Dans les programmes précédents, les conseils donnés sont souvent indirects :

> Le rôle de l'enseignant dans la démarche de résolution de problèmes est alors plus complexe parce que plus effacé. La formation de base que l'on souhaite donner à l'apprenant est moins orientée vers la technique, mais davantage intégrée au développement global de l'enfant. Il s'agit pour l'enseignant de s'impliquer lui-même dans une démarche plutôt que d'être un démonstrateur de solutions (Laplante, 1984-1985, p. 17).

L'approche par résolution de problèmes demande aux enseignants d'accompagner leurs élèves en les incitant à réfléchir et à se questionner pour développer leurs propres stratégies de résolution (MEO, 2006). Dans cette approche, la proposition d'un problème (une riche activité mathématique, voir figure 1) dès l'amorce d'une nouvelle séquence d'enseignement permet aux élèves de remettre en question leurs connaissances. Ils peuvent alors mettre en œuvre une stratégie à adopter pour résoudre le problème proposé à condition que celui-ci se situe dans la zone proximale de développement[5] (désignée ZPD) de l'élève (Charlot, 1998; Tremblay et Dumas, 2011). Pendant la résolution de ces situations :

[5] Ce concept est défini dans le chapitre 2.

> Les actions de l'élève et les erreurs commises sont considérées comme les traces du sens qu'il se donne à un instant donné, sens qui pourra évoluer au contact des autres (Brousseau, 1998a). Tout cela dans une démarche qui s'apparente à l'activité mathématique véritable, où l'élève est invité, par moments, à expliquer les stratégies (faire un dessin, imaginer l'histoire du problème à l'aide de personnages, rayer l'information non pertinente, etc.) qu'il a utilisées pour comprendre le problème, et, à d'autres moments, à partager les stratégies (chercher des problèmes qui ressemblent à celui proposé, explorer de possibles solutions à l'aide de matériel concret, etc.) qui lui ont permis de résoudre le problème (Tremblay et Dumas, 2011, p. 65-66).

De ce fait, l'enseignant joue un rôle important dans l'orchestration d'une riche activité mathématique dans sa classe afin d'amener ses élèves vers cette activité mathématique véritable. En effet, comme le mentionne Radford (2011), « apprendre des mathématiques n'est pas simplement apprendre à *faire* des mathématiques, mais apprendre à *être* en mathématiques » (p. 66). En ce sens, Radford (2011) veut faire prendre conscience que peu importe ce qui est vécu en classe, un être se façonne. L'élève apprend (par le silence promu ou non) ce qui est exigé de lui en termes d'attitudes. Sachant cela, il faut questionner l'être-en-mathématiques, c'est-à-dire, quel individu souhaite-t-on développer? Cette réflexion sur la façon de « *faire* des mathématiques » amène à la conceptualisation de l'être-en-mathématiques espéré. Ainsi, l'enseignant doit s'assurer de créer un espace de collaboration et de coopération dans sa classe. Il peut aussi poser des questions aux élèves dans le but de les faire progresser dans leurs raisonnements mathématiques. Dans l'étude de Maheux et Proulx (2017), il est mentionné que l'activité mathématique est considérée comme une manière d'être dans le Monde (avec/pour/par autrui) :

> Ce ne sont plus les « contenus » comme savoirs (préexistants, indubitables, etc.) à enseigner/apprendre qui sont au cœur de la relation entre enseignant et élèves, mais la mise en œuvre d'une activité mathématique où différentes observations sont mises en commun, où des questionnements font surface, des stratégies émergent et des explications se formulent qui implique l'enseignant et l'élève (p. 186).

Radford (2011) précise que l'enseignant doit viser « à promouvoir l'*activité* de la classe comme une *forme de vie* » (p. 71). L'activité d'E-A est donc perçue comme l’expression de soi, une activité où l’enseignant et les élèves sont impliqués dans l’activité de la classe. Une activité, au sens dialectique, où les membres de la classe, par leurs gestes, leurs propos, le rythme de ces derniers, les outils, les signes et leurs émotions matérialisent leur processus de mise en apparence de connaissances mathématiques historiquement constituées. Ces connaissances étant elles-mêmes conceptualisées en tant que manières de faire des mathématiques (Radford, 2015).

Tremblay et Dumas (2011) ajoutent que les interventions effectuées pendant cette activité d’E-A par l’enseignant doivent être analysées selon sa capacité à accompagner les élèves afin qu’ils s’inscrivent dans une activité mathématique qui s’apparente à celle des mathématiciens. Celle-ci devrait être colorée par la manifestation de l’esprit d’investigation des élèves, de leur souci de comprendre les propos de leurs pairs et de partager les raisonnements mathématiques qui les animent, lesquels évolueront au fil de l’activité vécue, mais qui devront aussi tendre vers ceux qui sont attendus (Tremblay et Dumas, 2011). Certaines pistes d’interventions (voir tableau 1) pouvant aider les enseignants à faire vivre de riches activités mathématiques dans leur classe sont proposées par Tremblay et Dumas (2011, p. 66-67).

Tableau 1 : Les pistes d’interventions lors d’une riche activité mathématique

1	Introduire les nouveaux savoirs mathématiques à l’aide de problèmes ou d’activités d’apprentissage qui susciteront l’intérêt des élèves.
2	Normaliser les incertitudes, les craintes et la mise à l’essai.
3	Permettre la verbalisation des erreurs et le sens que les élèves leur attribuent.
4	Continuer ou interrompre la résolution par une discussion visant la définition de stratégies de résolution mobilisées par les élèves.

Ces pistes d’interventions ne doivent pas être comprises comme une procédure à appliquer dans sa classe pour espérer un accompagnement plus efficace des élèves et pour qu’ils soient meilleurs dans la résolution de problèmes. L’enseignement de procédures n’est pas favorable à l’engagement des élèves dans la résolution de problèmes.

L'approche par résolution de problèmes demande donc de la part des enseignants de repenser à la gestion de la classe de mathématiques et aux différents moyens qu'ils prendront pour rendre compte de la mise en valeur des compétences mathématiques de chaque élève. Ceux-ci ne devraient pas se limiter aux tâches exigeant seulement l'utilisation du papier et du crayon, c'est-à-dire que l'analyse de l'activité de l'élève par l'enseignant ne devrait pas se limiter aux traces effectuées par celui-ci après son activité sur une feuille de papier. L'approche par résolution de problèmes préconise le travail en petits groupes sur des problèmes et des retours en grand groupe après la résolution pour mettre en évidence les différents raisonnements d'élèves (Boaler, 2006). D'ailleurs, les explications orales effectuées par les enseignants sont importantes pour la compréhension, le raisonnement et l'apprentissage mathématique des élèves (Proulx, 2003).

Ainsi, les défis que les enseignants peuvent rencontrer dans l'utilisation de cette approche méritent d'être étudiés et les travaux de Burkhardt et Bell (2007) montrent le travail qui reste à effectuer surtout en formation initiale et en formation continue des enseignants concernant l'implantation de cette approche en classe et le rôle qu'ils ont à jouer auprès des élèves (Lajoie et Bednarz, 2014). La présente étude s'intéresse au travail mené par une enseignante en adaptation scolaire dans l'approche par résolution de problèmes, enseignante qui participe à une recherche collaborative vue comme le développement professionnel des enseignants donc une formation continue.

1.5.2 LA FORMATION CONTINUE POUR SOUTENIR LES PRATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

La formation continue est un élément important dans le développement professionnel des enseignants. Selon l'étude de Richard et ses collaborateurs (2017), elle devrait être considérée comme « un processus d'apprentissage professionnel continu et itératif, systémique et enchâssé au contexte de la classe » (p. 9) et devrait être minimalement d'une vingtaine d'heures réparties sur au moins une année scolaire. Concernant plus précisément le développement professionnel en mathématiques, certaines études abordent la formation continue sous l'angle « d'une approche de formation davantage ancrée dans la pratique professionnelle des enseignants, centrée sur les mathématiques qu'ils vivent dans leurs pratiques réelles de classe » (Bednarz et Proulx, 2010, p. 22). Ces chercheurs ont développé avec les enseignants une approche de formation qui était centrée sur les mathématiques scolaires soit tous « les éléments et évènements mathématiques qui entourent et émergent de l'enseignement des mathématiques en classe, incluant les mathématiques produites par l'enseignant dans sa pratique même » (Bednarz et Proulx, 2010, p. 22-23). La présente étude est le prolongement de plusieurs recherches collaboratives[6] qui ont eu lieu avec la même école primaire et qui s'insèrent dans cette démarche : partir des mathématiques qui se vivent dans la classe (Fillion, Tremblay et Saboya, 2020; Saboya et Tremblay, 2017).

Par le biais d'une recherche collaborative qui s'est échelonnée sur cinq ans, ces chercheures, en collaboration avec une enseignante de 2e année et une enseignante de 3e année qui interviennent dans des classes d'adaptation scolaire ainsi qu'une orthophoniste[7], ont implanté une approche par résolution de problèmes. Un fort temps didactique est laissé aux élèves pour explorer les problèmes de structure additive proposés à l'aide de matériel, pour exprimer oralement leurs raisonnements et pour faire des retours en grand groupe sur les différentes résolutions trouvées par les élèves. Des interventions visant l'expression d'un contrôle en résolution ont été coconstruites tout au long de l'année, puis enrichies et améliorées au cours des différentes années scolaires. En classe, les enseignantes instaurent souvent certaines stratégies, d'abord par le biais d'un modelage, pour ensuite viser leur réinvestissement dans la proposition de différents problèmes de structure additive dont la complexité de leur évolution dans la séquence didactique a été préalablement réfléchie. De même, pendant leur réalisation, les enseignantes et l'orthophoniste ont appris à formuler leurs questions de manière à encourager l'engagement des élèves ayant recours

---

[6] Les recherches étaient dirigées par Mélanie Tremblay et codirigées par Mireille Saboya : *Si MATHieu prenait le contrôle* (2013-2015), *MATHieu et son COMPAS* (2016-2018) et *MATHieu fait de la géométrie* (2019-2020).

[7] Au Québec, le rôle de l'orthophoniste « consiste à évaluer les fonctions du langage, de la voix, de la parole, à déterminer un plan de traitement et d'intervention et à en assurer la mise en œuvre dans le but d'améliorer ou de rétablir la communication de l'être humain dans son environnement » (Ordre des orthophonistes et audiologistes du Québec, 2018, p. 2).

au matériel qui rend compte du développement actuel du concept de nombre de façon différenciée pour chacun. Elles montrent qu'il est possible d'observer une progression importante chez ces élèves dans le développement du concept de nombre (Saboya et Tremblay, 2017).

Ainsi, la présente étude part de la posture que les manières d'agir des élèves sont consubstantielles de la culture qui s'élabore dans la classe (Radford, 2011). Plus précisément, leurs raisonnements dans la résolution d'un problème trouvent en grande partie leur source dans l'activité de la classe. L'étude s'intéresse à documenter l'activité d'E-A du concept de nombre, sous une approche par résolution de problèmes, pendant cinq ans, en portant une attention particulière aux signes et aux outils qui médiatisent[8] ce processus de mise en apparence de manières de faire et de penser en mathématiques.

1.6 LE PROBLÈME DE RECHERCHE ET L'OBJECTIF

Les recherches présentées précédemment indiquent l'importance du développement du concept de nombre chez les élèves, les difficultés qu'ils peuvent rencontrer et l'influence des pratiques enseignantes auprès des élèves en difficulté. Elles soulignent aussi l'intérêt de considérer finement l'activité d'E-A en termes d'agir mathématique qui se développe chez les élèves ainsi que l'importance de la formation continue pour aider à l'implantation d'une approche par résolution de problèmes dans la classe. L'étude s'inscrit dans une recherche collaborative qui a duré cinq ans où une approche par résolution de problèmes a été implantée dans une classe d'adaptation scolaire. Ainsi, à notre connaissance, aucune recherche n'a documenté l'activité d'E-A du concept de nombre pendant cinq ans dans une classe d'adaptation scolaire où une approche par résolution de problèmes est implantée. Conséquemment, cette étude a comme objectif de ***décrire et de comparer l'activité d'E-A qui vise le développement du concept de nombre, sous une approche par résolution de problèmes, chez une enseignante de 2^e^ année en adaptation scolaire pendant cinq ans***.

---

[8] Des précisions sur les signes et les outils médiatisant ce processus sont apportées dans le chapitre 2.

1.7 LA PERTINENCE DE L'ÉTUDE

La réalisation de cette étude a une pertinence sociale et scientifique. D'une part, alors que l'étude prend place dans une classe de 2e année qui favorise déjà le développement d'une compréhension relationnelle (Skemp, 1978), elle permettra de mieux comprendre l'activité d'E-A du concept de nombre en portant une attention particulière aux propos, outils et gestes qui médiatisent cette activité. Cela permettra aussi de mieux documenter cette activité sur une période de cinq ans. Ainsi, l'étude présente une pertinence sociale puisqu'elle pourra potentiellement se traduire en formations et publications professionnelles qui permettront aux enseignants d'avoir une compréhension plus fine des outils à considérer lorsqu'il est question de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques. D'autre part, l'étude présente une pertinence scientifique puisqu'elle contribuera à l'avancement des connaissances étant donné qu'à notre connaissance aucune recherche ne s'est intéressée à documenter finement l'activité d'E-A des mathématiques au Québec dans une classe d'adaptation scolaire, et ce, sur une période aussi longue.

CHAPITRE 2
LE CADRE THÉORIQUE

L'étude s'intéresse à l'activité d'E-A sous l'approche par résolution de problèmes. La TO développée par Radford (2011) est utilisée pour décrire et analyser cette activité. La première section s'attarde à circonscrire l'approche par résolution de problèmes qui est centrale dans l'étude. La deuxième section présente la théorie de l'activité et plus particulièrement, la TO. Les concepts-clés de la TO sont présentés dans la troisième section. Ces sections permettent de formuler la question de recherche de l'étude.

2.1 L'APPROCHE PAR RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

La résolution de problèmes en mathématiques peut être un objet d'apprentissage (apprendre pour être capable de résoudre des problèmes), mais aussi, un moyen pour apprendre les mathématiques (approche pédagogique) (DeBlois, Barma et Lavallée, 2016). Plus précisément, considérée comme une approche pédagogique (faire apprendre par ce moyen), l'approche par résolution de problèmes vise l'apprentissage de notions, ou encore, l'approfondissement de stratégies de résolution à partir de problèmes favorisant l'engagement des élèves (MEO, 2006). Aux États-Unis, Boaler (2006) stipule que l'approche par résolution de problèmes (*Approach Solving*) transforme positivement la vie des enfants en ce sens qu'elle leur permet de développer des raisonnements mathématiques dont ils auront besoin pour fonctionner dans une société de mondialisation et de technologies. Cette approche préconise le travail en petits groupes sur des problèmes et des retours en grand groupe après la résolution (Boaler, 1998, 2006).

L'approche par résolution de problèmes est préconisée pour l'E-A des mathématiques puisqu'elle permet de développer un agir mathématique chez les élèves par la proposition de riches activités mathématiques (Tremblay et Dumas, 2011). Dans cette approche, un problème (riche activité mathématique, voir figure 1) est proposé dès l'amorce d'une nouvelle séquence d'enseignement. Comme l'étude de Tremblay et Dumas (2011) le propose, le développement de cet agir mathématique dépasse l'acte de résoudre plusieurs problèmes par les élèves. Plus précisément, la résolution de problèmes mathématiques en classe doit être considérée comme un moment où les enseignants amènent leurs élèves à réfléchir, à argumenter, à faire des conjectures et à écouter les raisonnements mathématiques des autres élèves.

2.1.1 LES MODÈLES D'ENSEIGNEMENT DANS UNE APPROCHE PAR RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

L'approche par résolution de problèmes a donné lieu à certains modèles d'enseignement qui colorent l'activité d'E-A des mathématiques dans la classe comme celui de Polya (1957), de Schoenfeld (1985), de Mevarech et Kramaski (1997), de Verschaffel (1999) et de Lianghou et Yan (2007). Dans le cadre de ce mémoire, le modèle IMPROVE de Mevarech et Kramarski (1997)[9] est présenté. Il est cohérent avec la façon dont les enseignants devraient faire apprendre les élèves en mathématiques puisqu'il s'appuie sur les conditions associées à une riche activité mathématique (Radford, 2011; Saboya et Tremblay, 2017). Le modèle IMPROVE propose une séquence d'enseignement pour orchestrer une riche activité mathématique (voir tableau 2).

Tableau 2 : La séquence d'enseignement selon le modèle IMPROVE

Premier temps	Présentation du problème
Deuxième temps	Temps de résolution seul
Troisième temps	Discussion en grand groupe

Le rôle de l'enseignant est d'encourager les élèves à s'engager dans le processus de résolution de problèmes et de réfléchir aux stratégies et notions mobilisées (Mevarech et

[9] Le modèle d'enseignement, qui a été préconisé et appliqué par les enseignantes utilisant l'approche par résolution de problèmes qui ont participé à la recherche collaborative de Saboya et Tremblay (2017), s'appuie sur le modèle IMPROVE de Mevarech et Kramarski (1997).

Kramarski, 2014). Qui plus est, les trois phases de l'activité d'E-A des mathématiques (voir tableau 3) proposées par Radford (2011) rejoignent le modèle IMPROVE.

Tableau 3 : Les phases de l'activité d'enseignement-apprentissage selon Radford (2011)

Première phase	Introduction du problème par l'enseignant
Deuxième phase	Travail en petits groupes
Troisième phase	Discussion en grand groupe animée par l'enseignant

De façon plus précise, la période de mathématiques commence par l'introduction du problème par l'enseignant où celui-ci présente ce que les élèves auront à effectuer, et ce, sans leur mentionner comment le faire. Ensuite, les élèves sont invités à travailler en petits groupes pour aller aussi loin que possible dans la résolution du problème. Pendant ce temps, l'enseignant circule dans la classe tout en interagissant avec les élèves. Par la suite, la dernière phase est la discussion de classe animée par l'enseignant. Cette période est le moment idéal pour les échanges d'idées. L'enseignant n'impose pas une procédure que les élèves doivent adopter et n'oblige pas la recherche de la solution optimale. La discussion permet plutôt à l'enseignant de préciser des informations et d'orchestrer les échanges tout en peaufinant les idées des élèves (Radford, 2011). En ce sens, l'E-A des mathématiques doit être considéré comme une activité où tous les individus ont cette chance de découvrir, d'expérimenter, de partager; soit de devenir et d'être un-être-en-mathématiques. Dans le cadre de cette étude, les modèles de Mevarech et de Kramarski (1997) ainsi que de Radford (2011) permettent de mieux comprendre l'utilisation d'une approche par résolution de problèmes pour l'enseignement des mathématiques dans la classe.

2.1.2 LA DERNIÈRE PHASE : LE RETOUR EN GRAND GROUPE

Différentes recherches ont étudié la discussion en grand groupe animée par l'enseignant lors de l'E-A et elles ont chacune leur façon de nommer cette phase. Aux États-Unis, la recherche de Fosnot et Dolk (2002) justifie l'importance des discussions en grand groupe que les chercheurs nomment *Math Congress*, soit la création d'une communauté mathématique dans sa classe. Ils précisent que ce sont des moments qui permettent de continuer le travail qui a été amorcé par les élèves. Ces derniers formulent des hypothèses, communiquent leur solution et écoutent les autres. Ces chercheurs ont davantage étudié les discussions qui ont lieu pendant la résolution du problème.

Ensuite, d'autres recherches s'intéressent plus précisément à la discussion qui a lieu après la résolution d'un problème. La recherche de Demonty et Fagnant (2014) aborde les tâches complexes en mathématiques et leur exploitation collective en classe en Belgique auprès d'élèves de 6e année au primaire. Leurs résultats illustrent que lors de la mise en commun, les interventions de l'enseignant sont généralement très directives et se résument à guider les élèves vers la démarche de résolution que l'enseignant semble avoir lui-même choisi de privilégier (Demonty et Fagnant, 2014). Par la suite, les travaux de Theis et Gagnon (2013), qui abordent la résolution de problèmes dans une classe primaire du troisième cycle au Québec, discutent des retours sur les processus de résolution en grand groupe. De façon plus précise, ces chercheurs ont montré que les retours en grand groupe permettent de revenir sur différents concepts travaillés et sur des stratégies utilisées par les élèves tout en permettant la validation de différentes façons de faire. Ces moments, qui laissent place à de riches discussions, permettent aux élèves de présenter leurs stratégies et ces dernières peuvent être reprises par les autres élèves de la classe.

Ainsi, dans ce mémoire, l'utilisation de l'expression « retour en grand groupe » a été retenue. Plus précisément, le retour en grand groupe est la dernière phase de l'activité d'E-A, c'est-à-dire la discussion animée par l'enseignante qui a lieu après la résolution d'un problème par les élèves afin de revenir sur leur processus de résolution. Cette dernière phase est plus particulièrement étudiée. Pendant le retour en grand groupe, l'enseignante de 2e année prend en compte les propos d'élèves. Il convient d'interroger la façon dont elle amène ses élèves à développer un agir mathématique et tout ce qu'elle rend apparent concernant l'activité d'E-A du concept de nombre. Cette dernière phase est analysée en mettant la lunette de la TO. Pour mieux comprendre cette théorie, il s'avère pertinent de présenter les origines de la théorie de l'activité.

2.2 LES ORIGINES DE LA THÉORIE DE L'ACTIVITÉ

La TO puise ses origines dans les travaux de Vygotsky (1985) (l'activité est médiatisée) et de Leontiev (1978) (l'activité est profondément sociale). Elle agit comme cadre théorique, mais aussi méthodologique pour l'analyse de l'activité d'E-A. Il convient donc de mieux comprendre la théorie de l'activité pour ensuite mieux définir la TO.

2.2.1 LA PREMIÈRE GÉNÉRATION DE LA THÉORIE HISTORICO-CULTURELLE DE VYGOTSKY

La première génération de la théorie de l'activité puise dans les travaux de Vygotsky (1985). Celui-ci introduit le concept important de médiation. La théorie de l'activité définit l'humain par rapport à son activité, l'objet de cette activité (lequel est plus que matériel) et les acteurs de son environnement. L'individu ne peut plus être compris sans la culture au sein de laquelle il s'insère et la société sans l'activité de ses actants qui utilisent et produisent des artefacts[10] culturels (Ivic, 2000). Vygotsky (1985) distingue deux types d'outils de médiatisation : les outils techniques (jetons, règles, etc.) et les outils psychologiques (langage, techniques mnémotechniques, cartes géographiques, etc.). Selon son modèle, la combinaison d'outils auxquels correspondent des signes précis permet l'atteinte d'une fonction psychologique et d'un comportement supérieur. C'est à son avis ce qui permet de distinguer l'espèce humaine des autres espèces : soit la création et l'utilisation d'artefacts en tant qu'outils producteurs de sens et facilitant la reproduction de l'espèce. De ce fait, les outils ne sont plus considérés comme étant uniquement du matériel, mais faisant partie intégrante de l'activité d'E-A.

La théorie de Vygotsky est doublement sociale : en plus de l'interaction sociale qui a lieu entre les individus, il y a également une interaction de l'individu avec les produits (qui sont eux-mêmes conceptualisés comme « activités ») de la culture au sein de laquelle il vit. Vygotsky identifie d'abord la langue comme outil puissant pour l'individu alors qu'il est en

---

[10] Un artefact est un élément présent dans le monde matériel qui existe déjà et qui peut être utilisé ou considéré par le sujet. Il peut avoir été produit par le sujet ou par un autre individu. Les artefacts sont porteurs des savoirs historiques et culturels des générations passées. En contact avec les artefacts, le sujet restructure ses actions et pensées (Radford, 2011; Radford, Demers, Guzmàn et Cerulli, 2004).

apprentissage. Elle permet l'évolution du langage intérieur de l'enfant et l'acquisition de nouvelles fonctions mentales comme la pensée. L'acquisition du langage se fait à la fois dans une interaction sociale et le langage est considéré comme un produit de la culture. Par le langage, l'enfant est mis en contact avec des concepts et des significations d'origine sociale et culturelle et l'appropriation des significations sociales se situe dans une interaction sociale (Nicolet, 1995). Ainsi, « l'apprentissage apparait comme un moyen de renforcer ce processus naturel (acquisition du langage) en mettant à sa disposition des outils créés par la culture qui élargissent les possibilités naturelles de l'individu et restructurent ses fonctions mentales » (Ivic, 2000, p. 5). La cognition n'est donc pas envisagée comme un processus de traitement de l'information, mais comme une construction de significations dans un rapport agissant, langagier, au Monde (Thomas et Michel, 1994). Dans cette optique, il devient très difficile de séparer ces deux types d'interactions l'une de l'autre et elle est donc qualifiée d'interaction « socioculturelle ».

L'une des limites du modèle de Vygotsky réside toutefois dans l'unité d'analyse qui reste centrée sur l'individu seul (Engeström, 1997). Leontiev (1978) sera celui qui proposera une vision plus élargie de la théorie de l'activité.

2.2.2 La deuxième génération de l'activité selon Leontiev

Leontiev (1978)[11] pousse plus loin l'idée de la médiation introduite par Vygotsky. Il soutient que l'activité n'est pas seulement médiatisée par l'individu, mais également par la collectivité au sein de laquelle il est situé. Leontiev a mis de l'avant l'importance de la différenciation entre l'action individuelle et l'action collective. Il a tenté de prendre en considération les interactions complexes entre l'individu et la communauté. L'activité humaine obéit au système des relations de la société et sans celles-ci, elle n'existe pas. Pour lui, le travail humain est essentiellement coopératif : il est possible de parler de l'activité d'un individu, mais jamais de l'activité individuelle (Leontiev, 1978).

[11] La section 2.2.2 a été rédigée en s'inspirant de certains articles de Luis Radford (*Le concept de travail conjoint dans la théorie de l'objectivation* [sous presse] et *On the Epistemology of the Theory of Objectification* [2019]). Les références complètes se retrouvent dans la bibliographie de ce mémoire.

Leontiev (1984) stipule que la condition première de toute activité est le besoin à satisfaire chez le sujet. Or, pour orienter l'activité, ce besoin nécessite un objet dans lequel s'incarner qui l'objective (Carré et Mayen, 2019). Ainsi, lorsqu'il s'agit d'appréhender l'apprentissage, le concept d'activité (*doing*, *Tätigkeit* [faire]) implique l'objet de son activité (Leontiev, 2009). Les propriétés objectives de l'objet ne peuvent apparaitre sans l'activité du sujet; celles-ci sont en fait sociales et culturelles. C'est donc dans l'activité du sujet que l'objet apparait (Leontiev, 2009). Or, celle-ci ne peut être réduite à son seul objet, car il est mentionné par Radford (sous presse) :

> Pour les raisons que [Leontiev] allude, l'activité objective (object-oriented activity) ouvre aussi des espaces pour que les élèves puissent s'y positionner socialement et culturellement. Ce positionnement est ce qui permet à l'élève de se montrer et de s'affirmer en tant que subjectivité (p. 12).

Dans cette perspective, l'objet n'est pas le point de départ de l'activité, il se dévoile à la conscience comme produit finalisé de l'activité (Leontiev, 2009). C'est pendant l'activité que peut se dévoiler à la conscience des élèves l'objet/activité soit un objet idéal, un savoir; un objet historico-culturel (Radford, 2019). Dans une classe, l'activité qui est mise en œuvre par l'enseignant et les élèves ensemble est caractérisée par « la poursuite d'un objet-l'objet de l'activité. C'est cet objet qui anime ou motive l'agir de l'enseignant et les élèves (Leont'ev, 2005, 2009a, 2009b) » (Radford, sous presse, p. 11).

Ainsi, dans la présente étude, il est justifié de s'intéresser à l'agir, soit aux différentes manières de faire évoluant dans la classe chez l'enseignante de 2e année et de ses élèves pendant l'activité d'E-A du concept de nombre.

2.2.3 La théorie historico-culturelle de l'objectivation de Luis Radford

La TO précise la posture épistémologique adoptée. Celle-ci met l'accent sur le caractère social et contextuel de l'étude de l'activité d'E-A considérée comme étant ancrée dans des modes de significations culturelles. Cette théorie s'avère pertinente pour envisager la lecture de l'évolution des pratiques sociales au fil du temps, soit les manières de faire et de penser les mathématiques tant auprès de l'enseignant que des élèves.

Selon les tenants des théories socioculturelles, l'apprentissage ou la production de connaissances mathématiques est une activité à travers laquelle les individus entrent en relation avec des objets (activité) culturels et avec des individus et élaborent l'expérience humaine (Roth, Radford et LaCroix, 2012). Selon Radford (2019), l'activité ne se réduit pas à une série d'actions que les individus accomplissent dans la réalisation de leurs objectifs respectifs. Dans la TO, l'activité est « une forme de vie, une énergie qui est formée par les individus dans la poursuite de quelque chose en commun. Une énergie sensible et sensuelle, matérielle et idéationnelle, discursive et gestuelle [traduction libre] » (Radford, 2019, p. 3066). Radford (2011) définit l'activité d'E-A comme un processus social d'objectivation qui ne peut être séparé des contextes sociaux, historiques et culturels dans lesquels le sujet évolue. Les actions particulières d'un sujet et ses idées sont en cohérence avec les façons de penser partagées dans la société dans laquelle il évolue.

Le processus d'objectivation

L'objectivation ou le processus d'acquisition active de formes culturelles de réflexion provient du travail de Vygotsky (Roth *et al.*, 2012). L'objectivation est un processus de mise en apparence, elle est définie comme « la rencontre avec quelque chose qui existe devant nous et qui s'objecte ou se présente petit à petit » (Radford, 2011, p. 68). Considérée en tant qu'activité d'E-A dont l'objet est l'apprentissage de la résolution de problèmes visant le développement du concept de nombre, l'étude du processus d'objectivation consiste en une étude fine de ce qui contribue (manières de faire de l'enseignant et actions des élèves) à rendre apparentes ces manières de faire et de penser mathématiquement dans la classe :

> L'objectivation, c'est ce perçu qui se dévoile dans le geste qui compte ou qui désigne, perçu qui se découvre dans l'intention qui s'exprime dans le signe ou dans le mouvement kinesthésique que médiatise l'artefact au cours de l'activité pratique sensorielle […] (Radford, 2011, p. 68).

Il s'agit d'étudier l'activité sémiotique de sujets (ici, enseignante et élèves) qui s'expriment à travers ce processus d'élaboration de manières de penser/d'agir propres au système social de significations déjà en place (Radford, 2004). C'est dans l'activité médiatisée par l'articulation de plusieurs systèmes sémiotiques (gestuel, symbolique, linguistique) que l'objectivation du savoir peut être saisie (Radford, 2011). Pour mieux cerner le potentiel de la TO dans le cadre de l'étude, les contributions de Vygotsky, de Leontiev et de Radford sont reprises pour étudier l'activité d'E-A.

2.3 LES COMPOSANTES DE L'ACTIVITÉ D'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE

Afin d'étudier l'activité d'E-A des mathématiques et plus précisément pendant la phase du retour en grand groupe, trois composantes qui ne peuvent être isolées sont à considérer : sujets, outils et objet (voir figure 2).

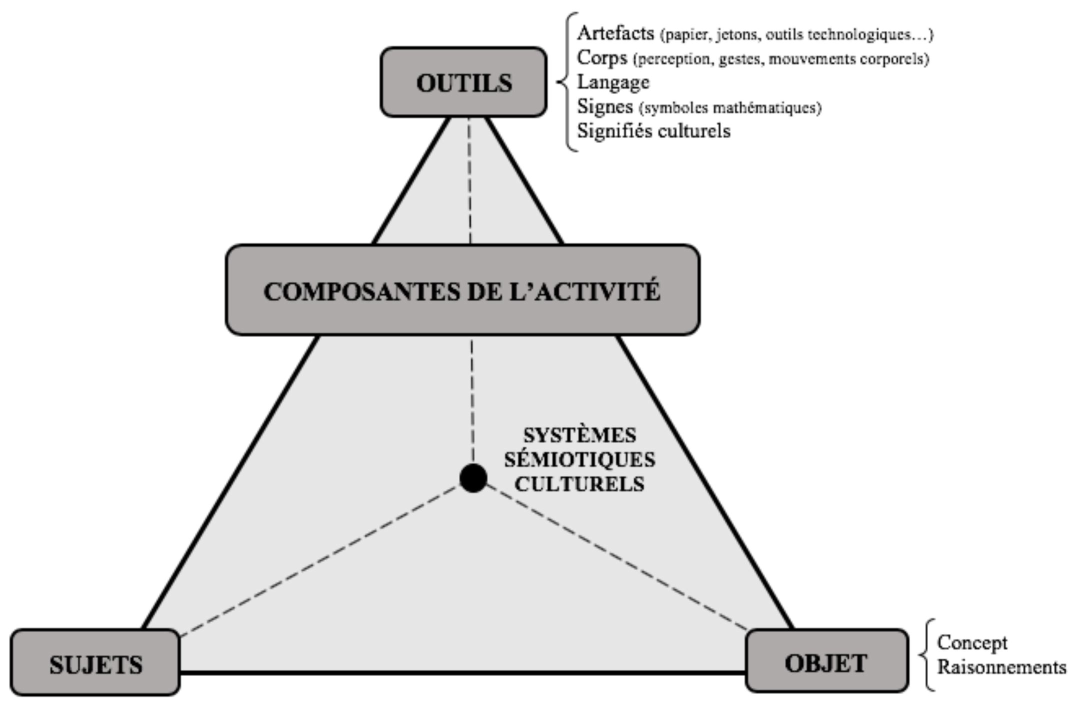


Figure 2 : Les composantes de l'activité d'enseignement-apprentissage
Source : Schéma inspiré des travaux de Radford (2004, 2011).

2.3.1 L'OBJET

Pour la TO, les savoirs mathématiques à enseigner sont considérés comme les objets d'une activité historico-culturelle. Ils sont générés historiquement pendant l'activité mathématique vécue en classe : « ils sont des schèmes fixes d'activité réflexive incrustés dans le monde en constant changement de la pratique sociale médiatisée par les artefacts » (Radford, 2011, p. 62). C'est à travers l'activité des individus que se forment les différentes couches de sens de l'objet/activité mathématique qui sont perçues de façon progressive par les élèves au fil des expériences vécues. L'enseignant, par ses gestes et son langage, met en évidence des propriétés de l'objet/activité qui sont ou non considérées par les élèves. L'enseignant pourrait par exemple, dans le but de faire voir les groupements d'unités à ses élèves, encercler dix cubes unités. Le geste (encercler) de l'enseignant rend apparente une propriété mathématique (le groupement de dix).

Dans cette étude, l'E-A est considéré comme une activité dont l'objet est la résolution du problème visant le développement du concept de nombre. Il s'agit d'étudier, pendant la phase du retour en grand groupe, comment l'enseignante s'y prend pour contribuer à l'apprentissage de manières de faire (participer, argumenter, exposer son point de vue…) tout en rendant apparentes, du même souffle, des composantes du concept de nombre (voir sections 1.1.1, 1.1.2 et 2.3.4) dont le développement se poursuit dans l'implantation de l'approche par résolution de problèmes. Les questions et les gestes posés par l'enseignante sont conceptualisés comme allant bien au-delà de leur influence sur l'objet de leur activité, mais comme des constituants de l'activité. De même, les choix effectués pendant l'activité sont motivés par un rationnel qui se retrouve lui-même influencé par l'évolution de l'activité. Ainsi, les gestes, le langage, les symboles et les artefacts médiatisent l'activité de l'enseignante, mais aussi celle des élèves présents dans la classe (Radford, 2011).

2.3.2 LES SUJETS

D'une part, la TO part de la prémisse que « l'étude didactique de la pensée mathématique exige la prise en compte de la pensée du sujet pensant et de la pensée en tant qu'entité historico-culturelle » (Radford, 2015, p. 334). La pensée n'est pas considérée comme une pensée intracrânienne, mais comme une activité intrinsèquement sociale et culturelle :

> Il s'agit d'une conception d'après laquelle la pensée est sensible et historique. Elle est sensible dans le sens où la pensée invoque de manière fondamentale nos sens dans la saisie de ses objets. De ce point de vue, les gestes, la perception, le corps, les signes et les artefacts sont considérés comme des parties constitutives de la pensée. Mais la pensée va au-delà du moi-qui-pense-avec-son-corps-et-ses-sens, car elle est une forme sociale de réflexion et d'action historiquement constituée, générée par la pratique sociale (Radford, 2011, p. 55).

En ce sens, appréhender l'activité d'E-A d'une classe, c'est comprendre la pensée/activité mathématique qui se développe dans la classe de mathématiques étudiée. Il est donc judicieux de mieux cerner ce qui médiatise cette activité. D'autre part, dans cette perspective historico-culturelle, l'activité d'E-A n'est pas un processus qui vise l'acquisition de connaissances propres à chacun, mais plutôt un processus où chaque élève acquiert de façon différente des formes de pensées historiquement et culturellement constituées (Roth *et al.*, 2012).

Dans cette étude, l'E-A visant le développement du nombre est considéré en tant qu'activité sociale enracinée dans une tradition culturelle qui la précède (Radford, 2011). La pratique de l'enseignante médiatise l'activité mathématique en classe. Tout ce qu'elle effectue pendant son enseignement a une origine sociale et culturelle qui influence les apprentissages des élèves qu'il convient de considérer et d'interroger. Pour mieux préciser comment les pratiques de l'enseignante sont étudiées, un autre concept-clé de la TO est défini soit le concept de ZPD de Vygotsky.

La zone proximale de développement

Le concept de ZPD (voir figure 3) est une contribution de Vygotsky (1978) qui contribue à mieux comprendre l'apprentissage (LaCroix, 2010).

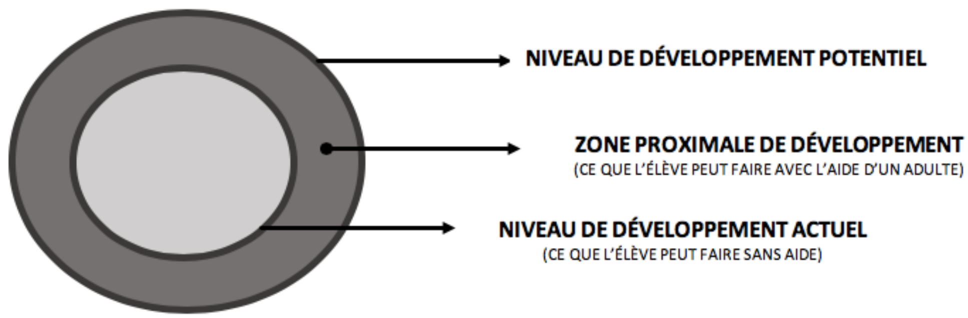


Figure 3 : Le concept de zone proximale de développement
Source : Schéma inspiré des travaux de Vygotsky (1978).

Dans une conception socioculturelle, Vygotsky exprime que l'élève ne peut être considéré comme isolé de son environnement, car ses liens avec autrui font partie de sa nature même (Ivic, 2000). D'ailleurs, c'est par l'interaction avec l'enseignant ou les pairs que la limite de ce que l'élève peut réaliser est repoussée et qu'il a accès davantage aux formes de réflexion ou de raisonnement (Radford, 2011). Ainsi, l'enseignant occupe le rôle de médiateur entre les élèves et les systèmes sémiotiques de significations culturelles qui leur sont présentés (Radford, 2011). L'enseignant qui prend conscience de ses interventions dans la ZPD de ses élèves est en mesure d'adapter et d'ajuster ses interventions selon leurs difficultés ou leurs progrès afin de les amener à s'approprier, et ce, grâce à la médiation, les outils conceptuels culturellement partagés (Brodeur *et al.*, 2015).

Dans le cadre de cette étude, la chercheure s'intéresse aux manières de faire de l'enseignante alors qu'elle s'insère dans la ZPD de ses différents élèves. Son rôle est de contribuer à la mise en apparence de propriétés et de raisonnements associés à l'objet/activité culturel visé à propos des savoirs mathématiques, tout en respectant la ZPD de ses élèves. Il convient alors de documenter la manière dont elle amène ses élèves vers le développement d'un agir mathématique.

2.3.3 LES OUTILS

Selon la TO, l'activité mathématique est médiatisée par des artefacts (crayons, matériel de manipulation, etc.), le corps (perception, gestes, mouvements), le langage et les signes ainsi que par des signifiés culturels (Radford, 2011). Plusieurs autres études (Arzarello, 2006; Forest et Mercier, 2012; Radford, 2009; Radford, Edwards et Arzarello, 2009) suggèrent aussi que les gestes, les actions kinesthésiques, les artefacts et les signes doivent être pris en compte pour étudier l'activité d'E-A (Radford, 2013). De plus, les usages d'artefacts qu'en font les élèves ou l'enseignant peuvent être différents même s'ils utilisent le même matériel de manipulation. Un élève peut, par exemple, dénombrer une par une les cases dans la grille de nombres pour trouver la somme de deux nombres alors qu'un autre peut utiliser les déplacements verticaux (bonds de 10) et horizontaux (bonds de 1). En ce sens, la grille de nombres qui est utilisée par les élèves pour résoudre un problème mathématique est un artefact qui médiatise et matérialise leur pensée/activité (Radford, 2011). Du côté de l'enseignant, il peut pointer, par exemple, les nombres dans la grille et procéder par un comptage par bonds de 2. De même, en analysant finement ce qui médiatise l'activité d'E-A, l'enseignant peut utiliser les gestes (par exemple, pointer la position des unités et des dizaines) ou un dessin (représentation des nombres en nombre d'unités et de dizaines) pour mettre en évidence des composantes du concept de nombre auprès de ses élèves.

Ainsi, Radford (2009) propose d'étudier l'activité d'E-A de la résolution de problèmes comme un tout et non de morceler son étude en se limitant, par exemple, à l'identification d'outils, ou encore, en s'intéressant uniquement à l'activité des élèves ou à l'activité des enseignants sans considérer le contexte et l'interaction dialectique des sujets. Dans la présente étude, pour analyser finement l'activité d'E-A, un regard attentif est porté aux différents outils qui médiatisent la phase du retour en grand groupe. En ce sens, les gestes et les propos de l'enseignante (rythme, intensité, pointage, intonation) contribuent à mettre en évidence les différentes composantes du concept de nombre ou des actions à privilégier dans la résolution d'un problème qui sont ou non considérées par les élèves.

Les usages du matériel liés au développement du concept de nombre

Dans les classes de mathématiques, du matériel de manipulation peut être rendu disponible pour les élèves lorsqu'ils effectuent des problèmes mathématiques. Le matériel peut être classé en trois catégories; représentation concrète, représentation imagée (semi-concrète) et représentation symbolique. Dans la PDA (MELS, 2009), il existe trois modèles de matériel de manipulation pour représenter des nombres naturels de différentes façons (voir aussi Corriveau et Jeannotte, 2015; Poirier, 2001) :

- Matériel aux groupements apparents et accessibles (il contribue à la mise en évidence de la stratégie du groupement);
- Matériel aux groupements apparents, mais non accessibles (il vise à mettre en évidence les échanges. Il comporte des unités et des groupements déjà formés);
- Matériel aux groupements non apparents et non accessibles (il vise à mettre en évidence la valeur de position).

Un élément intéressant rapporté par l'étude de Corriveau et Jeannotte (2015) est que ces modèles ne regroupent pas l'ensemble du matériel pouvant être utilisé pour travailler la numération. Les chercheures proposent qu'« il serait alors nécessaire de mieux comprendre l'activité mathématique des élèves lorsque du matériel de manipulation est en jeu » (p. 36). Exprimé autrement, mais en des termes qui font écho à ceux de Radford (2011), le matériel est un moyen favorisant l'élaboration de significations dans une activité visant l'apprentissage d'un concept. Selon la recherche de Corriveau et Jeannotte (2015, p. 45) :

> Le matériel ne concrétise pas nécessairement les objets mathématiques en jeu, mais il offre à l'élève une façon différente de s'exprimer en mathématiques. […] Autrement dit, le matériel n'est pas ici vu comme une concrétisation de l'abstrait, mais plutôt comme pouvant supporter les raisonnements.

Ces propos sont reformulés en précisant que si l'expression de raisonnements est pleinement saisie par l'étude de l'activité alors le matériel ne supporte pas les raisonnements, mais est une partie constitutive de l'activité. Par ailleurs, comme le souligne Radford (2011), les concepts mathématiques ne sont pas dans les outils. Par exemple, pour des jetons étalés sur une table, il n'y a pas de raison de considérer leur nombre plutôt que leur disposition, leur couleur ou leur forme. L'interprétation d'un outil est intimement liée à l'activité qui a permis de saisir ses usages et conventions. Il est intéressant de proposer du matériel aux élèves, mais il est important que l'enseignant pose un regard sur les usages de ce matériel par les élèves. Ces usages rendent compte d'une manière de penser mathématiquement. La recherche de Corriveau et Jeannotte (2015) illustre qu'un élève, à partir du même problème touchant le concept de la fraction, n'a pas raisonné de la même façon selon le matériel utilisé (réglettes *Cuisineraire* et blocs mosaïques) et n'a pas utilisé les résultats de sa première résolution lors de la seconde. Ainsi, le regard porté sur les usages du matériel par les enseignants et les élèves peut renseigner sur le développement du concept de nombre. Dans le chapitre 4, les différents usages du matériel utilisé par les élèves et l'enseignante sont mis en évidence.

2.3.4 L'ACTIVITÉ D'ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DU NOMBRE

Comme il a été mentionné dans la problématique, le concept de nombre commence à se développer dès la petite enfance et il continue de se développer pendant le parcours scolaire. En fait, le concept de nombre a plusieurs composantes. Précisément, les élèves doivent être en mesure de compter (réciter la comptine dans son ordre stable), de dénombrer (voir section 1.1.2), de reconnaitre la conservation de la quantité, de quantifier sans avoir recours au dénombrement, d'estimer, d'associer un symbole numérique à un ensemble d'objets et de reconnaitre les symboles numériques (0 à 9) (Dias, 2014; Riveros, 2010). Ensuite, les élèves doivent apprendre à conjuguer avec le symbolisme (symboles mathématiques pour représenter les nombres) et avec les caractéristiques de notre système de numération, soit un système en base 10 (idée de groupements) et positionnel (la valeur du chiffre dans le nombre est différente selon sa position) (Côté et Martin, 2017). De plus, le développement du concept de nombre se peaufine aussi pendant la résolution de problèmes de structure additive (Saboya et Tremblay, 2017).

2.4 LA QUESTION DE RECHERCHE

Une question de recherche émerge à la fin de ces deux premiers chapitres. En sachant que l'enseignante utilise des problèmes de structure additive dans une approche par résolution de problèmes, il convient de se demander : ***Comment l'enseignante (à travers ses manières de faire en mathématiques), pendant le retour en grand groupe, contribue-t-elle à l'objectivation du concept de nombre chez les élèves au fil des cinq années de la recherche collaborative?***

Ainsi, pour arriver à étudier le processus d'objectivation, l'intérêt est porté sur les questions, les reformulations, le matériel et les gestes posés qui médiatisent ce processus de mise en apparence de composantes du concept de nombre présentées dans les sections 1.1.2, 1.1.3 et 2.3.4 du présent mémoire.

CHAPITRE 3
LA MÉTHODOLOGIE

Ce chapitre expose la méthodologie de l'étude qui est une analyse secondaire, car elle est issue de données recueillies dans le cadre d'une recherche collaborative (2013-2018)[12] dirigée par la directrice, Mélanie Tremblay, et la codirectrice, Mireille Saboya, de la chercheure de ce mémoire. L'objectif de la recherche collaborative était la construction et la mise à l'essai d'interventions visant à ce que les élèves développent un engagement réfléchi et effectuent un choix éclairé sur le matériel à utiliser dans la résolution de problèmes additifs. Une approche par résolution de problèmes a été implantée dans les classes (Saboya et Tremblay, 2017). Ce mémoire poursuit la compréhension de cette recherche collaborative en documentant cette fois l'activité d'E-A visant le développement du nombre, sous une approche par résolution de problèmes, au fil des cinq années. D'abord, l'approche méthodologique et la participante de l'étude sont présentées. Ensuite, les instruments de collecte, le traitement et l'analyse de données sont exposés. Puis, les critères de rigueur et de scientificité sont précisés ainsi que les considérations éthiques.

3.1 LE TYPE DE RECHERCHE : UNE ÉTUDE DE CAS S'INSCRIVANT DANS UNE APPROCHE PHÉNOMÉNOLOGIQUE

Dans la recherche collaborative (Saboya et Tremblay, 2017), qui s'est échelonnée sur cinq ans, ont participé une enseignante de 2^{e} année et une enseignante de 3^{e} année qui interviennent dans des classes d'adaptation scolaire ainsi qu'une orthophoniste. Dans la présente étude, pour comprendre en profondeur cette activité d'E-A, une seule classe, soit une seule enseignante de la recherche collaborative a été choisie. C'est une étude de cas

[12] Pendant l'année scolaire 2015-2016, il y a eu un arrêt du projet subventionné (rencontres réflexives et expérimentations filmées en classe). Or, les enseignantes ont continué de réaliser les problèmes mathématiques toujours en se questionnant sur leur pratique.

puisqu'elle « consiste à faire état d'une situation réelle particulière, prise dans son contexte, à l'analyser pour découvrir comment se manifestent et évoluent les phénomènes auxquels le chercheur s'intéresse » (Fortin et Gagnon, 2016, p. 197). L'étude de cas permet de rendre compte de la complexité d'une situation particulière (Mongeau, 2011). C'est une étude de cas qui s'inscrit dans une approche phénoménologique.

L'approche phénoménologique qui fait partie des méthodologies de recherches qualitatives est adoptée pour décrire l'activité d'E-A du concept de nombre sous une approche par résolution de problèmes pendant cinq ans (2013 à 2018). De façon plus précise, celle-ci permet de répondre à la question de recherche : *Comment l'enseignante (à travers ses manières de faire en mathématiques), pendant le retour en grand groupe, contribue-t-elle à l'objectivation du concept de nombre chez les élèves au fil des cinq années de la recherche collaborative?* Cette approche vise à comprendre un phénomène et à en saisir l'essence (Fortin et Gagnon, 2016). De plus, il n'est pas étonnant de recourir à la phénoménologie étant donné l'utilisation de la TO comme cadre d'analyse de l'activité d'E-A. La TO partage plusieurs concepts-clés avec la phénoménologie qui considère aussi les interactions ainsi que le contexte historique et culturel dans lequel le sujet évolue. L'utilisation de cette approche amène à observer, à décrire et à questionner ce qui est mis en place et ce qui est fait par l'enseignante pour aider ses élèves à rendre apparentes certaines propriétés des objets/activité de la culture mathématique. Deux concepts importants de la phénoménologie sont présentés dans les sections 3.1.1 et 3.1.2.

3.1.1 LE CONCEPT DE L'INTENTIONNALITÉ

L'un des précurseurs de la phénoménologie, le philosophe Husserl (1859-1938) est associé à la phénoménologie dite descriptive, le concept de l'intentionnalité est au cœur de ses travaux. En d'autres termes, cela renvoie à un présupposé que toute action des personnes a une intentionnalité (Fortin et Gagnon, 2016). Meyor (2007) précise que l'intentionnalité rend compte du lien structurel qui lie le sujet au Monde. Le sujet et le Monde/activité existent ensemble et sont liés par la visée intentionnelle. Dans ce sens, il faut tenter de décrire ou d'interpréter certains phénomènes en se basant sur les significations rapportées ou vécues par les participants parce que : « le Monde prend forme, réalité et consistance en termes de sens ou de significations » (p. 104) et où chacun des phénomènes est lié au sujet par une intention (Meyor, 2007). Le sujet est considéré comme celui qui « vit le Monde, qui en fait l'expérience dans sa quotidienneté » (Meyor, 2007, p. 105). Chaque être humain a une personnalité qui est différente et des intentions qui évoluent au fil du temps. Dans la présente étude, la phénoménologie renforce l'importance de considérer l'activité mathématique de la classe en tant que phénomène. La chercheure tente de comprendre l'intentionnalité de l'enseignante qui évolue au fil des années afin de décrire l'expérience vécue par celle-ci.

3.1.2 LE CONCEPT DE LA SUBJECTIVITÉ

Un autre concept important en phénoménologie, et aussi de la TO, est celui de la subjectivité. Soit celle qui est perçue dans le développement de la personnalité du sujet à travers son entrée dans le Monde/activité. Le fait de considérer la subjectivité dans l'analyse est assuré lorsque le chercheur arrive « à rendre compte de l'apparaitre d'un phénomène tel que le sujet l'expérimente, ce qui suppose de dépasser les aspects individuels par lesquels un ou des sujets donnés vivent une expérience » (Meyor, 2007, p. 115). De ce fait, pour mieux décrire l'activité d'E-A, les trois composantes de cette activité (sujets, outils, objet) sont considérées. L'étude des manières de faire en mathématiques mène à la prise en compte des outils qui médiatisent l'activité d'E-A en classe. Ces outils n'étant pas considérés comme de simples aides à l'apprentissage, mais comme des constituants importants qui permettent de mieux comprendre un phénomène. Dans le cadre de cette étude, les outils incluent la prise en compte du matériel (jetons, blocs, grille de nombres…), les propos exprimés oralement et les signes exprimés par le corps (posture, gestes de pointage, mouvements) qui contribuent à l'élaboration de signifiés dans la classe au sens où le stipule Radford (2011).

3.2 L'ENSEIGNANTE PARTICIPANTE ET LE MILIEU CIBLÉ

Dans la recherche collaborative (Saboya et Tremblay, 2017), deux enseignantes en adaptation scolaire (l'une en 2e année et l'autre en 3e année) dans une école de Québec étaient impliquées. Plus précisément, dans l'étude actuelle, Marie (nom fictif), enseignante en 2e année, a été retenue. Ce choix s'explique par la chercheure qui, dans le cadre de son baccalauréat en enseignement en adaptation scolaire et sociale, a effectué son troisième stage (automne 2015) de 40 jours avec Marie. Qui plus est, elle a agi comme assistante de recherche aux rencontres réflexives et aux expérimentations vécues en classe dans le cadre de la recherche collaborative.

Marie est engagée dans son développement professionnel. Elle a déjà eu plusieurs formations sur l'enseignement explicite en français et est devenue une formatrice sur le sujet pour ses pairs de la commission scolaire. Enseignante en adaptation scolaire depuis déjà 26 ans, elle a enseigné 9 ans au secondaire et 17 ans au primaire dans les classes accueillant des élèves ayant des difficultés graves d'apprentissage dans une commission scolaire de la région de Québec.

Dans cette étude, l'analyse de l'activité d'E-A est réalisée à partir de données recueillies sur une période de cinq ans (2013 à 2018). Marie est intervenue auprès de cohortes différentes d'élèves à chacune des années analysées. Sa classe faisait partie d'une école ordinaire où six autres classes spéciales étaient présentes. Pour sa part, elle est intervenue auprès d'élèves de 8 à 10 ans et elle accueillait entre 8 et 11 élèves par année[13].

Au fil des années, Marie a modifié son enseignement des mathématiques pour implanter une approche par résolution de problèmes où les élèves explorent les problèmes mathématiques à l'aide de matériel et où un temps est consacré pour les retours en grand groupe. Dans le cadre de la recherche collaborative, les problèmes mathématiques proposés

[13] Les élèves qu'elle accueille au fil des années présentent des retards d'apprentissage de deux ans et parfois un peu plus. Ils sont classés en 2e année du premier cycle en mathématiques et en termes de diagnostics, elle peut enseigner à des élèves qui ont, par exemple, des difficultés d'apprentissage, un trouble du spectre de l'autisme, une dyslexie, une dyspraxie verbale, un trouble sévère du langage, une atteinte des fonctions exécutives et des difficultés d'attention.

aux élèves ont été nommés « histoires mathématiques[14] » et l'enseignante retenue en fait une à deux fois par semaine. Les enseignantes ont développé un outil de résolution où différentes étapes sont exposées (voir figure 4).

Les étapes pour résoudre une histoire mathématique	
1. Je **lis** l'histoire mathématique.	
2. Je m'assure que je **comprends** tous les mots de **vocabulaire** et les **mots-chapeaux**.	
3. Je fais le "**ce que je cherche**" et je surligne les **mots importants** en **orangé**.	Mot ?
4. Je surligne les **indices** en **jaune**.	
5. Je "**mime**" les indices de mon histoire mathématique avec du **matériel** ou des **dessins**.	du
6. Je laisse des **traces** de ma démarche.	d u 4 3 + 1 5 5 8
7. Je **vérifie** que **ma réponse** est possible et correspond avec le "ce que je cherche". Je réponds par une **phrase mathématique** complète.	

Figure 4 : L'outil de résolution de problèmes coconstruit

La deuxième étape concerne les mots de vocabulaire et les mots-chapeaux (ou les nombres-chapeaux). Comme mentionné plus tôt, les enseignantes ont fait plusieurs formations sur l'enseignement explicite en français. Ces mots chapeaux sont des référents. Ils peuvent être des pronoms ou des expressions qui présentent un nombre décomposé. Par exemple, « il y a deux dizaines de fleurs », l'expression « deux dizaines » est considérée comme un nombre-chapeau, car l'élève doit savoir que cela renvoie au nombre 20. Pendant la réalisation d'une histoire mathématique, l'enseignante travaille l'appropriation du problème (étapes 1 à 4) et la modélisation (étapes 5 à 7). La séance se termine avec un

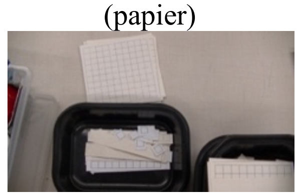
[14] Les enseignantes participantes de la recherche collaborative ont fait le choix de parler « d'histoires mathématiques » au lieu de « problèmes mathématiques » puisque ces derniers sont souvent associés à « compliqués », à « difficiles » et à plusieurs « soucis » chez leurs élèves. Une séance d'une histoire mathématique se déroule sur une période de 50 minutes.

retour en grand groupe où se déroule l'expression orale de différentes résolutions trouvées par les élèves. La dernière phase de l'activité d'E-A qui vise le développement du concept de nombre est documentée dans le chapitre 4 de ce mémoire.

Le matériel utilisé par l'enseignante et les élèves

Dans la classe de Marie, du matériel de manipulation est rendu disponible pour les élèves lorsqu'ils effectuent les histoires mathématiques (voir tableau 4). Ce matériel est toujours à la disposition des élèves sur une table située à l'arrière de la classe. Le matériel peut être classé en trois catégories : représentation concrète, représentation imagée (semi-concrète) et représentation symbolique.

Tableau 4 : Matériels de manipulation disponibles dans la classe

<table>
<tr><td>Représentation concrète</td><td>Jetons
</td><td>Blocs
</td><td>Blocs multibases (papier)
</td><td>Argent
</td></tr>
<tr><td>Représentation imagée</td><td>Boites de 10 représentées
</td><td>Blocs multibases représentés
</td><td>Droite numérique

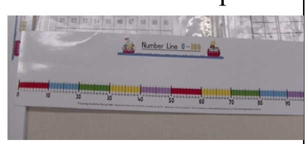
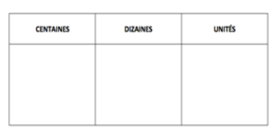
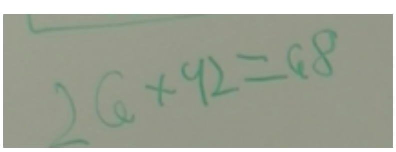



Tableau de numération

</td><td>Grille de nombres
</td></tr>
<tr><td>Représentation symbolique</td><td colspan="4">
</td></tr>
</table>

Comme précisé au précédent chapitre, outre l'intérêt qu'a l'enseignante à proposer du matériel aux élèves, l'intérêt est porté, au chapitre 4, au regard qu'elle pose sur les usages de ce matériel par les élèves. Ces usages rendent compte d'une manière de penser mathématiquement. Ils renseignent sur le développement du concept de nombre.

3.3 L'INSTRUMENT DE COLLECTE DE DONNÉES

Lors d'une recherche de nature qualitative, le chercheur doit combiner plusieurs instruments de collecte de données afin de faire ressortir les différentes facettes de l'objet étudié et de confirmer certaines données reçues (Karsenti et Savoie-Zajc, 2011). Dans le cadre de la recherche collaborative, les instruments de cueillette suivants ont été combinés : la captation vidéo de séances de classe pendant l'activité d'E-A, les entretiens, l'enregistrement audio des journées réflexives et la rédaction de comptes rendus de ces séances. Dans la présente étude, la captation vidéo des séances d'histoires mathématiques est utilisée. Cela permet d'analyser en profondeur l'activité d'E-A qui se déroule en classe. Pour ce faire, quatre vidéos (une séance de classe vidéo filmée par année) ont été retenues (voir figure 5).

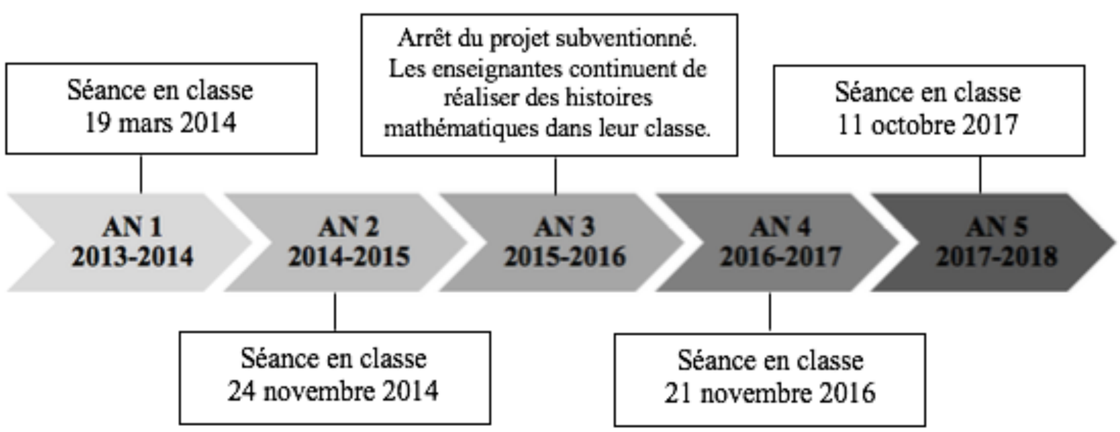


Figure 5 : Dates des séances analysées

Une séance en octobre ou en novembre de chaque année a été choisie pour pouvoir mieux rendre compte de l'activité d'E-A au fil du temps. Toutefois, la première séance analysée a eu lieu au mois de mars. Ce choix a pu limiter l'analyse de l'activité. Il est important de spécifier que les données vidéo du mois d'octobre de la première année étaient accessibles. Or, la qualité de l'image était médiocre, ce qui aurait pu limiter encore plus l'analyse sémiotique. Dans les quatre séances choisies, l'enseignante propose aux élèves des problèmes de transformation qui sont présentés au début de l'année scolaire sauf pour la première année de la recherche collaborative. Ces données permettent de mieux comprendre comment est vécu le retour en grand groupe et quels outils médiatisent l'activité d'E-A qui vise le développement du concept de nombre, sous une approche par résolution de problèmes, au fil des années. Cela permet de décrire et de comparer l'activité d'E-A de chaque séance analysée.

Pour chacune des séances choisies, l'activité d'E-A a été filmée à l'aide d'une caméra qui était positionnée à l'arrière de la classe pour capter l'ensemble de l'expérimentation. La période de 50 minutes se divisait en trois phases (l'appropriation du problème, la modélisation en individuel et le retour en grand groupe). Plus particulièrement, lors du retour en grand groupe, l'assistante de recherche filmait les échanges entre les élèves et l'enseignante de façon à bien entendre les dialogues, voir les visages, les gestes et le matériel utilisé. Ces vidéos servent à analyser finement comment l'enseignante s'y prend pour favoriser la participation de ses élèves au fil des années ainsi que les différentes composantes du concept de nombre qu'elle rend apparentes.

Lors de la recherche collaborative, les chercheures, les assistantes de recherche, les deux enseignantes et l'orthophoniste ont participé à des rencontres réflexives (audio enregistrées) qui avaient comme but de discuter sur le développement du concept de nombre et sur les structures additives. L'orthophoniste a été présente pendant les deux premières années du projet pour participer à l'élaboration de l'outil de résolution de problèmes (voir figure 4) et à la coconstruction de certaines histoires mathématiques. Les rencontres qui se déroulaient sur une journée ont eu lieu cinq à six fois par année. Ces rencontres réflexives étaient entrecoupées d'expérimentations en classe. Ces expérimentations étaient des leviers pour les rencontres qui s'ensuivaient. En effet, ces journées ont permis aux enseignantes et à l'orthophoniste de partager ce qu'elles vivaient dans leur classe. Ainsi, elles ont eu l'occasion de partager leurs défis, leurs réussites et leurs questionnements qui étaient par la suite discutés lors de la rencontre réflexive qui suivait. Ces données sont consignées dans les rapports de la recherche collaborative. Ces derniers permettent de mieux comprendre l'activité d'E-A du nombre, sous une approche par résolution de problèmes, et les motifs des différentes actions réalisées par Marie.

3.4 LE TRAITEMENT ET L'ANALYSE DE DONNÉES

Afin de répondre à la question de recherche (*Comment l'enseignante, pendant le retour en grand groupe, contribue-t-elle à l'objectivation du concept de nombre chez les élèves au fil des cinq années de la recherche collaborative?*), les vidéos sélectionnées ont été visionnées à plusieurs reprises. Ensuite, la rédaction de verbatim a été effectuée en prenant en compte les gestes faits, les silences, les intonations, les mimiques, etc. Des captures d'écran ont été insérées dans le verbatim pour mieux comprendre les manières de faire dans la classe. Une analyse descriptive du phénomène a été effectuée (Fortin et Gagnon, 2016) à partir des trois composantes indissociables de l'activité d'E-A (voir figure 2).

En ce sens, pendant la phase du retour en grand groupe, le regard est porté sur les questions formulées (fermées ou ouvertes) par l'enseignante, ses reformulations et ses manières de faire pour favoriser l'engagement des élèves et le développement du concept de nombre. Selon Proulx (2003), les explications effectuées par l'enseignant servent à établir le pont entre les connaissances personnelles construites par les élèves et les savoirs mathématiques ainsi qu'à permettre une articulation entre ces savoirs à construire et des procédures de résolution des élèves. Ainsi, « le discours oral de l'enseignant aura un effet important sur l'installation d'une certaine culture mathématique dans la classe et sur le développement d'une vision et d'un rapport aux mathématiques par les élèves » (Ball, 1991 et Bauersfeld, 1994; cités par Proulx, 2003, p. 9). Une attention est aussi accordée au temps investi ainsi qu'au matériel utilisé et à ses usages. Les usages du matériel rendent compte d'une manière de penser mathématiquement (Corriveau et Jeannotte, 2015), ils renseignent sur le développement du concept de nombre. Le tableau 5 présente un exemple des informations ramassées pour chacune des séances retenues.

Tableau 5 : Le canevas pour l'analyse descriptive de l'activité d'enseignement-apprentissage

Activité d'E-A du nombre sous une approche par résolution de problèmes		
Objet	La résolution du problème visant le développement du concept de nombre	
Sujets	Enseignante	Élèves
Outils	Le temps investi pour la phase du retour en grand groupe. Les choix que l'enseignante effectue pendant l'activité d'E-A. Le matériel utilisé et ses usages par l'enseignante et les élèves. La façon dont l'enseignante contribue à l'apprentissage de manières de faire chez ses élèves (participer, écouter les autres, argumenter, exposer son point de vue, engagement, etc.). La façon dont Marie rend apparentes les composantes du concept de nombre auprès de ses élèves. Les questions qu'elle pose, les reformulations effectuées et les gestes posés.	

Plus précisément, les manières de faire de l'enseignante permettent de saisir le sens qu'elle donne à l'activité de résolution de problèmes et de mieux comprendre ses intentionnalités. Ainsi, cette analyse fine permet d'identifier les moyens sémiotiques mobilisés qui ne sont pas isolés, mais bien intégrés en considérant les actions réalisées par les membres de la classe (Radford, 2011). Cette analyse descriptive est effectuée pour chacune des séances de classe choisies (quatre séances). Ensuite, pour documenter l'activité d'E-A au fil du temps, une analyse est effectuée à partir des quatre analyses des séances. Les différents changements qui sont observés dans l'activité d'E-A (temps investi, matériel, questions, etc.) au fil du temps sont mis en évidence dans la synthèse effectuée pour chacune des séances.

3.5 LES CRITÈRES MÉTHODOLOGIQUES DE RIGUEUR ET DE SCIENTIFICITÉ

D'une part, la valeur et la rigueur de l'étude sont assurées par des critères de scientificité. Gohier (2004) présente des critères tels que la crédibilité, la transférabilité, la constance interne et la fiabilité. La crédibilité est assurée par l'utilisation de la stratégie de triangulation des données. De plus, l'engagement prolongé des chercheures sur le terrain contribue à son respect (cinq ans). La transférabilité est assurée par une description riche du contexte de déroulement des séances d'histoires mathématiques, de l'objet d'étude et de l'enseignante. La fiabilité est assurée par la chercheure qui montre qu'elle est consciente de sa subjectivité. Pour respecter ce critère, elle devra effectuer une description fine et approfondie de l'expérience (Meyor, 2007). Contrairement à plusieurs approches où le caractère objectif de l'étude se traduit par la position neutre du chercheur par rapport à l'objet d'étude, l'approche phénoménologique préconise le retour à la subjectivité puisque l'objet à l'étude est toujours un objet de l'expérience humaine (Meyor, 2007). En phénoménologie, le chercheur se subjective. Il apprend à saisir le Monde/activité qu'il étudie. Il s'inscrit dans un processus de mise en apparence. Ainsi, la rédaction de fines descriptions de la chercheure l'aide à rendre apparentes des propriétés des phénomènes étudiés. En s'interrogeant sur l'intentionnalité des individus dans leur activité, elle peut aussi mieux rendre compte des motifs des actions réalisées.

D'autre part, la recherche de Gohier (2004) présente des critères dits « relationnels ». En fait, le chercheur doit effectuer sa recherche avec équilibre, c'est-à-dire qu'il doit s'assurer d'avoir pris en compte les différents points de vue des participants. Ce critère est respecté dans la présente étude. Quant à l'authenticité, le chercheur doit s'assurer des effets de la recherche sur les participants et sur la pertinence de celle-ci. Par le fait même, il est aussi respecté puisque l'étude a comme souci de « favoriser des apprentissages chez les participants et d'induire une prise de conscience, voire un désir d'action chez ceux-ci » (Gohier, 2004, p. 7). Selon Gohier (2004), les critères relationnels sont définis comme étant des « […] attitudes du chercheur par rapport aux participants de la recherche visant à assurer leur respect, leur bien-être et leur développement au cours du processus de recherche aussi bien que dans les retombées qu'elle aura » (p. 8). Ces critères sont donc pertinents dans le cadre d'une étude interprétative et d'une approche phénoménologique.

3.6 LES CONSIDÉRATIONS ÉTHIQUES

Cette étude implique la participation de sujets humains. La chercheure doit être sensible à l'utilisation d'une démarche dans le respect de la volonté des participants. Cette étude s'inscrit dans le cadre d'une recherche collaborative plus large et un certificat d'éthique a été délivré et renouvelé (CÉR-77-495-RI) par le Comité d'éthique de la recherche de l'Université du Québec à Rimouski, en conformité aux principes de l'*Énoncé de politique des trois Conseils : Éthique de la recherche avec des êtres humains* ainsi qu'aux normes et principes en vigueur dans la *Politique d'éthique avec les êtres humains de l'UQAR.*

CHAPITRE 4
L'ANALYSE DES RÉSULTATS

Ce chapitre présente et analyse les résultats de l'étude qui a comme objectif de décrire et de comparer l'activité d'E-A qui vise le développement du concept de nombre, sous une approche par résolution de problèmes, chez une enseignante de 2^{e} année en adaptation scolaire pendant cinq ans. Pour répondre à cet objectif, pendant les retours en grand groupe, une analyse minutieuse des gestes, des verbalisations et des outils a été effectuée, car l'objectivation du savoir/activité peut être saisie dans l'activité médiatisée par l'articulation de plusieurs systèmes sémiotiques (Radford, 2011).

Comme expliqué dans la méthodologie, les retours en grand groupe de quatre séances sont analysés, soit une séance par année[15] de la recherche collaborative de Saboya et Tremblay (2013 à 2018). Pour chacune de ces séances, l'histoire mathématique utilisée, son analyse didactique et le temps investi sont exposés. Ensuite, la présentation et l'analyse des données suivent l'ordre dans lequel le déroulement du retour en grand groupe a été vécu dans la classe et des épisodes différents sont distingués pour chacun d'eux. Pour analyser les séances, une attention fine est portée sur les manières de faire de l'enseignante (moyens sémiotiques, en particulier, les gestes, l'usage du matériel et les verbalisations) contribuant à l'activité d'E-A qui vise le développement du nombre. À la fin de chacune des séances, une synthèse permet de mettre en évidence les manières de faire contribuant à l'engagement des élèves dans l'activité d'E-A. Ensuite, les manières de faire de Marie participant ou non au développement du concept de nombre sont exposées. Cette synthèse est organisée en trois moments qui ressortent de chacune des quatre séances : l'explicitation

[15] An 1 (2013-2014) : séance du 19 mars 2014; An 2 (2014-2015) : séance du 24 novembre 2014; An 3 (2015-2016) : arrêt du projet subventionné, Marie continue de réaliser des histoires mathématiques; An 4 (2016-2017) : séance du 21 novembre 2016; An 5 (2017-2018) : séance du 11 octobre 2017.

des démarches individuelles pour les élèves désignés, la demande de vérification de ces démarches et la discussion autour de l'efficacité des démarches. Finalement, des indices du développement du concept de nombre chez les élèves sont également rapportés.

4.1 L'ANALYSE DE LA PREMIÈRE SÉANCE : 19 MARS 2014

Tout d'abord, l'enseignante demande à certains élèves d'exposer leur démarche qu'ils transcrivent au tableau. Celui-ci est séparé en autant de sections qu'il y a d'élèves. Par la suite, Marie fait un retour en grand groupe sur chacune des démarches écrites et une discussion prend place quant à la vérification de celles-ci et autour de la démarche la plus efficace. Les trois épisodes distingués dans cette séance sont :

1- Choix des démarches publicisées et une réflexion sur la plus efficace;

2- Discussion autour des démarches de résolution de chacun des élèves;

3- Retour sur la démarche la plus efficace.

Le tableau 6 expose l'histoire mathématique présentée lors de la séance ainsi que son analyse didactique et le temps investi pendant le retour en grand groupe.

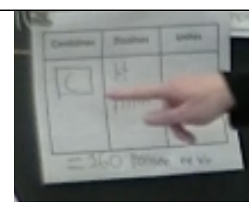
Tableau 6 : Description de la séance 1

Histoire mathématique	Tu achètes 120 poissons rouges le lundi. Tu en achètes 70 autres le mercredi. Il y en a 30 de morts le jeudi. Combien reste-t-il de poissons maintenant?
Analyse de l'histoire mathématique	Il s'agit d'un problème de transformation avec la recherche de l'état final impliquant trois nombres : 120 + 70 = 190 et 190 – 30 = 160 Des nombres à deux et à trois chiffres sont présents. Aucune retenue n'est nécessaire pour l'addition et aucun échange d'une dizaine contre 10 unités n'est requis pour effectuer la soustraction.
Temps investi pendant le retour en grand groupe	Durée : 14 minutes 39 secondes ▪ Écriture des démarches : 2 minutes 44 secondes ▪ Interactions : 11 minutes 55 secondes

4.1.1 L'ÉPISODE 1 : CHOIX DES DÉMARCHES PUBLICISÉES ET RÉFLEXION SUR LA PLUS EFFICACE

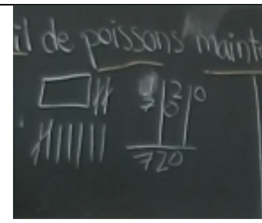
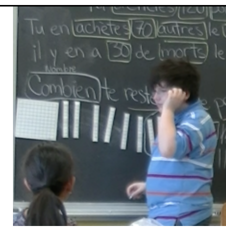
Un élève pige au hasard les noms de trois élèves qui vont faire leur démarche au tableau. Une des intentions[16] de Marie en proposant à trois élèves d'écrire leur démarche est de les faire réfléchir sur la démarche la plus efficace en termes de temps de résolution. Ainsi, elle annonce à la classe tout au début de la séance : « Les autres amis, vous allez aussi avoir à dire à la fin laquelle des stratégies [démarches] parmi les trois est la plus efficace, qui donne la réponse le plus rapidement. » (VE-2, L13).[17] Dans cette première séance, il n'y a pas de la part de l'enseignante un choix éclairé sur les démarches qui vont être présentées en avant. Le hasard fait en sorte que les trois élèves pigés recourent au même matériel, soit à l'utilisation de blocs multibases représentés et/ou aimantés et en font pratiquement le même usage (ajout et retrait de dizaines). En procédant ainsi, il y a un risque, comme c'est le cas ici, de ne pas avoir une diversité de démarches présentées ce qui peut limiter la discussion sur le choix de la démarche la plus efficace. Le tableau 7 présente les outils qui médiatisent le raisonnement des trois élèves désignés.

Tableau 7 : Présentation des outils qui médiatisent le raisonnement de trois élèves

1 — Line	Les blocs multibases sont représentés par Line dans un tableau de numération. Elle obtient la bonne réponse et donne le résultat directement après avoir effectué des ajouts et des traits sur les dizaines à enlever. Elle écrit l'égalité avec une craie au tableau en utilisant les symboles numériques et en indiquant la grandeur en jeu.	 190 – 30 = 160 poissons en vie

[16] Les intentions de l'enseignante ont été dégagées dans les rencontres réflexives avec les chercheures qui avaient lieu pendant la recherche collaborative de Saboya et Tremblay (2017). Le compte rendu des rencontres est consigné dans les rapports de recherche.

[17] Les extraits de verbatim sont puisés dans le document «Verbatim-Expérimentations». «VE-2, L13» signifie que l'extrait se trouve à la ligne 13 de la page 2 de ce document.

2 — Anna	Les blocs multibases sont représentés par Anna au tableau. Elle ajoute des bâtonnets (dizaines) et trace des traits sur 3 dizaines pour les poissons morts. En regardant seulement les traces effectuées avec les blocs multibases, il reste 1 centaine et 6 dizaines, soit la réponse attendue. Toutefois, elle pose par la suite l'opération d'addition pour calculer 120 plus 70, mais elle se trompe en ajoutant 70 dizaines au lieu de 70 unités. Elle obtient comme résultat 720 (au lieu de 820). Anna montre des difficultés à opérer sur les nombres. De plus, elle ne fait pas le lien avec ce qu'elle a trouvé avec les blocs multibases.	
3 — Frédéric	Frédéric utilise les blocs multibases aimantés pour opérer. Il a trouvé la bonne réponse et donne le résultat directement en ayant fait les manipulations avec le matériel. Il ajoute des bâtonnets (dizaines) et encercle les dizaines à soustraire (les poissons morts). Il utilise une craie pour écrire une chaine d'opérations en indiquant la grandeur en jeu.	 120 + 70 – 30 = 160 p.

Alors que Frédéric termine d'écrire sa démarche au tableau, Marie intervient auprès de lui pour lui rappeler qu'il manque un élément de réponse : « As-tu terminé Frédéric? Vas-tu me mettre un calcul en dessous de ça? » (VE-3, L19). Frédéric rédige alors une chaine d'opérations en utilisant des symboles (120 + 70 – 30 = 160 p, voir figure 6).

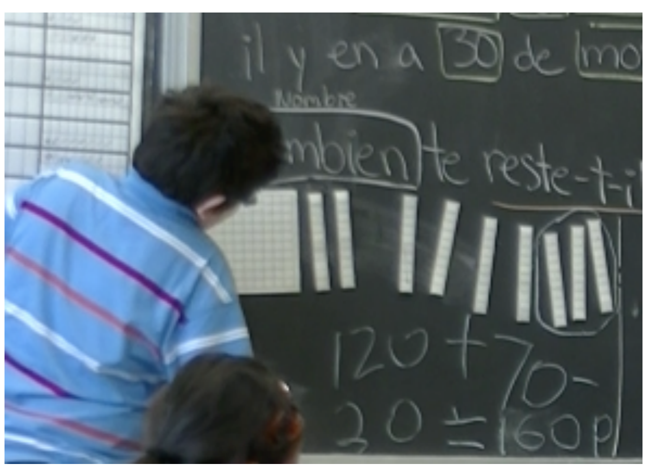


Figure 6 : L'élève ajoute une chaine d'opérations

L'intervention de Marie (la question posée) auprès de Frédéric fait penser à Anna qu'elle a oublié de préciser sa réponse. Celle-ci, qui était déjà retournée à sa place, parle à voix haute : « J'ai oublié quelque chose! » (VE-4, L23). Elle se déplace alors en avant et ajoute une précision à sa réponse soit le mot « poissons ». Dans cette classe, une habitude dans la résolution d'histoires mathématiques est présente : la nécessité d'écrire un calcul et de nommer la grandeur cherchée. Une fois que les élèves ont fini d'écrire leur démarche au tableau, Marie fait remarquer à la classe que les trois démarches n'ont pas été très longues à retranscrire.

> Marie : Il y a une chose que j'ai remarquée. Est-ce que vous trouvez que ça a pris à peu près le même temps pour les trois personnes? [Élèves de la classe : oui.] Il n'y en a pas une qui a été très très longue. Donc en termes de vitesse c'est quand même bien (VE-4, L25 à 26).

Ainsi, l'intention de l'enseignante qui est d'amener les élèves à réfléchir sur la démarche la plus rapide en termes de temps d'exécution est mise à mal puisque pour chacune des démarches laissées au tableau le temps d'exécution a été pratiquement le même. Ici, l'importance de choisir préalablement les démarches qui vont être publicisées devant les élèves devient nécessaire pour pouvoir ainsi discuter de leur efficacité. Par la suite, Marie demande à chacun des élèves d'expliquer sa démarche. Elle choisit de commencer les discussions autour de celle de Line (démarche située à droite du tableau). Elle poursuit avec celle d'Anna (démarche du milieu) et termine par celle de Frédéric (démarche située à gauche du tableau) donc dans l'ordre de droite à gauche où elles ont été retranscrites. Toutefois, le rationnel de l'enseignante sur ce choix n'est pas connu.

4.1.2 L'ÉPISODE 2 : DISCUSSION AUTOUR DES DÉMARCHES DE RÉSOLUTIONS

La démarche de Line

La discussion s'amorce de cette façon : « Je vais commencer avec Line. Tu vas venir l'expliquer. Pointe-nous ce que tu as fait. [L'élève se déplace au tableau pour venir l'expliquer.] » (VE-4, L27). Dans les verbalisations de l'enseignante, un recours important au pointage à lieu quand les élèves doivent expliquer et donc une coordination des propos et de la gestuelle se fait remarquer. C'est Marie qui pointe les éléments pendant que Line les explique, elle appuie par un pointage ce que dit l'élève. Ceci est présent pendant toutes les explications de Line. Ensuite, l'élève ne procède pas au calcul de 190 moins 30, l'écriture mathématique lui sert simplement à rendre compte de ce qu'elle a fait avec le matériel multibase et trouve 160, soit le résultat de cette soustraction avec le matériel. Ainsi, le raisonnement est porté par le matériel et l'égalité (190 – 30 = 160 poissons en vie) a comme statut de rendre compte de ce qui s'est fait. Ceci est mis de l'avant par le fait que l'élève ne commence pas par les unités, mais qu'elle regarde les plaques de 100 puis les bâtonnets de 10 et finalement les unités, ce qui n'est pas l'ordre conventionnel quand il faut soustraire deux nombres. C'est un résultat très important, puisque comme présenté ultérieurement, au cours des cinq ans, Marie permet aux élèves de 2e année en adaptation scolaire de résoudre les histoires à l'aide de matériel. Elle exige, par la suite, la rédaction d'une chaine d'opérations qui rend compte des manipulations.

De plus, elle fait souvent le lien entre l'écriture du nombre, sa verbalisation qui repose sur les positions des chiffres (par exemple, ce sont des dizaines) et sa représentation dessinée. Cette façon de procéder contribue à développer le concept de nombre chez les élèves. Dans le prochain extrait, Marie mentionne et coordonne, avec le pointage, la façon dont le nombre 120 est formé.

> Line : J’ai fait 120 poissons.
> Marie : Okay, tu as mis une plaque de 100 et deux bâtonnets de 10 pour ton 120 [en pointant la plaque de 100 et les deux bâtonnets de 10, voir figure 7]. Ensuite? (VE-4, L27 à 31).

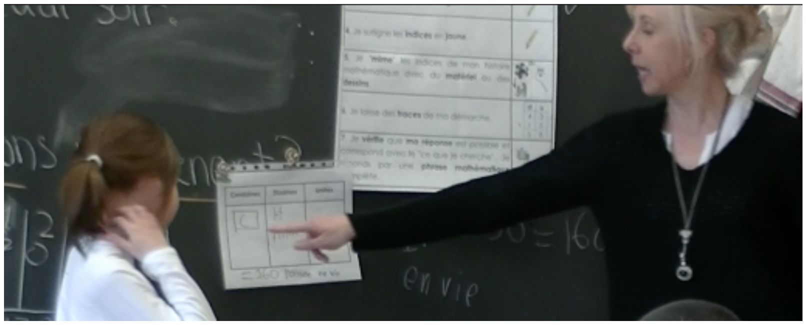


Figure 7 : Marie coordonne son pointage et ses propos

Elle reprend les propos de l’élève en allant plus loin dans les explications. Elle décortique le nombre 120 avec le matériel multibase en rendant apparente la valeur accordée à chacun des blocs multibases représentés. Le nombre 120 s’exprime aussi par l’expression 100 + 10 + 10. Line s’appuie sur les verbalisations et les gestes utilisés par Marie. Elle poursuit alors ses explications en démontrant qu’elle est capable de saisir certaines relations d’équivalence : « Ensuite, pour mon 70, j’ai mis 7 dizaines [en pointant les 7 dizaines]. » (VE-4, L32). L’enseignante veut s’assurer de sa compréhension en lui demandant de justifier ses dires par une question : « Pourquoi as-tu mis 7 dizaines ici? [Elle touche la colonne des dizaines.] » (VE-4, L33). L’élève lui répond : « Parce qu’il disait qu’il achetait 70! » (VE-5, L34). Marie précise la réponse de l’élève en nommant la grandeur cherchée : « Autres poissons, donc il faut les ajouter. » (VE-5, L35). Par la suite, elle reformule le raisonnement de Line auprès de la classe.

Marie : Tu avais ton 120. Moi, ce que j'aime [en regardant la classe] c'est qu'elle a ajouté son 70 en dessous. Donc on voit bien le premier nombre ici [en pointant le 120] et le deuxième ici [en pointant le 70]. Ça me permet de voir en premier et en deuxième. Ensuite, il y a un malheur, il y en a 30 de morts. Comment vas-tu représenter ça?
Line : Eux qui ont des traits, c'est eux qui sont morts.
Marie : Tu les as enlevés. C'est 30. 10-20-30 [en touchant les trois bâtonnets avec des traits]. Ça te donne 160! (VE-5, L35 à 40).

Dans la reformulation, l'enseignante en profite pour rendre apparente une stratégie de comptage auprès de ses élèves en dénombrant par bonds de 10 tout en coordonnant d'un balayage les traits qui représentent les dizaines. Cette façon de faire contribue au développement du concept de nombre. Par la suite, l'enseignante demande à Line d'expliquer comment elle a fait pour trouver la réponse qui est 160. L'élève explique alors son raisonnement.

Line : J'ai commencé par la centaine puis [elle pointe la centaine dans le nombre 190 de l'égalité, voir figure 8].

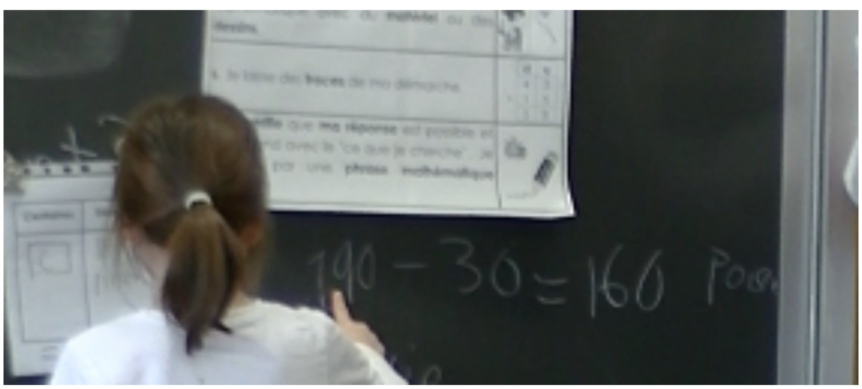


Figure 8 : L'élève utilise le pointage

Marie : Attends un petit peu, pas ça [en pointant l'égalité qu'elle a écrite au tableau avec la craie. Elle lui pointe la réponse qu'elle a écrite sous sa représentation, soit 160]. Ici, tu as 160. Pourquoi as-tu mis 1 dans les centaines?
Line : Car il restait 1! (VE-6, L44 à 49).

Encore une fois, Marie demande à l'élève de justifier ses propos. Ensuite, dans le prochain extrait, l'enseignante reformule le raisonnement.

> Marie : Parce que dans les centaines [en pointant le mot « centaines » du tableau de numération], il me reste une plaque de 100 [en pointant la plaque de 100]. Donc, je le mets, 1 centaine [en pointant le 1 dans la réponse, voir figure 9]. (VE-6, L50 à 52).

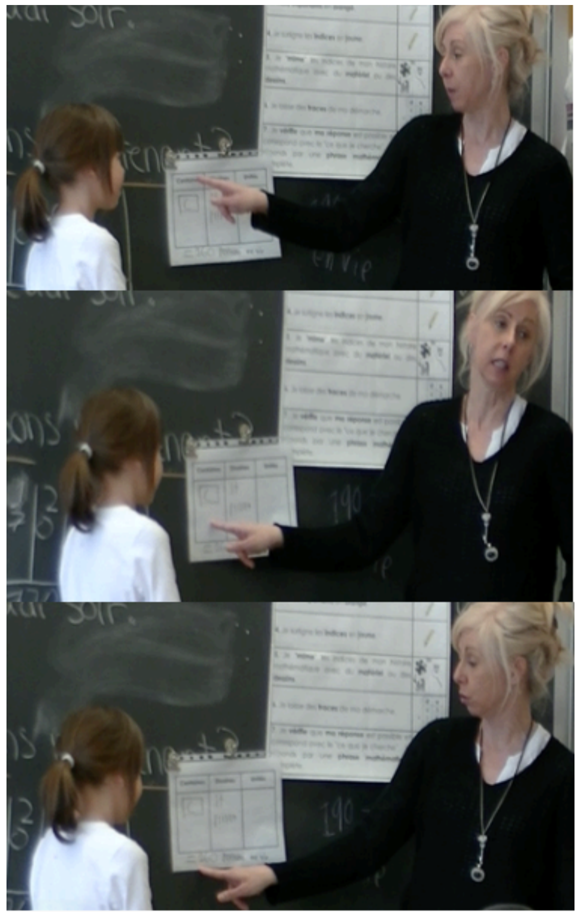


Figure 9 : Marie pointe pour appuyer ses propos

Par ses propos et sa gestuelle, elle semble donner l'exemple pour que les élèves puissent par la suite reprendre les verbalisations qu'elle fait. Ceci étant dit, l'enseignante relance une question pour amener l'élève à justifier : « Pourquoi as-tu mis 6 dans les dizaines? » (VE-6, L53). Line lui répond : « Parce qu'il restait 6. » (VE-6, L54). L'élève ne fait pas de gestes lorsqu'elle explique sa raison. Marie précise alors les propos de Line tout en coordonnant son comptage à des gestes de pointage sur chacune des dizaines.

> Marie : Tu les as comptés 1-2-3-4-5-6 [en dénombrant chacun des bâtonnets de 10 et en pointant le nombre 6 dans la réponse 160] et 0 dans les unités.
> Line : Parce qu'il y en a 0.
> Marie : Il y en a 0 [en pointant la colonne des unités du tableau]. Tu as représenté cela avec un calcul [en pointant l'égalité écrite avec la craie au tableau], explique-moi donc ta représentation.
> Line : [En pointant le nombre 190] 190, j'ai calculé [en pointant sa représentation dans le tableau] tout ça ensemble moins 30 est égal à 160 poissons en vie [en pointant de façon successive le symbole « — », le nombre « 30 », le symbole « = » et le nombre « 160 »].
> Marie : C'est bien expliqué, 160 poissons en vie. Merci! (VE-6 à 7, L55 à 63).

L'enseignante prend le temps d'encourager l'élève à la suite de son explication ce qui contribue à son engagement et elle reformule les propos de Line auprès de la classe.

> Marie : As-tu vu, Line a mis les 120 poissons du début. Elle a ajouté les 70 poissons. Elle a joint les deux [en refermant ses mains les unes sur les autres] et elle est venue tout de suite me faire un calcul, 190. Elle a enlevé les 30 qui sont morts. Il reste 160 poissons [en pointant les éléments dans son égalité]. (VE-7, L63 à 66).

Dans la présentation du raisonnement de Line, l'enseignante questionne l'élève à plusieurs reprises pour qu'elle justifie sa démarche. Puis, elle reformule ce que l'élève a fait en explicitant le raisonnement et en le décortiquant (questionnement sur les 7 dizaines, sur le chiffre 1 dans les centaines et sur le 6 dans les dizaines). En procédant ainsi, elle valide en même temps la démarche. Les autres élèves ne sont pas sollicités pour se prononcer sur la validité de celle-ci. Ils sont plutôt dans une position d'écoute lorsqu'elle s'adresse à eux pendant les reformulations qu'elle effectue.

La démarche d'Anna

Par la suite, Marie continue la présentation des démarches avec celle qui est représentée au milieu soit celle d'Anna qui est partiellement erronée. L'enseignante vérifie si l'élève se souvient de la valeur accordée au matériel qu'elle utilise (la plaque utilisée vaut 100 unités). Du même coup, elle rend apparente la valeur auprès de toute la classe ce qui contribue au développement du concept de nombre chez ses élèves.

> Anna : J’ai fait les 120 [en pointant sa représentation].
> Marie : Le rectangle, ça veut dire quoi [en faisant un rectangle avec ses mains]? [Anna dit : les centaines.] Qu’il y en a 100! Les deux bâtonnets veulent dire? [Anna dit : les dizaines.] Les dizaines, ça fait 120. Ensuite?
> Anna : Là, j’ai mis 70.
> Marie : Compte-les-moi donc pour voir [Anna commence à dénombrer].
> Anna : Oups!
> Marie : On va les compter. 70, je devrais avoir combien de dizaines Anna? [Anna dit : 7!] 1-2-3-4-5-6-7! [Marie dénombre un bâtonnet à la fois] (VE-7 à 8 L67 à 80).

Dans l’extrait précédent, en demandant à l’élève de nommer combien il y a de dizaines dans le nombre 70, l’enseignante contribue au développement du concept de nombre. L’élève semble être en mesure de s’appuyer sur la valeur des chiffres coordonnée avec leur valeur de position (le nombre 70 se représente aussi par sept bâtonnets de 10). Marie poursuit les explications.

> Marie : Ensuite, il y a 30 poissons qui meurent. [Anna dit : j’en ai enlevé 3.] Tu as enlevé 3 quoi? Trois poissons?
> Anna : Pas trois poissons, parce que j’ai remarqué qu’il y a 0 unité et j’ai enlevé 3. (VE-8 à 9, L82 à 85).

Dans l’extrait précédent, l’élève ne tombe pas dans le piège posé par l’enseignante. Marie dit une fausseté « trois poissons » qui repose sur l’incompréhension de la valeur de position des chiffres par les élèves. Anna est capable de relever l’erreur. C’est une belle intervention de la part de l’enseignante qui continue la discussion en précisant la réponse d’Anna.

> Marie : C’est 3 DIZaines [en insistant sur le mot dizaine] que tu as enlevées. Ta réponse 720 [en plaçant son doigt sous la réponse, voir figure 10].
> Anna : Hum! Non [en faisant non avec sa tête]. Ce n’est pas la bonne réponse! (VE-9, L86 à 88).

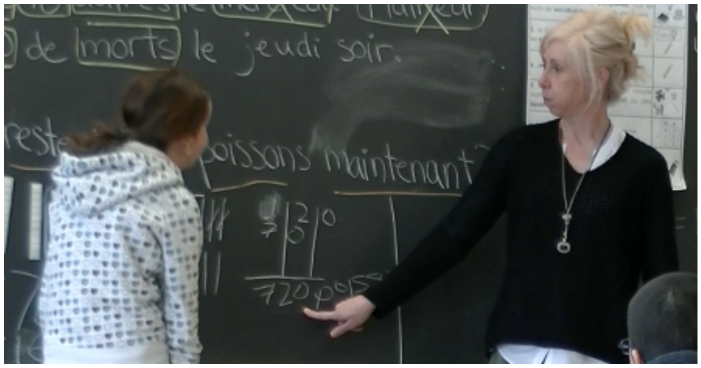


Figure 10 : L’enseignante pointe la réponse de l’élève

Ici, il est possible d’émettre l’hypothèse qu’Anna ne remet pas en question sa réponse parce qu’elle connait déjà la bonne réponse qui a été donnée précédemment (lors de la présentation de la démarche de Line). Marie lui demande alors « Pourquoi? » et Anna lui répond : « Parce que je n’ai pas 7 dizaines. » (VE-9, L89 à 90). Ainsi, Anna n’a pas compris son erreur, elle se trompe sur la valeur du 7. L’enseignante poursuit alors son intervention.

> Marie : Hum! Tu n’as pas [en pointant le 7 dans 720] 7 centaines. [Anna dit : ouais.] Tu sais, à cette étape-là [en pointant l’outil de résolution, voir figure 11] je vérifie ma réponse. Avant d’aller à ta place, aurais-tu pu te dire : Oh! Ce n’est pas possible. Ça ne marche pas. Là, tu vois que ta réponse ne marche pas. Je trouve ça super Anna, tu es capable de te corriger toute seule. Efface-moi cette affaire-là! [Anna efface le chiffre 7 dans sa réponse qui était 720.] (VE-9, L91 à L96).

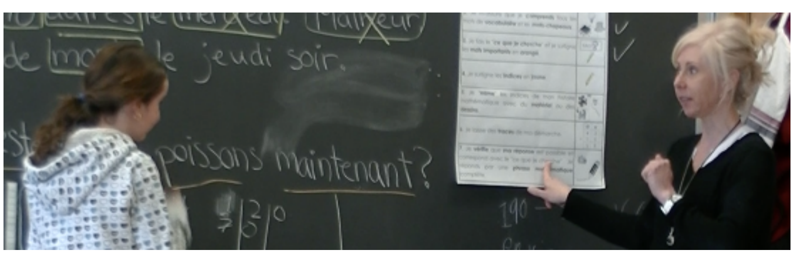


Figure 11 : Marie réfère à l’outil de résolution de problèmes

Il est important pour Marie d’amener ses élèves à vérifier leur réponse et à se questionner sur la réponse obtenue, mais dans l’extrait qui précède, elle n’explique pas à

Anna pourquoi cette dernière aurait pu voir que sa réponse ne fonctionne pas. Par la suite, l'enseignante l'encourage tout en effectuant une bonne intervention en lui demandant de trouver le résultat avec sa représentation.

> Marie : Donc là, Anna, comment tu vas faire pour compter combien il reste de poissons? Compte-moi donc ça avec ton dessin qu'est-ce qu'il reste.
> Anna : 1.
> Marie : Il y a 1 dans les centaines. Okay. Ensuite? Combien dans les dizaines?
> Anna : 6.
> Marie : Pas un 2, ouf! Ouf!
> Anna : J'étais dans les patates.
> Marie : Est-ce qu'il reste des unités?
> Anna : Non.
> Marie : Combien de poissons?
> Anna : 160!
> Marie : Est-ce que tu arrives à la même réponse [pointe la réponse de Line]? (VE-10, L97 à L108).

Ce passage montre que la première démarche (réponse) effectuée par Line sert à valider la deuxième démarche (réponse).

> Anna : Oui.
> Marie : Ça va, je suis contente, tu t'es corrigée. Cette représentation-là, 120-70 [elle pointe le calcul, voir figure 12], est-ce que tu peux te corriger? Est-ce que tu saurais comment corriger cela ou c'est correct?
> Anna : Oui, je pense que c'est correct. (VE-10 à 11, L109 à 113).

Figure 12 : Marie pointe le calcul

Dans cet extrait, Anna ne reconnait pas son erreur lorsqu'elle utilise l'algorithme pour résoudre l'histoire mathématique. Elle ne tient pas compte des positions des chiffres dans les nombres. Elle ne fait pas de liens entre sa représentation à l'aide de blocs multibases et l'algorithme. Marie décide alors d'appeler une autre élève en avant pour venir corriger l'erreur d'Anna. Le rationnel de l'enseignante n'est pas connu, mais il est possible de supposer que l'enseignante a perçu une surcharge cognitive chez l'élève.

> Marie : Tu penses que c'est correct. Hum! Arielle vient donc me corriger ça. [Arielle se déplace au tableau et modifie l'algorithme. Ensuite, Marie s'adresse à Anna.] Parce que tes traces Anna ne marchaient pas avec la réponse. Regarde Anna, le nombre 120, elle l'a laissé comme cela [en pointant le 120]. 70, pourquoi elle l'a déplacé? (voir figure 13).

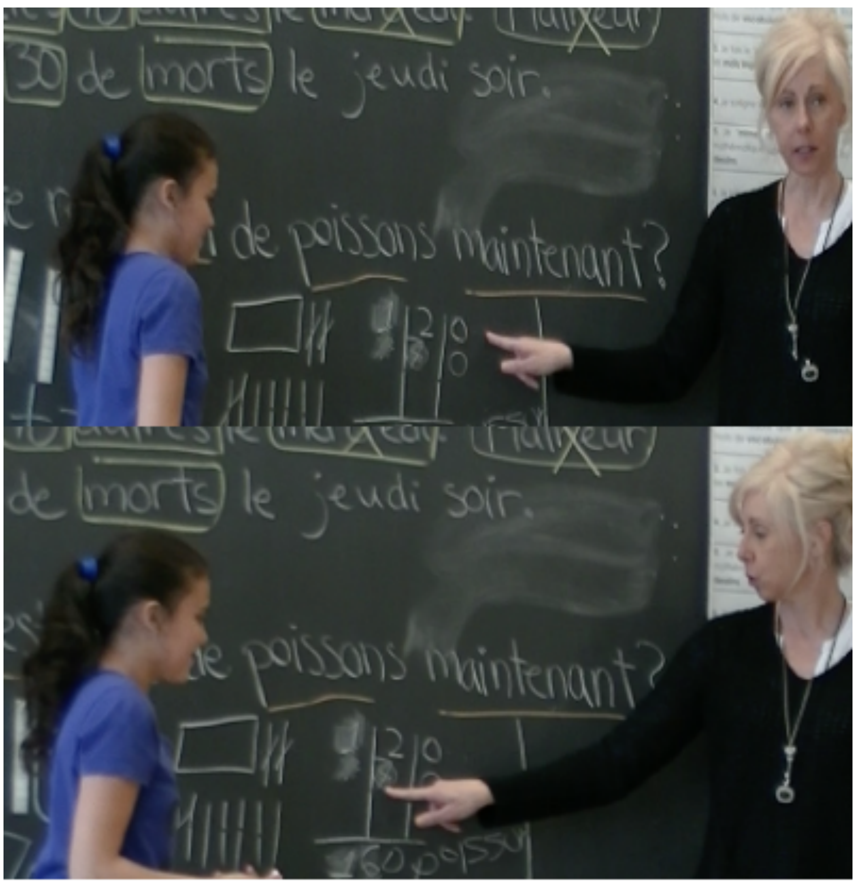


Figure 13 : Marie pointe le changement effectué par Arielle

Anna : Parce que je l'ai mis dans les centaines.
Marie : Oui, tu avais mis ton 7 dans les centaines. Alors le 7 va dans les dizaines. Donc 120. Quel signe mettrait-on ici [en pointant les traces]?
Élève : Un moins.
Marie : On enlève? 120 [place ses mains dans les airs] moins [en plaçant une de ses mains au milieu] 70 [place sa deuxième main plus basse] (voir figure 14) (VE-11 à 12, L114 à L126).

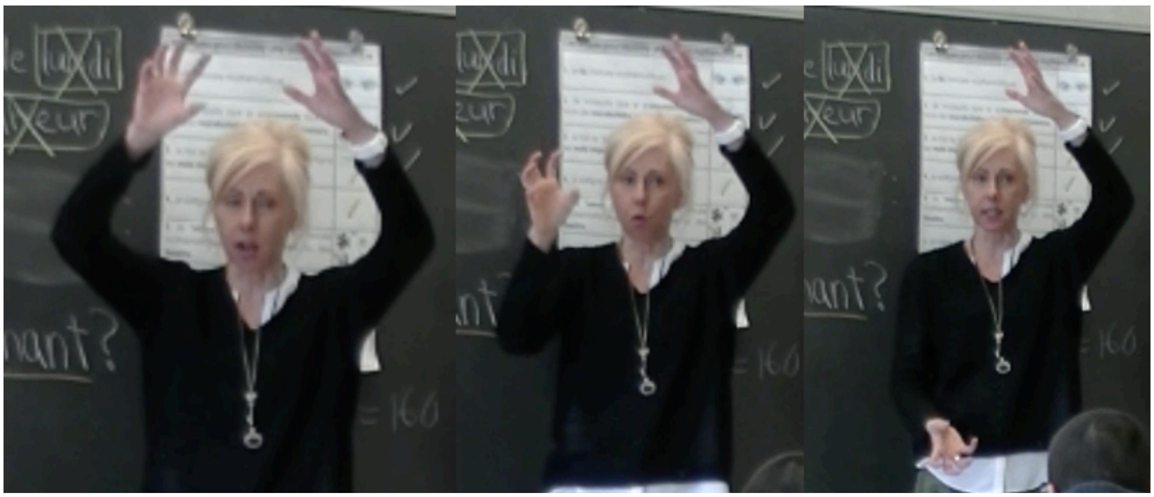


Figure 14 : Coordination des gestes en vue de l'application de l'algorithme conventionnel

Par la coordination de ses gestes et de ses propos, c'est comme si Marie écrit les nombres en vue de l'application de l'algorithme conventionnel « dans les airs ». Elle est en train de rendre apparent l'algorithme auprès de ses élèves et plus précisément l'emplacement des nombres.

Élève : Non un plus.
Marie : On met un plus. Puis, qu'est-ce qu'on mettrait? 30. Un plus ou un moins?
Élève : Moins.
Marie : On mettrait un moins ici [en pointant les traces]. [L'élève complète les traces avec ce que Marie demande.] (VE-12 à 13, L127 à L132).

Pour conclure le retour sur la démarche d'Anna, l'enseignante reformule les différentes actions qui ont été effectuées pour résoudre l'histoire mathématique en mentionnant les signes à utiliser (plus et moins) et en demandant à l'élève de recourir à la symbolisation mathématique pour compléter la démarche d'Anna.

La démarche de Frédéric

Ensuite, le retour en grand groupe se poursuit avec la présentation de la dernière démarche représentée au tableau. Marie invite Frédéric à venir l'expliquer.

Marie : Frédéric a un troisième matériel, les multibases (voir figure 15). Vas-y!

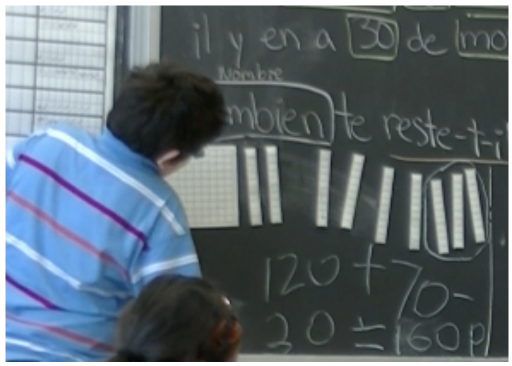


Figure 15 : Démarche de Frédéric

Frédéric : J'ai mis 120.
Marie : 120, les premiers poissons.
Frédéric : Après, le mercredi il y en a 700, sept soixante, ah!
Marie : Sept soixante, ouf! (VE-13 à 14, L133 à 138).

Dans cet extrait, l'élève présente des difficultés dans l'expression des positions. Marie prend le temps de l'aider à s'exprimer dans le passage qui suit en commençant le mot pour lui et en lui demandant par la suite de dénombrer les blocs multibases aimantés.

Frédéric : Pas sept soixante.
Marie : Sept di…
Frédéric : 7 dizaines!
Marie : 7 dizaines. Compte-les donc pour voir s'il y en a bien 7.
Frédéric : 1-2-3-4-5-6-7 [dénombre les dizaines aimantées une à la fois].
Marie : Okay, 7 dizaines. Ensuite qu'est-ce qu'il arrive le jeudi?
Frédéric : Il y a trois poissons morts [il pointe les 3 dizaines qu'il avait encerclées] (VE-14 L140 à 146).

L'enseignante constate la réponse de l'élève. Dans le passage suivant, elle ne procède pas par questionnement pour l'amener à remarquer son erreur. Elle utilise l'humour et fait des analogies pour montrer que la situation est invraisemblable en annonçant l'erreur. Elle valide la capacité de l'élève à lire correctement le nombre exprimé de façon symbolique. Comme il est incapable, elle exprime à son tour ce nombre.

> Marie : Trois poissons morts. Je ne te prête plus jamais d'argent. Je vais te donner 30 $ et tu vas m'en redonner trois!
> Frédéric : Treize!
> Marie : Treize poissons? 3-0 comment ça se dit Fred?
> Frédéric : Treize!
> Marie : 30. 30 poissons morts.
> Frédéric : Donc on enlève 3 dizaines, mais je ne peux pas faire un x [en pointant les 3 dizaines qu'il a encerclées], mais d'habitude je fais un x.
> Marie : [En s'adressant à la classe] il ne peut pas faire de x sur le plastique. Il les a encerclées, ça veut dire qu'elles sont enlevées.
> Frédéric : Et ça fait la réponse [il pointe le calcul qu'il a fait].
> Marie : Ici ça ressemble à Anna [elle pointe les traces de calculs de Frédéric], 120 plus 70 moins le 30. Tu arrives à combien?
> Frédéric : 160! (VE-14, L147 à 157).

4.1.3 L'ÉPISODE 3 : RETOUR SUR LA DÉMARCHE LA PLUS EFFICACE

À la fin du retour en grand groupe, Marie amène ses élèves à réfléchir sur la démarche qu'ils ont trouvé la plus efficace. Elle permet alors l'engagement des autres élèves dans la classe.

> Marie : Les amis, on vote pour la stratégie la plus efficace. Là, tu réfléchis. En levant la main, pas en regardant à côté qui lève la main. Qui vote pour celle-là ici [pointe les traces de Line]? 1-2-3-4-5-6-7 personnes. Qui vote pour celle d'Anna? [Personne ne lève la main.] Anna, tu ne votes pas pour la tienne? [Anna : Non.] Tu trouves qu'elle n'est pas efficace. Qui vote pour celle de Frédéric? [Renaud et Frédéric lèvent leur main.] On trouve que celle de Line était rapide. Moi, je trouve que ça s'équivaut. Ça veut dire que c'est pas mal égal. Les trois stratégies étaient efficaces. Il y a Renaud que c'était bien. Il a pris la grille de nombres. Il a dit « Marie je ne peux pas, ça s'arrête à 100. » Ça, c'était parfait, de s'en apercevoir que ça ne marchait pas. Il n'y a personne qui a pris les cubes ou les jetons, ça aurait été trop long. Je te félicite. Beau travail! (VE-15, L158 à 169).

Les élèves votent pour la démarche qu'ils trouvent la plus efficace sans expliquer la raison de ce choix. Par la suite, Marie passe en revue d'autres matériels qui auraient pu être choisis. La grille de nombres a été choisie par un élève, mais délaissée, car elle est non fonctionnelle pour résoudre cette histoire mathématique où un des nombres est plus grand que 100. Ensuite, les jetons n'ont pas été choisis puisqu'ils ne sont pas efficaces en termes de rapidité pour la résolution étant donné la grandeur des nombres en jeu. Elle termine la séance en félicitant ses élèves et en les encourageant en utilisant le « tu » pour interpeller chaque élève de la classe.

Pendant le retour en grand groupe, il est possible de cibler différents moments où l'enseignante contribue à l'engagement et au développement du concept de nombre chez ses élèves dans une approche par résolution de problèmes. La section suivante présente une synthèse des manières de faire de Marie qui contribuent à l'activité d'E-A visant le développement du concept de nombre dans sa classe de 2e année en adaptation scolaire. Également, les indices d'un développement du concept de nombre chez les élèves qui se dégagent de cette séance sont rapportés.

4.1.4 LA SYNTHÈSE DE L'ANALYSE DE LA PREMIÈRE SÉANCE

Dans cette première séance, des manières de faire de Marie qui ne touchent pas directement au concept de nombre, mais qui participent ou non à l'engagement de l'élève dans l'activité d'E-A sont présentées dans le tableau 8.

Tableau 8 : Manières de faire concernant l'engagement d'élèves dans l'activité d'enseignement-apprentissage du nombre de la séance 1

Manières de faire contribuant à l'engagement de l'élève
▪ À une reprise, Marie verbalise le début d'un mot pour aider l'élève à rester engagé. ▪ Les élèves ne sont pas jugés s'ils font une erreur, ce qui les amène à participer même quand ils savent qu'ils n'ont pas réussi à trouver la réponse. ▪ Par l'humour, elle fait des analogies pour montrer que la situation est invraisemblable.

Manières de faire présentant des limites quant à l’engagement de l’élève
▪ Marie précise aux élèves qu’ils doivent être sensibles aux erreurs, mais elle n’explique pas comment et pourquoi les élèves auraient dû percevoir une erreur.
▪ Pendant le retour en grand groupe sur les démarches de résolution d’élèves désignés, les autres élèves sont plutôt dans une position d’écoute. Ils ne participent pas sauf si Marie les interpelle à la discussion. Ils ne donnent pas de commentaires et ne posent pas de questions à la classe.

D’autres manières de faire de Marie lors de cette première séance ont du potentiel pour le développement du concept de nombre et d’autres présentent certaines limites. Ces manières de faire sont rapportées selon trois moments : lors de l’explicitation des démarches individuelles pour les élèves désignés, lors de la demande de vérification de ces démarches et lors de la discussion autour de l’efficacité d’une démarche (voir tableaux 9, 10 et 11). Par la suite, les indices chez les élèves du développement du sens du nombre sont consignés.

L’explicitation des démarches individuelles d’élèves désignés

Pendant l’explication des démarches individuelles, Marie utilise un questionnement qui est en général directif et fermé (elle attend une réponse précise parmi un choix généralement limité). Le tableau 9 rapporte les manières de faire qui contribuent au développement du sens du nombre et d’autres qui le freinent.

Tableau 9 : Manières de faire répertoriées lors de l'explicitation des démarches individuelles pour les élèves désignés de la séance 1

Manières de faire contribuant au développement du concept de nombre
▪ Marie questionne en utilisant des « pourquoi » qui requièrent des justifications qui portent sur le positionnement « Pourquoi as-tu mis 7 dizaines ici? [En touchant la colonne des dizaines] ».
▪ L'enseignante s'adresse à quelques reprises à la classe lorsqu'elle fait des reformulations des propos des élèves désignés. Les reformulations s'appuient sur le positionnement des chiffres dans les nombres.
▪ Elle formule les nombres de différentes façons (écriture symbolique, verbalisations qui s'appuient sur les positions des chiffres d'un nombre et verbalisations qui s'appuient sur les blocs multibases).
▪ Elle coordonne ses propos à des gestes de pointage pour rendre apparente la valeur des chiffres dans les nombres ainsi que pour rendre apparente la valeur des blocs multibases qui sont utilisés.
▪ Marie rend apparente une stratégie de comptage auprès de ses élèves en dénombrant par bonds de 10 tout en coordonnant d'un balayage les traits qui représentent les dizaines.
▪ Elle fait exprès de faire une erreur sur la valeur de position d'un chiffre dans le nombre pour créer une réaction de la part des élèves (trois poissons, alors que c'était 30 poissons), car l'élève mentionne trois alors qu'elle aurait dû dire 30.
Manières de faire présentant des limites quant au développement du concept de nombre
▪ Marie ne renvoie pas de questions sur le positionnement des nombres à la classe pour alimenter la discussion avec les élèves désignés.
▪ Alors que les élèves ont écrit l'expression mathématique à l'horizontale, l'enseignante fait le lien avec l'algorithme qui s'écrit à la verticale en prenant soin de s'attarder à la position de chacun des chiffres du nombre. Ceci est fait dans les airs par des gestes. L'écriture au tableau de l'opération posée à la verticale aurait permis de faire le lien entre ces écritures quant au positionnement des nombres.

La vérification des démarches d'élèves désignés

Lors de la vérification des démarches des élèves désignés, des manières de faire de l'enseignante présentent des limites quant au développement du concept de nombre (voir tableau 10).

Tableau 10 : Manières de faire répertoriées lors de la demande de vérification des démarches des élèves désignés de la séance 1

Manières de faire présentant des limites quant au développement du concept de nombre
▪ L'enseignante questionne une élève (Line) pour qu'elle justifie ce qu'elle a écrit, puis elle reformule ce qu'elle a fait en explicitant le raisonnement et en le décortiquant. En procédant ainsi, elle valide en même temps la démarche. Elle rend apparent le raisonnement aux autres élèves tout en donnant un exemple d'une verbalisation attendue concernant le positionnement des chiffres dans le nombre.
▪ C'est l'enseignante qui valide les démarches des élèves désignés et les autres élèves ne sont pas sollicités.
▪ Présence d'une démarche partiellement erronée qui peut être discutée avec les élèves. Celle-ci est présentée une fois qu'une bonne démarche a été validée. La validation de la démarche partiellement erronée se fait en se basant sur la bonne démarche.

L'efficacité d'une démarche

Des manières de faire de l'enseignante qui contribuent et limitent le développement du sens du nombre lors du retour sur l'efficacité de la démarche sont compilées dans le tableau 11.

Tableau 11 : Manière de faire répertoriées lors de la discussion en grand groupe sur l'efficacité d'une démarche de la séance 1

Manières de faire contribuant au développement du concept de nombre
▪ Marie a le souci de préciser aux élèves qu'il y a d'autres matériels possibles pour résoudre l'histoire mathématique et rapporte ce qu'a fait un élève qui souhaitait utiliser la grille de nombres (limites de ce matériel pour les nombres en jeu).

Manières de faire présentant des limites quant au développement du concept de nombre
▪ Les démarches à être retranscrites au tableau sont choisies au hasard par un élève de la classe ce qui limite la diversité des démarches (matériel utilisé) qui sont présentées. ▪ Marie est limitée dans ses manières de faire concernant l'efficacité de la démarche selon le matériel qui a été utilisé pour résoudre l'histoire mathématique puisque les trois démarches ont sensiblement pris le même temps de résolution. ▪ Aucune discussion ne prend place sur l'efficacité de la démarche puisque les trois sont semblables (ajout et retrait de dizaines). ▪ Les élèves doivent voter à main levée pour la démarche la plus efficace, mais sans justifier leur raisonnement mathématique. ▪ Marie fait rapidement l'inventaire des autres matériels (jetons et blocs) qui ne seraient pas efficaces dans la résolution de cette histoire mathématique à cause de la grandeur des nombres en jeu. C'est elle qui le fait, elle ne questionne pas les élèves.

Des indices chez les élèves du développement du concept de nombre

Plusieurs de ces indices peuvent être relevés d'après ce que les élèves écrivent au tableau et leurs propos. Les trois élèves procèdent de façon appropriée quand ils opèrent avec le matériel multibase que ce soit avec des blocs aimantés, dessinés au tableau ou représentés dans un tableau de numération. Ainsi, ils représentent correctement les nombres de l'histoire et procèdent correctement aux opérations associées à l'aide du matériel. Ils reconnaissent donc les opérations à effectuer pour résoudre le problème. Lors de l'écriture mathématique, deux des élèves ne font qu'une traduction de ce qu'ils ont fait avec le matériel, réécrivant l'expression mathématique correspondante et le résultat obtenu avec le matériel. L'une des élèves a des difficultés à traduire ce qui est exprimé par le matériel en écriture mathématique. Elle n'est pas sensible à la contradiction entre les résultats obtenus par ces deux façons de procéder (matériel et écriture mathématique) et ce n'est qu'avec un guidage serré de l'enseignante qu'elle perçoit l'erreur. Également un des élèves à des difficultés à exprimer correctement la position des nombres alors que sa résolution est correcte. Le matériel semble ainsi essentiel pour favoriser la résolution de l'histoire, l'écriture mathématique faisant simplement état de ce qui a été trouvé, les élèves ne procèdent pas aux calculs en écriture mathématique.

4.2 L'ANALYSE DE LA DEUXIÈME SÉANCE : 24 NOVEMBRE 2014

Pendant cette séance de la deuxième année de la recherche collaborative, Marie présente une autre histoire mathématique dont les caractéristiques ainsi que le temps investi pendant le retour en grand groupe sont présentés dans le tableau 12.

Tableau 12 : Description de la séance 2

Histoire mathématique	Durant un voyage en famille, mes frères et moi comptons les voitures rouges que l'on voit sur la route. Samedi, j'en ai vu 3, mon frère Hugo en a vu 10 et mon autre frère 12. Le lendemain, mes frères en ont compté 11 et moi 2. Combien a-t-on compté de voitures rouges en tout?
Analyse de l'histoire mathématique	Il s'agit d'un problème de transformation avec recherche de l'état final impliquant cinq petits nombres : 3 + 10 = 13, 13 + 12 = 25, 25 + 11 = 36 et 36 + 2 = 38 Des nombres à un et à deux chiffres sont présents, mais ils ne dépassent pas la dizaine. Pour résoudre le problème, aucune retenue n'est nécessaire pour réaliser les quatre additions présentes.
Temps investi pendant le retour en grand groupe	Durée : 15 minutes 24 secondes ▪ Écriture des démarches : 2 minutes 40 secondes ▪ Interactions : 12 minutes 44 secondes

Comme pour le retour en grand groupe de la séance 1, Marie demande à des élèves d'aller à l'avant écrire leur démarche. Ensuite, elle discute sur les différentes démarches exposées. Dans cette séance, trois épisodes ont été dégagés :

1- Choix des démarches publicisées, le rôle du vérificateur et la réflexion sur la démarche la plus efficace;

2- Discussion autour des démarches de résolution de chacun des élèves;

3- Retour sur la démarche la plus efficace.

4.2.1 L'ÉPISODE 1 : CHOIX DES DÉMARCHES PUBLICISÉES, RÔLE DU VÉRIFICATEUR ET RÉFLEXION SUR LA DÉMARCHE LA PLUS EFFICACE

Dans cette séance, chacun des élèves doit résoudre individuellement l'histoire mathématique de deux façons différentes. C'est-à-dire que les résolutions doivent être supportées par l'utilisation de deux matériels différents[18]. Le but est de comparer l'efficacité d'un matériel par rapport à un autre pour résoudre l'histoire mathématique selon la grandeur des nombres en jeu. Elle annonce à la classe au début de la séance : « Tu vas choisir un des deux matériels et tu vas venir le représenter au tableau. Je vais demander à quatre élèves différents et je vais avoir quatre vérificateurs. » (VE-17, L173). Le rationnel de l'élève n'est pas accessible quant à la démarche qu'il a choisi de venir présenter pendant le retour en grand groupe. À la fin de la séance, Marie annonce à ses élèves qu'ils devront voter pour la démarche la plus efficace en termes de temps de résolution. De plus, lors de cette séance, elle introduit un nouveau rôle : celui de vérificateur.

Lors de la deuxième séance, c'est Marie qui pige le nom des élèves. Les noms qu'elle mentionne ne sont pas les noms pigés[19]. Cette pige devient donc un prétexte pour choisir des raisonnements ciblés qui sont présentés devant toute la classe. Ainsi, l'enseignante effectue un choix éclairé sur les démarches qui vont être présentées en avant en choisissant des élèves ayant des raisonnements différents. Les quatre résolutions reposent sur des traces différentes laissées au tableau, soit l'expression d'un raisonnement supporté par l'utilisation d'un document où des blocs multibases sont représentés et encerclés par l'élève, des petits cercles dessinés au tableau par l'élève, une égalité et la droite numérique. De plus, trois des quatre démarches présentent des erreurs. Toutefois, le rationnel de l'enseignante justifiant sa manière de faire dans le choix de l'ordre des démarches à présenter en avant n'est pas connu. Marie commence la présentation des démarches avec celle de Théo (démarche

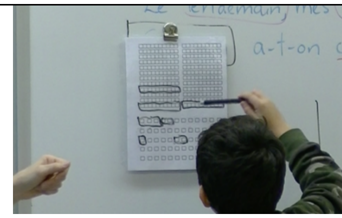
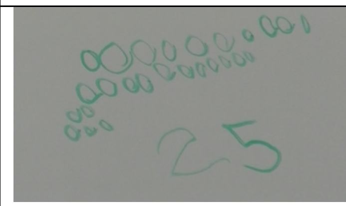
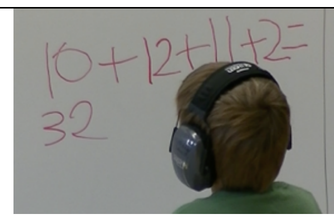
---

[18] Marie propose à ses élèves d'utiliser deux matériels à partir de la deuxième année du projet *Si MATHieu prenait le contrôle (2014-2015)*.

[19] L'intentionnalité de l'enseignante a été dégagée dans les rencontres réflexives avec les chercheures qui avaient lieu pendant la recherche collaborative de Saboya et Tremblay (2017).

située à gauche complètement du tableau), le seul qui obtient la réponse attendue (38)[20]. Elle poursuit la présentation des démarches l'une après l'autre de la gauche vers la droite. Le tableau 13 présente les outils qui médiatisent les raisonnements d'élèves.

Tableau 13 : Présentation des outils qui médiatisent le raisonnement de quatre élèves

1 — Théo	Théo a reconnu les opérations à effectuer (des additions). Il a utilisé un document sur lequel les blocs multibases sont déjà représentés et il a encerclé les dizaines et les unités des nombres proposés dans l'histoire mathématique. Il trouve la réponse attendue (38) qu'il écrit en utilisant le signe « = » et l'écriture symbolique « 38 » sans indiquer la grandeur en jeu.	 = 38
2 — Antonin	Antonin a dessiné des cercles au tableau qui représentent les cubes-unités qu'il a utilisés lors de sa résolution individuelle. Il a reconnu les opérations en jeu (des additions). Il a obtenu 25 qu'il écrit avec des symboles. Sa démarche n'étant pas complète, Marie lui a apporté l'aide nécessaire pour poursuivre la résolution de l'histoire mathématique.	
3 — Léo	Léo a reconnu les opérations en jeu. Il a utilisé une égalité (10 + 11 + 12 + 11 + 2 = 32). Il a effectué une erreur lorsqu'il a fait son calcul (il a obtenu 32 au lieu de 35). L'élève a omis les trois premières voitures du samedi.	
4 — Kevin	Kevin a utilisé la droite numérique, a reconnu les opérations en jeu et a obtenu 41. Il a fait une erreur lors de ses bonds sur la droite.	

Alors que les quatre élèves sont choisis et qu'ils représentent leur démarche au tableau, Marie pige quatre vérificateurs au hasard.

[20] Il est possible de questionner si le choix de l'enseignante repose tout simplement sur la première démarche qui est à gauche du tableau ou si son choix tient du fait que c'est la seule démarche valide, la vérification des autres démarches va pouvoir, à ce moment, se faire à partir du résultat obtenu.

> Marie : Vérificateur de Théo, Annie. [En s’adressant à Annie] Annie, regarde-moi, quand il va avoir terminé [en pointant les traces de Théo], tu vas regarder s’il l’a fait correctement. [Marie pige.] Vérificateur d’Antonin c’est Mathieu. [Marie pige.] Vérificateur de Léo c’est Sanie. [Marie pige.] Vérificateur de Kevin c’est Alex. (VE-17, L181 à L183).

Dans cette séance, il s’agit de la première fois où l’enseignante ajoute le rôle de vérificateur dans le retour en grand groupe. Dans les rencontres réflexives de la recherche collaborative de Saboya et Tremblay (2017), elle souligne que les élèves ne s’intéressent pas à la démarche de leurs collègues. Le fait de nommer des vérificateurs force les élèves à s’attarder sur ce que les autres ont fait et à se prononcer sur la démarche des autres. Cet ajout comporte des défis importants, dont la décentration nécessaire de l’élève sur sa manière de résoudre le problème pour prendre en compte celle des autres. Cette nouvelle manière de faire favorise donc l’engagement de tous les élèves dans le développement du concept de nombre. Lorsque Marie pige Alex comme vérificateur celui-ci lui répond : « Je veux venir au tableau. » (VE-17, L184). Déjà, les propos de l’élève montrent l’engagement qui s’installe tranquillement dans la classe. Marie lui répond alors : « Tu ne peux pas venir au tableau, s’il se trompe tu vas pouvoir venir le corriger, mais là c’est lui que j’ai pigé. » (VE-17, L185). Par ces propos, il se dégage que le rôle du vérificateur est de cibler les erreurs commises dans la résolution de leur pair. Aussi, l’enseignante veut amener les autres élèves à écouter la présentation des différents raisonnements. D’ailleurs, lorsque vient le temps de présenter la première démarche (celle de Théo), elle affirme : « Théo, viens nous expliquer ce que tu as fait. Annie, tu l’écoutes pour voir si tu trouves qu’il est correct. » (VE-18, L186 à L187).

4.2.2 L’ÉPISODE 2 : DISCUSSION AUTOUR DES DÉMARCHES DE RÉSOLUTIONS

La démarche de Théo

Théo se déplace au tableau et il commence l’explication de sa démarche : « En premier, j’ai entouré [en touchant les 3 unités encerclées] le 3 parce que le premier jour. » (VE-18, L188 à L189). Marie intervient en complétant la réponse de l’élève tout en faisant des liens avec l’histoire mathématique.

> Marie : [En pointant le nombre 3 dans l'histoire mathématique, voir figure 16a], il en a vu 3 [Théo pointe le nombre 3 dans l'histoire]. Donc, tu as entouré 3 unités [en pointant les 3 unités encerclées, voir figure 16b].
> Théo : Oui! (VE-18 à 19, L191 à L196).

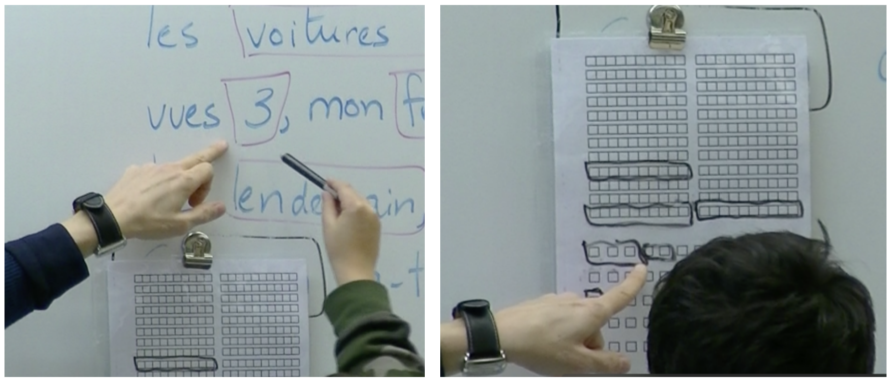


Figure 16 : Marie pointe le symbole numérique (a) et les unités (b)

Elle interprète le nombre (3) en termes de valeur et de position (3 unités), ce qu'elle fait aussi lors de la première séance. Ensuite, par la coordination de ses gestes et de ses propos, l'enseignante relève aux élèves l'importance d'utiliser cette articulation lorsqu'ils expliquent leur démarche. D'ailleurs, Marie montre aux élèves la façon dont elle aimerait que ce soit expliqué. C'est ce que fait Théo, il reprend sa gestuelle.

> Théo : Après, j'en ai pris [se déplace au tableau pour pointer le nombre 2 écrit dans l'histoire, voir figure 17] 2! (VE-19, L198 à L199).

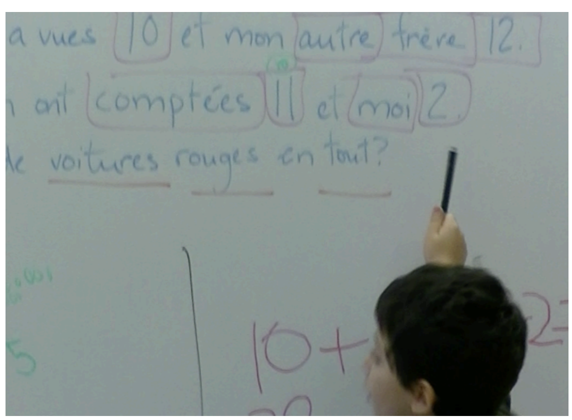


Figure 17 : Reprise de la gestuelle de Marie

L'enseignante écoute les propos de Théo. Toutefois, elle le redirige dans son explication en lui disant explicitement de prendre le nombre qui vient après le « 3 » dans l'histoire mathématique.

> Marie : [En se déplaçant vers Théo et en balayant de la main l'histoire], pourquoi tu n'y vas pas en suivant la ligne? Ici [en pointant le nombre 10, voir figure 18], il y en a combien? [Théo répond : 10!] (VE-20, L200 à L203).

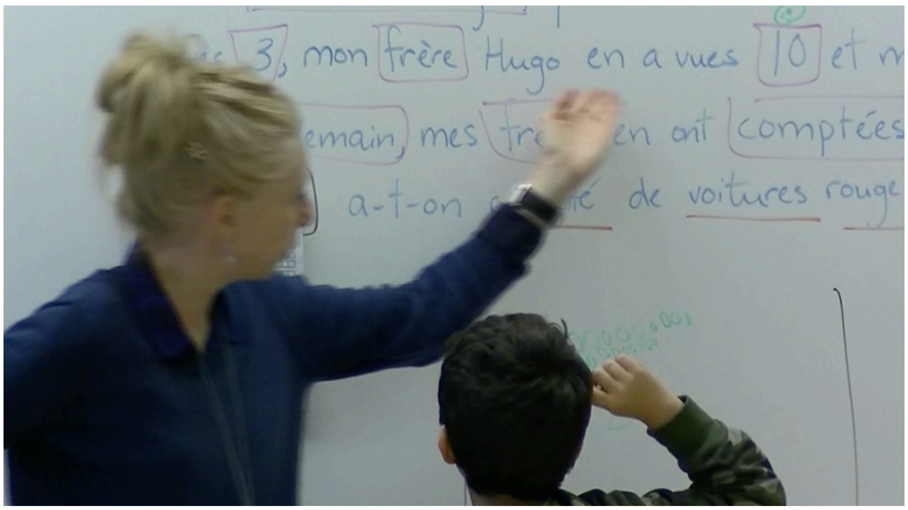


Figure 18 : Balayage de l'histoire mathématique et pointage par Marie

Elle lui mentionne une façon de faire, mais ne dit pas pourquoi il est intéressant de suivre la ligne; pour ne pas en oublier. Ensuite, l'explication se poursuit.

> Théo : Ça ici, c'est mon 10. [Il pointe un bâtonnet de 10 qu'il a encerclé.]
> Marie : Ton 10 est ici [en pointant à nouveau le bâtonnet de 10]. Ensuite, son autre frère en a vu combien? [Théo, en ne parlant pas très fort, répond : 12.] 12 [en répétant plus fort]. Il est où ton 12? (VE-21, L206 à L210).

Marie ne regarde pas la classe lorsqu'elle hausse le ton pour que les autres élèves entendent. D'ailleurs, elle ne pose pas de question pour valider si les autres amis ont saisi. Théo continue son explication.

Théo : Ici [en pointant un bâtonnet de 10].
Marie : [En retouchant le bâtonnet de 10], 10.
Théo : Et ici [en pointant 2 unités encerclées].
Marie : [En retouchant les 2 unités], 11-12. (VE-21, L211 à L215).

Ce passage laisse voir que dans cette classe, une certaine habitude est présente. Il est important de bien coordonner ses propos avec le pointage. C'est une manière de faire stable chez Marie puisqu'elle procède de la même façon lors de la première séance. Marie reformule ce que l'élève dit concernant les nombres en jeu en pointant une nouvelle fois les traces de l'élève. Cela met en évidence les nombres utilisés et la façon dont ils sont représentés par les blocs multibases. Elle fait le tout en attribuant une valeur aux blocs utilisés puisque l'élève use seulement du pointage lorsqu'il parle des nombres 12 et 11. De plus, c'est elle qui prend en charge la façon dont l'élève explique sa démarche en demandant de suivre l'ordre dans lequel les nombres sont présentés dans l'histoire mathématique. Marie continue en relisant un passage de l'histoire.

Marie : Le lendemain, les frères en ont recompté 11.
Théo : Ici [en pointant un bâtonnet de 10] et ici [en pointant 1 unité].
Marie : [En retouchant ce que Théo a encerclé], 10-11. Et puis, moi 2 [en relisant la fin de l'histoire mathématique]. [Théo pointe 2 unités encerclées.] Ça fait combien en tout?
Théo : 38!
Marie : 38! [Théo retourne s'assoir à sa place.] (VE-22, L216 à L224).

Lorsque Théo a terminé d'expliquer sa démarche, l'enseignante demande à Annie, la vérificatrice de Théo : « [En regardant Annie], compte donc fort avec moi. » (VE-22, L225). Annie commence alors le dénombrement.

Annie : [Marie pointe la dizaine] 10.
Marie : 10 [Marie pointe l'autre dizaine].
Annie : 20!
Marie : 20! [Marie pointe la troisième dizaine].
Annie : 30!
Marie : 30 [en pointant la première unité], 30 et
Annie : 1 [Marie pointe chacune des unités restantes pendant qu'Annie les dénombre] 32-33-34-35-36-37-38.
Marie : 38 et il a dit [en pointant « = 38 », voir figure 19] 38.
Marie : Est-ce que tu es d'accord avec sa stratégie?
Annie : Oui!
Marie : Parfait! (VE-22 à 23, L226 à L237).

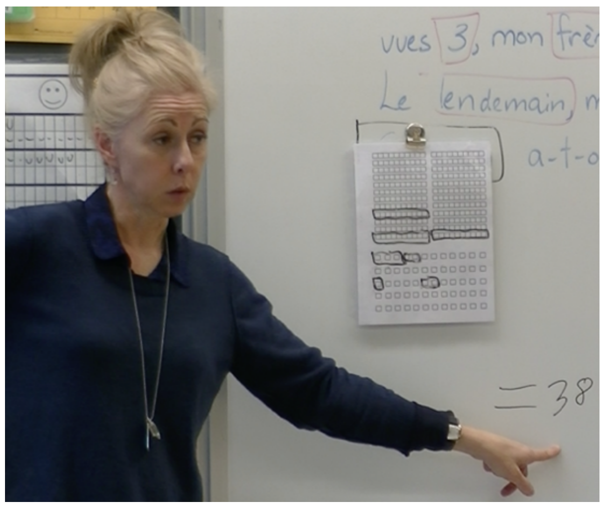


Figure 19 : Marie pointe la réponse

Dans cet extrait, la vérificatrice, qui est restée assise à sa place, a simplement besoin d'approuver la réponse de Théo sans justifier ses propos. Dans son rôle, elle recompose la quantité en utilisant un comptage par bonds de 10, et ce, en suivant ce que Marie lui pointe au tableau. Ensuite, la vérificatrice essaie de partager son opinion en voulant comparer sa démarche à celle de Théo : « En plus, c'était la même. » (VE-23, L238). Marie lui répond : « C'était la même que toi? » (VE-23, L239). Annie lui répond : « Oui! » (VE-23, L240). Marie ne recourt pas à une question ouverte pour mieux comprendre les ressemblances entre les deux démarches, elle stipule : « Excellent! C'est clair, j'aime ça comment c'est représenté et je comprends bien [en pointant la démarche de Théo]. » (VE-23, L241). C'est l’enseignante qui valide la démarche de l’élève en donnant son opinion concernant sa clarté. Ainsi, comme pour la première séance, la première démarche présentée pendant le retour en grand groupe a une bonne réponse qui est validée dès le départ. Il y a donc un risque de s’appuyer sur celle-ci pour valider les autres démarches.

La démarche d’Antonin

C’est maintenant au tour d’Antonin de se déplacer devant la classe et de venir expliquer son raisonnement au groupe.

> Antonin : Ce que j’ai fait [en pointant la première ligne de sa représentation] c’est 10 [en pointant la deuxième ligne] 20 [en dénombrant un à la fois les cercles des deux lignes suivantes] 21-22-23-24-25. [Il termine et regarde Marie.]
> Marie : Okay, mais là [en pointant le nombre 25, voir figure 20a], ils viennent d’où ces deux 10 [en pointant les deux premières lignes, voir figure 20b] et ce 5 [en pointant les cinq cercles restants]? Tu as pris ça où? [Silence de 6 secondes où Antonin regarde les cercles au tableau.] (VE-24 à 25, L246 à L253).

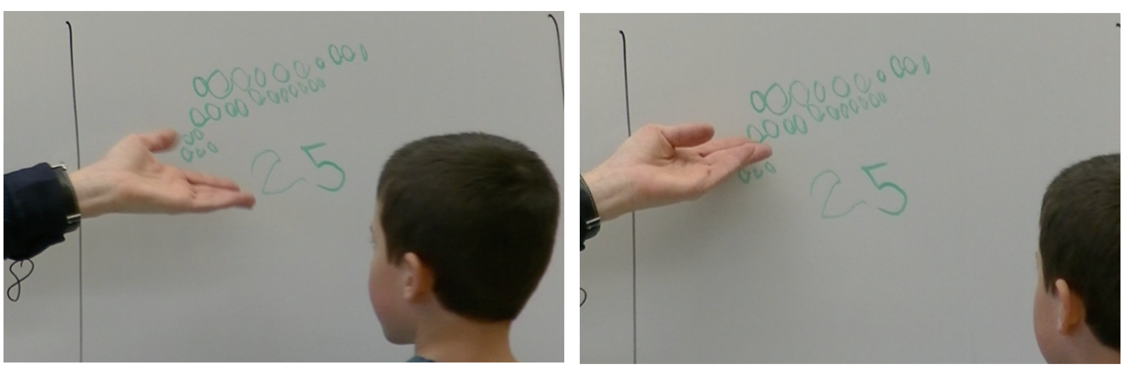


Figure 20 : Marie pointe les symboles numériques (a) et les cercles dessinés (b)

Pendant le retour en grand groupe, une grande importance est accordée à la clarté de la démarche. Les élèves doivent justifier les nombres qu’ils utilisent avec les nombres en jeu dans l’histoire mathématique.

Antonin : Dans mes cubes là-bas [en pointant son pupitre dans la classe].
Marie : Dans tes cubes là-bas. Puis tes cubes là-bas [en pointant son pupitre, voir figure 21], tu as fait 25 avec les cubes. Où as-tu pris les nombres? Dans ta tête? [Elle utilise un ton de voix interrogatif et lève les bras vers le haut, voir figure 22.]
Antonin : Ouais.

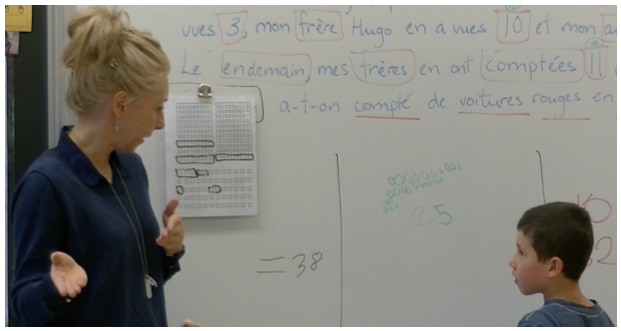


Figure 21 : Marie pointe le pupitre de l'élève

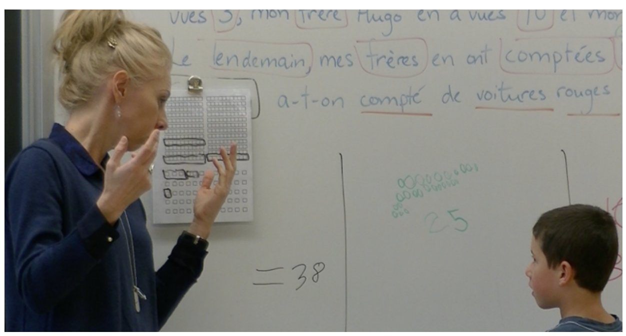


Figure 22 : Gestuelle d'incompréhension

Marie : Dans ta tête? [Utilise un ton de voix interrogatif.] Est-ce que tu t'es servi de l'histoire mathématique [en pointant l'histoire écrite au tableau]?
Antonin : Oui.
Marie : Oui? [Utilise un ton de voix interrogatif.] Tu le vois où le 25 dans l'histoire mathématique? [Elle pointe l'histoire et un silence de 13 secondes se fait ressentir.] Comment as-tu fait pour arriver à 25 [en pointant le 25 écrit par Antonin] avec l'histoire mathématique?
Antonin : J'ai fait 10-20-21-22-23-24-25 [en pointant chacune des lignes] (VE-25 à 27, L254 à 267).

Ici, le questionnement de Marie ne semble pas avoir contribué à la compréhension de l'élève puisqu'il recommence à dénombrer les petits cercles de la même façon. À ce moment, l'orthophoniste qui est présente pendant cette séance et qui se trouve derrière la classe rappelle à l'élève ce qu'il y a sur son pupitre (l'utilisation de cubes-unités).

> Orthophoniste : Antonin, sur ton bureau, ici je vois une ligne avec 10, une ligne avec 12, une ligne avec 11 et il y en a 2 et il y en a 3 [en pointant ce qu'elle nomme, voir figure 23] (VE-27, L268 à 271).

Figure 23 : L'orthophoniste présente dans l'activité mathématique

L'élève a été capable de représenter l'ensemble des nombres de l'histoire mathématique avec de petits cubes-unités lors de la résolution en individuel. Par contre, il n'est pas possible de savoir si l'élève a été capable de donner la somme. De plus, cet extrait est pertinent pour la recherche parce qu'il montre la variété des moyens utilisés par les élèves pour résoudre le problème. L'orthophoniste s'engage elle aussi dans l'avancement de l'activité mathématique. Elle permet à l'élève de se remémorer ce qu'il a construit sur son bureau.

Marie poursuit le retour en grand groupe en relisant l'histoire mathématique et en guidant l'élève dans son explication : « Dans mon histoire, quand on dit que j'en ai vu 3, Hugo en a vu 10 et mon frère 12. Est-ce que tu m'as représenté ça ici? [Elle fait des cercles avec sa main autour de la représentation.] » (VE-28, L272 à L273). L'élève ne répond pas à la question fermée et lui répond : « J'ai oublié de faire un autre 10 ici [en pointant sa représentation]. » (VE-28, L275). De son côté, l'enseignante ne tient pas compte de la réponse de l'élève. Elle l'amène plutôt à représenter les nombres en suivant l'ordre dans lequel ils sont présentés dans l'histoire mathématique.

> Marie : Le 3 [en pointant le 3 dans l'histoire], je le vois-tu là-dedans [en pointant la représentation]?
> Antonin : Ici [en pointant trois cercles].
> Marie : Bon, je vais l'encercler [elle encercle trois cercles]. Ça, c'est ton 3! (VE-28, L276 à 278).

L'élève est capable de pointer la bonne quantité de cercles représentant le nombre 3. Marie ne se limite pas au geste de pointage. Elle encercle le nombre de cercles qui représente chacun des nombres mentionnés. Elle fait émerger tranquillement l'idée du regroupement tout en rendant apparent l'aspect cardinal du nombre ce qui contribue au développement du concept de nombre. Marie poursuit alors la lecture de l'histoire mathématique.

> Marie : Hugo en a vu 10, il est où ce 10?
> Antonin : Ici [en pointant la première ligne].
> Marie : En haut! [Elle encercle la première ligne]. Après, mon autre frère en a vu 12. Il est où?
> Antonin : Ici [en pointant la deuxième ligne].
> Marie : [Elle encercle la deuxième ligne, voir figure 24.] Ici, j'ai mon 10 avec mon 2 ça fait mon 12.

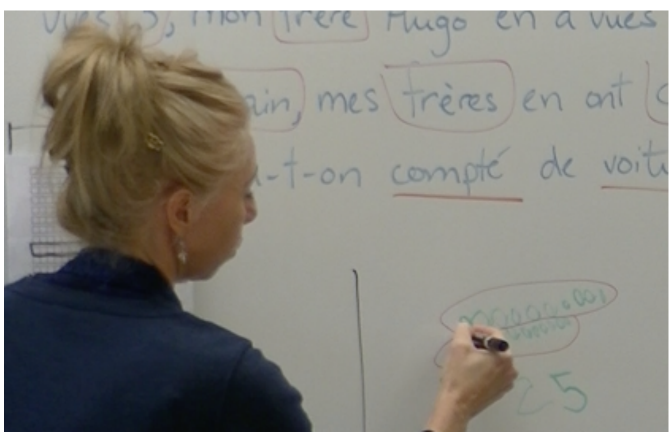


Figure 24 : Regroupements créés par l'enseignante

Marie : Donc ici, j’ai mon 10 [en écrivant 10 à l’aide de symboles à côté de la première ligne encerclée, voir figure 25], là j’ai mon 12 [en écrivant 12] et là j’ai mon trois [en écrivant 3] (VE-28 à 29, L279 à L286).

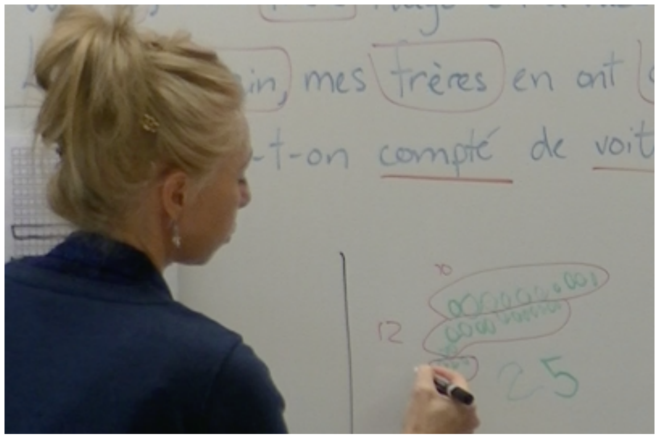


Figure 25 : Écriture symbolique

Marie dirige l’explication du raisonnement et fait des ajouts dans la démarche de l’élève. Elle rend apparents différents regroupements qui représentent les nombres en jeu dans l’histoire mathématique. À côté de chacun d’eux, elle écrit, sous forme symbolique, les nombres que cela représente. Ce sont des manières de faire contribuant au développement du concept de nombre. De plus, dans cet extrait, Marie a quitté le contexte de l’énoncé de l’histoire. Elle ne parle plus de voitures, elle reste sur des nombres alors que pendant la première séance, elle s’appuyait souvent sur le contexte des poissons.

Marie continue la présentation du raisonnement en demandant à l’élève : « Est-ce que mon histoire est terminée? » (VE-29, L287). L’élève lui répond : « Hum! Oui. » (VE-30, L288). Marie continue donc la lecture de l’histoire pour aider l’élève dans ses explications : « [Rires] Hum! Non! Ici [en coordonnant d’un balayage de la main] le LENDEMAIN [en insistant sur ce mot], mon frère en a compté 11 et moi 2. Qu’est-ce qu’on fait avec ça? » (VE-30, L289 à L291). L’élève est capable de reconnaitre l’opération qui est en jeu puisqu’il répond : « On le rajoute. » (VE-30, L292). Marie le questionne alors pour savoir comment représenter ce nombre.

Marie : Comment on fait ça 11?
Antonin : 1 dizaine et 1 unité [Marie fait les cercles et écrit le nombre 11, voir figure 26].
Marie : Ici, j'en ai 11 [en pointant le nombre 11]. (VE-30 à 31, L293 à L296).

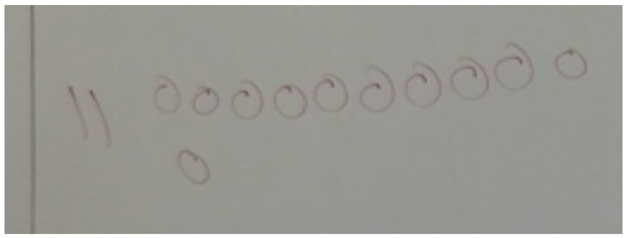


Figure 26 : L'enseignante complète les traces

Marie choisit de représenter le nombre 11 à l'aide d'une collection de 11 unités plutôt que de recourir à 1 dizaine et à 1 unité. Elle contribue au développement du concept de nombre en représentant la quantité de 1 dizaine par 10 cercles sur une ligne et ensuite la quantité de 1 unité par un cercle sur une deuxième ligne. Encore une fois, elle rend apparent l'aspect cardinal du nombre. Ensuite, elle termine la lecture de l'histoire mathématique.

Marie : Ensuite, moi j'en ai compté 2 [en pointant cette ligne dans l'histoire]. Comment je représente ça?
Antonin : [Avec son doigt au tableau et en le déplaçant à chaque mot nombre dit, voir figure 27] 1-2.

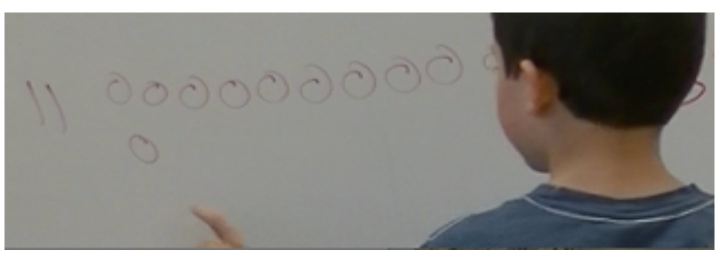


Figure 27 : L'élève pointe l'emplacement de l'ajout

Marie : [Elle dessine deux cercles] 1-2 (VE-31, L297 à L299).

L'élève a besoin de pointer chacun des emplacements où les deux cercles seront dessinés par l'enseignante. Par la suite, une fois que tous les nombres ont été représentés, Marie demande à l'élève : « Combien on a vu de voitures en tout? » (VE-31, L300). À ce moment, l'enseignante revient donc au contexte de l'histoire mathématique (les voitures).

> Antonin : On les compte toutes [en faisant un petit geste d'encercler avec sa main autour des cercles dessinés et en regardant Marie].
> Marie : Je ne sais pas moi comment on fait ça.
> Antonin : [Il commence son dénombrement à voix haute, à partir du début, voir figure 28] 1-2-3-4-5-6-7-8-9-10-11… 38 (VE-31 à 32, L301 à L307).

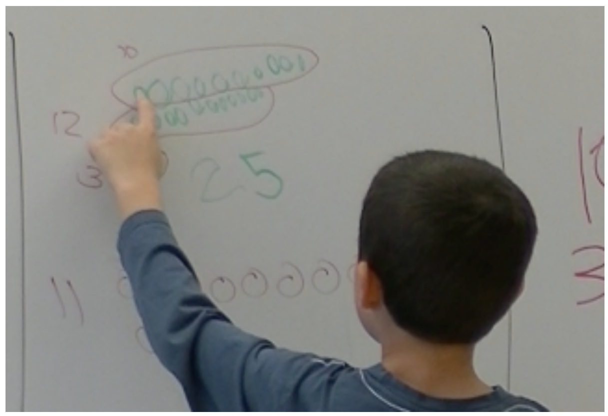


Figure 28 : L'élève dénombre un cercle à la fois

Par sa question (combien), l'élève est amené à dénombrer la collection pour y trouver la cardinalité. Il dénombre un élément à la fois, et ce, à partir du nombre 1 sans tenir compte des nombres qui sont écrits de façon symbolique à côté des regroupements. Lorsque l'élève donne la réponse, Marie lui pose une question fermée.

> Marie : Est-ce qu'on arrive à la même réponse que Théo? [Elle écrit = 38 au tableau.]
> Antonin : Oui!
> Marie : Une chance que j'étais là! [Rires] [Elle tend la main à Antonin pour qu'ils se tapent dans la main et il retourne à sa place.] (VE-32, L308 à 311).

Marie rit avec Antonin et elle utilise également des encouragements, ce qui favorise l'engagement des élèves lorsqu'ils effectuent des histoires mathématiques. Même si les élèves n'ont pas obtenu la bonne réponse et qu'ils présentent des démarches partielles, l'enseignante les motive par son soutien. Pour vérifier la réponse, Marie fait référence à la réponse obtenue lors de la présentation de la première démarche (celle de Théo). Ensuite, elle demande au vérificateur de se prononcer quant à la démarche effectuée.

> Marie : [S'adresse au vérificateur] est-ce qu'on a bien travaillé Antonin et moi?
> Mathieu : Non!
> Marie : Bon, avec quoi tu n'es pas d'accord?
> Mathieu : Bien moi j'ai fait…
> Marie : Non non, je ne veux pas savoir ce que toi tu as fait. Avec ça ici [en pointant la stratégie d'Antonin], est-ce que les nombres sont bien représentés? [Silence de 4 secondes] (VE-33, L312 à L318).

Le vérificateur a voulu donner son opinion en se référant à sa propre démarche. Toutefois, Marie lui dit explicitement qu'il doit porter son attention sur la représentation des nombres en jeu dans l'histoire mathématique tels que présentés dans la démarche d'Antonin. Elle recadre le rôle qui lui a été attribué. Les élèves ont une résistance à se décentrer de leur propre démarche. L'enseignante met à nouveau en évidence par la coordination de ses propos et de ses gestes les nombres en jeu et leur représentation par de petits cercles.

> Marie : [En pointant le 3 dans l'histoire mathématique, voir figure 29a] 3 et 3 [en pointant le 3 de la démarche, voir figure 29b] est-ce que c'est correct ça?

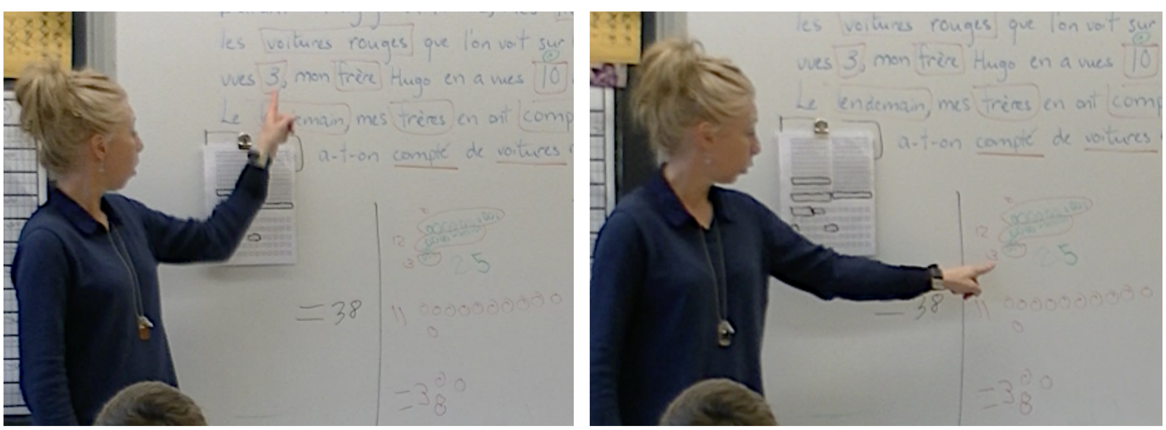


Figure 29 : Marie pointe le nombre en jeu dans l'histoire (a) et dans la démarche (b)

> Mathieu : Oui!
> Marie : 10 [en pointant le nombre 10 dans l'histoire] et 10 [en pointant le 10 dans la démarche]?
> Mathieu : Oui!
> Marie : 12 [en pointant le nombre 12 dans l'histoire] et 12 [en pointant le 12 dans la démarche]?
> Mathieu : Oui!
> Marie : Bon, 11 et 2 [en pointant les nombres 11 et 2 dans la démarche], est-ce que c'est bien représenté?
> Mathieu : Oui! (VE-33 à 34, L319 à L327).

Comme pour le vérificateur précédent, ce dernier n'a qu'à acquiescer à tout ce que propose Marie. Ce n'est pas un vrai vérificateur, mais l'élève semble vouloir rester sur sa démarche. Alors, Marie décide d'assurer la vérification en encourageant l'élève à porter attention à la prise en compte des différents nombres en jeu dans l'histoire. Du même souffle, elle montre aux élèves comment faire pour vérifier une démarche.

La démarche de Léo

Marie demande à Léo de se déplacer devant sa démarche pour venir l'expliquer aux autres élèves de la classe.

> Léo : [Il regarde l'histoire écrite au tableau et son égalité.] J'ai vu le 10, le 12, le 11, le 2 [en pointant l'histoire] et j'ai compris qu'il y en a 10-12-11-2 [en pointant les nombres dans son égalité]. Ça fait 3 [en pointant le 3 dans le nombre 32]. Après, il y a le 2 [en pointant le 2 dans l'égalité]. Ça donne 32 [en pointant la réponse]. (VE-34, L350 à L332).

L'élève reprend les verbalisations et les gestes effectués par Marie dans la présentation de la démarche précédente en coordonnant le pointage des nombres dans l'histoire et ceux dans son égalité. Encore une fois, l'élève ne tient pas compte du contexte (des voitures) pour présenter sa démarche. Les nombres dans son égalité sont présentés en suivant l'ordre de présentation de l'histoire mathématique. Toutefois, son calcul est erroné et il a omis le nombre 3, celui qui apparait en premier dans l'histoire. Devant cette erreur, l'enseignante peut demander à la vérificatrice de se prononcer afin de voir ce qu'elle est capable de faire. Or, c'est Marie qui prend en charge la vérification.

> Marie : Bon, attends un petit peu. Le 10 ici [en pointant le 10 écrit dans l'égalité, voir figure 30a], il est où dans mon histoire mathématique? [Léo pointe le 10 et Marie pointe après lui et fait un petit crochet à côté du nombre 10, voir figure 30b] (VE-34, L333 à L335).

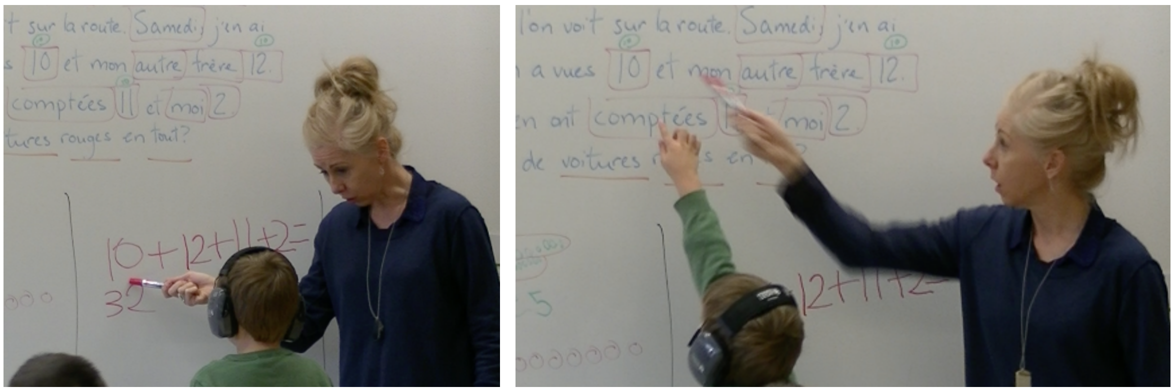


Figure 30 : Marie utilise le pointage (a) l'élève pointe à son tour (b)

Marie enseigne à l'élève comment faire pour présenter une démarche ordonnée lors du retour en grand groupe. Elle veut que l'élève fasse référence aux nombres dans l'histoire mathématique et coordonne le tout avec les nombres dans son égalité. Elle trace un crochet pour aider l'élève dans son organisation toujours en dirigeant les explications de l'élève.

> Marie : Le 12, il est où dans l'histoire mathématique? [Léo pointe le 12 et Marie fait un crochet.] Le 11? [Léo pointe le 11 dans l'histoire et elle fait un crochet.] Le 2? [Léo pointe et elle fait un crochet.] C'est beau. Est-ce que ça se peut que tu aies oublié le 3? [En pointant le 3 dans l'histoire.] (VE-35, L336 à L340).

C'est l'enseignante qui détecte l'erreur et la mentionne à l'élève. En outre, l'élève aurait pu déduire le nombre manquant dans l'égalité étant donné qu'il n'y avait pas de crochet au-dessus du nombre 3 dans l'histoire mathématique. Par la réponse de l'élève : « Oui! » (VE-35, L341), il est difficile de savoir s'il comprend réellement son oubli ou s'il approuve, car il se souvient de la présentation des deux démarches précédentes. Après la réponse donnée par l'élève, Marie poursuit son intervention.

> Marie : Est-ce qu'on peut l'ajouter ici? [Elle efface le signe « = ».] Est-ce que je peux l'ajouter?
> Léo : Non, attends. [Il efface le nombre 32 qui était sa réponse et ajoute ce qu'il manque « +3 » et « = ».]
> Marie : Comment vas-tu me calculer ça? [Silence de 8 secondes et Léo écrit 35.] 35! Comment as-tu fait pour arriver à 35? Je ne t'ai pas entendu.
> Léo : Avec mes mains. (VE-35 à 36, L342 à L350).

En posant cette question (comment), l'enseignante veut comprendre le raisonnement de l'élève et veut l'amener à l'exprimer. Avec la réponse que l'élève écrit (35), cela indique qu'il n'a pas en tête la réponse établie dans les deux démarches précédentes. Encore un signe que les élèves sont centrés sur leur démarche uniquement et qu'ils ont du mal à écouter ce qu'ont fait leurs collègues. Marie poursuit l'animation du retour en grand groupe en proposant une manière de faire à l'élève. L'enseignante montre elle-même qu'elle est centrée sur l'élève et non sur l'enrichissement des idées de la classe. Elle regarde le tableau et échange avec l'élève.

> Marie : Regarde bien, 1 dizaine, 2 dizaines et 3 dizaines [en pointant successivement le chiffre 1 dans le nombre 10, le chiffre 1 dans le nombre 12 et le chiffre 1 dans le nombre 11, voir figure 31a] ça marche [en pointant le chiffre 3 dans le nombre 35 de sa réponse]. Je suis d'accord, 1-2-3 [en faisant des crochets au-dessus de chacune des dizaines dans le nombre (voir figure 31b)] (VE-37, L352 à L356).

Figure 31 : Marie utilise le pointage (a) et les crochets (b) pour identifier les dizaines

Cette façon de procéder permet de compter rapidement la somme tout en s'assurant de ne pas faire d'oublis. Elle débute avec les dizaines et prend le temps de mettre en évidence leur position en faisant des crochets sur chacune des dizaines dénombrées. Elle associe le nombre de dizaines dénombrées avec le nombre de dizaines dans la réponse. Bref, elle met l'accent sur le positionnement ce qui contribue au développement du concept de nombre. Elle poursuit avec les unités qui sont soulignées (mise en évidence de la position).

> Marie : Les unités, j'ai 2 [en soulignant le chiffre 2 dans le nombre 12]. J'ai 1 [en soulignant le chiffre 1 dans le nombre 11]. J'ai 1-2-3 [en les soulignant, voir figure 32]. Ça fait combien tout ça? [Silence de 20 secondes, Léo dénombre sur ses doigts et il arrive avec huit doigts, voir figure 33.] Ça fait combien dans les unités?

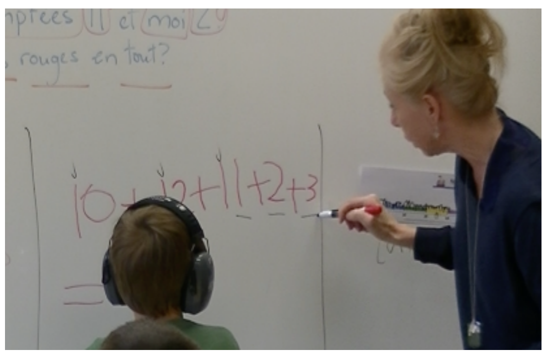


Figure 32 : Marie souligne les unités

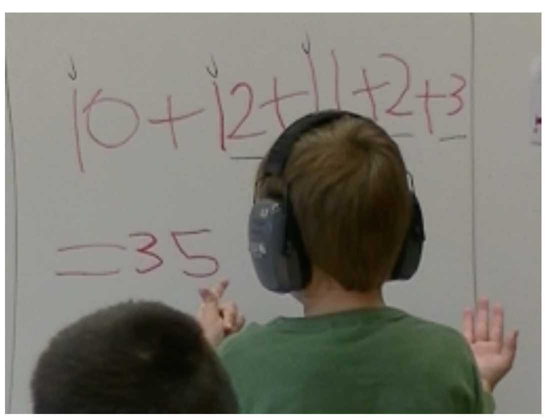


Figure 33 : L'élève utilise ses doigts

> Léo : 8. C'était une petite erreur de calcul. [Léo prend le crayon et écrit 8 pour obtenir le nombre 38.]
> Marie : Sanie est-ce que ça fonctionne?
> Sanie : Oui! (VE-37 à 39, L357 à L368).

Dans son rôle de vérificatrice, Sanie n'a qu'à approuver sans justifier ses propos et c'est Marie qui valide la démarche auprès des élèves en mentionnant : « Sauf que ça nous amène des petites erreurs de calcul hein? » (VE-39, L369) et Sanie lui répond : « Oui! » (VE-39, L370).

La démarche de Kevin

Kevin, le dernier élève désigné, vient expliquer sa démarche à la classe.

> Kevin : J'ai fait 10, plus 12, plus 11, plus 3, plus 2.
> Marie : Toi, tu as pris les nombres 10 plus 12, plus 11, plus 3 plus 2 [en les pointant dans l'histoire mathématique] et tu arrives à 41 [en pointant la droite numérique]. [Kevin lui répond : oui!] (VE-40, L374 à L378).

L'élève présente sa démarche en mentionnant les nombres (sans le contexte des voitures) qu'il a utilisés pour faire ses bonds sur la droite numérique sans nommer sa réponse. C'est Marie qui reformule les propos de l'élève en coordonnant avec le pointage sur la droite numérique et indique la somme trouvée (41). Devant l'erreur effectuée par l'élève, elle poursuit son intervention.

> Marie : Je vais le refaire avec mon crayon… Hum! Alex, est-ce que ça marche? Ça arrive à 41? [Alex dit : Non.]
> Alex : Non.
> Marie : Tu peux aller t'assoir, Kevin. Alex va venir vérifier (VE-40, L379 à L381).

Ici, pour la première fois, elle invite le vérificateur à venir vérifier ce qu'il comprend en l'invitant en avant de la classe. Cette invitation laisse place à une ouverture à s'exprimer lors du retour en grand groupe. L'élève écrit les nombres en jeu au tableau tout en les nommant à voix haute : « C'est 3, plus 10, plus 12, plus 11, plus 2. » (VE-40, L382). Au tableau, l'égalité 3 + 10 + 12 + 11 + 2 = 38 est écrite sous la droite numérique. De plus, l'élève utilise une façon de présenter les nombres qui a été présentée à chacune des démarches précédentes. Il reformule les nombres, comme Marie les a toujours mentionnés depuis le début du retour en grand groupe, soit en suivant l'ordre de présentation dans l'histoire mathématique. Le vérificateur reprend ce qu'il a vu et entendu pendant le retour en grand groupe. Alex continue son explication.

> Alex : Mais ici [en pointant sur la droite numérique], il était à 3 et il a avancé de beaucoup et il est arrivé à 41.
> Marie : Est-ce que tu penses qu'il s'est trompé dans ses bonds?
> Alex : Oui, il s'est trompé! (VE-41, L383 à L386).

L'élève explique à sa manière comment Kevin aurait procédé en ne détaillant pas les bonds qu'il a faits, c'est plutôt Marie qui amène le vérificateur à voir qu'il y a une erreur dans les bonds effectués. C'est l'enseignante qui fait la vérification en rendant apparents les bonds auprès des élèves.

> Marie : Si je fais 3 plus 10, j'arrive à 13. Plus 12, j'arrive à 25, plus 11 j'arrive à 36 et plus 2 j'arrive à 38 [en faisant des bonds sur la droite, voir figure 34]. [En s'adressant à Kevin], tu as fait une erreur en comptant tes bonds. Tu avais les bons nombres, mais dans tes bonds, tu t'es trompé (VE-41 à 42, L387 à L392).

Figure 34 : L'enseignante effectue les bonds devant la classe

C'est l'enseignante qui rend apparente l'erreur de l'élève auprès des autres. Elle use du rappel direct des différentes sommes ($3 + 10 = 13$, $13 + 12 = 25$, $25 + 11 = 36$ et $36 + 2 = 38$) pour donner la réponse.

4.2.3 L'ÉPISODE 3 : RETOUR SUR LA DÉMARCHE LA PLUS EFFICACE

Pour conclure le retour en grand groupe, Marie fait un vote à main levée pour voir quelle démarche est la plus efficace en termes de temps d'exécution.

> Marie : Les amis avant de terminer, si tu as eu 38, c'est parfait! Quelle stratégie est la plus efficace? Tu lèves ta main une fois pour celle que tu préfères et qui est rapide. Qui vote pour les multibases? J'ai quatre votes. Maintenant, les petits cubes, qui trouve cela rapide? J'ai trois votes. Le calcul de Léo [personne ne lève la main] et la droite numérique? [Une personne lève la main.] Donc c'est la stratégie des multibases qui a gagné pour la rapidité (VE-42, L394 à L398).

L'enseignante s'assure de faire voter les élèves, mais ceux-ci n'ont pas à justifier la raison pour laquelle ils ont fait ce choix. La démarche où il y a utilisation des blocs multibases a gagné en termes de rapidité, ce qui n'est pas étonnant, puisque tout au long du retour en grand groupe, l'enseignante met l'accent sur la nécessité de bien représenter les nombres en jeu et de suivre l'ordre de présentation des nombres dans l'histoire mathématique. Dans cette séance, l'utilisation des blocs permet de représenter concrètement la valeur de chacun des chiffres qui composent le nombre selon sa position en plus de permettre l'usage d'une stratégie de comptage par bonds de 10 pour trouver la somme. Il est aussi intéressant de constater que Marie ne propose pas de s'intéresser à la stratégie qui conduirait les élèves à opérer sur les nombres représentés de façon symbolique. Pour cette séance, l'efficacité de la stratégie est comprise en termes de recours à du matériel.

4.2.4 LA SYNTHÈSE DE L'ANALYSE DE LA DEUXIÈME SÉANCE

D'abord, les manières de faire qui contribuent ou limitent l'engagement des élèves dans l'activité d'E-A du concept de nombre sont précisées dans le tableau 14.

Tableau 14 : Manières de faire concernant l'engagement d'élèves dans l'activité d'enseignement-apprentissage du nombre de la séance 2

Manières de faire contribuant à l'engagement de l'élève
▪ L'erreur n'est pas jugée. ▪ Les élèves participent même en sachant qu'ils n'ont pas réussi à trouver la réponse.
Manières de faire présentant des limites quant à l'engagement de l'élève
▪ Pendant l'explicitation des démarches individuelles pour les élèves désignés, la demande de vérification de ces démarches et la discussion en grand groupe autour de l'efficacité de la démarche, les élèves sont encore dans une position d'écoute comme pour la séance 1. Or, l'ajout du rôle de vérificateur par Marie amène les élèves à prendre conscience des démarches d'autres élèves et ils sont amenés à partager leur point de vue. Les élèves sont résistants à se décentrer de leur propre démarche.

Ensuite, les mêmes moments que pour la séance 1 (voir tableaux 15, 16 et 17) sont repris. Les manières de faire qui contribuent au développement du concept de nombre et celles qui le freinent, ainsi que des indices chez les élèves du développement du sens du nombre sont dégagés.

L'explicitation des démarches individuelles d'élèves désignés

Lors de cette séance, pendant l'explication des démarches individuelles, Marie utilise un questionnement directif en amenant les élèves vers une démarche qui doit être ordonnée. Le tableau 15 présente les manières de faire chez Marie pendant l'explicitation des démarches individuelles des élèves.

Tableau 15 : Manières de faire répertoriées lors de l'explicitation des démarches individuelles pour les élèves désignés de la séance 2

Manières de faire contribuant au développement du concept de nombre
▪ L'enseignante et les élèves délaissent le contexte des voitures lorsqu'ils font les opérations. Ils y reviennent lorsqu'ils ont terminé de calculer. ▪ Marie coordonne ses gestes de pointage avec ses propos pour mettre en évidence les nombres en jeu dans l'histoire mathématique et les nombres présents dans les différentes démarches. ▪ Elle fait preuve de flexibilité dans l'accueil des différentes représentations des nombres choisies par les élèves (formation d'une collection à partir de cercles-unités, utilisation de bâtonnets de 10 et d'unités ou encore, de nombres présentés sur une droite numérique). ▪ Elle rend apparent l'aspect cardinal du nombre. Elle ajoute l'écriture symbolique pour le représenter. ▪ Elle fait une collection de 11 éléments plutôt que d'avoir recours à la représentation de 1 dizaine et 1 unité pour aider l'élève à percevoir la quantité que cela représente. ▪ Ses verbalisations et ses manières de faire s'attardent sur la mise en évidence des positions des chiffres dans les nombres, par exemple, elle utilise les crochets et le soulignement pour montrer les dizaines et les unités dans les nombres. ▪ Elle rend apparente une stratégie de calcul : le rappel direct lorsqu'elle utilise la droite numérique.
Manières de faire présentant des limites quant au développement du concept de nombre
▪ Elle fait émerger tranquillement l'idée du regroupement. Elle le fait en restant sur une seule démarche. Toutefois, des liens ne sont pas tissés pour comparer les différentes représentations du nombre par Marie. C'est plutôt la présentation de différentes démarches qui peut offrir une occasion aux élèves de tisser des liens s'ils s'engagent dans cette comparaison des démarches et plus particulièrement des différentes représentations des nombres en jeu.

La vérification des démarches d'élèves désignés

Le tableau 16 expose des manières de faire qui présentent des limites quant au développement du concept de nombre pendant la vérification des démarches d'élèves.

Tableau 16 : Manières de faire répertoriées lors de la demande de vérification des démarches des élèves désignés de la séance 2

Manières de faire présentant des limites quant au développement du concept de nombre
▪ Lors de ce retour, trois raisonnements erronés sur quatre sont présents. Marie débute avec la démarche qui est correcte et la valide pour les élèves. ▪ Elle met en évidence les erreurs qu'elle cible dans les démarches des élèves. Elle ne renvoie pas de questions à la classe pour amener les élèves à valider. ▪ Pour la première fois, devant la perception d'une erreur dans une démarche d'un élève, elle demande au vérificateur de venir expliquer. Toutefois, c'est elle qui met en évidence l'erreur (erreur dans les bonds effectués). ▪ Le vérificateur doit approuver ou désapprouver ce que son collègue a effectué. Il n'est pas amené à justifier. Marie guide la discussion sur la vérification et l'élève n'a qu'à acquiescer à ce que l'enseignante lui propose. Il est difficile pour les élèves de se décentrer de leur résolution pour apprécier la démarche d'un pair.

L'efficacité d'une démarche

Les manières de faire qui contribuent ou non au développement du concept de nombre pendant le retour sur l'efficacité d'une démarche sont présentées dans le tableau 17.

Tableau 17 : Manières de faire répertoriées lors de la discussion en groupe sur l'efficacité d'une démarche de la séance 2

Manières de faire contribuant au développement du concept de nombre
▪ L'enseignante fait la pige des élèves qui est un prétexte pour choisir des raisonnements différents. Elle reconnait donc ici l'importance de façons de faire diverses pour discuter autour du concept de nombre.
Manières de faire présentant des limites quant au développement du concept de nombre
▪ Un vote à main levée est effectué pour choisir la démarche la plus efficace. Toutefois, il n'y a aucun retour sur les raisons justifiant le choix des élèves. ▪ L'enseignante, dans son discours, ne fait pas de liens entre l'efficacité des raisonnements menés avec les différents matériels ni davantage sur la manière de représenter les nombres : formation d'une collection à partir de cercles-unités, utilisation de bâtonnets de 10 et d'unités ou encore, de nombres présentés symboliquement.

Des indices chez les élèves du développement du concept de nombre

Les indices peuvent être relevés d'après ce que les élèves écrivent au tableau. Les quatre élèves ont reconnu les opérations à effectuer (des additions). Leur raisonnement est porté par différents matériels qui donnent des indices sur leur compréhension de l'histoire mathématique et sur leur développement du concept de nombre. L'un des élèves a traduit la situation en dessinant des cercles-unités pour représenter les nombres en jeu dans le problème. Sa réponse, écrite sous forme symbolique, représente le dénombrement un à un des cercles dessinés. Lors du retour sur sa démarche, Marie met en évidence le regroupement d'unités pour favoriser le comptage. Un autre élève s'est servi des blocs multibases représentés sur une feuille et a encerclé les dizaines et les unités formant les nombres en jeu. Il a utilisé le symbole « = » dans le but de donner sa réponse sous forme symbolique. Il n'a pas traduit la situation à l'aide de l'expression mathématique correspondante. Un autre élève s'est servi de la droite numérique. Il n'a pas obtenu la bonne réponse et c'est l'enseignante qui montre aux élèves comment faire les différents bonds sur la droite numérique. Un seul élève a traduit la situation avec une égalité qui était erronée puisqu'il a oublié le chiffre 3 dans celle-ci. Pour donner la somme, celui-ci commence son dénombrement avec les dizaines dans les nombres et termine avec les unités. Dans cette deuxième séance, le matériel est encore présent et nécessaire à la résolution de l'histoire mathématique. Ce dernier permet aux élèves de représenter les nombres en jeu et de faire les manipulations nécessaires pour arriver à trouver une réponse.

4.3 L'ANALYSE DE LA TROISIÈME SÉANCE : 21 NOVEMBRE 2016

Le tableau 18 présente l'histoire mathématique de la séance qui s'est déroulée à l'an 4 de la recherche collaborative, son analyse ainsi que le temps qui a été investi pendant le retour en grand groupe.

Tableau 18 : Description de la séance 3

Histoire mathématique	En allant à la plage, Jérémie ramasse 2 dizaines et 2 unités de coquillages. Son petit frère lui en donne 1 dizaine. Ses parents lui remettent ceux qu'ils ont trouvés, ils en ont 36. Combien Jérémie a-t-il de coquillages en tout?
Analyse de l'histoire mathématique	Il s'agit d'un problème de transformation avec la recherche de l'état final impliquant trois nombres : 22 + 10 = 32 et 32 + 36 = 68 Les nombres sont présentés sous forme symbolique et deux d'entre eux sont présentés sous une forme décomposée[21]. Les trois nombres sont composés de deux chiffres. Aucune retenue n'est nécessaire pour les additions.
Temps investi pendant le retour en grand groupe	Durée : 18 minutes 33 secondes ▪ Écriture des démarches : 2 minutes 5 secondes ▪ Interactions : 16 minutes 28 secondes

Cette séance comporte les mêmes épisodes que ceux de la deuxième séance qui prend place deux années auparavant étant donné l'arrêt du projet subventionné en 2015.

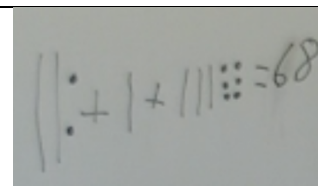
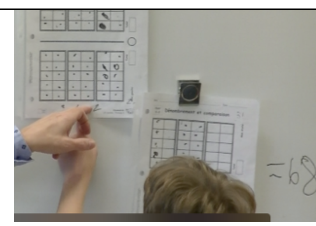
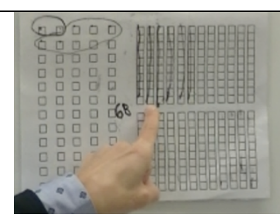
4.3.1 L'ÉPISODE 1 : CHOIX DES DÉMARCHES PUBLICISÉES, RÔLE DU VÉRIFICATEUR ET RÉFLEXION SUR LA DÉMARCHE LA PLUS EFFICACE

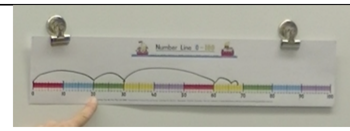
Le retour en grand groupe commence lorsque Marie pige les noms de quatre élèves qui vont faire leur démarche au tableau. Comme pour la deuxième séance, l'enseignante s'assure d'avoir des démarches diversifiées. Les quatre résolutions reposent donc sur des traces différentes laissées au tableau, soit l'expression d'un raisonnement supporté par la représentation des blocs multibases, l'utilisation des boites de 10, l'utilisation d'un document où des blocs multibases sont représentés et encerclés par l'élève et la droite

[21] L'enseignante de la classe parle de nombres-chapeaux en faisant référence aux mots-chapeaux. Ces derniers font partie de l'outil de résolution de problèmes utilisé en classe. Pendant l'appropriation du problème, un temps est consacré à l'identification des référents. Dans ce contexte, l'expression « 2 dizaines et 2 unités » est considérée comme un nombre-chapeau qui renvoie au nombre 22.

numérique. De plus, aucune des démarches ne présente d'erreur. Lorsque les démarches ont été représentées au tableau, Marie commence la présentation avec celle de Julie et poursuit de la gauche vers la droite, comme elle l'a fait lors de la deuxième séance. À ce moment, elle pige un autre élève qui sera le vérificateur et ainsi de suite. Elle ne mentionne pas au début du retour en grand groupe, comme pour la première séance, que les élèves auront à voter pour la démarche la plus efficace. Toutefois, lorsque Jules lui mentionne qu'il utilise la droite numérique, elle se prononce sur l'efficacité de son choix : « Très bonne idée! » (VE-45, L428). À la fin du retour en grand groupe, Marie revient avec les élèves pour qu'ils se prononcent sur la démarche la plus efficace. Le tableau 19 présente les outils qui médiatisent le raisonnement des quatre élèves désignés.

Tableau 19 : Présentation des outils qui médiatisent le raisonnement de quatre élèves

1 — Julie	Pour Julie, il y a l'expression d'une égalité pour laquelle les nombres du membre de gauche de l'égalité sont présentés à l'aide de dessins représentant les blocs multibases alors que le nombre du membre de droite est exprimé sous forme symbolique. Les traits longs représentent les dizaines et les points, les unités. Elle obtient la bonne réponse.	
2 — Justin	Justin utilise un document sur lequel les boites de 10 sont représentées. Il représente les nombres en jeu dans l'histoire en plaçant un point dans chacun des compartiments de la boite de 10 utilisés. Par la suite, il dénombre les boites par des bonds de 10. Il exprime sa réponse sous forme symbolique « = 68 ».	
3 — Juliane	Juliane recourt à un document sur lequel les blocs multibases sont déjà représentés, contrairement à Julie qui les a représentés par elle-même. Elle encercle les blocs nécessaires pour représenter les nombres et obtient la bonne réponse en l'écrivant à l'aide de symboles « 68 ».	

4 — Jules	Jules a utilisé la droite numérique. Il a commencé par faire un bond de 20. Ensuite, il a fait un bond de 10 et un bond de 20 pour terminer avec un bond de 6 et un bond de 2. L'élève ne prend pas tout de suite en considération les unités pour effectuer ses premiers bonds, il termine par celles-ci. La réponse (68) est donnée verbalement par l'élève à la fin de la présentation de sa démarche.	

4.3.2 L'ÉPISODE 2 : DISCUSSION AUTOUR DES DÉMARCHES DE RÉSOLUTIONS

La démarche de Julie

Marie invite Julie à expliquer son raisonnement au reste de la classe et elle attribue le rôle de vérificatrice à une élève juste avant le début des explications. Dans cette séance, l'enseignante prend le temps de s'adresser à la classe dès le départ pour favoriser l'écoute et l'engagement des élèves : « On va écouter Julie. […] Explique-nous correctement ce que tu as fait et assez fort pour qu'on comprenne! » (VE-46, L431 à L433). L'élève se déplace devant sa démarche et amorce son explication.

> Julie : J'ai mis 2 dizaines et 2 unités, ça égale 22.
> Marie : 2 dizaines et 2 unités [en pointant sa représentation], est-ce qu'on avait écrit que ça donnait 22? Est-ce que c'était un nombre-chapeau? Un nombre caché un peu? [Elle fait oui avec sa tête.] [En s'adressant à la classe], est-ce que tu es d'accord que 2 dizaines et 2 unités, ça donne 22? [Élèves : oui!] [En s'adressant à Julie], alors oui, toi, tu as trouvé le piège que ça fait 22. Après? (VE-46 à 47, L435 à L441).

Lorsque l'élève partage son raisonnement, elle se détache du contexte pour opérer et elle y revient par la suite comme cela a été vu lors de la deuxième séance. L'enseignante interagit à la fois avec la classe et avec l'élève qui présente. Elle demande l'accord des élèves concernant la représentation du nombre 22; il peut à la fois s'exprimer sous forme décomposée par 2 dizaines et 2 unités et par son écriture symbolique. Elle rend apparente la valeur des chiffres selon leur position dans le nombre. L'élève poursuit son explication.

> Julie : Après [en touchant le trait représentant la dizaine], il y a 1 dizaine égale 10. [Elle regarde Marie et attend son approbation avant de continuer. Marie fait un signe de pouce, voir figure 35] (VE-47, L442 à L444).

Figure 35 : Signe d’encouragement

Julie objective bien que 1 dizaine renvoie à un groupement de 10 unités. Elle a besoin de l’approbation de Marie avant de poursuivre. Il est fort intéressant de constater comment Marie intervient dans la ZPD de l’élève, mais aussi comment s’exprime cette zone chez l’élève qui par son regard exprime bien l’insécurité toujours présente alors qu’elle chemine dans l’apprentissage du nombre. Par ses mots et ses gestes, Marie intervient sur ce qui est classiquement associé à l’aspect cognitif de l’apprentissage (mise en correspondance de la valeur d’une dizaine et d’un paquet de 10 unités), mais aussi en même temps sur la dimension affective de l’apprentissage. L’enseignante l’encourage ce qui contribue à son engagement dans la résolution de l’histoire mathématique. Julie continue la présentation de son raisonnement.

> Julie : Après [en touchant les trois traits représentant les dizaines et les six points], 3 dizaines et 6 unités, ça donne 36.
> Marie : Okay, compte-nous le fort pour voir comment tu as fait. [Julie dénombre les traits : 1-2-3-4-5-6. Ensuite, elle dénombre les points : 1-2-3-4-5-6-7-8. Elle regarde Marie.] Ça fait quel nombre ça?
> Julie : 68! (VE-47, L446 à L451).

Alors que dans l’histoire mathématique le nombre 36 était présenté sous forme symbolique, l’élève le représente plutôt en nombre de dizaines et d’unités dans sa démarche. Elle est donc capable de jongler entre les différentes écritures et elle semble être à l'aise avec la valeur des chiffres selon leur position dans le nombre. Par le questionnement de Marie qui amène l'élève à dénombrer à voix haute, l'enseignante semble plus sensible à la façon dont l'élève procède. Pour dénombrer les dizaines, l'élève ne tient pas compte de leur valeur; elle ne compte pas par bonds de 10. Lors de l'explication de la prochaine démarche (Justin), Marie amène les élèves à dénombrer autrement. Ensuite, les propos de Marie envers Julie valident en quelque sorte son raisonnement : « Parfait Julie! Es-tu d'accord Valérie? » (VE-47, L452). Après, elle intervient tout de suite avec la vérificatrice et celle-ci lui répond : « Oui, je suis d'accord! » (VE-47, L453). L'élève, dans son rôle de vérificatrice n'a qu'à approuver la démarche effectuée sans expliquer davantage. De plus, celle-ci a pu être influencée par les propos de Marie envers Julie. Le retour sur la démarche du premier élève se termine lorsque Marie et Julie se tapent dans les mains ce qui contribue encore une fois à l'engagement des élèves.

La démarche de Justin

L'enseignante demande à Luc d'être le vérificateur et Justin commence l'explication de sa démarche avec des hésitations.

> Justin : J'ai fait eh! J'ai mis eh! Eh!
> Marie : [Elle s'approche de Justin.] C'est quoi ton premier nombre?
> Justin : 22 (VE-48, L461 à L463).

Devant l'incertitude de l'élève, Marie l'accompagne dans ses explications pour lui permettre d'organiser ses propos. Elle coordonne ce qui est dit avec des gestes de pointage sur la représentation des nombres en jeu avec les boites de 10.

> Marie : [Pointe les traces de Justin] 22 [en déplaçant ses doigts sous chacune des boites de 10] ça c'est 10-20-22 [après que Marie ait dit le nombre 10, Justin répète après elle : 20-22] (VE-48, L464 à L466).

Lors de la présentation de la première démarche, Marie n'est pas beaucoup intervenue. Elle est davantage dans une position d'écoute. Julie a dénombré le nombre de dizaines par bonds de 1 et a procédé de la même façon pour les unités. Cette fois-ci, Marie en profite pour dénombrer par bonds de 10 en coordonnant ses propos avec des gestes de pointage sur chacun des groupements de 10. Elle rend apparente une stratégie de comptage qui contribue au développement du concept de nombre. L'élève poursuit son explication.

> Justin : Après, j'ai mis, j'ai mis 36. [Marie pointe alors ses traces.]
> Marie : Vas-y!
> Justin et Marie : 10-20-30-31-32-33-34-35-36 [Marie pointe chaque boite de 10 et les 6 unités] (VE-49, L468 à L472).

L'élève dénombre avec l'aide de Marie qui coordonne les mots dits avec le pointage sur les boites de 10. L'élève continue son explication.

> Justin : Et après, et après, j'ai mis 1 dizaine.
> Marie : Elle est là [en pointant une boite de 10]. Comment as-tu compté ça pour voir que ça faisait 68? Compte-moi ça fort.
> Justin : 10-20-30-40-50-60 [en touchant chacune des boites de 10, voir figure 36].
> Marie : Oui!
> Justin : 61-62-63-64-65-66-67-68! (VE-49 à 50, L473 à L482).

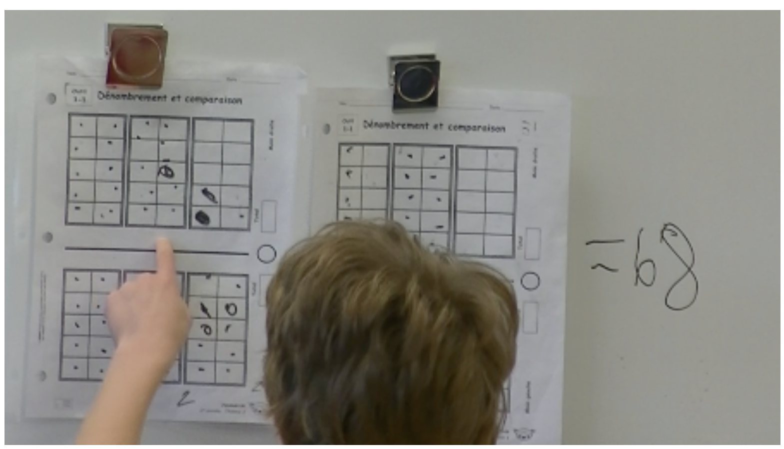


Figure 36 : Justin coordonne ses propos à des gestes de pointage

Marie invite encore une fois l'élève à dénombrer, et ce, à voix haute pour s'assurer de la compréhension par les autres élèves de la classe. Une fois de plus, cela lui permet de mieux comprendre comment l'élève procède. Justin est en mesure de reprendre la stratégie de comptage par bonds de 10 judicieusement amenée par Marie tout en coordonnant avec des gestes de pointage. Après que Justin ait donné sa réponse, Marie lui demande : « Est-ce que tu arrives à la même réponse que Julie? » (VE-51, L488). Ici, la démarche de Julie qui avait été validée par Marie est réutilisée pour valider la réponse de Justin. Celui-ci lui répond : « Oui! [Il sautille.] » (VE-51, L489). Cet extrait montre l'engagement de l'élève. Il est fier d'arriver à la même réponse que Julie. Marie tend la main à Justin pour le féliciter. L'enseignante utilise des signes d'encouragement et souligne la réussite des élèves. Par la suite, lorsque c'est le moment de faire vérifier la réponse par le vérificateur, elle pose une question ouverte pour obtenir le raisonnement de celui-ci : « C'est beau! Luc qu'est-ce que tu en penses? » (VE-51, L491). Il lui répond « Oui. » (VE-51, L492) sans justification. C'est à ce moment qu'une élève dans la classe se met à parler.

> Valérie : Marie, parce moi, j'ai mis le nombre le plus haut dans ma tête.
> Marie : C'était quoi le plus grand nombre que tu as mis dans ta tête?
> Valérie : 36 et j'ai fait plus 1 dizaine.
> Marie : Ça fait quoi? 36 plus 1 dizaine.
> Valérie : Ça fait 40 plus 2 dizaines, ça fait 60.
> Marie : Tu as commencé par compter tes dizaines en premier.
> Valérie : Oui! (VE-51, L494 à L500).

Les propos de Valérie montrent que le questionnement plus ouvert de Marie invite les élèves à s'engager et à écouter les autres. Il y a un espace pour que les élèves expriment leurs idées. Valérie partage donc au reste de la classe sa stratégie de calcul (calculer à partir du plus grand nombre). L'élève mobilise des propriétés (commutativité et associativité) de l'addition. De plus, l'élève n'utilise pas le terme « efficacité » pour présenter son raisonnement. Celui-ci est repris par Marie qui s'adresse à toute la classe.

> Marie : Alors, elle a dit, écoutez bien les amis c'est une BONNE [en insistant] stratégie. 10-20-30, elle l'a mis dans sa tête. 30-40 [en touchant au tableau la boite de 10 utilisée par Justin]. 50-60 [en touchant deux boites de 10]. [Elle pointe les 6 unités dans la boite de 10. Valérie dit : 66. Marie pointe les 2 unités dans 22] 67 et 68. Ça compte plus vite! Très bonne stratégie Valérie! (VE-52, L501 à L505).

Marie reformule les propos de Valérie tout en invitant les élèves de la classe à être attentifs, car ce qu'elle va présenter est considéré comme efficace et rapide pour résoudre cette histoire mathématique. Elle coordonne avec des gestes pour rendre apparents les groupements de 10 (boites de 10). Elle compte par bonds de 10 en commençant par les dizaines du plus grand nombre. Elle poursuit avec les unités à partir du plus grand nombre.

La démarche de Juliane

L'enseignante invite Juliane à venir expliquer son raisonnement et mentionne à France qu'elle est la vérificatrice. La présentation de la démarche commence avec Marie qui prend en charge les explications.

> Marie : Dis-moi, le premier nombre que tu as représenté, est-ce que tu t'en souviens? [Silence de Juliane] 2 dizaines et 2 unités c'était combien?
> Juliane : 22.
> Marie : 22, alors tu as fait [elle déplace son doigt sur chacune des dizaines] 10.
> Juliane : Plus 10.
> Marie : Ça fait nos 2 dizaines. Puis, tu as mis ici [en pointant les 2 unités] les 2 unités. Ensuite, son frère lui en avait donné combien?
> Juliane : 1.
> Marie : 1 dizaine, est-ce qu'elle est ici? [Elle pointe 1 dizaine.]
> Juliane : Oui.
> Marie : Tu as ajouté une autre dizaine. Puis ses parents?
> Juliane : 36.
> Marie : 1-2-3 dizaines [en pointant une à une les dizaines].
> Juliane : Et 6 unités.
> Marie : 1-2-3-4-5-6 [en pointant les unités]. Ça fait combien en tout?
> Juliane : 68. (VE-52 à 53, L508 à L525).

Juliane écoute Marie et approuve ce qu'elle dit. Marie explique le raisonnement de Juliane en coordonnant ce qu'elle dit avec un pointage sur les dizaines et les unités qui représentent les nombres en jeu dans l'histoire mathématique. Marie insiste aussi sur l'utilisation des mots « dizaines et unités » pour bien identifier la valeur des chiffres utilisés. L'élève est capable de nommer la somme attendue et c'est à ce moment que Marie lui demande de compter devant elle.

Marie : Tu es capable de me compter ça. Vas-y! [Marie pointe 1 dizaine à la fois en même temps que Juliane compte, voir figure 37.]

Figure 37 : Marie coordonne le pointage avec le comptage de l'élève

Juliane : 10-20-30-40-50-60-61-62-63-64-65-66-67-68.
Marie : Est-ce que tu as la même réponse que les autres? [Juliane fait signe que oui avec sa tête.] Ça va bien! [Elle tend la main à Juliane et Juliane lui tape dans la main.] (VE-53 à 54, L526 à L531).

Dans cet extrait, Juliane est en mesure de reprendre la stratégie de comptage par bonds de 10 judicieusement amenée par Marie lors de l'explication de la démarche de Justin. Marie coordonne les nombres dits par Juliane avec des gestes de pointage sur chaque dizaine ou unité encerclée. L'enseignante encourage la réussite par des renforcements positifs. Pour ce raisonnement, Marie ne demande pas à la vérificatrice qui avait été attitrée de se prononcer. Elle demande à Juliane de se valider à partir des deux réponses obtenues précédemment. Or, un élève de la classe prend la parole.

Élève garçon : Quand je compte un nombre, je prends le plus grand.
Marie : Qu'est-ce que tu aurais fait toi pour compter les unités?
Élève garçon : J'aurais fait le grand nombre en premier.
Marie : Tu aurais fait 60-66-67-68. Moi aussi j'aurais fait ça, ça va plus vite! (VE-54, L532 à L536).

Les élèves ont plus de place pendant le retour en grand groupe lors de cette troisième séance. De plus, les propos du garçon montrent l'historicité de la classe. En effet, il reprend l'idée de calculer à partir du plus grand nombre, idée qui avait été amenée par un autre élève de la classe. Les élèves se décentrent de leur démarche, ils sont à l'écoute de ce qui se passe; ce qui n'était pas présent dans les deux séances précédentes. De plus, dans les deux interventions précédentes, l'efficacité de la démarche s'est transposée vers une efficacité sur une méthode rapide pour calculer et sans risque d'erreur. Ainsi, l'enseignante donne son opinion sur la stratégie de calcul utilisée en parlant en termes de vitesse et donc d'efficacité. Toutefois, devant une nouvelle idée amenée, elle a tendance à cautionner ou non sa pertinence sans nécessairement relancer la vérification auprès des autres élèves.

La démarche de Jules

Marie nomme Max comme vérificateur de Jules qui est le dernier élève à venir présenter sa démarche devant les autres.

> Jules : J'y suis allé…
> Marie : [Elle place son doigt, voir figure 38], ton premier bond, tu es allé à 20 pourquoi?

Figure 38 : Marie pointe le bond effectué sur la droite numérique

> Jules : 2 dizaines c'est 20.
> Marie : 2 dizaines c'est 20. C'était rapide [elle trace dans les airs avec son doigt un bond], il s'est rendu à 20 (VE-54 à 55, L540 à L545).

Dans cet extrait, l'enseignante pose une question (pourquoi) qui amène l'élève à mieux expliquer son raisonnement. L'élève objective bien qu'un groupement de 10 unités renvoie à 1 dizaine et donc que 2 dizaines représentent 20 unités. De plus, Marie explicite clairement que cette façon de procéder est rapide. Elle invite l'élève à poursuivre.

> Marie : Ensuite. [Place son doigt sur la droite numérique au nombre 20 et fait un geste de bond jusqu'au nombre 30.]
> Jules : Ensuite, sur la droite.
> Marie : Tu as fait un bond de 10. Les unités, tu les as gardées pour la fin toi? [Jules répond : oui.] [En s'adressant à la classe], il a gardé les unités pour la fin pour ne pas se mêler. Il a commencé par des bonds de [Marie regarde Jules].
> Jules : 10. (VE-56, L546 à L553).

C'est l'enseignante qui explicite auprès des autres élèves de la classe que Jules a commencé par des bonds de 10 donc par calculer son nombre de dizaines en premier et ensuite son nombre d'unités. Elle rend apparente une manière de faire qui permet de calculer plus rapidement. Jules a utilisé des bonds de 10, une stratégie de calcul mise en évidence par Marie lors de l'explication de la démarche de Justin. Toutefois, le raisonnement de l'élève est mis en évidence par Marie et l'élève approuve ce qu'elle dit. Il n'est pas possible de savoir comment l'élève l'aurait formulé verbalement, mais ses traces sur la droite numérique sont accessibles. Marie continue l'animation.

> Marie : Alors la dizaine que son frère lui a donnée, un bond [en faisant un bond avec son doigt]. Après, moi je vois un gros bond de 10-20-30 [en déplaçant son doigt]. Pourquoi?
> Jules : Parce que ses parents lui ont donné 36.
> Marie : Tu as fait tes 3 dizaines.
> Jules : Oui. (VE-56 à 57, L554 à L559).

Marie demande à Jules la raison pour laquelle il a fait un bond de 30. Sa réponse n'est pas très élaborée. Toutefois, il reconnait la valeur du chiffre 3 à la position des dizaines dans le nombre 36. Sans le mentionner de cette façon, dans le nombre 36, il y a 3 dizaines qui renvoient à trois bonds de 10 et donc à 30 unités. C'est Marie qui utilise le terme « dizaine » pour faire référence aux 3 dizaines qu'il y a dans le nombre 36. La discussion se poursuit sur l'ajout des unités.

Marie : Et après qu'est-ce que tu as fait ici? [Elle pointe, voir figure 39.]

Figure 39 : Marie pointe les bonds des unités

Jules : J'ai fait six bonds.
Marie : Six bonds pour les 6 unités. [Jules répond : oui.] Plus [en pointant les 2 unités restantes]. [Jules dit : deux bonds.] On arrive à combien?
Jules : 68!
Marie : Merci Jules. Max, est-ce que tu es d'accord?
Max : Oui! (VE-57, L550 à L570).

Encore une fois, le rôle du vérificateur se restreint à approuver la démarche de l'élève qui a présenté son raisonnement.

4.3.3 L'ÉPISODE 3 : RETOUR SUR LA DÉMARCHE LA PLUS EFFICACE

Lorsque les quatre élèves ont eu expliqué leur démarche, Marie intervient par rapport aux traces qui ont été laissées au tableau pour résoudre cette histoire mathématique en s'adressant à la classe.

Marie : Les amis regardez-moi bien. Quatre stratégies différentes et en plus on n'a même pas pris l'argent au tableau. Il y en a des amis qui l'ont fait l'argent. Est-ce que tu arrives à 68? [Classe : Oui.] Je vais piger un nom et il y a quelqu'un qui va venir avec l'argent le dessiner. [Marie effectue une pige au hasard et c'est Luc qui représente sa démarche.] Après les amis, on va devoir voter quelle est la stratégie la plus rapide et efficace. (VE-58, L571 à L580).

Cet extrait relève que l'enseignante sollicite l'attention des élèves. Ensuite, une variété de traces est présentée en avant de la classe pour résoudre la même histoire. Cette façon de faire permet aux élèves de comparer leur réponse obtenue en fonction des différentes démarches effectuées par leurs pairs en plus de développer un esprit critique par rapport à la rapidité d'exécution d'une démarche par rapport à une autre. Marie demande à Luc d'expliquer son raisonnement avec l'utilisation de l'argent.

> Luc : J'ai mis 22 ici [en pointant le nombre 22].
> Marie : Tu as mis un 20 et un 2 [en pointant le billet de 20 et la pièce de 2], ça fait 22 [en pointant le nombre 22].
> Luc : Après, j'ai mis un billet de 10, ça fait 10 [en pointant le nombre 10].
> Marie : Oui.
> Luc : Ici [en montrant sa représentation], c'est le 36. (VE-59, L587 à L591).

Marie reformule les propos de Luc en décomposant la réponse (22) de l'élève en rendant apparente la valeur associée à chacun des billets/pièces de monnaie en plus de le coordonner à des gestes de pointage. Dans cet extrait, l'élève réutilise les propos de Marie pour poursuivre son explication en rendant apparente la valeur du billet de 10 $. Par la suite, Marie s'adresse à la classe : « Est-ce qu'un 36 dollars, ça existe en argent? » (VE-59, L592). Cette façon de faire engage les autres élèves à rester attentifs à l'explication du raisonnement. Les autres élèves de la classe lui répondent : « Non! » (VE-59, L593). L'enseignante amène donc l'élève à expliquer plus finement son raisonnement.

> Marie : Tu as fait quoi pour faire 36? [Elle pointe les traces, voir figure 40]

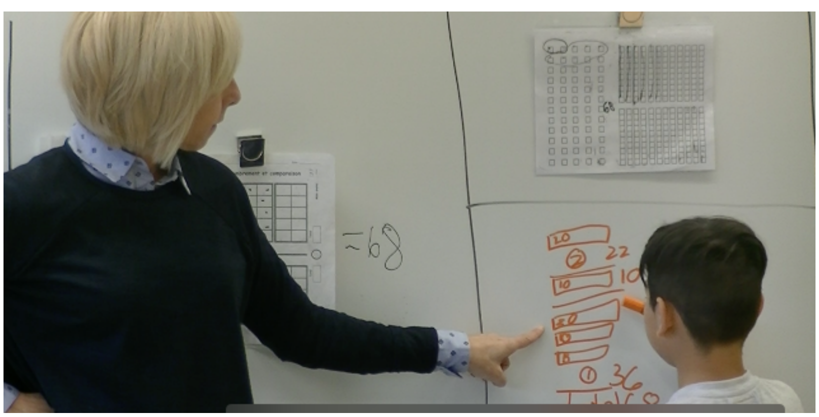


Figure 40 : Traces effectuées par l'élève (utilisation de l'argent)

> Luc : J'ai mis 20 et 10 [en pointant les deux billets qu'il a représentés].
> Marie : Un billet de 20 et un billet de 10, ça fait 30. Après?
> Luc : J'ai mis 5 et 1 [en pointant ses traces].
> Marie : 5 et 1. En tout, ça donne? [Luc répond : 68!] Parfait. Merci Luc. (VE-59 à 60, L594 à L601).

L'élève est capable de décomposer le nombre 36 = (20 + 10 + 5 + 1). Il connait bien la valeur des billets/pièces utilisés. Lorsque l'intervention avec Luc est terminée, les élèves de la classe mentionnent : « Comme moi, moi aussi! » (VE-60, L602). Les élèves sont engagés dans le retour en grand groupe et comparent leur réponse avec celle trouvée. Lorsque Luc a terminé ses explications, cinq démarches différentes sont représentées sur le tableau. Avant de procéder au retour sur l'efficacité de celles-ci, l'enseignante rappelle aux élèves différents éléments dans les traces laissées sur le tableau.

> Marie : Bon, les amis, j'avais les multibases [en pointant les traces de Julie, #1]. J'avais les boites de 10 [en pointant les traces de Justin, #2]. Les multibases encerclés [en pointant les traces de Juliane, #3]. L'argent [en pointant les traces de Luc, #5]. Jules a pris la droite [en pointant les traces, #4] (voir figure 41). Puis moi, je vais vous le faire avec la grille de nombres. (VE-60, L604 à L608).

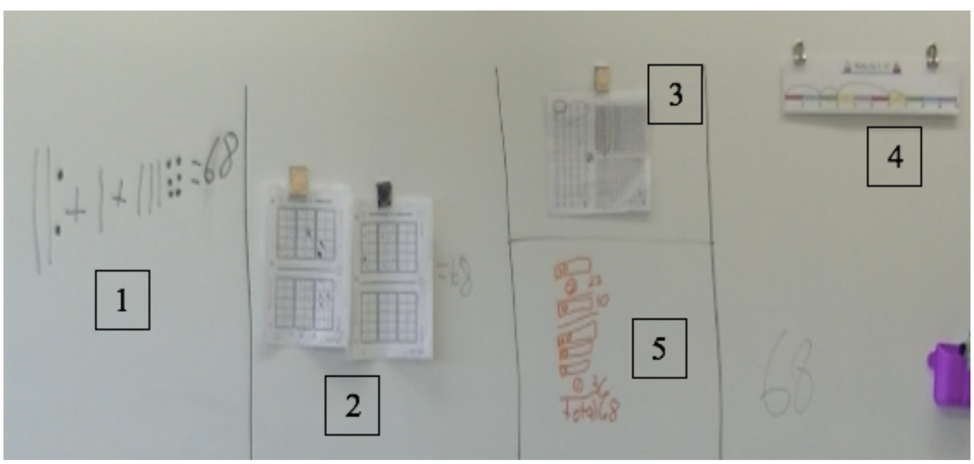


Figure 41 : Traces effectuées par les cinq élèves désignés

Tout particulièrement, lors de cette séance, une grande importance est accordée à l'efficacité des démarches. Pendant son explication avec la grille de nombres, Marie rend apparente la décomposition du nombre 22 (2 dizaines et 2 unités) en pointant le nombre dans la grille.

> Marie : 22, je m'en vais sur le nombre 22. 2 dizaines et 2 unités. J'ajoute 10, je vais faire rapidement POUF [en déplaçant son doigt verticalement d'une case] un bond de 10. 36 c'est 3 dizaines, 1-2-3 [en déplaçant son doigt de trois cases verticalement]. 6 unités, 1-2-3-4-5-6 [en déplaçant son doigt de six cases vers la droite.] (VE-60 à 61, L609 à L612).

Dans cet extrait, l'usage de l'onomatopée « POUF » englobe différents moments passés de la séance qui ont contribué au façonnement du concept de nombre et qui permettent d'opérer sur la grille de nombres. Marie utilise le mot « ajoute » et l'associe au « POUF » qui signifie un déplacement vertical d'une case sans que cette objectivation passe par les mots. Elle rend toutefois apparent qu'il s'agit d'un bond de 10 en le mentionnant. Elle rend apparente la valeur associée à chaque chiffre du nombre en plus de l'associer au déplacement dans la grille. Ainsi, c'est par les gestes que Marie contribue à la mise en apparence de l'influence d'un ajout sur la valeur des nombres. De ses gestes, elle fait voir que l'ajout de 10 contribue à un déplacement vertical d'une case et que l'ajout de 1 correspond à un déplacement horizontal vers la droite. L'activité de résolution de problèmes menée est médiatisée par des mots et gestes qui contribuent chacun à leur manière au développement du concept de nombre; Marie contribue à la mise en apparence de différentes couches d'abstraction qui sont nécessaires lors de l'utilisation de la grille de nombres pour résoudre le problème proposé. Encore une fois, l'enseignante valide sa démarche à partir de la réponse qu'elle obtient et celle obtenue par les autres élèves : « Est-ce que j'arrive aussi à 68? » (VE-61, L614). Les élèves de la classe lui répondent : « Oui. » (VE-61, L615).

Lorsque l'enseignante a résolu l'histoire mathématique à l'aide de la grille de nombres, six démarches sont représentées au tableau et toutes donnent le même résultat. Il s'agit là d'un bon moment pour intervenir quant à l'efficacité des démarches présentées. De ce fait, pour la première fois, Marie fait un retour sur l'efficacité des démarches en demandant aux élèves de justifier leur choix.

> Marie : Bon, maintenant, tu réfléchis. Laquelle préfères-tu? Celle que tu trouves efficace? Efficace, ça veut dire que ça se fait bien, je ne suis pas mêlé dans mon matériel. Puis rapide, ça ne me prend pas beaucoup de temps pour la faire. Puis, il va falloir que tu me dises pourquoi tu prends celle-là. (VE-61, L615 à L618).

Dans cette séance, les élèves sont amenés à juger de l'efficacité d'une démarche et à justifier leur réponse. De plus, Marie prend le temps d'expliquer aux élèves ce qu'elle entend par efficacité. Son discours s'affine au fil du temps et les élèves sont amenés à juger de l'efficacité par eux-mêmes : « Maintenant, je vais piger des noms et tu vas me dire laquelle et me dire ta raison. On fait comme en français. [Marie pige] Julie. » (VE-62, L22). Ses propos expriment que c'est une pratique qui est présente également en français. Ainsi, il y a une cohérence entre les manières de faire d'une discipline à une autre. Julie commence alors son explication.

> Julie : Je prends moi, Juliane, Jules, toi.
> Marie : [En regardant Julie], bien non écoute moi, j'en veux une!
> Julie : Moi!
> Marie : Parce que…
> Julie : Parce que c'est plus rapide.
> Marie : C'est plus rapide que quoi?
> Julie : Que les boites de 10.
> Marie : Ah! Tu as raison, dessiner ça ici [en pointant les traces de Julie] c'était plus rapide que d'utiliser les boites de 10. Okay, c'est une bonne raison.
> Julie : Et on peut bien comprendre.
> Marie : Ça nous aide à bien comprendre parce qu'on les voit bien? [Julie fait signe que oui avec sa tête.] Oui, je suis d'accord! (VE-62, L624 à L636).

L'élève nomme le nom des élèves ayant effectué les traces au tableau en guise de démarche efficace. Dans l'échange entre Marie et Julie, l'enseignante insiste pour que l'élève explique comme il le faut la raison pour laquelle elle choisit cette démarche. L'élève est donc capable de comparer sa démarche à celle réalisée avec des boites de 10 en l'expliquant en termes de rapidité. De plus, Marie met l'accent sur le fait qu'avec la représentation des blocs multibases, il est plus facile de visualiser tous les nombres en jeu dans l'histoire mathématique. Le retour sur la démarche la plus efficace se poursuit avec Jules, un élève pigé par Marie.

Jules : Eh! Luc!
Marie : Luc, pourquoi?
Jules : Parce que c'est plus rapide.
Marie : Tu n'as pas trouvé la tienne rapide toi? [Jules dit : oui.] Alors pourquoi prends-tu celle de Luc? Tu n'as pas trouvé que la tienne [en pointant la droite numérique] était plus rapide que ça [en pointant l'argent]. Moi [en pointant la droite], j'ai trouvé ça plus rapide. Tu faisais juste TOUK [en faisant des gestes de bonds] et tu étais rendu à 20. Puis, tu l'as bien fait en plus à ta place. Un 10, POUF, un bond. 36, tu as fait 10-20-30 et tu as fait ton bond. Jules, je trouve que ta stratégie était plus rapide que celle de Luc. Tu ne trouves pas? [Jules dit : ouais!] La tienne était très bonne. Pas que celle de Luc n'était pas bonne là. Ce n'est pas parce que Luc est ton ami qu'il faut que tu prennes la sienne [rires]. (VE-62 à 63, L639 à L651).

Dans cet extrait, les propos de Marie sont plus directifs et c'est elle qui dirige la justification de l'élève en lui faisant comprendre que son raisonnement soutenu par la droite numérique est plus efficace que l'utilisation de l'argent. L'enseignante rend apparents, une fois de plus, les bonds de 10 effectués sur la droite. L'élève acquiesce les propos de l'enseignante. C'est maintenant au tour de Philippe d'expliquer la démarche qu'il a préférée.

Philippe : La tienne!
Marie : Pourquoi?
Philippe : À cause ça allait vite sur le 22.
Marie : Oui, ça allait vite, car j'allais directement sur le 22. Après, le 10, est-ce que ça allait vite pour faire le bond de 10? [Philippe dit : oui.] 36, 10-20-30 [en se déplaçant de trois bonds verticalement] et après 6 unités, j'avance de 6 [en se déplaçant de six bonds vers la droite]. Tu as raison, c'est très rapide. Est-ce que tu penses que tu pourrais la prendre la prochaine fois? [Philippe fait un signe de oui avec sa tête.] Tu pourrais l'essayer la prochaine fois. (VE-63, L654 à L661).

Les propos de Philippe montrent une prise en compte de l'historicité de l'activité menée en classe. Il réutilise des verbalisations amenées par Marie pendant son explication sur la manière de résoudre l'histoire mathématique à l'aide de la grille de nombres pour expliquer son choix. Marie dégage encore une fois les bonds de 10 et de 1 qui sont impliqués lors des déplacements verticaux et horizontaux. Qui plus est, elle encourage l'élève à l'essayer lors d'un nouveau problème puisque cette façon de procéder pour calculer est rapide. Le retour sur la démarche efficace se termine avec France.

> France : [Elle pointe les blocs multibases encerclés], ça va plus vite.
> Marie : Pourquoi ça va vite?
> France : Eh! Parce qu'on a les dizaines.
> Marie : [Elle s'approche des multibases encerclés et pointe 1 dizaine] est-ce qu'elle avait besoin de compter? Non, on sait qu'une ligne comme ça [en pointant] c'est combien? [France dit : c'est 10!] C'est vrai, ça va vite. Tu peux faire ta ligne et ça va vite. Est-ce que les petits points pour les unités ça allait vite aussi? [France fait signe que oui avec sa tête.] C'est vrai, c'était aussi une stratégie rapide. Les amis, du beau travail pour tout le monde! (VE-64, L664 à 672).

Lors de ce retour, l'enseignante s'assure de sa compréhension concernant la valeur des blocs multibases. L'élève reconnait que 1 dizaine est un regroupement de 10 unités. Marie dégage aussi la rapidité de calculer de cette façon. Lorsque l'élève reconnait que dans 1 dizaine, il y a 10 unités, il n'a plus besoin de dénombrer les unités une à une. Ses propos contribuent au développement du concept de nombre. Également, elle encourage encore ses élèves ce qui contribue à leur engagement dans la résolution d'histoires mathématiques.

Finalement, cinq des six démarches qui ont été présentées lors du retour en grand groupe ont été considérées comme étant efficaces. Le choix effectué par les élèves dépend probablement de leur évolution dans le développement du concept de nombre. Pour les élèves qui sont capables de raisonner à partir de nombres exprimés symboliquement en les considérant en tant que quantité, il devient plus efficace pour eux de choisir la droite numérique ou la grille de nombres. Ces dernières ne représentent pas concrètement la quantité associée à un nombre. Toutefois, pour d'autres élèves, il est encore difficile d'opérer sur des nombres dont ils n'ont pas accès à leur représentation à l'aide des différents outils. Pour eux, il est plus facile de prendre les boites de 10 pour calculer puisque celles-ci permettent de voir chaque unité qui compose le nombre. Les discussions autour de l'efficacité des démarches sont une façon de faire permettant à l'enseignante de situer la progression de chacun de ses élèves. De plus, il s'agit d'un bon moment pour contribuer une fois de plus au développement du concept de nombre, car l'enseignante ou les élèves rendent apparents les groupements de 10, la valeur d'un chiffre selon sa position, des stratégies de calcul efficaces (compter à partir du plus grand nombre), etc.

4.3.4 LA SYNTHÈSE DE L'ANALYSE DE LA TROISIÈME SÉANCE

Plusieurs manières de faire déjà répertoriées dans les séances analysées des années précédentes sont présentes. Le tableau 20 expose celles qui concernent l'engagement des élèves dans l'activité d'E-A du concept de nombre dans une approche par résolution de problèmes.

Tableau 20 : Manières de faire concernant l'engagement d'élèves dans l'activité d'enseignement-apprentissage du nombre de la séance 3

Manières de faire contribuant à l'engagement de l'élève
▪ Les élèves sont davantage impliqués dans le retour en grand groupe puisque l'enseignante s'adresse à quelques reprises à l'ensemble de la classe ce qui favorise leur écoute et leur engagement lors de la résolution de l'histoire mathématique.
▪ L'enseignante utilise des signes d'encouragement et souligne la réussite des élèves (signe de pouce, tape dans la main, encouragements verbaux : bravo, c'est beau).
▪ Les propos d'un élève montrent une prise en compte d'événements passés dans la classe. En effet, il reprend l'idée de calculer à partir du plus grand nombre, idée qui avait été amenée par un autre élève de la classe. Les élèves se décentrent de leur démarche, ils sont à l'écoute de ce qui se passe; ce qui n'était pas présent dans les deux séances précédentes.

La troisième séance laisse place à une plus grande diversité de manières de faire qui contribuent au développement du concept de nombre chez les élèves. Ces manières de faire sont rappelées selon trois moments : lors de l'explicitation des démarches individuelles pour les élèves désignés, lors de la demande de vérification de ces démarches et lors de la discussion autour de l'efficacité d'une démarche (voir tableaux 21, 23 et 24). Par la suite, les indices chez les élèves du développement du sens du nombre sont consignés.

L’explicitation des démarches individuelles d’élèves désignés

Le tableau 21 présente les manières de faire chez Marie pendant l’explicitation des démarches individuelles des élèves qui contribuent au développement du concept de nombre dans une approche par résolution de problèmes.

Tableau 21 : Manières de faire répertoriées lors de l’explicitation des démarches individuelles pour les élèves désignés de la séance 3

Manières de faire contribuant au développement du concept de nombre
▪ L’enseignante laisse plus de place aux élèves. Leurs propos montrent la prise en compte de l’historicité de l’activité de la classe. Une élève (Valérie), par exemple, partage une stratégie de comptage, soit de calculer à partir du plus grand nombre qui est reprise par un autre élève dans la classe. ▪ Marie attend encore des réponses précises de ses élèves, mais elle leur pose plus de questions (comment, pourquoi) ce qui les amène à mieux expliquer ou à justifier leur choix. ▪ Par son questionnement, Marie amène les élèves à dénombrer à voix haute, elle semble plus sensible à la façon dont ils procèdent. ▪ Il y a un détachement du contexte pour opérer. ▪ À partir des raisonnements d’élèves, elle rend apparents différents éléments concernant le développement du concept de nombre : o Stratégies de comptage (par bonds de 10 /dénombrer à partir du plus grand nombre); o Désigne la valeur associée à chacun des chiffres dans un nombre; o Précise quel est l’effet d’un déplacement vertical d’une case dans la grille de nombres et l’effet d’un déplacement horizontal d’une case vers la droite.

Également, des manières de faire de Marie qui découlent des traces laissées par les élèves au tableau sont relevées lors de la troisième séance (voir tableau 22). Celles-ci sont reliées aux divers matériels et à leurs usages. De plus, dans cette séance, Marie discute autour de l’utilisation de la grille de nombres que les élèves n’ont pas utilisée.

Tableau 22 : Manières de faire reliées aux divers matériels utilisés et à leurs usages

Représentation des blocs multibases
▪ Julie dénombre le nombre de dizaines et ensuite le nombre d'unités par bonds de 1. Marie n'intervient pas tout de suite, mais lors de la présentation de la deuxième démarche, elle met en évidence le comptage par bonds de 10. ▪ Marie fait remarquer aux élèves que le nombre 22 peut s'exprimer de plusieurs façons. Elle rend apparente la valeur des chiffres selon leur position dans le nombre.
Boites de 10
▪ Marie rend apparente la stratégie de comptage par bonds de 10 en coordonnant ses propos avec des gestes de pointage sur chacune des boites de 10.
Blocs multibases représentés sur un plastique et encerclés par les élèves
▪ Marie coordonne ses propos avec des gestes pour identifier les groupements de 10. ▪ Un élève amène l'idée de dénombrer à partir du plus grand nombre (stratégie de comptage). Elle reformule auprès de toute la classe en coordonnant avec le pointage des unités.
Droite numérique
▪ Marie rend apparents les bonds de 10 sur la droite en commençant par les dizaines et ensuite les unités.
Argent
▪ Marie rend apparente la valeur associée à chacun des billets/pièces. ▪ L'élève doit procéder à la décomposition du nombre. Par exemple 22 = 10 + 10 + 2. ▪ Cette démarche n'est pas écrite au tableau, c'est Marie qui l'a repérée dans le groupe et qui demande à l'élève de venir la faire en avant.
Grille de nombres
▪ Marie rend apparente la décomposition d'un nombre (nombre de dizaines et d'unités). ▪ Elle rend apparente la valeur des bonds effectués lors des déplacements verticaux (bond de 10) et horizontaux (bond de 1). ▪ Cette démarche n'a pas été effectuée par les élèves, mais par Marie en avant de la classe.

La vérification des démarches d'élèves désignés

Le tableau 23 expose des manières de faire qui contribuent ou non au développement du concept de nombre pendant la vérification des démarches d'élèves.

Tableau 23 : Manières de faire répertoriées lors de la demande de vérification des démarches des élèves désignés de la séance 3

Manières de faire contribuant au développement du concept de nombre
▪ À une reprise, pendant le retour en grand groupe, l'enseignante demande à un élève ce qu'il pense d'une démarche : « Luc qu'est-ce que tu en penses? » Cela a pour effet de faire réagir une autre élève de la classe. Les propos de Valérie montrent que le questionnement plus ouvert de Marie invite les élèves à s'engager et à écouter les autres. Il y a un espace pour que les élèves expriment leurs idées. Valérie partage au reste de la classe sa stratégie de calcul (calculer à partir du plus grand nombre).
Manières de faire présentant des limites quant au développement du concept de nombre
▪ La validation est effectuée par l'enseignante. ▪ Le vérificateur doit approuver ou désapprouver ce que son collègue a effectué. Il n'est pas amené à justifier. ▪ Lors de la présentation de la démarche de Juliane, Marie ne demande pas à la vérificatrice qui avait été attitrée de se prononcer. Elle valide la démarche de Juliane à partir des réponses obtenues dans les deux démarches précédentes.

L'efficacité d'une démarche

Lors de cette séance, Marie invite les élèves à choisir la stratégie qu'ils trouvent la plus rapide. Les manières de faire qui contribuent au développement du concept de nombre pendant ce retour sur l'efficacité d'une démarche sont présentées (voir tableau 24).

Tableau 24 : Manières de faire répertoriées lors de la discussion en groupe sur l'efficacité d'une démarche de la séance 3

Manières de faire contribuant au développement du concept de nombre
▪ Présentation de six démarches différentes pour une même histoire mathématique, c'est une grande richesse puisque différents points de vue sont publicisés. Cela permet aux élèves de comparer leur réponse obtenue en fonction des différentes traces effectuées par leurs pairs en plus de développer un esprit critique par rapport à la rapidité d'exécution d'une démarche par rapport à une autre. Pour ce faire, les élèves doivent tenir compte de la grandeur des nombres en jeu.
▪ À deux reprises, pendant le retour en grand groupe, des élèves ont partagé leur stratégie (commencer à compter à partir du plus grand nombre). Ce ne sont pas les élèves qui ont parlé « d'efficacité » de leur stratégie, mais Marie reformule leurs propos en mentionnant qu'il s'agit d'une bonne façon de faire. L'efficacité se transpose dans les calculs : l'enseignante et les élèves cherchent une manière efficace de faire les calculs en mobilisant la propriété de la commutativité de l'addition.
▪ Les élèves sont amenés à juger de l'efficacité d'une démarche tout en justifiant leur choix comme ils le font en français.
▪ Marie insiste pour que les élèves expliquent comme il le faut la raison pour laquelle ils choisissent cette démarche. Par exemple, l'élève est capable de comparer sa stratégie à celle des boites de 10 en l'expliquant en termes de rapidité.
▪ Elle met l'accent sur le fait qu'avec la représentation des blocs multibases, il est plus facile de représenter tous les nombres en jeu dans l'histoire mathématique.
▪ Philippe réutilise des verbalisations amenées par Marie pendant son explication sur la manière de résoudre l'histoire mathématique à l'aide de la grille de nombres pour expliquer son choix. Marie dégage encore une fois la valeur des bonds qui sont impliqués lors des déplacements verticaux et horizontaux. Elle encourage l'élève à essayer cette stratégie lors d'une nouvelle histoire mathématique puisque cette façon de procéder pour calculer est rapide.
▪ Les discussions autour de l'efficacité des démarches sont une façon de faire permettant à l'enseignante de situer la progression de chacun de ses élèves dans le développement du concept de nombre. Elle peut voir, par exemple, s'ils voient la valeur d'un chiffre selon sa position et quelles sont leurs stratégies de calcul efficaces (compter à partir du plus grand nombre).

Des indices chez les élèves du développement du concept de nombre

Les quatre élèves représentent correctement les nombres de l'histoire à l'aide du matériel et procèdent correctement aux opérations associées (boite de 10, blocs multibases représentés sur une feuille et droite numérique). Lors de l'écriture mathématique, une élève exprime une égalité pour laquelle les nombres du membre de gauche de l'égalité sont présentés à l'aide de dessins représentant les blocs multibases alors que le nombre du membre de droite est exprimé sous forme symbolique. Pour deux autres élèves, le symbole « = » sert à donner la réponse sous forme symbolique qu'ils ont obtenue en procédant par dénombrement des boites de 10 ou par dénombrement des dizaines et des unités. Pour l'élève qui a utilisé la droite numérique, aucune réponse écrite n'est donnée. Il donne sa réponse verbalement.

4.4 L'ANALYSE DE LA QUATRIÈME SÉANCE : 11 OCTOBRE 2017

Comme présenté lors des séances précédentes, l'analyse didactique de la quatrième séance est exposée dans le tableau 25.

Tableau 25 : Description de la séance 4

Histoire mathématique	Cette année, à l'école, il y a un concours de fléchettes. L'élève gagnant est celui qui a accumulé le plus grand nombre de points. Au début, je n'avais pas beaucoup de points. Ensuite, je me suis amélioré et j'ai fait 42 points! J'ai gagné parce que j'ai terminé le concours avec 68 points! Combien de points avais-je au début du concours?
Analyse de l'histoire mathématique	Il s'agit d'un problème de transformation avec la recherche de l'état initial[22] impliquant deux nombres : 68 – 42 = 26 Les nombres sont composés de deux chiffres et aucun échange d'une dizaine contre 10 unités n'est nécessaire pour effectuer la soustraction.
Temps investi pendant le retour en grand groupe	Durée : 16 minutes 25 secondes ▪ Écriture des démarches : 1 minute 21 secondes ▪ Interactions : 15 minutes 4 secondes

[22] Contrairement aux trois séances précédentes où les problèmes présentés étaient une recherche de l'état final, à l'an 5 de la recherche collaborative, l'enseignante a fait le choix d'introduire les problèmes de transformation avec la recherche de l'état initial dès le début de l'année. Ces problèmes sont plus complexes et ceci peut expliquer certaines difficultés rencontrées chez les élèves lors de la résolution.

Dans le retour en grand groupe de cette quatrième séance, les deux épisodes distingués sont :

1- Choix des démarches publicisées, le rôle du vérificateur et la réflexion sur la démarche la plus efficace.

2- Discussion autour des démarches de résolution de chacun des élèves.

4.4.1 L'ÉPISODE 1 : CHOIX DES DÉMARCHES PUBLICISÉES, RÔLE DU VÉRIFICATEUR ET RÉFLEXION SUR LA DÉMARCHE LA PLUS EFFICACE

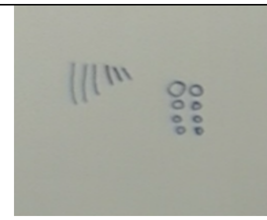
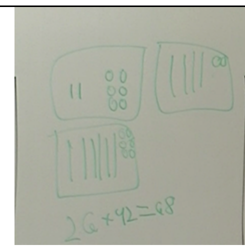
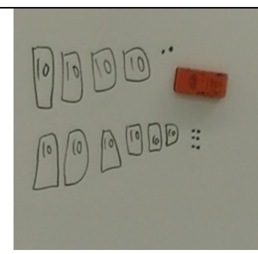
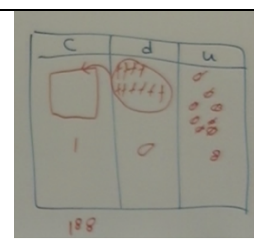
Le retour en grand groupe commence lorsque Marie pige les noms de quatre élèves qui vont faire leur démarche au tableau. Parmi les élèves choisis, trois démarches sur quatre reposent sur la représentation des nombres en jeu à l'aide de dessins de blocs multibases au tableau et la dernière, sur la représentation des blocs multibases insérés dans un tableau de numération. Seulement un des quatre raisonnements est adéquat (voir tableau 26, élève 2). Outre le recours à des représentations semblables, les trois autres démarches sont erronées.

Tout comme pour les présentations des deux séances précédentes, Marie procède de la gauche vers la droite. Cette fois-ci, la première démarche présentée est incomplète et l'élève n'a pas trouvé la réponse. Le rôle du vérificateur peut être mis de l'avant dans ce cas pour tenter de percevoir les erreurs. De ce fait, elle annonce à ses élèves qu'elle essaie quelque chose de nouveau avec les vérificateurs pour cette séance : « Les amis, comme vérificateur, je vais essayer quelque chose de différent. C'est madame Annie[23] qui m'a parlé de ça et j'ai trouvé que c'était une bonne idée! » (VE-67, L690). Elle demande au vérificateur attitré s'il comprend la démarche qui a été représentée au tableau. S'il ne comprend pas, l'élève pigé doit expliquer ce qu'il a fait. L'une des intentions de Marie est d'amener les élèves à valider les démarches proposées. Lors du retour en grand groupe, commencer les présentations avec une démarche erronée en premier permet donc d'amener une discussion avec les élèves sur les arguments qui font que cette démarche est incorrecte.

[23] Nom fictif de la deuxième enseignante qui a participé à la recherche collaborative de et Saboya et Tremblay (2013 à 2018).

Ainsi, l'enseignante reste en retrait, elle ne prend plus la responsabilité de la vérification. Finalement, elle ne mentionne pas aux élèves qu'ils doivent voter pour choisir la démarche qu'ils trouvent la plus efficace. Le tableau 26 présente les outils qui médiatisent le raisonnement de quatre élèves désignés.

Tableau 26 : Présentation des outils qui médiatisent le raisonnement de quatre élèves

1 — Olivier	Olivier a fait la représentation du nombre 68, ce qui représente l'état final, à l'aide de dessins de blocs multibases au tableau. Les deux nombres en jeu ne sont pas présentés de façon distincte.	
2 — Mike	Mike a représenté les deux états (initial et final) de l'histoire mathématique à l'aide de dessins des blocs multibases. Il a oublié deux unités dans le nombre 68 qu'il ajoute pendant le retour sur sa démarche. Ensuite, à l'aide de symboles, il a écrit l'égalité qui représente le problème.	
3 — Carine	Carine a représenté, de façon distincte, les deux nombres présents (42 et 68) dans l'histoire à l'aide de dessins de blocs multibases. Pour le nombre 68, elle a omis 2 unités. Elle a écrit la valeur (10) des blocs représentant les dizaines. Toutefois, elle n'a pas été capable de trouver une réponse.	
4 — Anthony	Anthony, qui présente une démarche erronée, a utilisé les blocs multibases qu'il a représentés dans un tableau de numération. Il a effectué une addition des deux nombres (42 et 68) plutôt qu'une soustraction et il n'obtient pas la bonne somme qu'il transpose à l'aide de symboles.	

Lorsque les élèves ont terminé d'écrire leur démarche au tableau et que Marie leur a annoncé le nouveau rôle du vérificateur pour cette séance, elle décide de faire un rappel de l'histoire mathématique avant de passer aux présentations des quatre démarches. Elle procède en agissant comme modèle qui s'approprie la situation et cherche à résoudre le problème au tableau. Il est possible qu'elle effectue ainsi parce qu'elle a constaté de nombreuses erreurs chez les élèves, c'est une manière de faire qui permet d'engager les élèves.

> Marie : Au début, il y avait des points. [Elle pointe le début en haussant les épaules, voir figure 42], MAIS est-ce qu'on savait combien? [Elle met l'accent sur le mot « mais » en levant le ton légèrement et les élèves lui répondent : Non.] Non! (VE-68, L692 à L696).

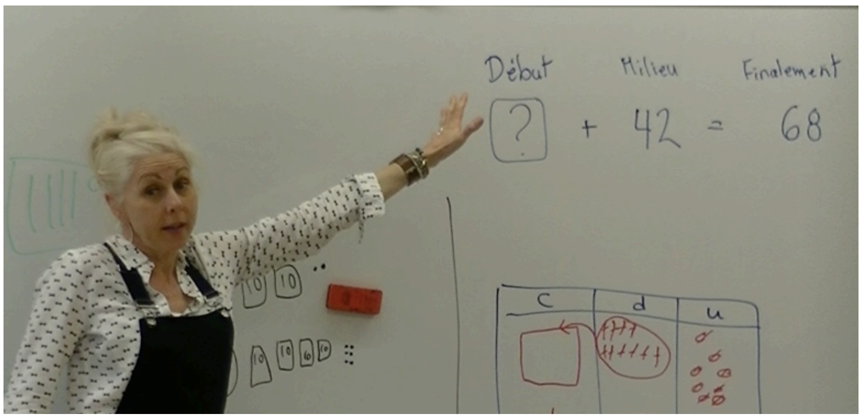


Figure 42 : Marie pointe l'état initial en haussant les épaules

Lors de ce rappel, le choix des mots et les gestes qu'elle effectue participent à l'élaboration du sens auprès des élèves. D'une part, Marie utilise des mots qui contribuent à marquer la temporalité de l'histoire. Ces déictiques spatio-temporels (début, milieu et finalement) marquent les différents états du problème. Ces mots sont eux-mêmes rédigés au tableau pour faciliter la compréhension de l'évolution de l'histoire racontée aux élèves. D'autre part, elle ajoute une question fermée pour s'assurer que les élèves ont bien saisi ce qui est cherché. D'ailleurs, le mot « mais » s'accompagne d'un accent tonique pour les encourager à bien identifier l'état initial qui est recherché. L'enseignante poursuit son rappel.

Marie : Après on savait qu'il en a fait 42. Il avait gagné, car il avait obtenu 68 points. [Elle déplace sa main sur chacun des mots « milieu » et « finalement », voir figure 43.] (VE-68, L697 à L698).

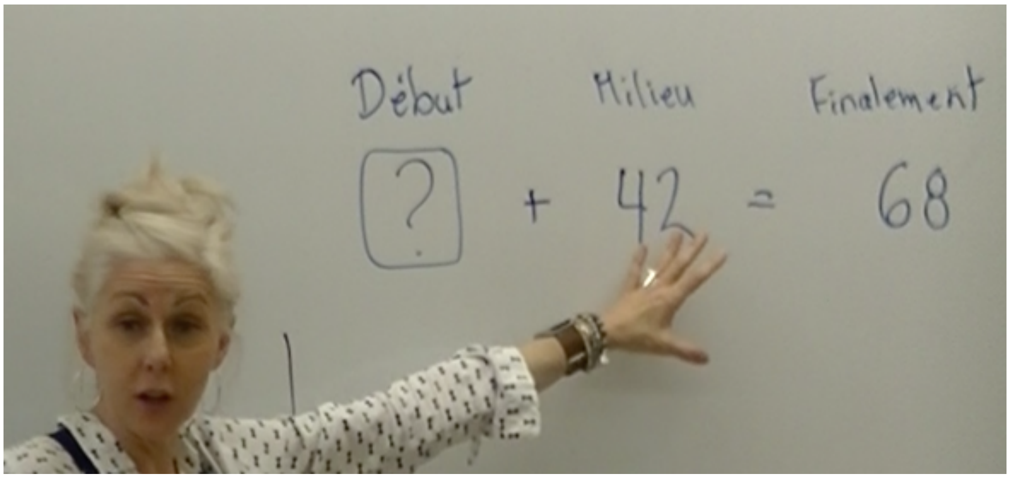


Figure 43 : Marie coordonne ses propos avec ses gestes sur les différents états

Le mot « après » marque déjà en lui-même une action posée. Elle coordonne le tout d'un balayage du « + 42 ». Elle rend apparent aux élèves que cette action peut se traduire par l'ajout de 42, un ajout marqué par l'opérateur « + ». Cet ajout est lui-même reformulé en termes de gain « il avait gagné ». Les traces laissées au tableau coordonnées aux gestes et propos qui comportent différents déictiques temporels favorisent grandement l'établissement d'un raisonnement qui devrait conduire les élèves à rechercher un nombre initial qui est plus petit que 68.

Marie : Notre question c'était combien il a fait de points [elle pointe le « début », voir figure 44].

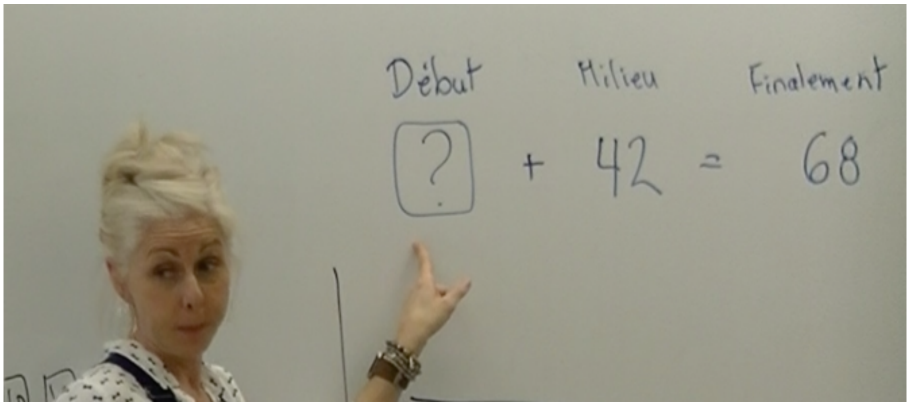


Figure 44 : Marie pointe le début sans avoir recours à la parole

Élèves : Au début.
Marie : Au DÉBUT [en mettant l'accent sur le mot « début » et en levant le ton légèrement]. (VE-68, L699 à L702).

Ces points qu'avait le personnage au départ ne sont pas reformulés par des mots, mais l'enseignante recourt plutôt au pointage pour montrer l'état initial. L'objectivation de cet état par la parole est plutôt à la charge des élèves, judicieusement amenée par l'enseignante. Dans cet extrait, l'aide apportée par l'enseignante pour aider les élèves dans la résolution d'histoires mathématiques va bien au-delà des mots.

4.4.2 L'ÉPISODE 2 : DISCUSSION AUTOUR DES DÉMARCHES DE RÉSOLUTIONS

La démarche d'Olivier

La discussion sur la démarche d'Olivier commence lorsque Marie demande au vérificateur d'analyser la démarche.

Marie : Je vais demander à hum! Sam! Quand tu regardes la stratégie d'Olivier [elle fait un cercle avec sa main autour de la démarche dessinée], est-ce que tu es capable de comprendre ce qu'il s'est passé dans l'histoire mathématique? [Marie touche son menton, voir figure 45.]

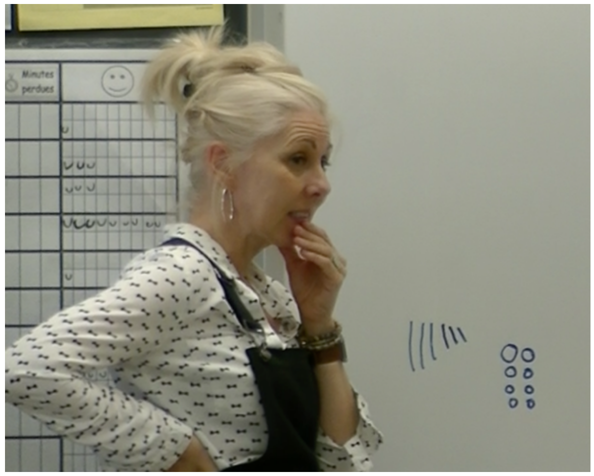


Figure 45 : L'enseignante touche son menton

Sam : Non. [Sam est assis à sa place.]
Marie : Trouves-tu qu'il manque de traces? [Silence de 5 secondes] (VE-69, L704 à L710).

En effectuant ce geste autour des traces de l'élève, elle veut leur monter l'importance de laisser des traces claires pour bien comprendre ce qui est fait. De plus, les gestes de Marie soulignent qu'elle a aussi un doute sur la compréhension de la démarche (main sur le menton). Dans cet extrait, l'enseignante pose une question dite fermée « est-ce que tu es capable de comprendre? », mais l'objet sur lequel porte sa question est effectivement plus large (comprendre le raisonnement qui porte les traces de l'élève). Devant la réponse négative, elle reformule avec une question fermée « trouves-tu qu'il manque de traces? ». Devant le silence de l'élève, elle décrit alors ce qu'elle voit au tableau auprès de la classe.

Marie : Ici, je vois 1-2-3-4-5-6 dizaines [en pointant un trait à la fois] et 8 unités. Est-ce que quand tu vois ça [en faisant un cercle rapidement autour des traces], tu vois ce qu'il s'est passé? [Sam dit : non.] (VE-69, L711 à L713).

L'enseignante rend apparente la position des chiffres dans le nombre 68 (6 dizaines et 8 unités). Puisque le vérificateur n'a pas été en mesure d'expliquer la démarche de son collègue, Marie demande à Olivier d'expliquer ce qu'il a fait.

Olivier : J'avais 2 dizaines.
Marie : Où avais-tu 2 dizaines?
Olivier : Ici.
Marie : Ici? [Elle souligne 2 dizaines.]
Olivier : Oui. [Marie encadre les 2 dizaines au tableau.]
Olivier : Et j'en ai ajouté 4.
Marie : 4 quoi?
Olivier : 4 dizaines.
Marie : [Elle encadre les 4 dizaines, voir figure 46.] Pourquoi?

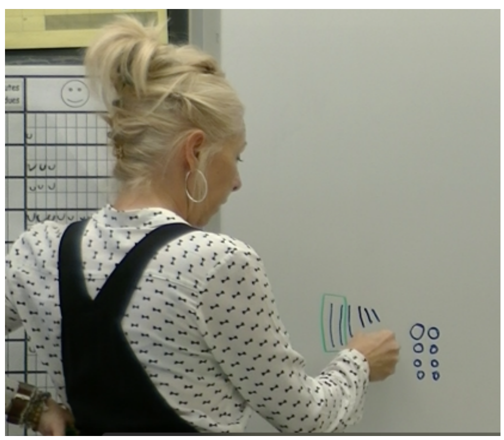


Figure 46 : Marie utilise l'encadrement

Olivier : [Silence de 6 secondes] Je ne sais pas.
Marie : Tu ne sais pas? (VE-69 à 70, L715 à L727).

Le questionnement de Marie (où, quoi, pourquoi) amène l'élève à verbaliser pour préciser son discours. Elle lui demande « pourquoi » ce qui le conduit à devoir justifier sa réponse. Elle pose aussi la question « 4 quoi? » qui souligne l'importance des positions. Qui plus est, Marie contribue au développement du concept de nombre par sa gestuelle. Par ses gestes (soulignement, encadrement), elle rend apparents les groupements de 10. Du côté de l'élève, Olivier a représenté le nombre 68 au tableau, soit l'état final dans l'histoire mathématique. Il parle de 2 dizaines (soit les 2 dizaines dans le nombre 26, l'état initial) et il dit « j'en ai ajouté 4 […] 4 dizaines ». Cela fait référence aux 4 dizaines dans le nombre 42. Sans être capable d'exprimer la raison pour laquelle il a effectué cela, il semble comprendre comment faire pour retrouver les 6 dizaines de l'état final. C'est l'éducatrice spécialisée qui verbalise le raisonnement de l'élève. Il a utilisé des cubes-unités lors de la résolution en individuel.

> Éducatrice : Il disait qu'il était parti de 42. Il a pris des petits cubes et il a ajouté 43-44-45… jusqu'à 68.
> Marie : En comptant par bonds de 1?
> Éducatrice : Oui et ensuite, il a calculé le nombre de cubes qu'il avait.
> Marie : Qu'il a ajoutés? [L'éducatrice dit : exactement.] Les amis, regardez ce qu'Olivier a fait. Il a dit au milieu, j'en ai 42 et au début on ne le sait pas [Marie écrit un « ? » au tableau]. À la fin, il savait qu'il en avait 68. Il s'est dit je vais rajouter des petits cubes et ceux que je vais rajouter ça veut dire que c'est ceux que j'avais du début. Il a donc fait 42-43… [Elle dessine en comptant à voix haute à partir de 42 et en faisant des cercles à chaque nombre prononcé 43-44… 68, voir figure 47] (VE-70 à 71, L728 à 743).

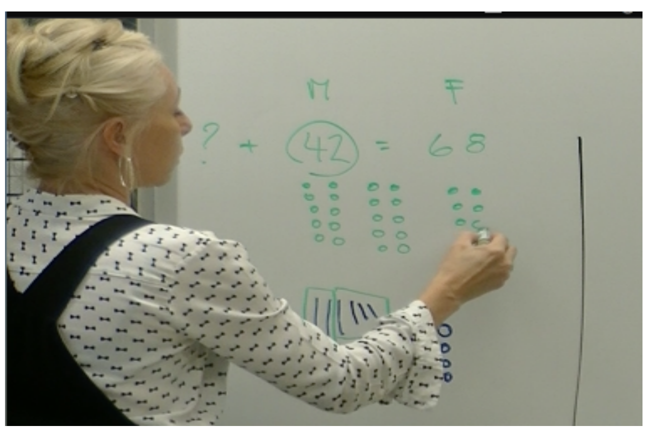


Figure 47 : Marie ajoute des cercles en comptant

Dans ce passage, Marie se détache du contexte (points) pour opérer et elle semble plus sensible à la façon dont l'élève a procédé. Elle veut bien comprendre son raisonnement donc elle questionne l'éducatrice sur les manières de faire de l'élève « par bonds de 1 » et

« qu'il a ajoutés ». Ses questions sont pointues, car elle est elle-même consciente de toutes ces couches d'abstraction qui sont nécessaires à la conceptualisation du nombre, mais aussi aux différentes manières de faire pour trouver un terme manquant dans un problème de structure additive. Par la suite, Marie reformule les propos de l'éducatrice en s'adressant à toute la classe. Elle sollicite ainsi l'engagement des élèves. Elle rend apparente auprès de ses élèves la stratégie de la recherche du complément d'une collection par un procédé de comptage à partir des petits cercles qu'elle dessine au tableau tout en coordonnant ses propos à des gestes et à sa représentation. Marie poursuit l'explication.

> Marie : Là, il est rendu à 68. Combien il en a RAjouté [en insistant sur la première syllabe] de petits cubes lui? [Elle encadre les cercles dessinés, voir figure 48.]

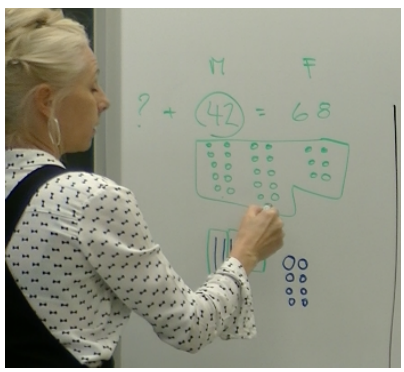


Figure 48 : État initial encadré

> Marie : 10-20-26. Il s'est dit, si j'en ai fait 26 au début, 42 ensuite, bien à la fin, je prends mon début plus mon milieu et ça me donne ma fin et j'en ai 68. Est-ce qu'il y a des amis qui ne sont pas d'accord? [Un élève de la classe parle : moi, je suis d'accord.] Je veux savoir les amis qui ne sont pas d'accord. [Anthony lève la main.] Anthony tu n'es pas d'accord avec ça, tu n'as pas la même réponse. Tu as le droit de ne pas être d'accord, mais on verra avec ta démarche tantôt. [Il s'agit de la quatrième démarche présentée.] (VE-72, L744 à L752).

L'enseignante coordonne ses propos en encadrant la réponse. Elle a organisé ses traces de façon à représenter des dizaines ce qui lui permet de faire un comptage par bonds de 10. Cela contribue au développement du concept de nombre chez les élèves. Par la suite, concernant la validation de la démarche, elle cherche l'accord des élèves par une question fermée. Le désaccord d'Anthony signifie qu'il n'est pas engagé dans l'activité de la classe. Cet élève semble davantage dans une posture visant à conforter son résultat qui diffère que dans une recherche de compréhension du raisonnement exposé. La démarche d'Anthony a été choisie pour être présentée en quatrième. Ce dernier a additionné les nombres présents dans l'histoire mathématique.

La démarche de Mike

L'enseignante se déplace devant la démarche de Mike et commence l'animation en s'adressant à Sébastien, le vérificateur : « Est-ce que tu es capable de comprendre ce que Mike (voir figure 49) a fait? » (VE-73, L756).

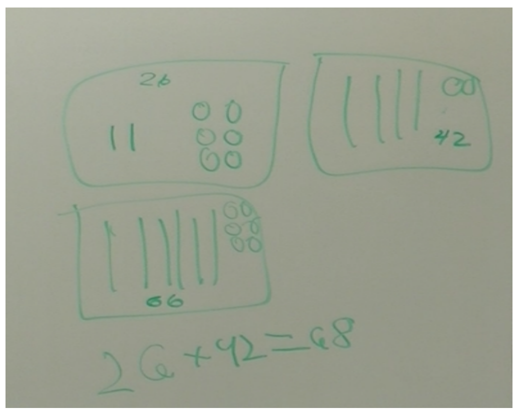


Figure 49 : Démarche de Mike

Sébastien : Hum! [Il est assis à sa place.]
Marie : Regarde bien comme il le faut. Ça [en pointant la représentation du nombre 26 en haut à gauche], c'est quoi?
Sébastien : 26!
Marie : Okay et ça [en pointant la représentation en haut à droite]?
Sébastien : 42! [Marie écrit les nombres dits par Sébastien.]
Marie : Ça? [En pointant la représentation en bas à gauche et en demandant à Sébastien de s'approcher. Il s'approche et dénombre un à un les éléments.]
Sébastien : 66!
Marie : 66. Okay! (VE-73 à 74, L757 à L766).

Le questionnement de Marie amène l'élève à se concentrer sur la compréhension de la démarche de l'autre élève. Elle pose une question fermée et l'élève n'est pas en mesure de se prononcer tout de suite. Devant l'hésitation de Sébastien, l'enseignante entraine le vérificateur en lui pointant les différentes représentations effectuées par Mike. Elle l'aide donc dans ses manières de faire à devenir un bon vérificateur (quelles questions se poser et ce qu'il faut regarder). Elle vise l'engagement de ses élèves. Le vérificateur peut alors nommer les nombres et Marie en profite pour les écrire sous forme symbolique. À ce moment, Mike, l'élève qui a écrit sa démarche au tableau intervient.

> Mike : Non, ce n'est pas ça.
> Marie : [Elle dénombre les unités à voix haute] 1-2-3-4-5-6.
> Mike : Oups!
> Marie : Il te manque quelque chose?
> Mike : Oui, il manque 2.
> Marie : 2 unités. [Elle ajoute 2 unités.] Ça veut dire qu'on n'a plus 66, mais 68. (VE-74, L767 à L772).

Les propos de Mike montrent son engagement et surtout l'écoute qu'il a pendant le retour en grand groupe. Cet extrait relève que l'élève est en mesure de percevoir son erreur. Ensuite, Marie poursuit avec le vérificateur.

> Marie : Sébastien, est-ce que tu comprends ce qu'il s'est passé? [Sébastien dit : oui.] Qu'est-ce qui s'est passé?
> Sébastien : Il s'est passé qu'il en a mis eh! [Il pointe le nombre 26 au tableau.]
> Marie : Il l'a pris où son nombre 26?
> Sébastien : Hum! Hum! [Il se gratte la tête.] C'était c'était c'était le mystère.
> Marie : C'était son nombre mystère[24]? [Sébastien hoche de la tête en signe d'approbation.] Il a fait quoi pour trouver son 26? On ne nous le dit pas c'est un point d'interrogation. [Sébastien regarde l'équation ? + 42 = 68.] As-tu une idée de comment il a fait? [Silence de 54 secondes où Sébastien dit : il a pensé dans sa tête, pis eh!] (VE-74 à 76, L773 à L787).

Marie recourt davantage aux questions fermées pour amener l'élève à expliquer le raisonnement qu'a eu l'autre élève. Ensuite, elle lui laisse du temps pour que les idées se replacent dans sa tête, car il a plusieurs hésitations. Ensuite, Sébastien commence ses explications qui sont reformulées et renchéries par l'enseignante.

---

[24] L'enseignante utilise l'expression «nombre-mystère». En fait, elle parle du nombre qui est recherché dans l'histoire mathématique. La plupart du temps, il s'agit de l'état initial, comme c'est le cas ici.

Sébastien : Il a mis 2 dizaines [en pointant le 2 dans 26] plus 4 dizaines [en pointant le 4 de 42]. Ça, ça fait 6. [Marie se lève et va rejoindre Sébastien.]
Marie : Tu penses qu'il s'est dit : combien il faut que je rajoute de dizaines [en pointant les dizaines de 26, voir figure 50a] plus 4 [en pointant les 4 dizaines de 42, voir figure 50b] et il faut que ça donne 6 [en pointant les 6 dizaines de 68, voir figure 50c].
Sébastien : Oui, ensuite, dans les unités [en touchant le nombre 26], il a mis 6 dans 26 et 2 dans 42 et ça, ça fait 8. (VE-76 à 77, L789 à L795).

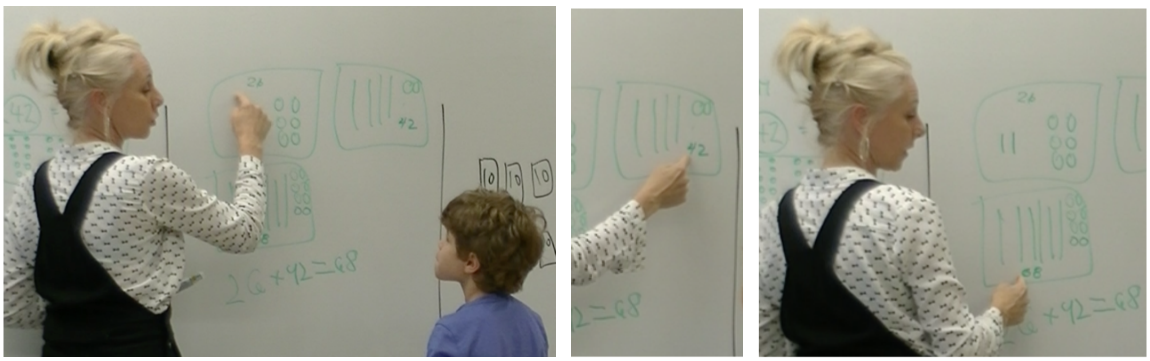


Figure 50 : Marie pointe les dizaines de l'état initial (a) du 42 (b) et du 68 (c)

Sébastien, dans le rôle de vérificateur, reformule l'opération appliquée par Mike en démontrant sa prise en compte de la valeur des chiffres selon leur position. Marie reformule les propos de Sébastien. Alors que Sébastien parle de « plus 4 dizaines », Marie parle « de rajouter », mais elle fait plus, elle coordonne ses propos à des gestes de pointage sur les chiffres associés aux valeurs formulées. Marie cherche à traduire, à l'aide de mots, ce que Sébastien a du mal à objectiver par le biais de la parole. Ensuite, Marie remercie le vérificateur « Merci Sébastien! » ce qui encourage l'élève (VE-77, L796). Elle demande ensuite à Mike d'expliquer son raisonnement pour tous les élèves de la classe : « Mike, tu m'as donné une bonne explication. Est-ce que tu veux la redire aux amis? » (VE-77, L796). Cela amène donc les autres élèves à écouter.

Mike : [Il reste assis à sa place.] Au début on ne se savait pas combien il y en avait [Marie écrit « ? » au tableau]. Ensuite, il en avait 42 [elle ajoute « +42 »] et à la fin, il y en a 68 [elle écrit « = 68 »]. Ensuite, il y a 2 dizaines qu'on ne sait pas puis j'ai compris que les 2 dizaines qu'il y a de trop dans le 68, c'est eux du début (voir figure 51) (VE-77, L797 à L800).

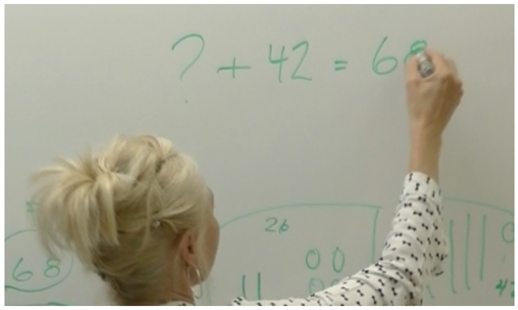


Figure 51 : Marie modélise le problème

Les propos de Mike montrent la prise en compte de l'historicité de l'activité d'E-A de la classe. Il parle de « au début », « ensuite » et « à la fin ». Il s'approprie les propos exprimés plus tôt par Marie. La manière dont Mike s'exprime rend apparente sa compréhension de l'énoncé, il parle de dizaines que 68 a en trop (par rapport à 42) en objectivant bien que les dizaines en trop renvoient à l'état initial. De plus, en écrivant ce que Mike dit, l'enseignante propose, auprès des autres élèves, une façon d'organiser son calcul. Elle modélise une fois de plus le problème. Ensuite, elle reformule ses propos.

Marie : Mike, je vais le redire comme tu me l'as dit tantôt [en regardant Mike]. Mike m'a dit [en regardant le reste de la classe] Marie tu sais que dans les points de la fin, il y a les points du début plus les points du milieu (elle écrit au tableau, voir figure 52). (VE-78, L801 à L802).

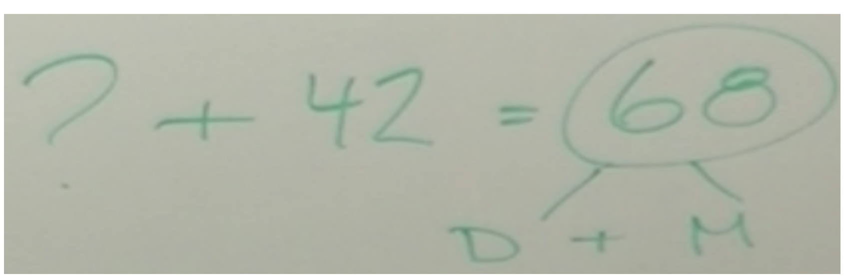


Figure 52 : Marie modélise le problème en encerclant l'état final

Marie ne se limite pas à la reformulation des propos de Mike, elle encourage une compréhension plus nette qui est aussi tournée vers les autres élèves de la classe. Ensuite, elle rend apparent un autre sens de l'addition. Elle explicite : « Ils sont comme cachés dedans les points du début. » (VE-78, L803). C'est une belle manière de parler de réunion de sous-ensembles. Elle poursuit la reformulation.

> Marie : Au milieu, il y en avait 42. Là, il faut que j'en rajoute dans le début. Si j'ai déjà 4 dizaines, ça m'en prend 6 à la fin. Je rajoute 2 dizaines. 4 plus 2, ça fait 6 [en écrivant 2 en dessous du D pour le début et en pointant le 6 dans 68]. Ensuite, ici [en pointant 42] j'avais 2 unités. À la fin, ça m'en prend 8. Si j'en rajoute 6 et bien je sais que mon nombre de la fin a mes 26 du début et mes 42 du milieu [elle écrit 6 dans le nombre 26] (Voir figure 53) (VE-78, L805 à L810).

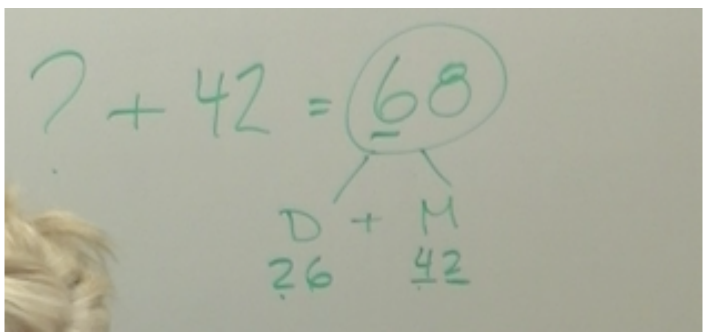


Figure 53 : Marie écrit la réunion des sous-ensembles

Elle coordonne la reformulation en encerclant l'état final et en rendant apparente la valeur de position de chaque chiffre. Une concaténation de sens se fait remarquer par rapport au développement du concept de nombre dans ses explications des deux premières démarches. Différentes couches de sens se juxtaposent; alors qu'elle rend apparente encore une fois la stratégie de la recherche du complément, cette fois-ci, elle fait référence à la valeur de position de chaque chiffre. Elle ne l'avait pas fait lors de la présentation de la démarche d'Olivier. Elle avait plutôt rendu apparents les groupements de 10 unités et avait procédé par ajout de cubes-unités. Lors des explications sur la démarche de Mike, elle insiste davantage sur les positions et sur la valeur des chiffres selon leur position. Lorsque l'enseignante a terminé de reformuler les propos de Mike, elle procède à la vérification de sa démarche à partir de la grille de nombres.

> Marie : Est-ce que c’est vrai que 26 plus 42 nous donne 68? Je vais le vérifier avec la grille de nombres, ça va être plus rapide. 26 plus 42 [elle place son doigt sur 26 et descend en comptant : 10-20-30-40-41-42 et arrive sur le 68, voir figure 54]. Alors c’est vrai que les 26 du début, plus 42 du milieu, ça me donne ce que j’ai à la fin, 68 (VE-79, L811 à L815).

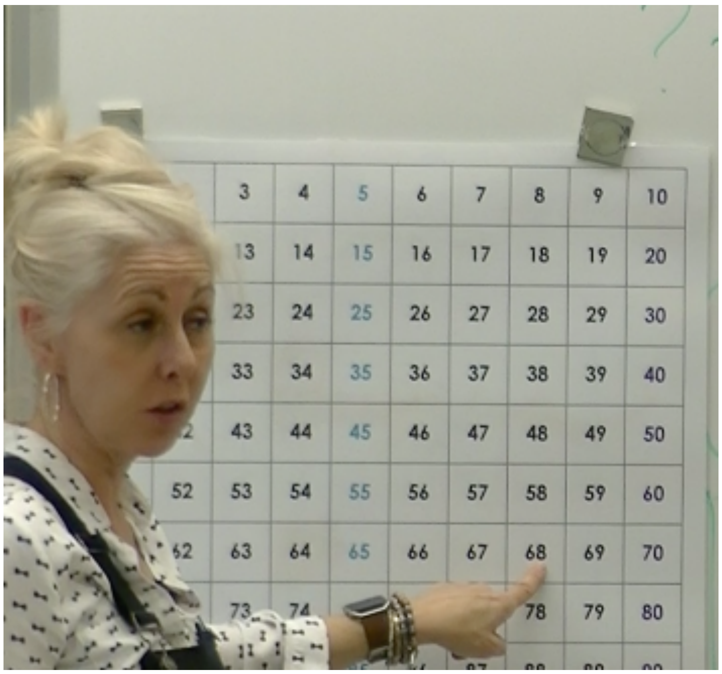


Figure 54 : La grille de nombres pour la vérification

C’est Marie qui valide la réponse auprès de la classe en montrant aux élèves une façon de vérifier leur réponse avec la grille de nombres tout en démontrant son efficacité en termes de vitesse. Elle rend apparent auprès de ses élèves qu’un déplacement vertical dans la grille de nombres correspond à des bonds de 10 (couche d’abstraction).

La démarche de Carine

Pour la présentation de cette démarche, Marie ne demande pas l’avis au vérificateur qu’elle a pigé. Elle demande directement à Carine d’expliquer son raisonnement.

Carine : Je n'ai pas trouvé hum! le d…
Marie : Tu n'as pas trouvé le début? [Carine dit : non.] Alors le début est resté un point d'interrogation.
Carine : Je trouvais cela un petit peu difficile.
Marie : Carine, je trouve ça bien que tu aies dessiné ton 42. [Elle ajoute des éléments en vert soit le nombre 42, le signe égal et le nombre 68, voir figure 55] (VE-79 à 80, L817 à L826).

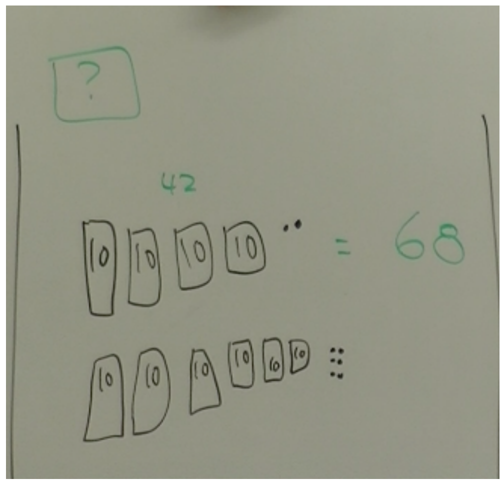


Figure 55 : Marie ajoute des symboles

Lorsque Carine mentionne qu'elle n'a pas réussi à trouver le début, elle fait référence au propos que Marie a dit lors du retour sur les deux premières démarches. Elle a tout de même participé au retour en grand groupe en représentant les deux nombres en jeu dans l'histoire mathématique. Dans cette classe, l'erreur n'est pas jugée et les élèves participent même en sachant qu'ils n'ont pas réussi à trouver la réponse. D'ailleurs, l'enseignante reconnait à l'élève ce qu'elle a fait de bien dans sa démarche. Par la suite, celle-ci dirige la discussion.

Marie : Au milieu tu en as 42 et à la fin on en a combien? [Carine mentionne : 68.] À la fin, tu as combien de dizaines? [Carine dit : 6.] Ici [en pointant 42], tu en as combien? [Carine répond 4.] Combien il en manque pour se rendre à 6? [Carine lui répond 2.] (VE-80, L827 à L834).

Marie choisit d'amener le raisonnement de l'élève vers la stratégie de la recherche du complément. Elle fait donc un lien entre la démarche d'Olivier (petits cercles ajoutés pour retrouver l'état final) et la démarche de Mike (combien je dois ajouter de dizaines et d'unités pour retrouver mon état final). Cette fois-ci, Marie explique la stratégie en choisissant de parler en termes de « combien il manque ». Elle continue l'animation.

> Marie : [Elle ajoute 2 dizaines dans la représentation et dénombre à partir de 1.] J'ai combien d'unités? [Elle les pointe.]
> Carine : 2.
> Marie : À la fin, ça m'en prend combien? [Elle pointe 68 et Carine ne répond pas.] Marie souligne le chiffre 8 dans le nombre 68.] Ça m'en prend combien? [Carine ne répond pas. Marie encercle le chiffre 8.] Ce sont mes unités ici, c'est quoi ce nombre-là?
> Carine : 8.
> Marie : J'en ai déjà 2 [elle dessine des points verts], 3-4-5-6-7 et 8 (voir figure 56). J'ai rajouté 2 dizaines et 6 unités. Est-ce que ça se peut qu'au début, j'en avais 26, ensuite je les ai ajoutés avec mon 42 et que ça fait 68?
> Carine : Oui! (VE-81 à 82, L835 à L848).

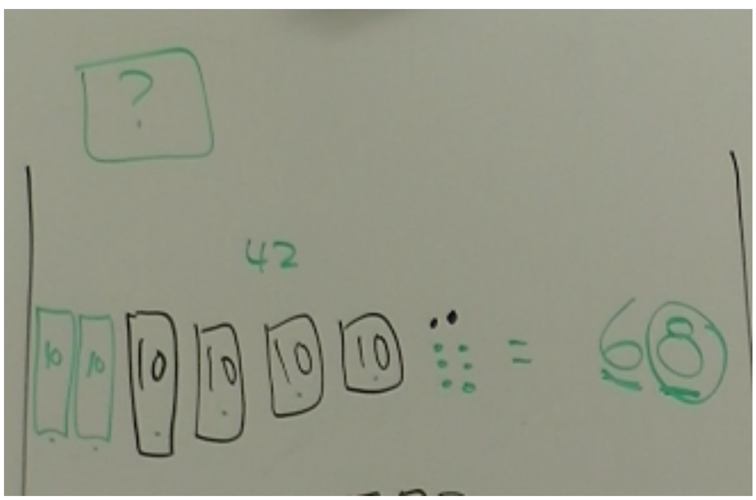


Figure 56 : Les ajouts effectués par l'enseignante

Marie aide l'élève à nommer le chiffre à la position des unités en utilisant le soulignement et l'encadrement pour le mettre en évidence. Elle reformule à la place de l'élève et par la suite, Carine doit approuver les propos de l'enseignante. Marie poursuit en faisant référence à la démarche de Mike.

Marie : Si je prends ça ici [en pointant la représentation du nombre 68] et que je dis comme Mike que dans mon 68 de la fin, j'ai le début et le milieu [elle fait des traits sur 4 dizaines et 2 unités, voir figure 57]. Si j'enlève mon 42, il me reste quoi au début? Il me reste 2 dizaines et 6 unités. (VE-82, L849 à 852).

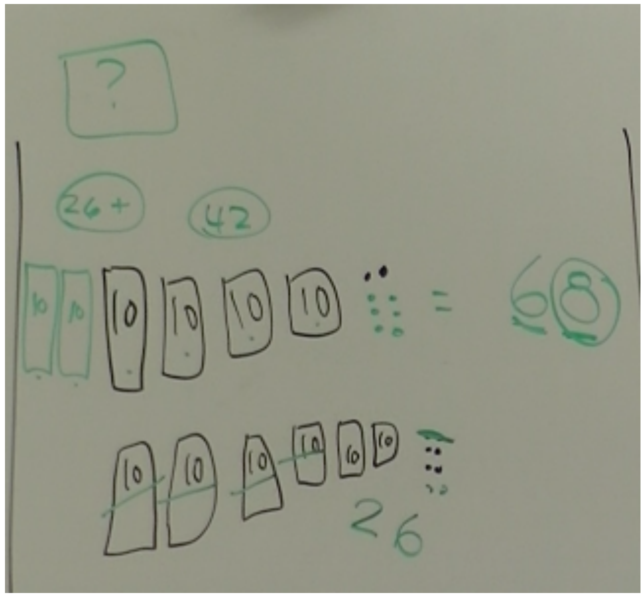


Figure 57 : Les éléments à enlever

C'est Marie qui prend en charge la vérification en faisant l'opération inverse en traçant des traits sur la représentation du nombre 42 (4 dizaines et 2 unités). Elle ne s'appuie plus sur la bonne réponse pour valider la démarche comme elle faisait dans les séances précédentes. Alors que dans les reformulations des deux premières démarches, Marie parlait de « combien il faut que je rajoute pour retrouver mon nombre » elle parle maintenant de « si j'enlève mon milieu à mon état final, je vais retrouver mon état initial ». Elle rend apparente l'opération inverse auprès de ses élèves.

La démarche d'Anthony

Étant donné qu'il reste peu de temps à la séance, l'enseignante décide de prendre en charge l'explication de la démarche de l'élève (voir tableau 26, élève 4).

Marie : Anthony a dit je dessine mes 42 [en pointant quatre traits dans la colonne des dizaines et deux points dans la colonne des unités] et mes 68 [en pointant six traits dans la colonne des dizaines et huit points dans la colonne des unités]. Il a additionné ceux du milieu avec ceux de la fin. Ça lui a donné 108. [En s'adressant à la classe], est-ce que je peux faire 108 plus 42 qui me donne 68? [Elle écrit la possible égalité d'expressions, voir figure 58. Les élèves lui répondent : Non.]

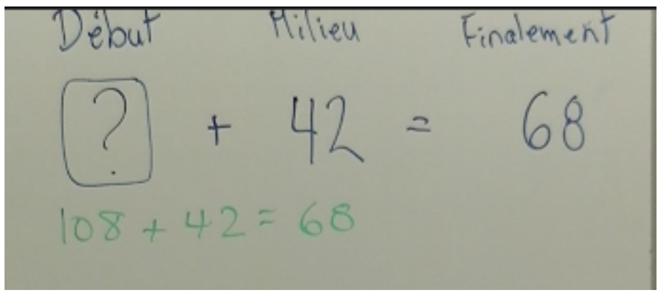


Figure 58 : La possible égalité d'expressions

Marie : On va aller voir avec la grille de nombres. [Elle ajoute des nombres à sa grille, car elle termine à 100.] Anthony, regarde ça, est-ce que je peux être à 108 et en rajouter 42 et arriver à 68? [Silence de 5 secondes] Bien non, je ne peux pas avoir un grand nombre au début, en rajouter encore et arriver avec un plus petit nombre à la fin, ce n'est pas possible. Anthony, quand tu arrives avec ta réponse et que tu vas la remettre dans ton point d'interrogation, tu l'essaies ton calcul et tu t'aperçois que ça ne se peut pas d'en avoir plus au début et je fais une addition et puis à la fin j'ai un petit nombre. [Marie soupire.] C'est compliqué! Il y en a qui ont réussi, mais on va en pratiquer d'autres les amis avec des points d'interrogation qui ne sont pas toujours à la fin, parfois ils peuvent être au début (VE-83 à 84, L854 à L870).

Marie prend en charge la vérification, mais elle sollicite tout de même les élèves en posant une question fermée. Pour valider la réponse, elle utilise la grille de nombres. Celle-ci a un statut spécial, elle devient le matériel qui permet de vérifier les démarches effectuées. Le silence qu'elle laisse permet de faire réfléchir les élèves. Comme Marie l'a fait dans la première séance (an 1 de la recherche collaborative), elle amène l'élève à se vérifier lorsqu'il fait une histoire mathématique. Alors qu'elle n'avait pas expliqué comment le faire, dans cette séance, elle lui mentionne qu'il doit être critique par rapport à la réponse obtenue et qu'il doit essayer son calcul pour vérifier si c'est adéquat. En d'autres mots, elle invite l'élève à tenir compte de la grandeur des nombres en jeu.

4.4.3 LA SYNTHÈSE DE L'ANALYSE DE LA QUATRIÈME SÉANCE

Dans cette séance, la beauté de l'activité d'E-A visant le développement du concept de nombre dans une approche par résolution de problèmes se fait apprécier. L'enseignante présente un problème, différentes démarches sont exposées et une orchestration didactique montre tout le travail nécessaire pour favoriser la compréhension des élèves, tôt en début d'année, des élèves en difficulté, pour résoudre un problème de transformation avec recherche d'un terme manquant.

Un élément important à prendre en considération est que Marie ne rend pas apparents les différents éléments nouveaux seule. S'ouvrir aux raisonnements des élèves n'est pas simple, il s'agit d'une juste orchestration entre écouter les élèves pour bien cerner leur raisonnement et percevoir un espace collectif pour cheminer ensemble tout en étant conscient qu'à certains moments, tous les élèves ne comprendront pas bien la musique qui se joue, ni même le rôle qu'ils ont pour apporter une harmonie supplémentaire à celle-ci. Pour favoriser l'engagement des élèves en difficulté, il est important de s'intéresser à l'objet visé par les questions posées par l'enseignante. Marie joue avec son projecteur afin d'éclairer l'objet au sens large ou seulement des facettes pour aider l'élève à mieux le percevoir. L'étude de l'expression de la ZDP s'enrichit par des expressions corporelles qui montrent bien l'importance de la dimension affective pour documenter l'activité d'apprentissage. Par ailleurs, l'enseignante a de l'expérience, car tout ce qu'elle fait (questions, gestes, mise en apparence d'éléments concernant le développement du concept de nombre) n'a pas été planifié avant la séance.

Le tableau 27 propose les manières de faire de Marie concernant l'engagement d'élèves en difficulté dans l'activité d'E-A du concept de nombre dans une approche par résolution de problèmes.

Tableau 27 : Manières de faire concernant l'engagement d'élèves dans l'activité d'enseignement-apprentissage du nombre de la séance 4

Manières de faire contribuant à l'engagement de l'élève
▪ Elle reformule en s'adressant à toute la classe. Elle sollicite ainsi l'engagement de tous les élèves. ▪ L'erreur n'est pas jugée et les élèves participent même en sachant qu'ils n'ont pas réussi à trouver la réponse. D'ailleurs, l'enseignante reconnait à l'élève ce qu'elle a fait de bien dans sa démarche (soit la représentation des nombres en jeu). ▪ Le rôle du vérificateur est différent comparativement à la troisième séance. Les élèves doivent tenter de comprendre le raisonnement d'un autre élève. ▪ Le questionnement de Marie amène les élèves à se concentrer sur la compréhension de la démarche de l'autre élève. Elle les aide dans leurs manières de faire à devenir de bons vérificateurs (quelles questions se poser et ce qu'il faut regarder).

Ensuite, d'autres manières de faire relevées lors de cette cinquième année visent plus particulièrement le développement du sens du nombre chez les élèves. Dans cette séance, certaines d'entre elles sont axées sur la modélisation de la structure du problème qui est différente des problèmes précédents. Il s'agit ici d'un problème de transformation dans lequel la valeur initiale est recherchée. Comme pour les séances précédentes, des manières de faire de l'enseignante lors de l'explicitation des démarches individuelles d'élèves désignés, lors de la vérification des démarches et lors de l'efficacité de ces démarches sont présentées. Cette section se termine par des indices du développement du concept de nombre chez les élèves qui émergent de cette dernière séance analysée.

L'explicitation des démarches individuelles d'élèves désignés

Le tableau 28 propose les manières de faire de l'enseignante lors de l'explicitation des démarches individuelles des élèves qui visent le développement du concept de nombre.

Tableau 28 : Manières de faire répertoriées lors de l'explicitation des démarches individuelles pour les élèves désignés de la séance 4

Manières de faire contribuant au développement du concept de nombre
▪ Marie modélise le travail d'appropriation du problème (? + 42 = 68).
▪ Les traces laissées au tableau coordonnées aux gestes et propos qui comportent différents déictiques temporels favorisent grandement l'établissement d'un raisonnement qui devrait conduire les élèves à rechercher un nombre initial qui est plus petit que 68.
▪ Elle se détache du contexte (points) pour opérer.
▪ Marie est sensible à la façon dont les élèves ont procédé, elle veut bien comprendre leur raisonnement.
▪ Elle rend apparente la position des chiffres dans les nombres.
▪ Elle coordonne la reformulation en encerclant l'état final et en rendant apparente la valeur de position de chaque chiffre.
▪ Elle organise ses traces de façon à représenter des dizaines ce qui lui permet de faire un comptage par bonds de 10.
▪ Par ses gestes (souligner, encadrer), elle rend apparents les groupements de 10.
▪ Elle force les élèves à verbaliser pour préciser leur discours en leur demandant « pourquoi » ce qui les amène à devoir justifier leur réponse.
▪ Les trois premiers élèves ont utilisé la représentation des nombres à l'aide de dessins de blocs multibases. Dans les usages, il y a une concaténation de sens. À chacune des démarches expliquées, Marie rend apparent un élément nouveau dans la stratégie de recherche du complément.

Comme dans la séance précédente, les manières de faire de Marie sont collées aux divers matériels utilisés et à leurs usages pendant la quatrième séance (voir tableau 29).

Tableau 29 : Manières de faire reliées aux divers matériels utilisés et à leurs usages

Représentation des blocs multibases : démarche du premier élève
▪ À partir du nombre 68 représenté par l'élève, elle écrit au tableau : ? + 42 = 68
▪ À partir du nombre 42, elle compte à voix haute en ajoutant un cercle à chaque nombre dit jusqu'à 68. Ce qu'elle a rajouté correspond à l'état initial; elle rend apparente la stratégie de la recherche du complément.

Représentation des blocs multibases : démarche du deuxième élève
▪ Marie rend apparente encore une fois la stratégie de la recherche du complément, mais en faisant référence à la valeur des chiffres selon leur position dans le nombre. ▪ Elle utilise la grille de nombres pour vérifier la réponse en rendant apparents les groupements de 10 lors d'un déplacement vertical dans la grille.
Représentation des blocs multibases : démarche du troisième élève
▪ Alors que dans les deux premières stratégies elle parlait d'ajouter, elle parle maintenant d'enlever. À partir de la représentation du nombre 68, elle enlève 4 dizaines et 2 unités, en faisant des traits sur ces dernières, pour retrouver l'état initial. ▪ Elle rend apparent un autre sens de l'addition (réunion de sous-ensembles).

La vérification des démarches d'élèves désignés

Le prochain tableau met en évidence les manières de faire de l'enseignante lors de la vérification des démarches.

Tableau 30 : Manières de faire répertoriées lors de la demande de vérification des démarches des élèves désignés de la séance 4

Manières de faire contribuant au développement du concept de nombre
▪ Un des quatre raisonnements est adéquat. Elle commence avec une démarche qui n'est pas complète. Cela permet une exposition à l'erreur. ▪ Un vérificateur doit se prononcer sur la démarche qui a été représentée au tableau. S'il ne comprend pas, l'élève pigé doit expliquer ce qu'il a fait. Toutefois, le vérificateur intervient lors des présentations pour les deux premiers élèves. Pour les deux derniers élèves, c'est Marie qui prend en charge la vérification. ▪ C'est Marie qui valide la réponse auprès de la classe en montrant aux élèves une façon de vérifier leur réponse avec la grille de nombres tout en démontrant son efficacité en termes de vitesse. Elle rend apparent auprès de ses élèves qu'un déplacement vertical dans la grille de nombres correspond à un bond de 10 (couche d'abstraction). De plus, elle fait l'opération inverse en traçant des traits sur la représentation du nombre 42 pour vérifier la troisième démarche. Elle ne s'appuie plus sur la bonne réponse pour valider les démarches comme elle faisait dans les séances précédentes. ▪ L'enseignante précise aux élèves qu'il est important de vérifier sa réponse. Contrairement à la première séance, elle leur explique comment le faire.

L'efficacité d'une démarche

Lors de la quatrième séance, trois démarches sur quatre reposent sur la représentation des nombres en jeu à l'aide de dessins de blocs multibases au tableau et la dernière sur la représentation des blocs multibases insérés dans un tableau de numération. Seulement un des quatre raisonnements est adéquat. La discussion sur la démarche la plus efficace se transforme. Cela passe de démarches efficaces supportées par l'utilisation d'un matériel à des stratégies de calcul efficaces. La réflexion sur la portée des divers matériels n'est pas effectuée. Marie ne mentionne pas aux élèves comme dans les trois séances précédentes qu'ils doivent voter pour choisir la démarche qu'ils trouvent la plus efficace; aucun vote n'est d'ailleurs effectué.

Des indices chez les élèves du développement du concept de nombre

Un élève parmi les quatre n'a pas reconnu l'opération. Il a additionné les deux nombres en jeu dans l'histoire mathématique. Un autre élève a représenté l'état final sans représenter les nombres de façon distincte avec la représentation des blocs multibases tandis qu'une autre élève n'a pas reconnu l'opération en jeu, mais a tout de même représenté les deux nombres à l'aide de la représentation des blocs multibases. Un élève seulement a été capable d'opérer en recherchant le complément à l'aide de la représentation des blocs multibases. À l'aide de symboles, il a écrit l'égalité qui représente l'histoire. Ainsi diverses difficultés s'expriment pour ce problème de transformation dans le temps avec un terme manquant. Ces difficultés étaient prévisibles puisque c'est la première fois que les élèves sont confrontés à ce type de problème. D'ailleurs pendant cette séance, Marie insiste sur l'écriture symbolique qui représente les manipulations effectuées à partir des différents matériels.

Ce chapitre a présenté l'analyse fine de quatre séances de classe réparties sur cinq ans. Dans la prochaine section, les résultats qui viennent d'être présentés sont discutés.

CHAPITRE 5
LA DISCUSSION

Cette étude a pour objectif de décrire et de comparer l'activité d'E-A qui vise le développement du concept de nombre, sous une approche par résolution de problèmes, chez une enseignante de 2e année en adaptation scolaire pendant cinq ans. L'analyse fine des manières de faire de l'enseignante permet d'avoir une meilleure compréhension de la façon dont se traduit l'activité d'E-A dans la classe. L'objectivation du savoir peut être saisie dans l'activité médiatisée par l'articulation de plusieurs systèmes sémiotiques (Radford, 2011). La question de recherche vise donc à expliciter comment l'enseignante, pendant le retour en grand groupe, contribue à l'objectivation du concept de nombre chez les élèves au fil des cinq années de la recherche collaborative où des données ont été collectées.

À la lumière des résultats présentés précédemment (voir chapitre 4), ce chapitre expose les réponses à la question de recherche : *Comment l'enseignante (à travers ses manières de faire en mathématiques), pendant le retour en grand groupe, contribue-t-elle à l'objectivation du concept de nombre chez les élèves au fil des cinq années de la recherche collaborative?* Tout d'abord, une réflexion autour de la nature des histoires mathématiques présentées par l'enseignante ainsi que du temps investi pendant les retours en grand groupe au fil des années est proposée dans la première section. La deuxième section fait état de l'organisation du retour en grand groupe par l'enseignante propice à l'engagement des élèves ainsi que d'autres facteurs contribuant à leur engagement dans la résolution d'histoires mathématiques. Finalement, dans la troisième section, différentes manières de faire de Marie pendant les retours en grand groupe qui contribuent au développement du concept de nombre ainsi que celles qui le freinent sont présentées.

5.1 LES HISTOIRES MATHÉMATIQUES PROPOSÉES ET LE TEMPS INVESTI PENDANT LE RETOUR EN GRAND GROUPE

Dans les trois premières séances, les histoires mathématiques présentées sont des problèmes de transformation avec la recherche de l'état final où des additions sans retenue sont nécessaires pour trouver la somme. Lors de la quatrième séance, il s'agit d'un problème de transformation avec la recherche de l'état initial. Pour trouver la réponse, les élèves doivent effectuer une soustraction. Mis à part la dernière année, les problèmes utilisés par l'enseignante ont une structure semblable et ceux-ci sont présentés au début de l'année scolaire. Toutefois, comme mentionné dans le chapitre 3, pour la première année de la recherche collaborative, la séance choisie est au milieu de l'année. Il est donc intéressant de documenter l'activité d'E-A visant le développement du concept de nombre au fil des années pour des problèmes comportant une même structure. À la quatrième année, l'intention[25] de l'enseignante est d'intégrer à sa planification des problèmes de terme manquant plus tôt dans sa séquence d'enseignement. Grâce aux rencontres réflexives, l'enseignante prend conscience de la progression possible des problèmes à présenter aux élèves. Marie souligne que ce sont des problèmes complexes et qui ne sont pas évidents à enseigner :

> C'est compliqué hein! [les problèmes de terme manquant] Il y en a qui ont réussi, mais on va en pratiquer d'autres les amis avec des points d'interrogation qui ne sont pas toujours à la fin [recherche de l'état final], parfois ils peuvent être au début [recherche de l'état initial] (VE-84, L869 à L870).

Un phénomène quant à l'enseignement des mathématiques auprès des élèves en difficulté (la simplification de la tâche) a été observé par différentes recherches (Brousseau et Warfield, 2002; Cange et Favre, 2003; Cherel, 2005; Conne, 1999; De Cotret et Giroux, 2003). Or, l'extrait précédent de Marie exprime bien les difficultés rencontrées dans la classe lors de la proposition de ce problème puisqu'il est présenté en début d'année scolaire. Ainsi, il est important pour l'enseignante de proposer ce type de problème aux

[25] Les intentions de l'enseignante ont été dégagées lors des rencontres réflexives entre chercheures et enseignantes de la recherche collaborative de Saboya et Tremblay (2013 à 2018).

élèves tôt dans l'année pour qu'ils aient plus de temps de comprendre comment les résoudre. Dans ce mémoire, le but n'est pas de discuter sur le type de problèmes proposés, mais d'éclairer les manières de faire de l'enseignante en classe qui contribuent à l'objectivation du concept de nombre à partir de ces histoires mathématiques. De ce fait, tout comme l'illustrent Saboya et Tremblay (2017), le développement du concept de nombre se peaufine pendant la résolution de problèmes de structure additive. Ce dernier constitue le pilier central des apprentissages arithmétiques et mathématiques faits par l'enfant (Dumais, 2005; Riveros, 2010). Il convient donc de documenter comment s'exprime cette activité d'E-A dans une classe d'adaptation scolaire.

L'enseignante procède toujours de la même façon pour animer une séance d'histoire mathématique. D'abord, Marie introduit l'histoire aux élèves. Ensuite, les élèves ont du temps pour la résoudre de façon individuelle. Pour conclure, Marie anime le retour en grand groupe. Cette façon de procéder est cohérente avec des modèles d'enseignement préconisés par différentes recherches. En effet, cette façon de faire répond au modèle IMPROVE de Mevarech et Kramarski (1997) et correspond aux différentes phases de l'activité d'E-A de Radford (2011) (voir section 2.1.1). Comme mentionné précédemment, la dernière phase a été plus particulièrement étudiée dans ce mémoire. Le temps investi pendant les retours en grand groupe au fil des années a été considéré en détaillant le nombre de minutes qui est consacré à l'écriture des démarches au tableau par les élèves et le temps où les élèves et l'enseignante interagissent. La durée des retours en grand groupe est approximativement la même au fil du temps (voir figure 59). Ils durent en moyenne 16 minutes 25 secondes.

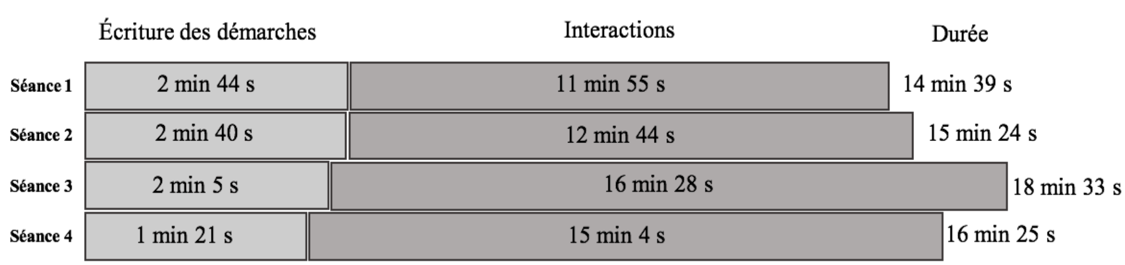


Figure 59 : Le temps investi pendant le retour en grand groupe au fil des années

Le pourcentage du temps total accordé à l'écriture des démarches au tableau par les élèves a été calculé ainsi que celui de la discussion qui prend place par la suite, et ce, pour chacune des séances. Au fil des années, la fréquence relative associée à l'écriture des démarches diminue (an 1 : 18,66 %, an 2 : 17,32 %, an 4 : 11,23 %, an 5 : 8,22 %) et donc, respectivement, celle des discussions augmente (an 1 : 81,34 %, an 2 : 82,68 %, an 4 : 88,77 %, an 5 : 91,78 %). Dans les deux dernières années de la recherche collaborative, un temps plus important est consacré à la discussion autour des démarches de résolution des élèves que dans les deux premières années. Ceci correspond à la diversité des manières de faire recensées le long des cinq années.

La prochaine section montre finement comment s'expriment les manières de faire de Marie dans la classe. Un regard transversal sur l'analyse menée dans le chapitre 4 permet de faire ressortir plusieurs résultats qui renseignent sur ce qui se fait dans une classe de 2e année du primaire en adaptation scolaire autour du sens du nombre. Les manières de faire de l'enseignante visent un engagement des élèves, un élément essentiel pour favoriser les apprentissages.

5.2 L'APPROCHE PAR RÉSOLUTION DE PROBLÈMES : VERS UN ENGAGEMENT DES ÉLÈVES

Dans le cadre de la recherche collaborative qui a eu lieu de 2013 à 2018, les enseignantes participantes ont implanté une approche par résolution de problèmes dans leur classe. Recourir à celle-ci pour l'enseignement des mathématiques est bénéfique, car elle vise le développement d'une compréhension relationnelle chez les élèves (Skemp, 1978). Dans l'étude actuelle, l'analyse des données recensées a permis de mettre en évidence des éléments importants concernant l'implantation d'une approche par résolution de problèmes dans la phase de retour en grand groupe, mais également les défis que cela pose. Ainsi, dans la présente section, l'intérêt est porté sur le processus de résolution de problèmes qui dépasse largement le développement du concept de nombre. Les résultats présentés dans le chapitre 4 illustrent différentes manières de faire de l'enseignante qui touchent à l'engagement des élèves et au climat qu'elle instaure pendant la résolution des histoires mathématiques. Ce sont des ingrédients essentiels pour qu'une activité mathématique s'installe dans la classe.

5.2.1 L'ANIMATION GÉNÉRALE DANS LA CLASSE

Comme mentionné dans la problématique, lorsque les enseignants s'inscrivent dans une approche par résolution de problèmes, ils doivent davantage accompagner leurs élèves en les incitant à réfléchir et à se questionner pour développer leurs propres stratégies de résolution (MEO, 2006). Selon Laplante (1984-1985), les enseignants doivent s'impliquer dans la démarche de résolution de problèmes sans être un démonstrateur de solutions. La présente étude s'inscrit dans cette idée en montrant bien le temps nécessaire s'étalant sur plusieurs années pour que l'enseignante puisse instaurer ce climat dans la classe et qu'elle puisse se détacher d'un rôle de démonstrateur de solutions.

L'étude souligne également le rôle important de l'enseignante dans l'animation du retour en grand groupe. En effet, pendant les cinq années de la recherche collaborative, l'enseignante procède toujours de la même façon. Les élèves s'approprient l'histoire mathématique, ils ont un temps de résolution seul et ils participent à un retour en grand groupe sur des raisonnements ciblés. L'enseignante crée un climat sécurisant pour les élèves. Or, l'analyse des données dans le chapitre 4 montre bien que cette séquence (appropriation, résolution et retour en grand groupe) n'est pas synonyme d'élèves meilleurs dans la résolution de problèmes. En effet, les résultats illustrent finement tout ce qui est effectué dans la classe et qui contribue à l'activité d'E-A. Tout comme le mentionne Radford (2011), « apprendre des mathématiques n'est pas simplement apprendre à *faire* des mathématiques, mais apprendre à *être* en mathématiques » (p. 66). Ce dernier mentionne que peu importe ce qui est vécu en classe, un être se façonne. L'élève apprend donc ce qui est exigé de lui en termes d'attitudes. Dans ce mémoire, le fait de questionner « Qu'est-ce que faire des mathématiques? » amène à la conceptualisation de l'être-en-mathématiques espéré. Marie ne se limite pas à faire résoudre plusieurs problèmes à ses élèves pendant une période, mais à partir d'une histoire mathématique par séance, elle en profite pour interagir avec ces derniers après leur résolution sur les démarches présentées au tableau (voir chapitre 4). À la première année, trois raisonnements sont exposés et par la suite c'est entre quatre et cinq qui le sont. Les élèves sont amenés à partager leur raisonnement, bon ou erroné, à écouter leurs pairs, à expliquer leur point de vue, etc. D'ailleurs, les résultats relèvent que les élèves sont à l'aise d'aller au tableau pour expliquer leur raisonnement aux autres même si leur démarche est erronée. L'erreur n'est pas jugée, elle est bienvenue, car elle permet de faire avancer les raisonnements en mathématiques. Ainsi, l'enseignante crée un espace de collaboration et de coopération dans sa classe par le retour sur des démarches ciblées. Ses manières de faire contribuent à l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes.

La section 5.2.2 présente les différentes manières de faire de Marie qui visent le développement d'une compréhension relationnelle chez ses élèves et non un enseignement basé sur des procédures/trucs à mémoriser.

5.2.2 L'ANIMATION LORS DU RETOUR EN GRAND GROUPE

Radford (2011) souligne que le retour en grand groupe est un moment idéal dans lequel la discussion permet à l'enseignant de préciser des informations et d'orchestrer les échanges tout en peaufinant les idées des élèves. L'analyse des quatre séances en classe qui s'étirent sur cinq ans permet d'observer que Marie anime les échanges et amène ses élèves à partager leur raisonnement tout en rendant apparentes différentes composantes du concept de nombre (voir chapitre 4). L'étude de Schmidt et Thivierge (2003) montre que les élèves en difficulté peuvent vivre des réussites en mathématiques grâce à la planification de situations didactiques ayant un fort potentiel d'engagement des élèves. Ces situations demandent de réfléchir et se caractérisent par des questions qui encourageront l'expression de raisonnements mathématiques, et ce, grâce à la médiation de l'enseignant et par les interactions avec les pairs (Mary *et al.*, 2008). Les données illustrent que l'enseignante prévoit un temps pour le retour en grand groupe et elle l'anime tout en permettant l'expression de différents raisonnements mathématiques. La prochaine section expose la façon dont Marie amène ses élèves à exprimer leur raisonnement et comment ces derniers sont engagés cognitivement au fil des séances analysées.

L’expression de raisonnements

D’abord, que le raisonnement soit adéquat ou erroné, Marie souligne toujours de façon positive la participation des élèves et les partages qu’ils font en utilisant le renforcement positif (félicitations, tape dans la main, sourire, etc.). Cela contribue à l’engagement des élèves. Un élève, par exemple, lui répond : « Oui [en sautillant] » (VE-51, L489). Cet extrait montre son engagement, il est fier d’arriver à la même réponse qu’un autre élève. L’extrait suivant rapporte les signes effectués par l’enseignante pour permettre l’engagement de ses élèves.

> Marie : Est-ce que tu as la même réponse que les autres? [Juliane fait signe que oui avec sa tête.] Ça va bien! [Elle tend la main à Juliane et Juliane lui tape dans la main.] (VE-53 à 54, L526 à L531).

Ainsi, l’enseignante utilise des signes d’encouragement et souligne la réussite des élèves. Toutefois, pendant les quatre séances analysées, l’enseignante dirige beaucoup l’expression des raisonnements chez les élèves en faisant du morcellement. C’est un phénomène qui avait été relevé par certains auteurs (Brousseau et Warfield, 2002; Cange et Favre, 2003; Cherel, 2005; Conne, 1999; De Cotret et Giroux, 2003) concernant l’enseignement des mathématiques dispensé aux élèves en difficulté. Voici un exemple tiré de la quatrième séance.

> Marie : Au milieu tu en as 42 et à la fin on en a combien?
> Carine : 68.
> Marie : À la fin, tu as combien de dizaines?
> Carine : 6.
> Marie : Ici [en pointant 42], tu en as combien?
> Carine : 4.
> Marie : Combien il en manque pour se rendre à 6?
> Carine : 2 (VE-80, L827 à L834).

Cette façon de faire chez Marie peut être due au fait que les données ont été prises au début de l’année. Il est possible que l’enseignante montre à ses élèves comment agir pendant les retours en grand groupe. Marie utilise un questionnement qui est en général directif pour amener ses élèves à exprimer leur raisonnement. Dans la première séance analysée, l'enseignante utilise des « pourquoi » qui requièrent des justifications. Toutefois, elle ne renvoie pas de questions à la classe.

> Marie : Pourquoi as-tu mis 7 dizaines ici? [Elle touche la colonne des dizaines.]
> Line : Parce qu'il disait qu'il achetait 70.
> Marie : Autres poissons, donc il faut les ajouter. (VE-5, L34 à L35).

Dès le début de la troisième séance, une certaine sensibilité de la part de l'enseignante à interpeller les autres élèves de la classe pendant le retour sur un raisonnement d'élève est observée : « On va écouter Julie. […] Explique-nous correctement ce que tu as fait et assez fort pour qu'on comprenne » (VE-46, L431 à L433). Ensuite, pendant l'explication d'un raisonnement, elle interpelle encore une fois la classe.

> Julie : J'ai mis 2 dizaines et 2 unités, ça égale 22.
> Marie : 2 dizaines et 2 unités [en pointant sa représentation], est-ce qu'on avait écrit que ça donnait 22? Est-ce que c'était un nombre-chapeau? Un nombre caché un peu? [Elle fait oui avec sa tête.] [En s'adressant à la classe], est-ce que tu es d'accord que 2 dizaines et 2 unités, ça donne 22? [Élèves : oui!] [En s'adressant à Julie], alors oui, toi, tu as trouvé le piège que ça fait 22 (VE-46 à 47, L435 à L441).

Les élèves ont de la difficulté à exprimer leur raisonnement. À un moment, c'est l'orthophoniste qui est présente dans la classe qui met des mots sur le raisonnement de l'élève en se basant sur ce qu'il a fait sur son bureau à l'aide de matériel. L'orthophoniste permet à l'élève de se remémorer ce qu'il avait construit sur son bureau. Le raisonnement est ensuite repris par Marie qui le verbalise pour l'ensemble de la classe. Les résultats montrent que s'ouvrir aux raisonnements des élèves n'est pas simple, il s'agit d'une juste orchestration entre écouter les élèves pour bien cerner leur raisonnement et percevoir un espace collectif pour cheminer ensemble tout en étant conscient qu'à certains moments, tous les élèves ne comprendront pas bien la musique qui se joue, ni même le rôle qu'ils ont pour apporter une harmonie supplémentaire à celle-ci.

Ensuite, plus les années avancent, plus les élèves semblent impliqués et engagés dans l'activité de la classe puisque les manières de faire de l'enseignante évoluent et elles sont plus diversifiées. En effet, lors de la troisième séance, l'enseignante s'adresse beaucoup plus à la classe et sollicite leur participation ce qu'elle ne faisait pas beaucoup lors des deux premières séances. Cela favorise leur écoute et leur engagement lors de la résolution d'histoires mathématiques. Les élèves ont tranquillement plus de place et leurs propos montrent l'historicité de la classe puisqu'un élève reprend, par exemple, l'idée de calculer à partir du plus grand nombre pour trouver la somme de deux nombres. C'est une stratégie qui avait été discutée un peu plus tôt dans le retour en grand groupe. Les élèves se décentrent donc tranquillement de leur démarche et ils sont à l'écoute de ce qui se passe, ce qui n'était pas présent dans les deux séances précédentes. Marie attend encore des réponses précises de ses élèves, mais elle pose plus de questions (comment, pourquoi) ce qui amène les élèves à mieux expliquer ou à justifier leur choix. Lors de la troisième séance, Marie force les élèves à verbaliser pour préciser leur discours. Pour cela, elle pose fréquemment la question « pourquoi » ce qui amène les élèves à justifier leur réponse. Les demandes de justification favorisent l'engagement des élèves dans l'activité de la classe. Voici un extrait de la troisième séance.

> Marie : […] ton premier bond, tu es allé à 20 pourquoi?
> Jules : 2 dizaines c'est 20. (VE-54, L541 à L543).

Bref, l'analyse des données permet de mettre en évidence certains comportements constants au fil des quatre séances analysées. L'enseignante a des manières de faire directives étant donné le moment de l'année (Marie montre à ses élèves ce qu'elle souhaite voir pendant les retours en grand groupe). Les élèves ont de la difficulté à dire ce qu'ils ont fait et à expliquer ce qu'un autre élève a fait. Certains comportements ont quant à eux évolué au fil des années comme la difficulté pour les élèves à se décentrer de leur propre résolution. Cette évolution est due aux manières de faire de Marie qui permettent, lors des deux dernières séances de la recherche collaborative, aux élèves de se décentrer de ce qu'ils ont fait. En fait, l'enseignante amène ses élèves à apprécier la démarche d'un autre élève.

Le rôle du vérificateur

Au fil du temps, la façon dont l'enseignante amène ses élèves à apprécier la démarche d'un pair pendant les retours en grand groupe évolue. Dès la deuxième séance, Marie effectue un choix éclairé sur les démarches qui sont présentées au tableau en ne laissant pas le hasard décider. Elle en choisit qui contiennent des erreurs ou qui sont incomplètes, ce qui permet aux élèves de réagir par rapport à celles-ci et de se positionner. Même si les élèves ne savent pas encore comment le faire ou le rôle qu'ils ont à jouer pendant le retour en grand groupe, l'enseignante les expose tranquillement à cette façon de faire. Elle amène les élèves à écouter les autres, à expliquer leur raisonnement et éventuellement à argumenter la démarche d'un pair. Les prochains paragraphes mettent en évidence les différentes manières de faire de l'enseignante au fil du temps par rapport à la vérification des démarches de ses élèves.

Dans la première séance, Marie valide les démarches et les élèves ne sont pas sollicités même s'il y a présence d'une démarche partiellement erronée qui peut être discutée avec les élèves. Cette démarche est présentée une fois qu'une bonne démarche a été validée par l'enseignante. La validation de la démarche partiellement erronée se fait en se basant sur la bonne démarche. De plus, elle précise aux élèves qu'ils doivent être sensibles aux erreurs, mais elle n'explique pas comment et pourquoi les élèves auraient dû percevoir une erreur. Or, cette manière de faire change au cours des années.

Ensuite, pendant la deuxième séance, trois raisonnements erronés sur quatre sont présents. Marie débute avec la démarche qui est correcte et la valide pour les élèves. Elle met encore une fois en évidence les erreurs qu'elle cible dans les démarches des élèves. Elle ne renvoie pas de questions la classe pour amener les élèves à valider. L'analyse des données montre un changement par rapport à la première année : l'enseignante met en place le rôle d'un vérificateur, rôle qui évolue au fil du temps. Ce nouveau rôle dans la classe favorise l'engagement de tous les élèves dans la résolution de problèmes mathématiques. Toutefois, cet ajout comporte des défis importants, dont la décentration nécessaire de l'élève sur sa manière de résoudre le problème pour prendre en compte celle des autres. Le prochain extrait illustre bien cette difficulté observée.

> Mathieu : Bien moi j'ai fait…
> Marie : Non non, je ne veux pas savoir ce que toi tu as fait. Avec ça ici [en pointant la stratégie d'Antonin], est-ce que les nombres sont bien représentés? [Silence de 4 secondes] (VE-33, L312 à L318).

Luis Radford (2011) parle d'un enjeu éthique chez l'enseignant : garder la classe en mouvement et être conscient que l'élève autonome que l'on veut développer doit être un élève « être-dans-le-Monde ». L'ajout de ce rôle dans la classe comporte des défis et se limite pour les élèves à approuver ou à désapprouver ce que leur collègue a effectué. Le vérificateur n'est pas amené à justifier puisque Marie guide la discussion sur la vérification et il n'a qu'à acquiescer à ce que l'enseignante lui propose. Pendant cette séance, le vérificateur n'est pas exploité à son plein potentiel, il serait intéressant de laisser s'exprimer les élèves pour voir où ils se situent dans le développement du concept de nombre.

Lors de la troisième séance, trois démarches sur quatre sont erronées et c'est l'enseignante qui fait la validation. Les élèves n'ont pas peur d'exprimer leur raisonnement en sachant bien qu'ils n'ont pas réussi à obtenir une réponse. Par exemple, Julie exprime : « Je n'ai pas trouvé hum! le d… […] Je trouvais cela un petit peu difficile. » (VE-79 à 80, L819 à L823). Félix, quant à lui, représente une addition plutôt qu'une soustraction. Ensuite, à plusieurs reprises, Marie continue ou interrompt la résolution par une discussion visant la définition de stratégies de résolution mobilisées par les élèves. Aussi, le questionnement plus ouvert de Marie invite les élèves à s'engager et à écouter les autres. L'enseignante demande à un élève ce qu'il pense d'une démarche : « Luc qu'est-ce que tu en penses? » (VE-51, L491). Cela a pour effet de faire réagir un autre élève de la classe. Il y a un espace pour que les élèves expriment leurs idées. Les manières de faire de l'enseignante qui ont changé au cours des années amènent donc les élèves à s'engager en réagissant à ce qui est en train de se dérouler dans la classe. Comme le mentionnent Tremblay et Dumas (2011), l'enseignant doit accompagner ses élèves afin qu'ils s'inscrivent dans une activité mathématique qui s'apparente à celle des mathématiciens.

Cette activité devrait être colorée par la manifestation de l'esprit d'investigation des élèves, de leur souci de comprendre les propos de leurs pairs et de partager les raisonnements mathématiques. Les données illustrent ces propos puisque Marie permet la verbalisation sur les erreurs et le sens que les élèves leur attribuent.

Lors de la quatrième séance qui se déroule à la cinquième année de la recherche collaborative, l'enseignante amène un changement dans le rôle du vérificateur qui a des répercussions positives sur l'engagement des élèves et sur l'activité historico-culturelle de la classe. Les résultats montrent que l'enseignante amène le vérificateur à expliquer le raisonnement d'un pair tout en lui offrant un accompagnement dans ce nouveau défi. Avec seulement un raisonnement sur quatre qui est adéquat, Marie amène ses élèves à détecter les erreurs reliées à leur compréhension du concept de nombre et à vérifier les démarches exposées. Elle commence avec une démarche qui n'est pas complète. Cela permet une exposition à l'erreur et un moment pour que le vérificateur attitré puisse se prononcer sur la démarche qui a été représentée au tableau. S'il ne comprend pas, l'élève pigé doit expliquer ce qu'il a fait. Ainsi, l'enseignante reste en retrait, elle ne prend plus la responsabilité de la vérification.

> Marie : Je vais demander à hum! Sam! Quand tu regardes la stratégie d'Olivier [elle fait un cercle avec sa main autour de la démarche dessinée], est-ce que tu es capable de comprendre ce qu'il s'est passé dans l'histoire mathématique? (VE-69, L704 à L707).

Toutefois, le vérificateur intervient lors des présentations des deux premiers élèves. Pour les deux derniers élèves, c'est Marie qui prend en charge la vérification. Il est possible que le manque de temps dans la période explique cette prise en charge. Les résultats mettent également en évidence l'importance de prévoir un temps pour le retour en grand groupe, car de beaux échanges surviennent. En effet, Marie amène les élèves à se concentrer sur la compréhension de la démarche de l'autre élève. Elle les aide dans leurs manières de faire à devenir de bons vérificateurs (quelles questions se poser et ce qu'il faut regarder). Elle vise l'engagement de ses élèves dans la résolution de problèmes mathématiques. De plus, lors des premières séances, la validation était toujours effectuée à partir d'une démarche déjà jugée correcte par l'enseignante. À l'an 5 de la recherche collaborative, Marie valide encore la réponse auprès de la classe, mais elle montre aux élèves une façon de vérifier leur réponse avec la grille de nombres et ensuite en utilisant l'opération inverse. Elle ne s'appuie plus sur la bonne réponse pour valider les démarches comme elle le faisait dans les séances précédentes.

Bref, les résultats obtenus dans le cadre de ce mémoire permettent de mieux comprendre comment se vit l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes mathématiques dans une classe de 2e année du primaire auprès d'élèves en difficulté. Comme discuté dans cette section, l'engagement des élèves est plus timide dans les deux premières années. Par la suite, les manières de faire de Marie (dont l'organisation du retour en grand groupe qui évolue : l'expression de raisonnements, l'efficacité des démarches et le rôle du vérificateur) permettent une prise de position chez les élèves. L'étude de Maheux et Proulx (2017) mentionne que l'activité mathématique est considérée comme une manière d'être dans le Monde (avec/pour/par autrui) où des observations sont mises en commun et où des questionnements émergent. Les résultats de l'étude illustrent bien l'influence historico-culturelle de la classe. Les données collectées sur cinq ans mettent en évidence tout le temps nécessaire pour instaurer ce climat qui vise l'engagement des élèves et soulignent qu'en plus les façons de faire dans la classe prennent racine dans une culture qui influence ce qui est observé chez l'enseignante et les élèves. La prochaine section discute des manières de faire de Marie qui contribuent à l'objectivation du concept de nombre chez les élèves au fil des cinq années.

5.3 LES MANIÈRES DE FAIRE CONTRIBUANT OU NON AU DÉVELOPPEMENT DU CONCEPT DE NOMBRE

L'utilisation de la théorie de l'objectivation de Luis Radford amène à prendre en considération les outils qui médiatisent l'activité de l'enseignante et des élèves. En effet, d'autres études (Arzarello, 2006; Forest et Mercier, 2012; Radford, 2009; Radford, Edwards et Arzarello, 2009) suggèrent aussi que les gestes, la posture, les actions kinesthésiques, les artefacts et les signes constituent un ensemble de ressources fructueuses à prendre en compte pour étudier comment les élèves apprennent et comment les enseignants enseignent (Radford, 2013). Les méthodes d'analyse retenues favorisent une analyse sémiotique de la manière dont les outils médiatisent l'activité conjointe de l'enseignante et des élèves. L'analyse fine des résultats permet d'identifier différents moments contribuant à l'E-A du concept de nombre dans une approche par résolution de problèmes (voir chapitre 4). Également, pendant ces moments recensés, différents outils sont utilisés : les blocs multibases, le tableau de numération, les jetons, la grille de nombres, la droite numérique, l'argent, les symboles mathématiques, etc. Les gestes, au moment de l'analyse des données, se sont aussi avérés importants. Lors des différentes séances, l'objet de l'activité de l'enseignante se traduit par le fait que les élèves acquièrent, en arithmétique, des modes de pensée culturellement et historiquement constitués.

5.3.1 LES SIGNES, LES GESTES ET LES VERBALISATIONS DE L'ENSEIGNANTE

Au fil des années, les élèves rendent apparentes des composantes différentes du concept de nombre par les différentes manières de résoudre les problèmes. L'enseignante se donne la responsabilité d'expliciter les raisonnements des élèves. Pendant ses explications, Marie utilise le pointage, l'encadrement et le soulignement. Elle coordonne aussi des gestes de pointage avec ses propos pour mettre en évidence la valeur du chiffre selon sa position dans le nombre et pour contribuer à la mise en apparence du groupement. Ces actions de la part de l'enseignante sont reprises par les élèves au fil des séances.

Lors de la première année, l'enseignante effectue tout un travail de coordination entre ses propos et ses gestes de pointage pour rendre apparente la valeur des chiffres dans les nombres ainsi que pour rendre apparente la valeur des blocs multibases qui sont utilisés. Elle formule les nombres de différentes façons ce qui favorise le développement du concept de nombre chez les élèves (écriture symbolique, verbalisations qui s'appuient sur les positions et verbalisations qui s'appuient sur la valeur associée à chaque bloc multibases).

Lors de la deuxième année, Marie fait émerger tranquillement l'idée du regroupement tout en rendant apparent l'aspect cardinal du nombre ce qui contribue au développement du concept de nombre. Elle ajoute aussi l'écriture symbolique pour représenter ce qui est obtenu et la façon de l'obtenir. Ces actions de l'enseignante permettent aux élèves de s'engager dans un processus d'abstraction. Elle fait, par exemple, une collection de onze éléments, plutôt que d'avoir recours à la représentation de 1 dizaine et 1 unité pour aider l'élève à percevoir la quantité que cela représente. Aussi, ses verbalisations et ses manières de faire s'attardent sur la mise en évidence des positions dans les nombres, par exemple, elle utilise les crochets et le soulignement pour montrer les dizaines et les unités dans les nombres.

Au fil des années, Marie semble avoir une compréhension plus fine du concept de nombre. Celle-ci s'observe par les questions plus pointues posées à ses élèves pour les aider à progresser. Lors de la première séance, par exemple, elle demande à l'élève « Pourquoi as-tu mis 7 dizaines ici? [En touchant la colonne des dizaines] » (VE-4, L33). Cela vise le développement du concept de nombre, car elle pose des questions précises sur les positions. Lors de la troisième et de la quatrième séance, elle est plus sensible à la façon dont les élèves ont procédé pour faire leur calcul, elle veut bien comprendre leur raisonnement. Par exemple, le questionnement de Marie amène les élèves à dénombrer à voix haute.

> Marie : Comment as-tu compté ça pour voir que ça faisait 68? Compte-moi ça fort.
> Justin : 10-20-30-40-50-60 [en touchant chacune des boites de 10, voir figure 36].
> Marie : Oui!
> Justin : 61-62-63-64-65-66-67-68 (VE-49 à 50, L473 à L482).

Lors de la quatrième séance, les questions de Marie sont pointues concernant le nombre, car elle est elle-même consciente de toutes ces couches d'abstraction qui sont nécessaires à sa conceptualisation, mais aussi aux différentes manières de faire pour trouver un terme manquant dans un problème de structure additive. Elle questionne, par exemple, l'éducatrice spécialisée sur les manières de faire de l'élève « par bonds de 1 et qu'il a ajoutés ». Ainsi, Marie prend conscience de la façon dont l'élève procède (dénombrement un à un, par bonds de dix, etc.) ce qui semble lui donner des informations par rapport à la progression espérée du concept de nombre qui évolue différemment pour chacun des élèves de sa classe.

5.3.2 DES ACTIONS DIFFÉRENTES ASSOCIÉES À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES SUPPORTÉES PAR DES OUTILS VARIÉS

L'étude de Corriveau et Jeannotte (2015) rapporte que le matériel est un moyen favorisant l'élaboration de significations dans une activité visant l'apprentissage d'un concept. Radford (2011) y précise que les moyens sémiotiques sont constitutifs des raisonnements d'élèves. Par exemple, pour des jetons étalés sur une table, il n'y a pas de raison de considérer leur nombre plutôt que leur disposition, leur couleur ou leur forme. L'interprétation d'un outil est donc intimement liée à l'activité qui a permis de saisir ses usages et conventions. Les résultats de l'étude montrent qu'il est intéressant de proposer du matériel aux élèves, mais il est primordial que l'enseignante pose un regard sur les usages de ce matériel par les élèves. Ces usages rendent compte d'une manière de penser mathématiquement. Ils renseignent sur le développement du concept de nombre. Dans le chapitre 4, l'activité de résolution de certains élèves a été étudiée en mettant en évidence des actions différentes associées à la résolution supportées par des outils variés. Ces actions médiatisées par des outils objectivent des composantes différentes associées à l'apprentissage du nombre. Les quatre séances analysées montrent que l'enseignante est elle-même de plus en plus consciente de la variété des manières de faire et des enjeux différents avec lesquels elle doit conjuguer pour assurer la progression de chaque élève.

Lors de la première séance, ce n'est pas Marie qui a choisi les élèves qui vont présenter leur démarche au tableau, c'est le hasard qui en a décidé (elle pige les noms des élèves). Ainsi, l'intention de l'enseignante qui est d'amener les élèves à réfléchir sur la démarche la plus rapide en termes de temps d'exécution est mise à mal puisque pour chacune des démarches laissées au tableau le temps d'exécution a été pratiquement le même (utilisation de blocs multibases représentés et/ou aimantés). La réflexion sur l'efficacité de la démarche conduit à interroger le choix du matériel qui lui repose sur les nombres en jeu et sur les opérations à effectuer. Ensuite, toujours pendant la première année, l'enseignante exige la rédaction de la chaine d'opérations qui rend compte des manipulations. Par exemple, une élève ne procède pas au calcul de 190 moins 30, l'écriture mathématique lui sert simplement à rendre compte de ce qu'elle a fait avec le matériel multibase et trouve donc 160 le résultat de cette soustraction avec le matériel. Ainsi, selon ce qui est déduit de Radford (2011), le matériel est une partie constitutive du raisonnement et l'égalité (190 – 30 = 160 poissons en vie) a comme statut de rendre compte de ce qui s'est fait. De plus, lors de cette séance, Marie rend apparente une stratégie de comptage par bonds de 10 auprès de ses élèves à partir des blocs multibases : « Tu les as enlevés. C'est 30. 10-20-30 [en touchant les trois bâtonnets avec des traits] » (VE-5, L39 à 40). Dès la première séance, Marie fait des actions qui favorisent le passage à l'abstraction chez les élèves. En dénombrant par bonds de 10, l'élève est amené à reconnaitre l'inclusion des 10 unités.

Dans la deuxième séance, un changement survient dans l'activité de la classe. L'enseignante fait la pige des élèves qui est un prétexte pour choisir des raisonnements différents. Elle fait semblant de piger les noms des élèves qu'elle a déjà repérés. Elle reconnait donc ici l'importance de façons de faire diverses pour discuter autour du concept de nombre. C'est le cas aussi pour les deux dernières séances. Cette façon de faire laisse plus de place à la diversité des outils utilisés et par le fait même à des raisonnements variés observés lors des deux dernières séances. En ciblant des démarches variées, elle expose à ses élèves différentes façons de faire pour résoudre le problème mathématique. Cela s'explique aussi par une concaténation de sens espérée concernant le nombre. Elle vise le passage des jetons aux blocs multibases pour calculer, car les actions médiatisées par les jetons objectivent des composantes différentes associées au nombre que celles médiatisées par les blocs multibases. En utilisant ces derniers, l'élève doit être en mesure de reconnaitre qu'un bâtonnet de 10 renvoie à un regroupement de 10 unités et aussi à une dizaine.

De façon plus précise, pendant la deuxième séance, elle demande à chacun des élèves de résoudre individuellement l'histoire mathématique de deux façons différentes. C'est-à-dire que les résolutions doivent être supportées par l'utilisation de deux matériels différents[26]. Le but est de comparer l'efficacité d'un matériel par rapport à un autre pour

[26] Marie propose à ses élèves d'utiliser deux matériels à partir de la deuxième année du projet *Si MATHieu prenait le contrôle (2014-2015).*

résoudre l'histoire mathématique selon les nombres en jeu (la grandeur des nombres). L'efficacité du matériel se traduit parfois par le fait de trouver rapidement la solution, par exemple, l'enseignante ne fait pas de liens entre l'efficacité des raisonnements menés avec les différents matériels ni davantage sur la manière de représenter les nombres : formation d'une collection à partir de cercles-unités, utilisation de bâtonnets de 10 et d'unités ou encore, de nombres présentés symboliquement. Comme mentionné dans le chapitre 2, Leontiev distingue l'activité et les actions. Si le motif de l'activité est bel et bien l'apprentissage du nombre en s'appuyant sur l'historicité culturelle du développement du nombre, alors le recours au matériel doit s'appuyer sur ce qui précède. Un autre but est parfois ressenti chez l'enseignante, soit de résoudre rapidement le problème, ce qui semble être la définition de l'efficacité pour certaines séances. Or, l'étude des différentes séances permet de décrire comment l'enseignante, à travers ce but de varier le matériel et de trouver celui qui est le plus efficace, s'y prend pour assurer l'apprentissage du nombre (par exemple : représentation d'une collection à l'aide de jetons, elle encercle, elle dénote à l'aide de symboles la cardinalité de l'ensemble, elle laisse les quatre démarches au tableau pour assurer les transitions à des manières différentes de représenter les nombres...). Lors des deux dernières séances de la recherche collaborative, une diversité dans les manières de faire concernant l'apprentissage du nombre est observée. D'abord, l'intérêt est porté au travail qu'elle mène sur une démarche, mais aussi entre les démarches qui aident à la concaténation de sens et à entrer dans les différentes ZDP des élèves.

Lors de la troisième année, l'accent est mis sur l'efficacité de la démarche puisque six démarches différentes sont présentées. Ce ne sont pas les élèves qui parlent d'efficacité de leur stratégie (par exemple, compter à partir du plus grand nombre), mais Marie reformule leurs propos auprès de la classe en mentionnant qu'il s'agit d'une bonne façon de faire. L'efficacité se transpose donc dans les calculs : une manière efficace de faire les calculs rapidement et sans risque d'erreurs est recherchée. L'enseignante, à partir d'un outil (l'argent), en profite pour rendre apparente une décomposition possible d'un nombre.

> Luc : J'ai mis 22 ici [en pointant le nombre 22].
> Marie : Tu as mis un 20 et un 2 [en pointant le billet de 20 et la pièce de 2] ça fait 22 [en pointant le nombre 22].
> Luc : Après, j'ai mis un billet de 10, ça fait 10 [en pointant le nombre 10].
> Marie : Oui.
> Luc : Ici [en montrant sa représentation], c'est le 36 (VE-59, L587 à L591).

Marie reformule les propos de Luc en décomposant la réponse (22) de l'élève en rendant apparente la valeur associée à chacun des billets/pièces de monnaie en plus de le coordonner à des gestes de pointage. Cet extrait illustre à la fois comment l'enseignante intervient dans la ZPD de chacun de ses élèves et l'historicité de l'activité de la classe puisque l'élève réutilise les propos de Marie pour poursuivre son explication en rendant apparente la valeur du billet de 10 $.

Lors de la quatrième séance, une concaténation de sens se fait observer puisqu'à chacune des démarches expliquées, Marie rend apparent un élément nouveau dans la stratégie de recherche du complément. Cela montre le bagage didactique en mathématiques de l'enseignante concernant l'E-A du nombre. Elle est elle-même consciente de toutes les couches d'abstraction qui sont nécessaires à sa conceptualisation, mais aussi aux différentes manières de faire pour trouver un terme manquant dans un problème de structure additive. Par exemple, elle rend d'abord apparente la stratégie de recherche du complément à l'aide de petits cubes.

> Marie : […] Il a dit au milieu, j'en ai 42 et au début on ne le sait pas [Marie écrit un « ? » au tableau]. À la fin, il savait qu'il en avait 68. Il s'est dit je vais rajouter des petits cubes et ceux que je vais rajouter ça veut dire que c'est ceux que j'avais du début. Il a donc fait 42-43-44… [Elle dessine au tableau en comptant à voix haute à partir de 42 et en faisant des petits cercles à chaque nombre prononcé] VE-70 à 71, L728 à 743).

Elle rend apparente auprès de ses élèves la stratégie de la recherche du complément d'une collection par un procédé de comptage à partir des petits cercles qu'elle dessine au tableau tout en coordonnant ses propos à des gestes et à sa représentation. Ensuite, elle utilise encore cette stratégie, mais en faisant référence à la valeur des chiffres selon leur position dans le nombre.

> Marie : Au milieu, il y en avait 42. Là, il faut que j'en rajoute dans le début. Si j'ai déjà 4 dizaines, ça m'en fait 6 à la fin. Je rajoute 2 dizaines. 4 plus 2, ça fait 6 [en écrivant 2 en dessous du D pour le début et en pointant le 6 dans 68] Ensuite, ici [en pointant 42] j'avais 2 unités. À la fin, ça m'en prend 8. Si j'en rajoute 6 et bien je sais que mon nombre de la fin a mes 26 du début et mes 42 du milieu [elle écrit 6 dans le nombre 26] (Voir figure 53) (VE-78, L805 à L810).

Ensuite, c'est Marie qui valide la réponse auprès de la classe en montrant aux élèves une façon de vérifier leur réponse avec la grille de nombres tout en démontrant son efficacité en termes de vitesse. Du même souffle, elle contribue à une concaténation de sens espérée chez les élèves. Elle rend apparent auprès de ses élèves qu'un déplacement vertical dans la grille de nombres correspond à des bonds de 10 (couche d'abstraction). Lors de la troisième séance, un moment important de l'activité d'E-A est observé lorsque Marie utilise la grille de nombres.

> Marie : 22, je m'en vais sur le nombre 22. 2 dizaines et 2 unités. J'ajoute 10, je vais faire rapidement POUF [en déplaçant son doigt verticalement d'une case] un bond de 10. 36 c'est 3 dizaines, 1-2-3 [en déplaçant son doigt de trois cases verticalement]. 6 unités, 1-2-3-4-5-6 [en déplaçant son doigt de six cases vers la droite] (VE-60 à 61, L609 à L612).

Dans cet extrait, l'usage de l'onomatopée « POUF » englobe différents moments passés de la séance qui ont contribué au façonnement du concept de nombre et qui permettent d'opérer sur la grille de nombres. Marie utilise le mot « ajoute » et l'associe au « POUF » qui signifie un déplacement vertical d'une case sans que cette objectivation passe par les mots. Elle rend toutefois apparent qu'il s'agit d'un bond de 10 en le mentionnant. Elle rend apparente la valeur associée à chaque chiffre du nombre en plus de l'associer au déplacement dans la grille. Ainsi, c'est par les gestes que Marie contribue à la mise en apparence de l'influence d'un ajout sur la valeur des nombres. Au sens de Radford (2011), l'utilisation du mot « POUF » montre toute la concaténation de sens qui a été effectuée préalablement par l'enseignante dans la classe. Or, sans avoir étudié finement l'activité de la classe, le sens de ce mot aurait été superflu. L'histoire de la classe qui a précédé cette utilisation permet de mieux comprendre ce qu'il laisse sous-entendre : soit le groupement de 10 unités. L'utilisation de ce mot réfère à toutes les actions qu'enseignante et élèves ont effectuées avant dans la classe avec les jetons et le regroupement en paquets de 10. D'ailleurs, lors de la deuxième séance, un extrait montre comment Marie fait émerger la nécessité du regroupement : « Bon, je vais l'encercler [elle encercle trois cercles]. Ça, c'est ton 3 » (VE-28, L278). Marie ne se limite pas au geste de pointage, elle encercle le nombre de cercles qui représente chacun des nombres mentionnés. Elle fait émerger tranquillement l'idée du regroupement tout en rendant apparent l'aspect cardinal du nombre ce qui contribue au développement du concept de nombre.

Ainsi, les différents outils qui médiatisent l'activité d'E-A ne sont pas considérés comme de simples aides à l'apprentissage, mais bien comme des constituants du sens qui s'élabore tout au long d'une séance. Dans l'apprentissage du nombre, il ne suffit pas de recourir au matériel pour connaitre des gains dans la progression des élèves. L'enseignante accompagnée montre bien que plus il y a usage de différents matériels, plus il y a nécessité d'être sensible, d'une part, aux composantes du nombre qui se donnent plus facilement à voir avec un matériel plutôt qu'avec un autre, et d'autre part, à l'expression du sens subjectif de chaque élève, de la ZDP de chacun, de manière à les faire progresser. Cette progression est alors reformulée en termes de prise en compte du processus d'objectivation. Il est fort intéressant de constater comment Marie intervient dans la ZPD de l'élève, mais aussi comment s'exprime cette zone chez l'élève qui par son regard exprime bien l'insécurité toujours présente alors qu'elle chemine pourtant dans l'apprentissage du nombre. Voici un exemple tiré lors de la quatrième séance.

> Julie : J'ai mis 2 dizaines et 2 unités, ça égale 22.
> Marie : 2 dizaines et 2 unités [en pointant sa représentation], est-ce qu'on avait écrit que ça donnait 22? Est-ce que c'était un nombre-chapeau? Un nombre caché un peu? [Elle fait oui avec sa tête.] [En s'adressant à la classe], est-ce que tu es d'accord que 2 dizaines et 2 unités, ça donne 22? [Élèves : oui!] [En s'adressant à Julie], alors oui, toi, tu as trouvé le piège que ça fait 22. Après?
> Julie : Après [en touchant le trait représentant la dizaine], il y a 1 dizaine égale 10. [Elle regarde Marie et attend son approbation avant de continuer. Marie fait un signe de pouce, voir figure 35.] (VE-47, L435 à L444).

Par ses mots et ses gestes, Marie intervient sur ce qui est classiquement associé à l'aspect cognitif de l'apprentissage (mise en correspondance de la valeur d'une dizaine et d'un paquet de 10 unités), mais aussi, sur la dimension affective de l'apprentissage (Radford et Roth, 2011). L'enseignante crée une dynamique de classe qui permet aux élèves de s'engager dans des discussions de haut niveau conceptuel et émotionnel.

Dans ce qui précède, les actions de l'enseignante entourant l'efficacité du matériel n'ont pas uniquement comme but de résoudre le problème, mais permettent aussi une progression visée au sujet du concept de nombre. Les actions médiatisées par les outils mettent en évidence une concaténation de sens. L'enseignante vise l'évolution des élèves dans le concept du nombre, soit un passage du dénombrement 1 à 1 dans l'utilisation des jetons vers une représentation de groupements particuliers (dizaine, centaine) par la prise en compte d'une organisation spatiale particulière. Ensuite, elle vise la reconnaissance d'une collection par l'usage d'un matériel dit semi-concret ainsi que l'utilisation d'une représentation symbolique. Bref, à travers la résolution du problème, l'enseignante semble forcer la concaténation de sens. Comme il a été vu précédemment, elle assure les transitions à l'aide des gestes qu'elle pose pour aider à faire des liens entre les différents matériels. Dans ce sens, c'est à travers l'activité des individus que se forment différentes couches de sens de l'objet mathématique qui sont perçues de façon progressive par les élèves au fil des expériences vécues. L'enseignante, par ses gestes et son langage, met en évidence des composantes de l'objet/activité qui seront ou non considérées par les élèves.

Finalement, les quatre séances ont été caractérisées par différents moments qui se déroulaient pendant l'activité d'E-A (explicitation des démarches individuelles, l'efficacité et la vérification de celles-ci). Dans la troisième séance, les actions de l'enseignante se tournaient davantage vers l'efficacité de la démarche supportée par l'usage d'un outil alors que dans la quatrième séance, ses actions étaient tournées vers le rôle du vérificateur. Pendant les quatre retours en groupe, différentes manières de faire ont été observées pendant l'activité d'E-A du nombre. La manière d'animer les retours en grand groupe illustre la façon dont il est possible d'engager les élèves dans la résolution d'histoires mathématiques, mais aussi la manière de les engager dans ce processus d'abstraction nécessaire à l'apprentissage du nombre. L'activité d'E-A du nombre qui se déroule dans la classe de 2e année en adaptation scolaire permet aux élèves de mobiliser des idées déjà acquises et, à l'aide du langage, de symboles et d'outils culturels, de faire des liens et de constituer de nouvelles idées (Radford, Demers et Miranda, 2009).

CONCLUSION GÉNÉRALE

Cette étude avait comme objectif de décrire et de comparer l'activité d'E-A qui vise le développement du concept de nombre, sous une approche par résolution de problèmes, chez une enseignante de 2^{e} année en adaptation scolaire pendant cinq ans. Les recherches présentées précédemment (par exemple : Baroody et Benson, 2001; Bednarz et Dufour-Janvier, 1988; Clements et Sarama, 2014; Côté et Martin, 2017; DeBlois, 1993; Dias, 2014; Dumais, 2005; Koudogbo, 2013; Mix *et al.*, 2002; Wynn, 1990) indiquent l'importance du développement du concept de nombre chez les élèves, les difficultés qu'ils peuvent rencontrer et l'influence des pratiques enseignantes auprès des élèves en difficulté. Ensuite, d'autres recherches (par exemple : Fillion *et al.*, 2020; Radford, 2011; Radford et Demers, 2004; Saboya et Tremblay, 2017; Tremblay et Dumas, 2011) exposent l'intérêt de considérer finement l'activité d'E-A en termes d'agir mathématique qui se développe chez les élèves ainsi que l'importance de la formation continue pour aider à l'implantation d'une approche par résolution de problèmes dans la classe (par exemple : Bednarz et Proulx, 2010; Lajoie et Bednarz, 2014). L'étude s'inscrit dans une recherche collaborative qui a duré cinq ans où une approche par résolution de problèmes a été implantée dans une classe d'adaptation scolaire. À notre connaissance, aucune recherche n'a documenté l'activité E-A orchestrée par la même enseignante sur une période de 5 ans. Ainsi, l'étude s'inscrit dans une approche phénoménologique et la théorie de l'objectivation de Luis Radford a été utilisée comme cadre d'analyse ce qui a permis de répondre à la question de recherche : *Comment l'enseignante (à travers ses manières de faire en mathématiques), pendant le retour en grand groupe, contribue-t-elle à l'objectivation du concept de nombre chez les élèves au fil des cinq années de la recherche collaborative?*

Cette étude de cas a permis d'analyser les manières de faire chez une enseignante de 26 années d'expérience contribuant au développement du sens du nombre chez ses élèves en difficulté d'apprentissage. L'analyse a été effectuée à partir des trois composantes indissociables de l'activité d'E-A : sujets, outils et objet (Radford, 2011). Pour ce faire, l'analyse fine de quatre séances de classe et plus particulièrement, de quatre retours en grand groupe, a permis de mettre la lumière sur ce qui est vécu dans la classe; tout ce qui est dit et fait pour faire progresser mathématiquement les élèves. Ces vidéos ont servi à analyser finement comment l'enseignante s'y prend pour favoriser la participation de ses élèves au fil des années ainsi que tout ce qu'elle rend apparent concernant le concept de nombre. Ainsi ont été reportés, dans la transcription, les mots dits à l'oral, mais également les gestes, les expressions faciales, les temps d'arrêt et certaines captures d'écran (photos) qui ont permis de mieux cerner le processus d'objectivation qui se passe dans chacune des séances analysées.

Il faut préciser ici que la présente étude n'avait pas comme prétention de dire que l'activité d'E-A menée par l'enseignante est meilleure à la cinquième année de la recherche collaborative, lorsque comparée aux précédentes séances. L'approche phénoménologique qui colore ce mémoire et l'adoption de la TO comme cadre d'analyse n'ont pas pour visée de critiquer la pratique enseignante. Il s'agit plutôt de mieux cerner la finesse des interventions de l'enseignante pour aider ses élèves à apprendre; des interventions qui dépassent largement les mots. La TO offre aux chercheurs une manière de prendre conscience de tout ce qui est fait et ce qui est dit en classe pour faire progresser les élèves. Les chercheurs qui utilisent la TO ne sont pas à la recherche d'invariants, mais documentent plutôt des manières de faire/penser mathématiquement (coordination des gestes, des propos, du matériel et de ses usages, etc.) qui façonnent l'élaboration du sens dans la classe.

L'étude actuelle a plusieurs apports positifs. D'une part, elle prend place dans une classe de 2e année qui favorisait déjà le développement d'une compréhension relationnelle. Cela a permis de porter un regard fin sur l'activité d'E-A du concept de nombre dans la classe. Une attention particulière a été accordée aux propos, outils et gestes qui ont médiatisé cette activité. D'autre part, les résultats ont permis de mieux documenter l'activité d'E-A sur une période de cinq ans. Ces derniers pourront se traduire en formations et publications professionnelles qui permettront aux enseignants d'avoir une compréhension plus fine des outils à considérer lorsqu'il est question de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques.

De fait, dans le cadre de la recherche collaborative qui a duré cinq ans, les chercheures sont à même de constater que plus l'enseignante est consciente des différentes composantes de l'objet/activité visé, plus elle est pointue dans ses questions posées, ses reformulations et ses gestes posés. Lors des quatre séances analysées, les élèves rendent apparentes des composantes différentes du concept de nombre par les différentes manières de résoudre les problèmes. L'enseignante se donne la responsabilité d'expliciter leur raisonnement. Pendant ses explications, Marie coordonne ses propos avec des gestes de pointage, utilise l'encadrement et le soulignement pour mettre en évidence la valeur du chiffre selon sa position dans le nombre et pour contribuer à la mise en apparence du groupement. Elle formule les nombres de différentes façons ce qui favorise le développement du concept de nombre chez les élèves (écriture symbolique, verbalisations qui s'appuient sur les positions et verbalisations qui s'appuient sur la valeur associée à chaque bloc multibase). Ces actions de l'enseignante permettent aux élèves de s'engager dans un processus d'abstraction. À travers la résolution d'un problème lors d'une séance d'histoire mathématique, l'enseignante semble forcer la concaténation de sens. Les actions de l'enseignante entourant l'efficacité du matériel permettent une progression visée au sujet du concept de nombre. L'enseignante vise chez les élèves le passage du dénombrement 1 à 1 dans l'utilisation des jetons vers une représentation de groupements particuliers (dizaine, centaine) par la prise en compte d'une organisation spatiale particulière. Ensuite, elle vise la reconnaissance d'une collection par l'usage d'un matériel dit semi-concret ainsi que l'utilisation d'une représentation symbolique. Les transitions sont assurées à l'aide des gestes qu'elle pose pour aider à faire des liens entre les différents matériels.

Ensuite, l'analyse a permis d'éclairer l'influence historico-culturelle de la classe sur l'activité d'E-A du nombre. Le climat instauré dans la classe et l'animation du retour en grand groupe (voir sections 5.2.1 et 5.2.2) sont des ingrédients essentiels pour viser l'engagement des élèves dans l'activité d'E-A. Les manières de faire dans le retour en grand groupe contribuent à développer l'être-en-mathématiques espéré. Par la suite, les différents outils qui médiatisent l'activité d'E-A sont considérés comme des constituants du sens qui s'élabore tout au long d'une séance. Dans l'apprentissage du nombre, pour connaitre des gains dans la progression des élèves, il ne suffit pas de recourir au matériel. Lorsque plusieurs matériels sont utilisés dans la classe, plus il est nécessaire d'être sensible aux composantes du nombre qui se donnent plus facilement à voir avec un matériel plutôt qu'avec un autre ainsi qu'à l'expression du sens subjectif de chaque élève de manière à les faire progresser. Cette progression se reformule en termes de prise en compte du processus d'objectivation. De plus, l'étude contribuera à l'avancement des connaissances scientifiques étant donné qu'à notre connaissance aucune recherche n'a documenté finement l'activité d'E-A des mathématiques au Québec dans une classe d'adaptation scolaire, et ce, avec la même enseignante sur une période aussi longue.

Toutefois, malgré les apports positifs, quelques limites sont à considérer. En raison de la quantité importante de données, une sélection des séances vidéo à analyser (une vidéo par année) a dû être effectuée ce qui a pu limiter la description de l'expérience. La première séance analysée a eu lieu au mois de mars alors que les trois autres sont au mois d'octobre ou de novembre. Ce choix a pu limiter l'analyse de l'activité. Il est important de spécifier que les données vidéo du mois d'octobre de la première année étaient accessibles. Or, la qualité de l'image était médiocre, ce qui aurait pu limiter encore plus, l'analyse sémiotique des données. L'analyse peut aussi être limitée puisque les données pendant l'année d'arrêt de la subvention de la recherche collaborative n'ont pas été recueillies et l'activité d'E-A continue d'évoluer pendant cette année-là.

Ensuite, il est important de rappeler que ce mémoire s'écarte de cette visée de généraliser ce qui est fait et dit dans une classe pour espérer une progression en mathématiques chez les élèves. L'approche phénoménologique ainsi que l'adoption de la TO comme cadre théorique et d'analyse justifient plutôt de considérer la présente étude comme une illustration du caractère social et contextuel de l'étude de l'activité d'E-A considérée comme étant ancrée dans des modes de significations culturelles qui sont eux-mêmes en mouvement. L'étude visait à documenter cette activité commune de mise en apparence de manières de faire/penser qui tendent vers les systèmes de pensée (activité) de notre Monde et qui a lieu pendant les retours en grand groupe. Cette activité est comprise à travers les différentes actions sémiotiquement médiatisées selon les interprétations et les sens subjectifs des élèves et de l'enseignante. Les résultats de l'étude ne se généralisent pas étant donné que l'activité d'E-A de chaque classe a une histoire et une culture qui la précède. Son analyse fine ne se voulait pas prescriptive. En effet, le but n'est pas de suggérer aux enseignants ce qu'il faut faire en classe pendant la résolution de problèmes. L'analyse se veut descriptive en faisant état de ce qui s'est passé au cours des cinq années d'une recherche collaborative. Assurément, chaque enseignant est libre de s'en inspirer dans sa pratique.

Plusieurs avenues de recherche ont émergé lors de la réalisation de l'étude. Celle-ci pourrait être réalisée auprès des enseignants de classes ordinaires. Il serait intéressant d'aller documenter ce qui se vit dans un milieu où le nombre d'élèves est plus élevé. De même, il serait pertinent d'effectuer cette étude dans un autre cadre (par exemple, en géométrie, où les expressions langagières à apprendre sont en grand nombre).

Pour conclure, la TO sert d'abord aux chercheurs pour l'analyse d'enseignants et d'élèves, mais elle devient aussi une manière d'intervenir auprès des enseignants. De ce fait, la TO est un cadre théorique, méthodologique, mais elle est aussi un outil important pour intervenir auprès des enseignants dans une perspective de développement professionnel. Elle permet de mieux documenter la « substance » de l'agir/pensée mathématique qui s'exprime dans la classe. En prenant le temps de l'expliciter aux enseignants, ils prennent alors conscience des différents outils sémiotiques qui médiatisent l'élaboration de sens. L'application de la TO aux séances de classe permet d'aider les chercheurs à faire prendre conscience aux enseignants de leurs manières de faire et de dire pendant l'activité d'E-A. Plus précisément, de leur manière d'intervenir dans la ZDP de chacun des élèves et surtout, de ceux qui se présentent à l'avant de la classe pour partager leur résolution lors du retour en grand groupe. Le plus récent programme de formation de l'école québécoise a cette intention d'intégrer davantage l'évaluation aux situations d'apprentissage (MELS, 2006). L'accompagnement des enseignants à l'aide de la TO permet d'affiner les indicateurs de progression d'un élève afin de dépasser l'étude de traces écrites, ou encore, de propos énoncés pour ainsi prendre en compte l'historicité de l'activité de la classe et aussi, d'autres outils sémiotiques (par exemple, gestes de pointage, d'encadrement…) qui peuvent remettre en question ce que l'élève peut effectivement faire sans aide. Ainsi, les conclusions de cette étude relèvent l'importance d'un bagage didactique riche chez l'enseignant, et ce, afin d'amener ses élèves vers le développement d'un agir mathématique. Elles soulèvent un questionnement par rapport à la formation initiale et continue des enseignants qu'il serait judicieux d'explorer davantage.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Baroody, A. J. et Benson, A. (2001). Early Childhood Corner : Early Number Instruction. *Teaching Children Mathematics*, *8*(3), 154-158.

Bauersfeld, H. (1994). Réflexions sur la formation des maîtres et sur l'enseignement des mathématiques au primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, *20*(1), 175-198.

Bednarz, N. et Dufour-Janvier, B. (1982). The understanding of numeration in primary school. *Educational Studies in Mathematics*, *13*, 33-57.

Bednarz, N. et Dufour-Janvier, B. (1986). Une étude des conceptions inappropriées développées par les enfants dans l'apprentissage de la numération au primaire. *European Journal of Psychology of Education*, *1*(2), 17-33.

Bednarz, N. et Dufour-Janvier, B. (1988). A Constructivist Approach to Numeration in Primary School : Results of a Three Year Intervention with the Same Group of Children. *Educational Studies in Mathematics*, *19*, 299-331.

Bednarz, N. et Proulx, J. (2010). Processus de recherche-formation et développement professionnel des enseignants de mathématiques : exploration de mathématiques enracinées dans leurs pratiques. *Éducation et Formation*, *e-293*, 22-36.

Biron, D. et Côté, L. (2016). Quand les mathématiques évoluent au rythme du jeu de l'enfant. Dans M. Krasimira, & B. Diane (Éds.), *Mathématiques ludiques pour les enfants de 4 à 8 ans* (p. 27-56). Québec, Canada : Presses de l'Université du Québec.

Blouin, P. et Lemoyne, G. (2002). L'enseignement des nombres rationnels à des élèves en difficulté d'apprentissage : une approche didactique de la rééducation et ses effets. *Petit x*, *58*, 7-23.

Boaler, J. (1998). Alternative Approaches to Teaching, Learning and Assessing Mathematics. *Evaluation and Program Planning*, *21*(2), 129-141. Repéré à http://proxy.uqar.ca/login?url=https://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=eric&AN=EJ574557&lang=fr&site=ehost-live&scope=site

Boaler, J. (2006). Urban Success : A Multidimensional Mathematics Approach with Equitable Outcomes. *Phi Delta Kappan*, *87*(6), 8.

Brodeur, M., Poirier, L., Laplante, L., Boudreau, C., Makdissi, H., Blouin, P., ... Moreau, A. C. (2015). *Référentiel des compétences pour une maitrise professionnelle en orthopédagogie*. Comité interuniversitaire sur les orientations et les compétences pour une maitrise professionnnelle en orthopédagogie. Association des doyens, doyennes et directeurs, directrices pour l'étude et la recherche en éducation au Québec (ADEREQ) : document inédit.

Brousseau, G. (1998a). Obstacles épistémologiques, conflits sociocognitifs et ingénierie didactique. Dans N. Bednarz, & C. Garnier (Éds.), *Construction des savoirs : obstacles et conflits* (p. 277-285). Montréal, Canada : Agence d'ARC inc.

Brousseau, G. (1998b). Théorie des situations didactique. Grenoble, France : La pensée sauvage.

Brousseau, G. et Warfield, V. (2002). Le cas de Gaël. *Les cahiers du laboratoire de Leibniz*, *55*, 1-46.

Burkhardt, H. et Bell, A. (2007). Problem solving in the United Kingdom. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, *ZDM*(39), 395-403.

Butlen, D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique : recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution de problèmes numériques*. Besançon, France : Presses universitaires de Franche-Comté.

Cange, C. et Favre, J.-M. (2003). L'enseignement des mathématiques dans l'enseignement spécialisé est-il pavé de bonnes analyses d'erreurs? *Éducation et francophonie*, *31(2)*, 199-217.

Carré, P. et Mayen, P. (2019). *Psychologies pour la formation*. Malakoff : Dunod.

Charlot, J.-M. (1998). *Formalisation et comparaison cognitives de modèles mentaux de novices et d'experts en situation de résolution de problèmes*. (Thèse de doctorat). Université de Sherbrooke.

Cherel, C. (2005). *Deux élèves en difficulté s'intègrent à une classe ordinaire le temps… des mathématiques*. Montréal, Canada : Éditions Bande didactique.

Cherel, C. et Giroux, J. (2002). Intégration d'élèves en difficulté : une problématique didactique. *Revue Instantanée Mathématiques*, *XXXIX*, 37-48.

Clements, D. H. et Sarama, J. (2014). *Learning and Teaching Early Math : The Learning Trajectories Approach*. New York, États-Unis : Routledge.

Conne, F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths et regarder ce que ça donne. Dans G. Lemoyne, & F. Conne (Éds.), *Le cognitif en didactique des mathématiques* (p. 31-69). Montréal, Canada : Les Presses de l'Université de Montréal.

Corriveau, C. et Jeannotte, D. (2015). L'utilisation de matériel en classe de mathématiques au primaire : quelques réflexions sur les apports possibles. *Bulletin AMQ, Textes du 58e congrès*, *LV*(3), 32-49.

Côté, L. et Martin, V. (2017). *Cinq, pint, boune : construire un système de numération pour ébranler les conceptions*. Communication présentée au Actes du Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec, 31 mai au 2 juin 2017, Université McGill, Montréal.

De Cotret, S. R. et Fiola, A. (2006). Une adaptation de l'environnement informatisé Bouchon les trous pour des élèves en difficulté d'apprentissage. Dans J. Giroux, & D. Gauthier (Éds.), *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Hommage à Gisèle Lemoyne* (p. 113-138). Montréal, Canada : Éditions Bande Didactique

De Cotret, S. R. et Giroux, J. (2003). Le temps didactique dans trois classes de secondaire I (doubleurs, ordinaires, forts). *Éducation et Francophonie*, *31(2)*, 155-175.

DeBlois, L. (1993). *Le développement de l'abstraction en regard du concept de numération positionnelle chez les enfants en difficulté d'apprentissage*. (Thèse de doctorat inédite). Université Laval, Québec, Canada.

DeBlois, L. (1995). Le développement de l'écriture des nombres chez Christine. *Revue des sciences de l'éducation*, *XXI*(2), 331-351.

DeBlois, L. (1996). Une analyse conceptuelle de la numération de position au primaire. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *16*(1), 71-128.

DeBlois, L. (1997). Quand additionner ou soustraire implique comparer. *Éducation et francophonie*, *XXV*(1), 102-120.

DeBlois, L. (2001). *4 dizaines et 10 unités font 410, pourquoi?* Montréal, Canada : Editions Bande Didactique. Collection Mathèse.

DeBlois, L., Barma, S. et Lavallée, S. (2016). L'enseignement ayant comme visée la compétence à résoudre des problèmes mathématiques : quels enjeux? *Éducation et francophonie*, *44*(2), 40-67. doi : 10.7202/1039021ar

Demonty, I. et Fagnant, A. (2014). Tâches complexes en mathématiques : difficultés des élèves et exploitations collectives en classe. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 173-189. doi: https://doi.org/10.7202/1027912ar

Dias, T. (2014). construire le nombre : apprentissage et… difficultés. Repéré à http://www.ac-grenoble.fr/ien.grenoble5/IMG/pdf/Construction_du_nombre_Cycle_2_-_T-Dia.pdf

Dumais, S. (2005). *L'utilisation du jeu en classe préscolaire pour viser le développement du concept de nombre*. (Thèse de doctorat). Université de Montréal. Repéré à http://hdl.handle.net/1866/16465

Engeström, Y. (1997). Activity theory and individual and social transformation. Dans Y. Engeström, R. Miettinen, & P. R.-L (Éds.), *Perspectives on activity theory* (p. 19-38). Cambridge, Angleterre : Cambridge University Press.

Fillion, A., Tremblay, M. et Saboya, M. (2020). *La théorie de l'objectivation pour cerner l'activité d'enseignement-apprentissage vécue dans une classe de 2e année au primaire en adaptation scolaire*. Communication présentée au Actes du Colloque du Groupe de didactique des mathématiques du Québec, 22 mai au 24 mai 2019, Université Laval, Québec.

Fortin, M.-F. et Gagnon, J. (2016). *Fondements et étapes du processus de recherche Méthodes quantitatives et qualitatives* (3e édition). Québec : Chenelière Éducation.

Fosnot, C. et Dolk, M. (2002). *Young mathematician at work : Constructing fractions, decimals, and percents*. New Hampshire, États-Unis : Heinemann.

Giroux, J. (2010). *Pour une différenciation de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage en mathématiques*. Communication présentée au Colloque du GDM, Moncton, Canada.

Giroux, J. (2013). Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Education & didactique*, (1), 59-86.

Giroux, J. et De Cotret, S. R. (2001). *Le temps didactique en classe de doubleurs*. Communication présentée au VIe Congrès de Sciences de l'éducation Montréal, Canada.

Gohier, C. (2004). De la démarcation entre critères d'ordre scientifique et d'ordre éthique en recherche interprétation. *Recherches qualitatives*, *24*, 3-17. Repéré à http://www.recherche-qualitative.qc.ca/documents/files/revue/edition_reguliere/numero24/24gohier.pdf

Goupil, G. (2007). *Les élèves en difficulté d'adaptation et d'apprentissage* (3e édition). Montréal, Canada : Gaëtan Morin éditeur.

Houle, V. (2016). *Fondements didactiques pour une intervention orthopédagogique sur la notion de fraction*. (Thèse de doctorat inédite). Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada.

Houle, V. et Giroux, J. (2017). Enseigner la numération de position autrement : le cas d'une situation expérimentée en classe spécialisée. *Association mathématique du Québec*, *LVII*(3), 55-69.

Ivic, I. (2000). *Lev S Vygotsky*. Paris, France : UNESCO : International Bureau of Education.

Johsua, S. et Dupin, J.-J. (1993). *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*. Paris : PUF.

Kamii, C. (1996). La théorie de Piaget et l'enseignement de l'arithmétique. *Perspectives*, *26(1)*, 105-118.

Karsenti, T. et Savoie-Zajc, L. (2011). *La recherche en éducation : étapes et approches* (3e édition). Montréal : Éditions du renouveau pédagogique Inc.

Koudogbo, J. (2013). *Portrait actuel des connaissances d'élèves de troisième année de l'ordre primaire et de situations d'enseignement sur la numération de position décimale*. (Thèse de doctorat). Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada.

LaCroix, L. N. (2010). *Learning Mathematics for the Workplace : an Activity Theory Study of Pipe Trades Training*. (Thèse de doctorat). The University of British Columbia, Vancouver, Canda.

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2012). Évolution de la résolution de problèmes en enseignement des mathématiques au Québec : un parcours sur cent ans des programmes et documets pédagogiques. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, *12*(2), 178-213.

Lajoie, C. et Bednarz, N. (2014). La résolution de problèmes en mathématiques au Québec : évolution des rôles assignés par les programmes et des conseils donnés aux enseignants. *Éducation et francophonie*, *42*(2), 7-23. doi : 10.7202/1027903ar

Laplante, H. (1984-1985). L'enseignement dans la démarche de résolution de problèmes. *Instantanés mathématiques*, *21*(numéro spécial D), 17-18.

Legendre, R. (2005). *Dictionnaire actuel de l'éducation* (3e édition). Montréal, Canada : Gérin.

Lemoyne, G. et Bisaillon, N. (2006). Conception et réalisation de recherches sur l'enseignement des mathématiques dans des classes intégrant des élèves en difficulté. Dans J. Giroux, & D. Gauthier (Éds.), *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Hommage à Gisèle Lemoyne* (p. 9-34). Montréal, Canada : Éditions Bande didactique.

Leontiev, A. N. (1978). *Activity, consciousness, and personnality* (traduit par M. J. Hall). Englewood Cliffs, New-Jersey, États-Unis : Prentice-Hall. (Russian original published in 1975).

Leontiev, A. N. (2009). *Activity and Consciousness*. Pacifica, CA : MIA.

Maheux, J.-F. et Proulx, J. (2017). Éthique et activité mathématique. *Éducation et francophonie*, *45*(1), 174-194. doi : 10.7202/1040726ar

Martin, V. (2014). *Étude des interventions didactiques dans l'enseignement des probabilités auprès d'élèves jugés ou non en difficulté en mathématiques en classes ordinaires du primaire*. (Thèse de doctorat). Université de Sherbrooke.

Mary, C. (2003). Interventions orthopédagogiques sous l'angle du contrat didactique. *Éducation et francophonie*, *31(2)*.

Mary, C., Squalli, H. et Schmidt, S. (2008). Mathématiques et élèves en difficulté grave d'apprentissage : contexte favorable à l'interaction et au raisonnement mathématique. Dans J. Myre Bisaillon, & N. Rousseau (Éds.), *Les jeunes en grande difficulté. Contextes d'intervention favorables* (p. 169-192). Québec, Canada : Presses de l'Université du Québec.

Mary, C. et Theis, L. (2007). Les élèves à risque dans des situations problèmes statistiques : stratégies de résolution et obstacles cognitifs. *Revue des sciences de l'éducation*, *33*(3), 579-599. doi : 10.7202/018959ar

McCain, M. N., Mustard, J. F. et Sankers, S. (2007). *Early years study 2 : putting science into action*. Toronto, Ontario : Council for early chil development

MELS. (2006). *Programme de formation de l'école québécoise - Éducation prescolaire et Enseignement primaire*. Québec, Canada : Gouvernement du Québec.

MELS. (2009). *Progression des apprentissages - Mathématique*. Québec, Canada : Gouvernement du Québec.

MEO. (2005). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 3e année - Numération et sens du nombre*. Ontario, Canada : Gouvernement de l'Ontario.

MEO. (2006). *Guide d'enseignement efficace des mathématiques de la maternelle à la 6eannée - Fascicule 2*. Ontario, Canada : Gouvernement de l'Ontario.

Mevarech, Z. et Kramarski, B. (1997). IMPROVE : A multidimensional method for teaching mathematics in heterogeneous classrooms. *American Educational Research Journal*, *34*(2), 365-395.

Mevarech, Z. et Kramarski, B. (2014). Critical Maths for Innovative Societies : The Role of Metacognitive Pedagogies. Repéré à http://dx.doi.org/10.1787/9789264223561-en

Meyor, C. (2007). Le sens et la valeur de l'approche phénoménologique. *Recherches Qualitatives*, *4*, 103-118.

Mix, K., Huttenlocher, J. et Levine, S. C. (2002). Multiple cues for quantification in infancy : Is number one of them? *Psychological Bulletin*, *128*(2), 278-294.

Mongeau, P. (2011). *Réaliser son mémoire ou sa thèse : Côté Jeans et Côté Tenue de soirée*. Québec : Presses de l'Université du Québec.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2014). *Principles to actions : Ensuring mathematical success for all*. Reston, États-Unis : Auteur.

Nicolet, M. (1995). *Dynamiques relationnelles et processus cognitifs*. Paris, France : Delachaux et Niestlé.

NRC. (2001). *Adding It Up : Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC : The National Academies Press. doi : 10.17226/9822

Ordre des orthophonistes et audiologistes du Québec. (2018). *Guide d'accueil des nouveaux membres de l'OOAQ*. Repéré à http://www.ooaq.qc.ca/publications/doc-documents/GuideAccueil-NouveauxMembres2018.pdf

Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *13(1-2)*, 5-118.

Poirier, L. (2001). *Enseigner les maths au primaire. Notes didactiques*. Montréal : ERPI.

Proulx, J. (2003). *Pratiques des futurs enseignants de mathématiques au secondaire sous l'angle des explications orales : intentions sous-jacentes et influences*. (Mémoire de maitrise inédit). Université du Québec à Montréal.

Radford, L. (2004). La généralisation mathématique comme processus sémiotique. Dans G. Arrigo (Éd.), *Atti del Convegno di didattica della matematica* (p. 11-27). Locarno, Suisse : Alta Scuola Pedagogica.

Radford, L. (2009). *Why do gesture matter ? Gestures as semiotic means of objectivation*. Communication présentée au Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Melbourne, Australia.

Radford, L. (2011). Vers une théorie socioculturelle de l'enseignement-apprentissage : La théorie de l'objectivation. *Élément 1*, 1-27.

Radford, L. (2013). On Semiotics and Education. *Éducation et didactique*, *7*(1), 185-204.

Radford, L. (2015). La pensée mathématique du point de vue de la théorie de l'objectivation. Dans L. Theis (Éd.), *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage - Actes du colloque EMF2015 - GT3* (p. 334-345). Alger, Algérie : 10-14 octobre 2015.

Radford, L. (2016). The theory of objectification and its place among sociocultural research in mathematics education. *International Journal for Research in Mathematics Education (RIPEM)*, *6*(2), 187-206.

Radford, L. (2019). On the Epistemology of the Theory of Objectification. Dans U. T. Jankvist, M. V. D. Heuvel-Panhuizen, & M. Veldhuis (Éds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11, February 6 – 10, 2019)* (p. 3062-3069). Utrecht, the Netherlands : ERME.

Radford, L. (sous presse). Le concept de travail conjoint dans la théorie de l'objectivation. *Cahier du Laboratoire de Didactique André Revuz, Paris : IREM de Paris*.

Radford, L. et Demers, S. (2004). *Communication et apprentissage - Repères pratiques et conceptuels pour la salle de classe de mathématiques*. Ontario, Canada : Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.

Radford, L., Demers, S., Guzmàn, J. et Cerulli, M. (2004). The Sensual and the Conceptual : Artefact-mediated kinesthetic actions and semiotic activity. Dans M. J. Høines, & A. B. Fuglestad (Éds.), *Communication présentée au International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME 28)* (Vol. 4, p. 73-80). Bergen, Norvège : Bergen University College.

Radford, L., Demers, S. et Miranda, I. (2009). *Processus d'abstraction en mathématiques*. Ottawa : Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, Imprimeur de la Reine pour l'Ontario.

Radford, L. et Roth, W.-M. (2011). *A cultural historical perspective on teaching and learning*. Rotterdam, Pays-Bas : Sense Publishers.

Richard, M., Carignan, I., Gauthier, C. et Bissonnette, S. (2017). *Quels sont les modèles de formation continue les plus efficaces pour l'enseignement de la lecture et de l'écriture chez les élèves du préscolaire, du primaire et du secondaire? Une synthèse des connaissances*. Québec, Canada : Fonds de recherche du Québec-Société et culture.

Riveros, L. M. P. (2010). *L'évaluation du sens du nombre : Élaboration d'un outil diagnostique des premier et deuxième cycles du primaire*. (Mémoire de maitrise inédit). Université de Sherbrooke.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne de l'enseignement des sciences des mathématiques et des technologies*, 505-528.

Roiné, C. (2009). *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A : Une contribution à la question des inégalités*. (Thèse de doctorat). Université Victor Segalen Bordeaux 2, Bordeaux, France.

Roth, W.-M., Radford, L. et LaCroix, L. N. (2012). Working With Cultural-Historical Activity Theory. *Forum : Qualitative Social Research*, *13*(2), Art. 23. Repéré à http://www.qualitative-research.net/index.php/fqs/article/view/1814/3379

Saboya, M. et Tremblay, M. (2017). Co-élaboration d'interventions entre enseignantes et chercheures visant le développement d'un choix éclairé de matériel auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage au primaire dans la résolution de problèmes additifs. Dans A. Braconne-Michoux, P. Gibel, & I. Oliveira (Éds.), *Étude de différentes formes d'interactions entre recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants*. Québec, Québec : Livres en ligne du CRIRES. http://lel.crires.ulaval.ca/public/BraconneMichoux_Gibel_Oliveira_2017.pdf.

Schmidt, S. et Thivierge, L. (2003). Interactions sociales et apprentissages mathématiques dans une classe d'élèves en difficulté grave d'apprentissage. Repéré à http://www.acelf.ca/c/revue/pdf/XXXI_2_125.pdf

Skemp, R. R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9-15.

Theis, L. et Ducharme, A. (2005). Le raisonnement mathématique chez les élèves en difficulté du début du primaire à travers l'exemple du développement de la pensée algébrique. Repéré à http://math.unipa.it/~grim/cieaem/cieaem57_theis_ducharme.pdf

Theis, L. et Gagnon, N. (2013). *L'apprentissage à travers des situations-problèmes mathématiques : bases théoriques et réalisation pratique*. Québec : Presses de l'Université du Québec.

Thomas, R. M. et Michel, C. (1994). *Vygotsky et la tradition soviétique. Théories du développement de l'enfant*. Paris, France : De Boeck.

Tremblay, M. et Dumas, B. (2011). Quand interroger l'activité mathématique à privilégier dans la classe contribue à développer les compétences. *Vie pédagogique*, (160), 64-69.

Voyer, D., Lavoie, N., Goulet, M.-P. et Forest, M.-P. (2018). La littérature jeunesse pour enseigner les mathématiques : résultats d'une expérimentation en première année. *Revue canadienne de l'éducation*, *41*(3), 634-660.

Vygotsky, L. (1985). *Pensée et langage*. Traduction de F. Sève. Paris, France : Messidor/Éditions sociales.

Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, *36*(2), 155-193.