







Université du Québec  
à Rimouski

**CONCEPTION D'UNE SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT  
PERMETTANT LA DISTINCTION ENTRE LES  
DIFFÉRENTS TYPES DE FONCTIONS EN  
MATHÉMATIQUES DE 4<sup>E</sup> SECONDAIRE EN INTÉGRANT  
LA TECHNOLOGIE**

Mémoire présenté

dans le cadre du programme de maîtrise en éducation

en vue de l'obtention du grade de maître ès arts

PAR

© VIRGINIE FILION

Mai 2023



**Composition du jury :**

**Caroline Damboise, présidente du jury, UQAR**

**Analia Bergé, directrice de recherche, UQAR**

**Mélanie Tremblay, codirectrice de recherche, UQAR**

**Diane Gauthier, examinatrice externe, UQAC**

Dépôt initial le 20 décembre 2022

Dépôt final le 26 mai 2023



UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI  
Service de la bibliothèque

Avertissement

La diffusion de ce mémoire ou de cette thèse se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire « *Autorisation de reproduire et de diffuser un rapport, un mémoire ou une thèse* ». En signant ce formulaire, l'auteur concède à l'Université du Québec à Rimouski une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de son travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, l'auteur autorise l'Université du Québec à Rimouski à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de son travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits moraux ni à ses droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, l'auteur conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont il possède un exemplaire.





À tous mes collègues enseignants de mathématiques qui, comme moi, cherchent toujours à améliorer leur pratique pour favoriser la réussite de leurs élèves.



## REMERCIEMENTS

Tout d'abord, je tiens à remercier ma directrice, Analia Bergé, et ma codirectrice, Mélanie Tremblay qui malgré la distance qui nous sépare, ont toujours été présentes pour me soutenir à leur façon. Vos connaissances et votre rigueur m'ont permis d'amener mon travail à un niveau supérieur. Grâce à vos conseils et à nos échanges, mon travail aura gagné en qualité sur le plan didactique. Je vous remercie d'avoir été aussi généreuses de votre temps, car c'est plus de cinq ans que nous avons partagé ensemble. Vous avez toujours su m'apporter votre support et vos encouragements dans mes moments de vulnérabilité.

Je remercie également ma famille qui m'a encouragé tout au long de cette aventure. Je souligne particulièrement le soutien de mon conjoint, René, car sans lui, il m'aurait été difficile d'aller au bout de ce projet. Dès le début, il m'a montré qu'il croyait en moi et s'est montré positif face à ma démarche de formation même s'il savait que cela impliquerait des absences de ma part sur le plan familial. Je remercie aussi mes enfants, Olivier et Anaïs, de s'être montrés aussi compréhensifs pour les nombreuses heures que j'ai dû passer dans mon bureau. Je vous souhaite de trouver votre passion et d'aller au bout de vos rêves.

De plus, je remercie mes amis et mes collègues de l'École secondaire de Rivière-du-Loup pour leur support moral au cours des cinq dernières années. J'adresse un merci plus particulier à ma collègue Karine, enseignante de français, qui m'a aidé pour la qualité de la langue, même si mon sujet était loin de ses intérêts personnels. Je ne peux également passer sous silence ma collègue Justine, qui s'est souvent offerte pour me remplacer en classe dans les moments plus critiques et avec qui j'ai la chance de partager les connaissances que j'ai acquises tout au long de ma maîtrise.

Enfin, je tiens à remercier les membres du jury pour leur précieux temps qu'ils ont passé à l'évaluation de mon mémoire.



## RÉSUMÉ

De nombreuses recherches se sont intéressées à l'enseignement et l'apprentissage des fonctions mathématiques au secondaire. Cependant, à notre connaissance, aucun travail n'a porté sur la distinction entre différents types de fonctions, c'est pourquoi nous nous y intéresserons. L'objectif de cette recherche est de concevoir, d'expérimenter et de valider une séquence d'enseignement appuyée sur les technologies visant l'apprentissage de la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle auprès d'élèves de quatrième secondaire de la séquence Culture Société Technique (CST) du programme de mathématique du Québec.

Pour notre recherche, ce sont principalement les travaux de Passaro (2015) et de Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon et Reed (2012) qui nous ont servi de référence pour mieux baliser l'enseignement de ce concept et son apprentissage auprès des élèves. De plus, les registres de représentation étant indissociables de la notion de fonction en mathématique, nous nous sommes appuyés sur les travaux de Duval (1993) afin de respecter les éléments qui sont à considérer en lien avec ce concept. Notons également que nous nous sommes intéressés aux grands principes socioconstructivistes de l'apprentissage ainsi qu'aux aspects à considérer pour l'intégration des TIC lors de l'élaboration de notre séquence.

Cette recherche d'approche qualitative s'appuie sur la méthodologie de l'ingénierie didactique (Artigue, 1988). Après avoir passé en revue les principaux aspects théoriques nécessaires à la conception d'une séquence permettant de développer des apprentissages en profondeur, nous avons procédé à l'élaboration de celle-ci ainsi qu'à l'analyse *a priori*. Par la suite, afin d'étudier la robustesse de la séquence d'apprentissage ayant été élaborée, deux phases d'expérimentation ont été réalisées. L'expérimentation s'est déroulée dans des classes de quatrième secondaire de la séquence CST. Des observations et des captations audiovisuelles ont été réalisées afin de collecter des données pour analyser les forces et les faiblesses de la séquence. Enfin, une présentation des résultats a été réalisée sous la forme d'une analyse *a posteriori* afin de comparer ce qui s'est passé avec ce qui avait été prévu pour en dégager des conclusions.

Mots clés : fonctions mathématiques, covariation, registres de représentation, enseignement secondaire, enseignement des mathématiques, intégration des TIC.

## ABSTRACT

Much research has been done on the teaching and learning of mathematical functions in secondary schools. However, to our knowledge, no work has been done on the distinction between different types of functions, which is why we will focus on this. The objective of this research is to design, experiment and validate a teaching sequence based on technologies aimed at learning the distinction between affine, quadratic and exponential functions with Secondary IV students in the Culture Société Technique (CST) *sequence* of the Quebec mathematics program.

For our research, it is mainly the research of Passaro (2015) and Doorman, Drijvers, Gravemeijer, Boon and Reed (2012) that served as references to better frame the teaching of this concept and its learning with students. Moreover, since the registers of representation are inseparable from the notion of function in mathematics, we relied on the research of Duval (1993) in order to respect the elements that are to be considered in connection with this concept. We also took an interest in the major socioconstructivist principles of learning as well as in the aspects to be considered for the integration of ICT when developing our sequence.

This qualitative research is based on the methodology of didactic engineering (Artigue, 1988). After having reviewed the main theoretical aspects required for the design of a sequence allowing for the development of in-depth learning, we proceeded with the development of the sequence as well as the a priori analysis. Subsequently, in order to study the strength of the learning sequence that was developed, two phases of experimentation were carried out. The experimentation took place in the fourth secondary classes of the CST sequence. Observations and audiovisual recordings were made to collect data to analyse the strengths and weaknesses of the sequence. Finally, the results were presented in the shape of a post analysis in order to compare what happened with what had been planned and to draw conclusions.

*Keywords:* mathematical functions, covariation, representation registers, high school education, teaching of mathematics, ICT integration.



## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	ix
RÉSUMÉ.....	xi
ABSTRACT .....	xii
TABLE DES MATIÈRES .....	xiv
LISTE DES TABLEAUX.....	xviii
LISTE DES FIGURES.....	xx
LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES .....	xxiv
INTRODUCTION GÉNÉRALE.....	1
CHAPITRE 1 PROBLÉMATIQUE.....	5
1.1 IMPORTANCE DE L'INTÉGRATION DE LA TECHNOLOGIE À L'ÉCOLE .....	5
1.1.1 L'intégration des TIC en milieu scolaire au Québec .....	6
1.1.2 Les technologies au service de l'enseignement des mathématiques.....	7
1.2 DIFFICULTÉS LIÉES À L'ABSTRACTION EN MATHÉMATIQUES .....	8
1.3 DIFFICULTÉS RELIÉES AUX FONCTIONS EN MATHÉMATIQUES .....	10
1.3.1 Importance du concept de fonction.....	10
1.3.2 Définition de la fonction .....	11
1.3.3 Différents regards de la fonction.....	12
1.3.4 Influence de l'enseignement sur l'apprentissage de la fonction .....	13
1.4 CONDITIONS FAVORISANT L'ÉTUDE DES FONCTIONS .....	15
1.4.1 Proposition de situations de modélisation favorisant les deux regards de la fonction.....	15
1.4.2 Signification dans un registre donné et coordination entre les registres de représentation.....	16
1.5 L'ENSEIGNEMENT DES FONCTIONS DANS LE PROGRAMME DU QUÉBEC.....	17



1.6	L'ENSEIGNEMENT DES FONCTIONS EN 4 <sup>E</sup> SECONDAIRE SOUS LA SÉQUENCE CST .....	19
1.7	OBJECTIF ET QUESTION DE RECHERCHE.....	23
CHAPITRE 2 Cadre conceptuel .....		27
2.1	LE CONCEPT DE FONCTION .....	28
2.2	L'APPROCHE COVARIATIONNELLE .....	30
	2.2.1 L'étude de la covariation.....	30
	2.2.2 La covariation en tant qu'approche.....	31
	2.2.3 Le développement du raisonnement covariationnel.....	33
2.3	LA SIGNIFICATION DES FONCTIONS SELON LES REGISTRES DE REPRÉSENTATION .....	40
2.4	LA MODÉLISATION DE SITUATIONS .....	47
2.5	LES CARACTÉRISTIQUES D'UNE SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT SELON LES PRINCIPES SOCIOCONSTRUCTIVISTES DE L'APPRENTISSAGE.....	49
	2.5.1 La résolution de problèmes et interactions sociales.....	49
	2.5.2 Les connaissances antérieures et le passage à l'abstraction.....	53
	2.5.3 L'importance de l'engagement et de la réflexion .....	54
	2.5.4 Le recours aux technologies en mathématiques.....	54
2.6	LA SYNTHÈSE DES CARACTÉRISTIQUES RETENUES POUR LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT .....	57
CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE .....		59
3.1	INTRODUCTION .....	59
3.2	APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE .....	59
	3.2.1 La recherche-développement.....	59
	3.2.2 La démarche d'ingénierie didactique et ses phases .....	60
3.3	OUTIL TECHNOLOGIQUE : MODALITÉS ET MOMENT DE RÉALISATION. ....	69
	3.3.1 Choix de l'outil technologique.....	69
	3.3.2 Choix des modalités de réalisation .....	74
	3.3.3 Choix du moment de réalisation de la séquence .....	76
CHAPITRE 4 CONCEPTION DE LA SÉQUENCE ET ANALYSE <i>A PRIORI</i> .....		77

4.1	PRÉALABLES À LA SÉQUENCE .....	77
4.2	PRÉSENTATION DE LA SÉQUENCE.....	81
4.2.1	Leçon 1 et justification des choix .....	81
4.2.2	Leçon 2 et justification des choix.....	88
4.2.3	Leçon 3 et justification des choix.....	107
4.2.4	Leçon 4 et justification des choix.....	117
4.3	CONCLUSION .....	127
CHAPITRE 5 ANALYSE A <i>POSTERIORI</i> ET RESULTATS .....		129
5.1	INTRODUCTION .....	129
5.2	DÉROULEMENT DES EXPÉRIMENTATIONS .....	129
5.2.1	Variables contextuelles à considérer .....	129
5.2.2	Appropriation de la séquence par les enseignantes .....	130
5.3	PREMIÈRE EXPÉRIMENTATION.....	131
5.3.1	Leçon 1 .....	131
5.3.2	Leçon 2 .....	143
5.3.3	Leçon 3 .....	155
5.3.4	Leçon 4.....	162
5.3.5	Leçon 5 .....	173
5.4	EXPÉRIMENTATION 2 .....	181
5.4.1	Leçon 1 .....	181
5.4.2	Leçon 2 .....	189
5.4.3	Leçon 3.....	204
5.4.4	Leçon 4.....	208
5.4.5	Leçon 5 .....	212
CHAPITRE 6 DISCUSSION.....		219
6.1	INTRODUCTION .....	219
6.2	ROBUSTESSE DE LA SÉQUENCE.....	219
6.3	MANIFESTATION DE L'ENGAGEMENT DES ÉLÈVES.....	221
6.4	APPRENTISSAGE DES SAVOIRS EN JEU.....	223
6.4.1	Activité sur les connaissances antérieures.....	224
6.4.2	Activités de modélisation .....	226

6.4.3 Activité Menu-math : Coordination de la résolution papier/crayon et sur <i>Desmos</i> .....	228
6.5 RETOUR SUR L'USAGE DE <i>DESMOS</i> À TRAVERS LES DIFFÉRENTES ACTIVITÉS .....	229
6.6 RETOUR GLOBAL SUR LA SÉQUENCE .....	231
CONCLUSION GÉNÉRALE.....	233
ANNEXE I Devoir préalable à la séquence.....	238
ANNEXE II Séquence deuxième version.....	239
ANNEXE III Verbatim .....	279
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	353

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1. Parallèle entre les composantes du raisonnement covariationnel dans le cadre de Carlson et celui de Passaro (présenté dans Passaro, 2015, p. 89) .....	37
Tableau 2. Registres de représentation – Définitions et exemples.....	43
Tableau 3. Étapes d’expérimentation et méthodes de collecte de données.....	67
Tableau 4. Exemples de réponses attendues .....	80
Tableau 5. Scénario de la leçon 1 .....	82
Tableau 6. Scénario de la leçon 2.....	88
Tableau 7. Éléments du code de création <i>Desmos</i> respectés dans les tâches de modélisation.....	102
Tableau 8. Scénario de la leçon 3.....	107
Tableau 9. Lien entre la tâche « Menu math sur les fonctions » et les caractéristiques d’une tâche riche en mathématique favorisant l’engagement des élèves selon Boaler (2016).....	113
Tableau 10. Éléments du code de création <i>Desmos</i> respectés dans la tâche « Menu math sur les fonctions » .....	115
Tableau 11. Scénario de la leçon 4.....	117
Tableau 12. Production des élèves lors de l’activité des connaissances antérieures.....	183
Tableau 13. Exemples de justifications appropriées pour les contraintes respectées avec la fonction $f(x) = 3,5x$ .....	210



## LISTE DES FIGURES

Figure 1. Illustration des deux approches de la fonction (Passaro, 2015, p. 20).....	13
Figure 2. Extrait du PFEQ relatant les concepts et processus reliés aux fonctions (CST4), p. 69 .....	18
Figure 3. Image de la bouteille, tirée de Janvier et Pelletier (2003, p. 45) .....	38
Figure 4. Tableau des passages d'un registre à un autre .....	46
Figure 5. Organisation des différentes étapes de la méthode ACODESA et attentes, tirée de Hitt, F., & Quiroz Rivera, S. (2019, p. 83) .....	51
Figure 6. <i>Desmos</i> Calculatrice graphique .....	69
Figure 7. <i>Desmos Activity Builder</i> .....	70
Figure 8. Tableau de bord <i>Desmos</i> .....	71
Figure 9. Rétroaction <i>Desmos</i> .....	71
Figure 10. Outil Capture, prise de la capture .....	72
Figure 11. Outil Capture, présentation aux élèves .....	72
Figure 12. Outil « Rythme ».....	73
Figure 13. Extrait de la progression des apprentissages (MEES, 2016, p. 18-19).....	78
Figure 14. Tableau à remettre (avec plus d'espace pour remplir) :.....	79
Figure 15 - Comparaison de la planification des phases d'enseignement prévues et réelles.....	132
Figure 16 - Devoir.....	133
Figure 17 - Affiches des élèves sur la fonction affine.....	136
Figure 18 - Table de valeurs d'une équipe.....	137
Figure 19 - Tableau résumé des réponses des élèves sur la fonction affine.....	138

Figure 20 - Comparaison de la planification des phases d'enseignement prévues et réelles .....	144
Figure 21 - Dessin de l'enseignante .....	145
Figure 22 - Résultats inscrits par l'enseignante.....	146
Figure 23 - Réponses de certains élèves à l'Écran 5.....	149
Figure 24 - Exemple de réponse à l'Écran 5 .....	149
Figure 25 - Réponses des élèves à l'Écran 7 .....	151
Figure 26 – Écrans 3 et 4 .....	153
Figure 27 - Nouvel Écran 3.....	153
Figure 28 - Nouvel Écran 1.....	154
Figure 29 - Comparaison entre l'Écran 6 original et celui après les modifications .....	155
Figure 30 - Planification des phases d'enseignement .....	156
Figure 31 - Exemple de réponse d'élève à l'Écran 5 .....	157
Figure 32 - Explication de l'enseignante sur les tables de valeurs.....	158
Figure 33 - Réponses des élèves Écran 3.....	159
Figure 34 - Réponses des élèves Écran 4.....	160
Figure 35 - Réponse d'une élève .....	161
Figure 36-Comparaison de la planification des phases d'enseignement prévues et réelles .....	163
Figure 37-Captures d'écrans à présenter aux élèves .....	164
Figure 38-Quelques contraintes du Menu math ayant suscité plus de questions.....	166
Figure 39-Contraintes de la tâche Menu math sur les fonctions.....	167
Figure 40 - Réponses Équipe 2 .....	169
Figure 41 - Réponses Équipe 1 .....	170
Figure 42 -Réponses Équipe 4 .....	171
Figure 43 -Comparaison de la planification des phases d'enseignement prévues et réelles .....	174

Figure 44 - Réponses des élèves à l'Écran 1 .....	177
Figure 45 - Réponses des élèves à l'Écran 4.....	178
Figure 46-Écrans 17 et 18 .....	180
Figure 47. Tableau résumé de l'enseignante .....	190
Figure 48. Écran 5 de l'activité Cure-dents 1 .....	194
Figure 49. Réponses des élèves ciblés à l'Écran 5 de Cure-dents 1 .....	194
Figure 50. Dessin d'un élève .....	195
Figure 51. Exemples de réponses d'élève présentés au groupe .....	196
Figure 52. Exemple fait par l'enseignante .....	198
Figure 53. Réponses des élèves ciblés .....	200
Figure 54. Réponses relatives au graphique.....	201
Figure 55. Réponses relatives à la table de valeurs ou au graphique .....	201
Figure 56. Captures d'écrans présentées aux élèves .....	204
Figure 57. Exemple de justifications d'une équipe .....	209
Figure 58. Exemples de réponses des élèves.....	212
Figure 59. Table de valeurs présentée à l'écran 1 et réponses des élèves ciblés .....	213
Figure 60. Réponses erronées des élèves .....	214
Figure 61. Réponse erronée.....	215
Figure 62. Exemple de réponses d'élèves, registre table de valeurs.....	215
Figure 63. Exemples de réponses d'élèves, registre graphique .....	216
Figure 64. Écran résumé à ajouter.....	229





## **LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES**

<b>ACODESA</b>	Apprentissage collaboratif, débat scientifique et autoréflexion
<b>CST</b>	Culture, société et technique
<b>MEES</b>	Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement Supérieur
<b>MELS</b>	Ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport
<b>OCDE</b>	Organisation de coopération et de développement économique
<b>PDA</b>	Progression des apprentissages
<b>PFEQ</b>	Programme de formation de l'école québécoise
<b>SN</b>	Sciences naturelles
<b>TIC</b>	Technologies de l'information et de la communication
<b>TS</b>	Technico-sciences





## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Nombreuses sont les recherches en éducation portant sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. Parmi celles-ci, plusieurs cherchent à mieux comprendre la façon dont les élèves acquièrent les savoirs et les savoir-faire qui leur sont enseignés. Il s'agit d'ailleurs de l'enjeu principal des recherches en didactique des mathématiques souligné entre autres par Charnay (1996). Plusieurs recherches en mathématiques s'intéressent à l'enseignement des fonctions au secondaire (Carlson, 1988 ; Carlson et Oehrtman, 2005 ; Confrey et Smith, 1995 ; Doorman et *al.*, 2012 ; Hitt et Morasse, 2009 ; Passaro, 2007 et 2015). Ces chercheurs ont su mettre en évidence l'importance de considérer deux regards en lien avec l'enseignement de cette notion, soit le regard correspondance et le regard covariationnel. Également, nombreuses sont les recherches portant sur les fonctions qui accordent une grande importance aux registres de représentation (Fontaine, 2021 ; Hitt et Gonzalez-Martin, 2015 ; Janvier et Pelletier, 2003 ; Passaro, 2007) puisque les travaux de Duval (1993) ont montré que la compréhension des fonctions passe nécessairement par la coordination entre les différents registres. De nos jours, ce passage d'un registre à un autre peut d'ailleurs être facilité par l'accès aux technologies. Cependant, afin de tirer profit de cette intégration des technologies, la séquence d'enseignement doit être réfléchi afin de s'assurer que leur utilisation ne vienne pas pallier une incapacité de coordonner les différents registres, mais plutôt faciliter son apprentissage. Il faut donc s'assurer que les élèves soient capables de réaliser les tâches même en l'absence de cette technologie. Il existe déjà de nombreuses recherches sur le sujet de l'introduction de la notion de fonction sous différents regards ainsi que sur la conversion entre les registres sémiotiques ; notre étude s'intéresse plutôt à l'enseignement de la distinction entre les différents types de fonctions au programme du deuxième cycle du secondaire dans les écoles québécoises en y intégrant la technologie.

Le chapitre I présente la problématique entourant notre sujet en abordant le potentiel de l'intégration de la technologie à l'école et dans le système éducatif québécois, plus particulièrement dans un contexte d'enseignement des mathématiques. Ensuite, les difficultés liées à l'abstraction en mathématiques, de même que celles reliées à l'apprentissage des fonctions, sont exposées. Les conditions favorisant l'étude des fonctions sont aussi exploitées. Enfin, ce sont les enjeux relatifs à l'enseignement des fonctions dans le programme du Québec et plus particulièrement dans la séquence Culture, société, technique qui sont présentés.

Le chapitre II est la présentation du cadre conceptuel ayant servi de guide pour l'atteinte de notre objectif de recherche. Il contient les leviers théoriques en lien avec le concept de fonction, l'approche covariationnelle, les registres de représentation ainsi que la modélisation. Ce chapitre se termine avec une présentation des caractéristiques d'une séquence d'enseignement selon les principes socioconstructivistes de l'apprentissage.

La méthodologie de recherche retenue fera l'objet du chapitre III. Voulant tenir compte de la complexité de la classe, dans une approche qualitative, la méthodologie de l'ingénierie didactique (Artigue, 1988) a inspiré nos actions. Les différentes phases associées à celle-ci sont donc présentées dans ce chapitre ainsi les méthodes et outils de collecte de données. Les choix relatifs à l'outil technologique, aux modalités et au moment de réalisation sont aussi exposés.

Cette étude s'inscrit dans une démarche d'ingénierie didactique, le chapitre IV sera ainsi la présentation de la conception de la séquence ainsi que l'analyse *a priori* de celle-ci. Le chapitre V quant à lui comporte la présentation des résultats ainsi que l'analyse *a posteriori* de la séquence élaborée.

Ensuite, le chapitre VI sera la discussion. Les sujets discutés sont la robustesse de la séquence, la manifestation de l'engagement des élèves et les apprentissages des savoirs en jeu. Étant donné que l'intégration de la technologie fait partie de notre objectif, un retour sur

l'usage de l'outil technologique choisi pour cette étude sera aussi réalisé. Enfin, un retour plus global sur la séquence sera présenté.

La conclusion de ce mémoire sera l'occasion d'exposer les retombées de cette recherche ainsi que les possibilités de prolongement.





# CHAPITRE 1

## PROBLÉMATIQUE

### 1.1 IMPORTANCE DE L'INTÉGRATION DE LA TECHNOLOGIE À L'ÉCOLE

L'utilisation des technologies de l'information et de la communication (TIC) est un sujet discuté dans le monde de l'éducation depuis les années 1990. D'ailleurs, de nombreux chercheurs de ce domaine s'y sont intéressés (par exemple Artigue, 2013 ; Gauthier, 2014 ; Laferrière, 2017 et Minh, 2011). Puisqu'elles sont omniprésentes dans la société, il est espéré du milieu de l'éducation que les situations d'apprentissage proposées favorisent leur intégration et qu'elles soient elles-mêmes transformées par leurs potentialités. Les jeunes y seront ainsi plus familiers et pourront mieux y recourir dans le futur tant sur le plan professionnel que social (Karsenti et Bugmann, 2017). L'impact de leur intégration sur la réussite des élèves n'est cependant pas toujours visible. En effet, l'OCDE (2015) affirme que le milieu de l'éducation ne fait pas une utilisation optimale des TIC puisqu'il existe une tendance à surestimer les compétences des enseignants et des élèves dans leur utilisation de l'informatique. Un des problèmes mentionnés est que les enseignants tentent de développer des compétences du XXI<sup>e</sup> siècle sans toutefois modifier leurs pratiques pédagogiques qui datent plutôt du XX<sup>e</sup> siècle. Pour profiter pleinement du potentiel des TIC, il est alors nécessaire de penser leur utilisation à partir de formules pédagogiques (par exemple : l'approche par problèmes, la pédagogie de la découverte) qui valorisent l'esprit critique et créatif des jeunes. Cela permettrait aux professionnels de l'éducation d'être plus efficaces pour amener les jeunes à développer les compétences nécessaires pour s'épanouir et pour mieux réussir dans le monde de demain (OCDE, 2015). Dans le *Second Handbook of Information Technology in Primary and Secondary Education* (Voogt et al., 2019), nous apprenons que l'innovation ne réside pas tant dans le fait de procurer du matériel

informatique aux écoles. Il s'agit plutôt de s'assurer que les TIC aient bien un impact réel sur l'enseignement et les apprentissages. On espère des TIC qu'elles favorisent des apprentissages en profondeur, que les situations proposées en classe valorisent l'expression d'une pensée critique et créative et qu'elles favorisent la collaboration.

Ainsi, même s'il est important d'enseigner aux jeunes à utiliser les TIC et que l'impact de leur utilisation sur l'engagement est connu, il reste encore de nombreux défis à relever quant à leur exploitation dans un contexte éducatif (Karsenti et Bugmann, 2017). Il faut aussi tenir compte du fait que la gestion de classe s'avère différente dans un contexte d'environnement informatique par rapport à une classe où les enseignants utilisent l'enseignement magistral et la technique papier-crayon (Artigue, 2013).

### **1.1.1 L'intégration des TIC en milieu scolaire au Québec**

Au Québec, l'intégration des TIC dans les classes n'est pas nouvelle. Plus récemment, dans l'objectif de vouloir faire mieux en matière d'intégration des TIC, le Ministère de l'Éducation et de l'Enseignement supérieur (MEES) du Québec a lancé son Plan d'action numérique en éducation et en enseignement supérieur en 2018 (PAN). Le gouvernement s'engage ainsi à investir des fonds dans les écoles pour faire l'achat de nouvelles ressources informatiques et technologiques de même que pour accompagner les enseignants (MEES, 2018). Toujours dans son plan d'action, le Ministère formule clairement la nécessité de penser l'intégration des TIC à même la mise en place de pratiques pédagogiques innovantes. On y suggère la mise en place de projets de robotique ou de programmation. Un travail d'appropriation du PAN à travers une relecture du développement des compétences de chacune des disciplines d'enseignement est proposé afin de questionner la communion nécessaire entre pratiques innovantes et mises en place de situations d'apprentissage en classe qui permettront d'atteindre les intentions didactiques visées. Dans le cas particulier des mathématiques, il s'agit alors de réfléchir aux potentialités offertes par les TIC pour enrichir les apprentissages.

### 1.1.2 Les technologies au service de l'enseignement des mathématiques

L'utilité des mathématiques pour le futur citoyen en tant qu'acteur économique et social n'est plus à argumenter (Charnay, 1996). Effectivement, les mathématiques permettent aux jeunes, par exemple, d'apprendre à être vigilants devant les messages qui leur sont transmis. Les mathématiques sont importantes dans de nombreux domaines professionnels et dans plusieurs aspects de la vie personnelle d'un adulte. L'OCDE (2016) affirme d'ailleurs que la réduction des inégalités socio-économiques passe par l'enseignement et l'apprentissage des compétences en mathématiques. Ces compétences s'expriment par l'aptitude :

[...] à formuler, employer et interpréter des mathématiques dans de multiples contextes, pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes, en comprenant le rôle que les mathématiques jouent dans le monde. [...] Un bon élève en mathématiques comprend le rôle que les mathématiques jouent dans le monde, en vue de se comporter en citoyen constructif, engagé et réfléchi, c'est-à-dire poser des jugements et prendre des décisions en toute connaissance de cause. (OCDE, 2022)

Les avancements technologiques facilitent la réalisation de certaines tâches en mathématiques. À titre d'exemple, certains calculs, qui devaient auparavant se faire à la main, peuvent maintenant être réalisés en quelques secondes à l'aide de calculatrices ou de logiciels. Pour l'enseignement et l'apprentissage, l'arrivée des calculatrices graphiques, des logiciels et des applications permettent une économie de temps dans la réalisation de tâches et favorisent la coordination de différents registres de représentations (multi fenêtrage avec coordination de la règle, des données présentées dans une table de valeurs et du graphique). L'un des défis consiste à intégrer les TIC de manière à favoriser l'apprentissage des concepts tels que celui des fonctions, et cela, en offrant aux élèves l'opportunité de réfléchir et d'apprendre à partir d'activités d'apprentissage conçues à cet effet (Doorman et *al.*, 2012).

Tremblay (2019) et Tremblay et Le Nabec (2019) brossent un portrait des TIC que l'on retrouve actuellement dans les classes de mathématiques au Québec. Parmi celles-ci, on y retrouve entre autres la calculatrice, le tableur, les logiciels de géométrie dynamique, les

grapheurs, les outils de programmation, les outils de manipulation symbolique, les exercices, mais aussi les outils intégrant un espace de clavardage et un espace de représentation (géométrie dynamique et graphes). Préconisant une approche par résolution de problèmes, ils catégorisent les outils selon qu'ils permettent d'offrir ou non une rétroaction à l'élève, selon qu'ils permettent ou non la collaboration entre pairs et selon qu'ils facilitent ou non la différenciation des interventions de l'enseignant en permettant de visualiser les avancées de chaque élève (ou équipe). Comme les chercheurs l'écrivent : « [...] dresser un portrait des technologies présentes dans les classes de mathématiques n'est pas simple, car il faut d'emblée admettre qu'il y a inégalité dans les classes quant à leur place, mais aussi, quant à leurs usages. » (Tremblay et Le Nabec, 2019, p. 3) Ainsi, à l'instar de ces chercheurs, notre recherche propose de voir les potentialités des TIC en tant que ressources possibles pour améliorer les apprentissages. Les situations d'apprentissage développées permettront d'enrichir les apprentissages des élèves dans la mesure où l'enseignant est d'abord conscient des difficultés associées à l'apprentissage des notions mathématiques en jeu.

## **1.2 DIFFICULTÉS LIÉES À L'ABSTRACTION EN MATHÉMATIQUES**

Un des éléments qui rend difficile l'apprentissage des mathématiques est que pour les comprendre, il faut recourir à l'abstraction. Le concept d'abstraction, qui est en fait un processus cognitif élémentaire, devient complexe lorsqu'il est question de l'abstraction en mathématiques (Radford et *al.*, 2009). À la base, il s'agit simplement de la capacité de regrouper des éléments selon un élément commun. L'abstraction mathématique est dite relationnelle au sens où si les premières expériences d'initiation à certains concepts peuvent être réalisées dans le monde sensible, par exemple, dénombrement d'une collection d'objets que l'on peut déplacer, rapidement, l'enfant devra y dégager certaines propriétés qu'il devra aussi pouvoir coordonner à d'autres registres de représentations. La collection de six poupées devant être associée en numération parlée au mot « six », mais aussi être associée en numération écrite au symbole « 6 ». En parallèle, l'élève devra tisser des liens entre l'apprentissage de la comptine de nombres et y percevoir son utilité dans le dénombrement de collections. Tout au long de son cursus, l'élève devra enrichir sa compréhension de

certains concepts au fil des expériences vécues. Les petites collections deviendront plus grandes. Ce qui sera tantôt travaillé par le biais d'expériences de coordination de matériel et de symboles sera succédé par des situations où les problèmes seront plutôt présentés à l'aide de mots et de symboles où s'ajouteront de nouveaux registres qu'il faut apprendre à décoder à utiliser (graphiques, table de valeurs, équation, règles, système d'équations...). Ainsi bien que l'on puisse énoncer les différents concepts en jeu dans les programmes, le défi est bien de voir la progression de chacun au fil des cycles et de percevoir toutes les expériences que les élèves devraient nécessairement vivre à l'école pour donner du sens aux concepts qui se présenteront davantage sous leur forme symbolique au secondaire. Comme le souligne Sierpiska (1992), nombre d'élèves éprouvent des difficultés à faire le lien entre les différents registres de représentation, ou même, à les manipuler de manière à les voir autrement pour y donner davantage de sens.

L'expression du processus d'abstraction ne s'actualise pas nécessairement en se limitant à écouter et à emmagasiner des informations. L'élève doit plutôt créer des liens avec ses connaissances antérieures pour amener sa compréhension à un niveau conceptuel plus riche. Charnay et *al.* (2005) rappellent qu'en enseignement, il faut s'écarter de la perception des contenus à enseigner en tant que liste à cocher qui serait le produit d'un découpage minutieux de tous les concepts et processus prescrits. Il est plutôt préférable que les élèves soient amenés à faire face au besoin de construire du « nouveau » puisque l'« ancien » n'est plus suffisant pour répondre à leurs besoins. Pour ce faire, il faut proposer aux élèves une situation où leur procédure habituelle serait insuffisante ou trop lourde à appliquer. Les connaissances ne sont pas toutes simples à acquérir surtout lorsqu'il est question de connaissances dont l'apprenant ne voit pas l'utilité, l'introduction de la notion de fonction est un bel exemple à réfléchir. Charnay et *al.* (2005) affirment que même si les élèves connaissent plusieurs notions, ils ne savent généralement pas reconnaître quand il est le temps de les utiliser. C'est pour cette raison que ces auteurs affirment, en référant à Vergnaud (1986), qu'il est préférable de développer les savoirs à partir de problèmes à résoudre. Ainsi, les élèves seraient habilités à reconnaître les situations où ces connaissances sont utiles. La question sera alors d'anticiper les possibles difficultés que rencontreront les élèves et de concevoir des situations qui

pourront certes susciter des conflits cognitifs, mais aussi de convaincre les élèves des usages des concepts.

### **1.3 DIFFICULTÉS RELIÉES AUX FONCTIONS EN MATHÉMATIQUES**

Ce n'est pas un hasard si autant de recherches en didactiques des mathématiques portent sur le sujet de l'enseignement-apprentissage des fonctions. Non seulement ce sujet occupe une place centrale dans les programmes de formation des écoles secondaires, mais en plus, il s'avère être un des plus difficiles à apprendre pour les élèves (Doorman et *al.*, 2012). En effet, même chez les élèves très performants, la compréhension du concept de fonction est souvent faible (Carlson, 1998). Ceci s'explique en partie par le fait que différentes « unités de raisonnement » doivent être considérées dans le développement du raisonnement covariationnel associé à l'apprentissage du concept de fonction. La mise en place de conditions prenant en compte ce qui précède s'avère plus complexe que ce que les programmes scolaires ne le laissent voir (Carlson et Oehrtman, 2005).

#### **1.3.1 Importance du concept de fonction**

Le concept de fonction fait son apparition vers le milieu du XVII<sup>e</sup> alors que les mathématiciens tentent de modéliser des phénomènes astronomiques, physiques ou mécaniques (Rogalski, 2013). Effectivement, la notion de fonction est le résultat de l'effort humain qui cherchait à comprendre les phénomènes qui les entourent (Sierpinska, 1992). Ce qui précède met en évidence les conditions ayant légitimé l'émergence du concept de fonction, soit d'abord cette reconnaissance de différentes grandeurs en jeu dans l'étude d'un phénomène et la mise en relation de certaines en vue de mieux modéliser les phénomènes ou de résoudre des problèmes associés. La recherche de modèles implique alors de percevoir certaines régularités à travers l'étude de ce qui est changeant. Ainsi, au-delà du fait que les

fonctions soient des concepts prescrits dans les différents programmes de mathématique au secondaire, un regard historique sur l'introduction du concept permettra de mieux percevoir ses conditions d'émergence et aussi de s'inspirer des contextes dont il est issu pour proposer des problèmes entourant des sujets plus actuels tels que modéliser des populations ou calculer des profits à la suite d'un placement. Le but de cette démarche est de susciter l'intérêt des élèves pour apprendre cette notion qui pourra ensuite leur être utile pour faire des choix éclairés dans leur futur de citoyen. Sierpinska (1992) soutient que si nous ignorons ces problèmes, cela laisse croire aux élèves que les mathématiques ne s'intéressent pas aux problèmes pratiques de la vie courante. C'est pour cette raison qu'elle propose de commencer par modéliser des relations entre des variables afin de démontrer que les fonctions sont des outils de description et de prédiction. En fait, ce sont les problèmes et les questions qui justifient leur utilisation. En éducation, trop souvent l'ordre est inversé, c'est-à-dire que les relations entre les grandeurs variables sont préparées pour illustrer le type de fonctions à enseigner sans nécessairement partir d'un problème à résoudre. Les élèves ne peuvent donc pas saisir la pertinence de s'y intéresser.

### **1.3.2 Définition de la fonction**

Il n'est pas simple de fournir une définition du concept de fonction puisque celui-ci a évolué sur un grand nombre d'années et qu'il diffère d'un mathématicien à un autre. Le concept de fonction est complexe, nous ne pouvons le restreindre à une simple définition, car il risquerait de perdre de sa richesse (René de Cotret, 1985, cité dans Passaro, 2007).

Dans sa thèse doctorale, Minh (2011) a élaboré une forme de genèse du concept de fonction qui permet de bien cerner différents enjeux à considérer pour l'enseignement. Pour ce faire, il a utilisé les travaux de Youschkevitch (1976). Nous présentons donc un bref résumé de cet historique.

D'abord, il faut mentionner que le travail sur les fonctions a commencé bien avant que les termes fonctions ou variables ne soient inventées. À l'Antiquité, on retrouve déjà des traces des premières tables de correspondance. Celles-ci servaient principalement à décrire la vie pratique et à faciliter les calculs. Au Moyen-Âge, on utilise des descriptions verbales pour décrire des cas de dépendance entre deux quantités plutôt que des formules algébriques. Il s'agit surtout d'expliquer des cas particuliers et non de faire de la généralisation. Du 16<sup>e</sup> au 17<sup>e</sup> siècle, les travaux de Galilée (1564-1642) portaient sur le mouvement, la vitesse, l'accélération et la distance parcourue et il cherchait à les expliquer à l'aide de lois. Il cherchait à décrire ces phénomènes de façon quantitative. Cette caractéristique de son travail a permis l'évolution du concept de fonction qui était, jusqu'à cette époque, davantage qualitatif. C'est du 17<sup>e</sup> au 19<sup>e</sup> siècle que la notion de fonction prendra forme et que les premières définitions écrites par des mathématiciens tels que Fermat, Bernoulli, Euler et Dirichlet apparaîtront. À ce moment, il y a de plus en plus une référence à la notion de dépendance entre les variables. D'ailleurs, la définition que voici, écrite par Dirichlet (1837), se rapproche des définitions utilisées dans nos temps modernes, car nous pouvons y déceler le lien entre la notion de fonction et l'idée de dépendance :

Soient  $a$  et  $b$ , deux nombres fixes et soit  $x$ , une grandeur variable, qui prend successivement toutes les valeurs comprises entre  $a$  et  $b$ . Si à chaque  $x$  correspond un  $y$  fini unique de façon que, quand  $x$  parcourt continûment l'intervalle entre  $a$  et  $b$ ,  $y=f(x)$  varie aussi progressivement, alors  $y$  est dite fonction continue de  $x$  sur cet intervalle. Pour cela, il n'est pas du tout obligatoire que  $y$ , sur tout l'intervalle, dépende de  $x$  par une seule et même loi, ni qu'elle soit représentable par une relation exprimée à l'aide d'opérations mathématiques (cité par Youschkevitch, 1976, p. 32, cité dans Falcade, 2006, p. 75)

### 1.3.3 Différents regards de la fonction

Une analyse de l'évolution du concept de fonction permet de déceler chez les différents mathématiciens une conception qui diverge selon le regard avec lequel ils la considèrent. Par exemple, Euler décrivait la fonction en 1755 avec un regard axé sur ce que nous appelons de nos jours la *covariation*, regard caractérisé de covariationnel par Passaro (2015) et Fontaine



(2021) : « Si certaines quantités dépendent d'autres quantités de telle manière que si les autres changent, ces quantités changent aussi, alors on a l'habitude de nommer ces quantités fonction de ces dernières. » (Euler, 1755, cité dans Soury-Lavergne et Bessot, 2012, p. 745) Tandis que Hankel en 1870 propose une définition reflétant davantage une conception avec un regard de correspondance :

On dit que  $y$  est fonction de  $x$  si à chaque valeur de  $x$  d'un certain intervalle correspond une valeur bien définie de  $y$  sans que cela exige pour autant que  $y$  soit définie pour tout l'intervalle par la même loi en fonction de  $x$ , ni même que  $y$  soit définie par une expression mathématique explicite de  $x$ . (Hankel, 1870, cité dans Soury-Lavergne et Bessot, 2012, p. 745)

Pour bien distinguer ces deux regards, Passaro (2015) propose l'exemple suivant (Figure 1) à partir d'une fonction  $g$  mettant en relation la variable indépendante  $x$  et la variable dépendante  $y$  :

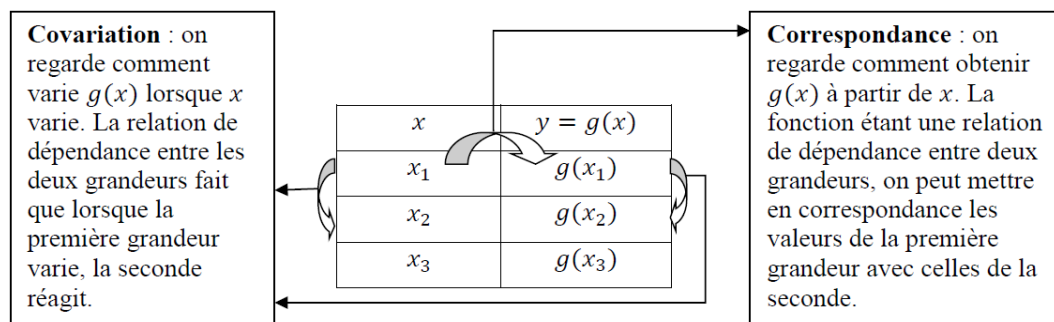


Figure 1. Illustration des deux approches de la fonction (Passaro, 2015, p. 20)

Ce schéma met en évidence que le regard correspondance met l'emphasis sur l'opération mathématique faite à partir de la variable  $x$  pour arriver à la valeur  $g(x)$  qui lui correspond tandis que le regard covariationnel s'intéresse à la façon dont  $g(x)$  varie lorsque  $x$  varie.

### 1.3.4 Influence de l'enseignement sur l'apprentissage de la fonction

Différents auteurs ayant traité de l'étude des fonctions s'entendent désormais sur l'importance de considérer les regards de la correspondance et celui de la covariation pour

explorer le concept de fonction, le dernier étant à privilégier (Confrey et Smith, 1995 ; Fontaine, 2021 ; Passaro, 2015 ; Soury-Lavergne et Bessot, 2012). On y avance aussi que certaines difficultés en lien avec l'enseignement des fonctions proviendraient de l'angle avec lequel elles sont présentées. Or, l'école a tendance à se limiter au regard correspondance et à négliger le regard covariationnel, obscurcissant du même coup les significations de variable et de fonction (Soury-Lavergne et Bessot, 2012).

Au Québec, la définition proposée par le cahier d'apprentissage Sommet mathématique, l'un des plus utilisés dans nos écoles, est un bel exemple de mise en évidence du regard correspondance : « Une fonction est une relation qui associe à toutes les valeurs que peut prendre la variable indépendante  $x$ , une et une seule valeur de la variable dépendante  $y$ . » (Bernier et *al.*, 2017, p. 105). On y remarque la référence aux variables, mais la façon de mentionner que chaque valeur de la variable indépendante est associée à une valeur de la variable dépendante met l'emphase sur l'aspect correspondance et la règle qui peut y être associée au détriment de l'aspect covariationnel. Puisque l'enseignement est principalement fait sous un regard de correspondance, la représentation symbolique (règle) est la plus utilisée et bien que la représentation graphique puisse être abordée, il s'agit souvent de situer différents couples de points pour les relier, sans égard à l'étude de la variation des écarts. L'utilisation abondante de l'approche par correspondance provoque une dépendance à la représentation algébrique au détriment de la table de valeurs au moment de l'apprentissage du concept de fonction (Confrey et Smith, 1995). Il est fréquemment demandé aux élèves de travailler à partir de la règle afin de calculer des réponses à des questions spécifiques. Le fait de mettre l'emphase sur les procédures n'est pas efficace pour construire le concept de fonction afin de pouvoir ensuite l'utiliser dans divers contextes (Carlson et Oehrtman, 2005). Le problème est encore plus important selon Thompson (1994b cité dans Carlson et Oehrtman, 2005) qui affirme que pour les élèves, la règle des fonctions représente simplement une expression algébrique séparée par un symbole d'égalité. Cette compréhension n'est clairement pas suffisante pour servir de base à la compréhension du concept de fonction. Pour cette raison, nous aurions avantage à mettre plus d'emphase sur l'enseignement du regard covariationnel.

Nombreux sont les chercheurs qui ont travaillé à démontrer l'importance et à faire ressortir les avantages d'enseigner les fonctions en développant le concept de covariation entre les variables (Hitt et Morasse, 2009 ; Passaro, 2015). Pour constater la dépendance entre deux variables, il est nécessaire de faire varier les variables et d'en regarder l'effet (René de Cotret, 1988). Celui-ci nécessite les registres table de valeurs et graphique et il permet de mieux les saisir. Les différents registres viennent ainsi compléter la compréhension de l'objet qu'est la fonction (Passaro, 2007).

Ainsi, les difficultés mises en évidence par les chercheurs s'étant intéressés à l'enseignement des fonctions ciblent différents enjeux qui portent sur l'identification des variables en jeu et leur interaction dans des situations de modélisation, le passage d'un registre à un autre, l'interprétation des expressions algébriques constituant une règle, l'interprétation du graphique, mais aussi, la prise en compte des tâches qui mettent de l'avant davantage le regard correspondance que le regard covariationnel. L'on verra maintenant certaines conditions à privilégier pour l'enseignement.

#### **1.4 CONDITIONS FAVORISANT L'ÉTUDE DES FONCTIONS**

##### **1.4.1 Proposition de situations de modélisation favorisant les deux regards de la fonction**

Tel que discuté plus tôt, la modélisation de différents phénomènes s'avère une façon de faire observer l'effet de la variation d'une variable sur l'autre variable. Bien que cette approche soit reconnue comme bénéfique pour l'introduction à la notion de fonction, les enseignants sont dépourvus de tâches leur permettant de travailler en ce sens avec les élèves. Cela s'explique autant par leur difficulté à en concevoir qu'à la rareté de ce type de tâches (Soury-Lavergne et Bessot, 2012). C'est pour pallier ce besoin que plusieurs chercheurs (Falcade, 2002 ; Hitt et Morasse, 2009 ; Janvier et Pelletier, 2003 ; Soury-Lavergne et Bessot, 2012) ont conçu des activités de modélisation de phénomènes s'adressant à des jeunes de 12 à 16 ans. Notre projet s'inscrit dans ce prolongement alors que l'on proposera des tâches

adressées à des élèves de quatrième secondaire qui réinvestiront l'étude de différentes fonctions.

#### **1.4.2 Signification dans un registre donné et coordination entre les registres de représentation**

Plusieurs chercheurs (Fontaine, 2021 ; Hitt et Gonzalez-Martin, 2015 ; Janvier et Pelletier, 2003 ; Passaro, 2007) expliquent l'importance d'apprendre à représenter une relation de covariation sous différentes formes (en mots, table de valeurs, graphique, règle), à donner du sens au concept de fonction dans un registre donné et aussi d'apprendre à convertir d'un registre à un autre pour y coordonner les différentes significations qui sont plus facilement accessibles sous un registre par rapport à un autre. Falcade (2002) suggère de : « Développer ces liens vitaux entre un objet et ses multiples représentations, de façon que ces dernières puissent garder leur autonomie, ou, même, se constituer comme concepts en soi, se pose alors comme un objectif didactique fondamental. » (p. 48)

L'étude des phénomènes de covariation ou plus précisément la façon dont on les appréhende sous différents registres de représentation est elle-même facilitée par le recours aux technologies. La présentation d'un phénomène peut être facilitée par le biais d'un simulateur, de la réalité virtuelle, ou encore, d'une simple vidéo. De même, les technologies peuvent être mises à contribution lors du processus de collecte de données (par exemple sonde à détection de mouvement, tableurs). La collecte des données entraîne alors avec elle l'importance de situer le point de départ des grandeurs mesurées, et parfois même, la prise en compte du sens de déplacement. Si les grandeurs recueillies sont sous forme numérique dans un tableau, elles pourront facilement être converties, lire même, être coordonnées, sous forme de graphique grâce à la technologie. Certains outils (*Geogebra*, *Desmos*) permettant même d'obtenir la règle associée au modèle qui explique le mieux la relation entre les deux grandeurs en jeu.

En classe, le travail de conversion entre registres est souvent négligé ou peu enseigné. Certains enseignants qui ne recourent pas nécessairement à la technologie considèrent que le

fait de savoir réaliser une représentation implique que les élèves sont capables de faire la conversion d'une à l'autre. Ils considèrent aussi à tort que la conversion n'est pas nécessaire à la compréhension de l'objet (Duval, 1993). Devant l'évidence de l'importance de recourir à des registres de représentation variés pour mieux comprendre et distinguer les différentes fonctions (premier degré, second degré, exponentielle...), notre projet a pour intention de leur accorder une place considérable en recourant, au besoin, à la technologie.

## 1.5 L'ENSEIGNEMENT DES FONCTIONS DANS LE PROGRAMME DU QUÉBEC

Au Québec, la *Progression des apprentissages en mathématiques au secondaire* (MELS, 2010) stipule que la fonction polynomiale de degré 0 ou 1 (forme  $y = ax + b$ ) et la fonction rationnelle de la forme  $f(x) = \frac{k}{x}$  sont à enseigner à la première année du deuxième cycle, soit en troisième secondaire et les autres fonctions sont présentées seulement en quatrième et cinquième secondaire. Bien que les élèves soient introduits à l'étude de relations par le biais de situations caractérisées de proportionnelles et de variation inverse dès le premier cycle, le concept de fonction est officiellement introduit en troisième secondaire.

Le Programme de formation de l'école québécoise (MELS, 2007), actuellement en vigueur, préconise une introduction des fonctions par la proposition de situations de modélisation. Il y est d'ailleurs mentionné pour la première année du 2<sup>e</sup> cycle que les fonctions doivent être abordées par le processus de modélisation à l'aide d'expérimentation se rapportant à la fonction étudiée. En quatrième secondaire, dans l'ancien programme, celui en vigueur à partir de 1994, il n'était pas question d'aborder les fonctions dans le programme de base (416). Pour en apprendre davantage sur le concept de fonction, il fallait obligatoirement faire les mathématiques enrichies (436) ou transitoires (426). Dans l'actuel programme scolaire québécois de mathématiques de quatrième et cinquième secondaire publié en 2006, trois séquences d'enseignement en mathématiques sont proposées et toutes trois proposent dorénavant l'étude des fonctions. Les séquences Technico-sciences (TS) et Sciences naturelles (SN), sans être décrites comme étant des mathématiques enrichies,

donnent toutefois accès aux programmes de sciences naturelles au collégial. La séquence Culture, société, technique (CST) vise l'introduction des mathématiques à partir de phénomènes sociaux et ouvre la porte au collégial sur des formations en sciences humaines. Comme l'expose la Figure 2, les différents concepts associés à l'étude des fonctions sous cette séquence sont associés, sous leur dimension processuelle, à des analyses de situations à partir de contextes de vie.

Sens du nombre réel, des expressions algébriques et des liens de dépendance	
Concepts de la 2 <sup>e</sup> année du cycle	Processus
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Relation, fonction et réciproque               <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fonction réelle : polynomiale de degré inférieur à 3, exponentielle, périodique, en escalier, définie par parties</li> </ul> </li> <li>– Système               <ul style="list-style-type: none"> <li>• Système d'équations du premier degré à deux variables</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Analyse de situations liées à des contextes économiques (ex. finances personnelles), sociaux, techniques ou scientifiques, ou encore à la vie quotidienne               <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation graphique à l'aide de fonctions réelles</li> <li>• Modélisation d'une situation                   <ul style="list-style-type: none"> <li>- Représentation d'une situation à l'aide d'une table de valeurs, algébriquement dans certains cas et graphiquement avec ou sans soutien technologique</li> <li>- Description des propriétés des fonctions réelles en contexte à l'aide d'une représentation graphique : domaine, image (codomaine), croissance, décroissance, extrêmes, signe, coordonnées à l'origine</li> </ul> </li> <li>• Comparaison de représentations graphiques</li> <li>• Interpolation et extrapolation de données liées à la situation, notamment à l'aide d'un graphique ou de la technologie (tableur ou calculatrice à affichage graphique)</li> <li>• Résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables</li> <li>• Prise de décisions au besoin, selon le contexte</li> </ul> </li> </ul>

Figure 2. Extrait du PFEQ relatant les concepts et processus reliés aux fonctions (CST4), p. 69

Le Ministère mentionne que différents contextes doivent être exploités lors de l'enseignement des fonctions. Notamment, pour la séquence CST, il est proposé d'aborder entre autres des situations en lien avec la santé et le bien-être, la consommation, l'environnement, l'orientation et l'entrepreneuriat, les médias et le vivre-ensemble et la citoyenneté. Par exemple, des situations en lien avec les finances personnelles ou des coûts liés à la consommation peuvent être proposées afin d'offrir des occasions de modéliser différents types de fonctions pour ensuite résoudre un problème en utilisant la notion appropriée. Tout cela doit être vu dans l'idée que les jeunes puissent développer leur compétence à résoudre des problèmes mathématiques dans leur vie personnelle et professionnelle.

Le programme ajoute des indications quant à la façon d’aborder ces notions qui font écho aux recommandations issues des travaux de recherche :

Dans le cadre de cette séquence, l’accent est mis sur la représentation, l’analyse et l’interprétation de situations pouvant être traduites sous forme de fonctions. L’élève met à profit différents registres de représentation sémiotique pour analyser une situation donnée. Il étudie des fonctions réelles afin de pouvoir caractériser les différents types de liens de dépendance qui existent entre deux quantités. De plus, l’utilisation des outils technologiques lui permet d’explorer, d’examiner, de décrire et d’expliquer des relations entre des variables. Il explore des situations pour lesquelles les liens ne sont pas nécessairement linéaires comme dans le cas des modèles exponentiel, rationnel, quadratique ou en escalier. Il observe des régularités et il distingue entre la croissance linéaire (progression arithmétique) et la croissance exponentielle (progression géométrique), par exemple dans des situations qui concernent la croissance d’une population. (MELS, 2007, p. 70-71)

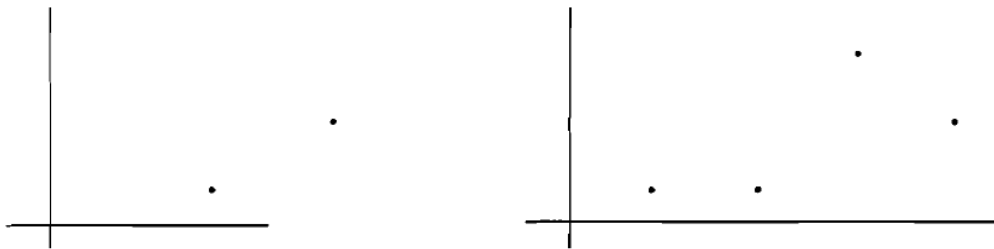
À la lumière de ce qui a précédemment été discuté, on devrait alors préconiser des situations issues du réel que l’élève apprendra à représenter à l’aide de différents modèles fonctionnels. Les différents modèles donnés sous un registre de représentation ou dégagés par l’élève par le biais d’un travail d’analyse des situations pourront eux-mêmes donner lieu à un travail de conversion sous un autre registre. Le programme évoque l’importance de recourir à la technologie pour étudier les relations en jeu.

## **1.6 L’ENSEIGNEMENT DES FONCTIONS EN 4<sup>E</sup> SECONDAIRE SOUS LA SÉQUENCE CST**

Compte tenu de ce qui précède, la séquence CST est celle qui nous intéresse particulièrement dans cette étude par la composition des groupes de cette séquence, les élèves n’étant pas d’emblée intéressés par l’étude de l’algèbre et des fonctions. Les élèves inscrits à la séquence CST sont majoritairement des jeunes qui éprouvent des difficultés en mathématique. Cela s’explique par le fait que, bien que les élèves aient le droit de s’inscrire à la séquence de leur choix, la majorité des écoles québécoises inscrivent dans leurs normes et modalités une note minimale pour pouvoir s’inscrire aux séquences de mathématiques SN et TS. Cela engendre nécessairement un fort ratio d’élèves suivant la séquence CST en difficulté ou ayant moins d’intérêt pour les mathématiques. Le niveau d’abstraction requis à la compréhension des fonctions rend complexe l’apprentissage de ces notions pour ces

élèves. Voilà pourquoi l'enseignement des fonctions représente davantage un défi didactique. Ce sont aussi ces aspects qui nous amènent à nous intéresser au problème exposé dans ce mémoire.

À l'école, l'importance d'introduire les fonctions à l'aide d'exemples tirés du quotidien est reconnue. Toutefois, comme le soulignent Carlson et Oehrtman (2005), les élèves ont tendance à associer une famille de fonctions à un contexte particulier et on observe alors une introduction aux relations en se limitant à la fonction du premier degré. Dès le premier cycle du secondaire, la présentation de situations variées pouvant être modélisées à l'aide de différentes fonctions dont les linéaires, les quadratiques ou les exponentielles encouragerait l'analyse de la covariation entre les grandeurs et favoriserait une vision plus souple et plus robuste des fonctions (Carlson et Oehrtman, 2005 ; DeBlois, 2014). Par la suite, l'enseignant pourrait se tourner vers l'enseignement des fonctions spécifiques au programme de troisième secondaire. Cela éviterait que les élèves de quatrième et cinquième secondaire considèrent l'apprentissage des autres fonctions comme de nouvelles notions, sans faire de lien avec celles apprises l'année précédente (DeBlois, 2014). Notre expérience sur le terrain nous a fait remarquer à quel point les élèves ont tendance à toujours identifier le modèle linéaire à l'idée de fonction tant au niveau du graphique que lors de la recherche de la règle algébrique. Falcade (2002) a d'ailleurs fourni un exemple tiré de Markovits et *al.* (1988) qui démontre une difficulté des élèves relative à l'idée que la fonction est toujours représentée graphiquement par une ligne droite. Dans ce travail, on peut lire : « Ces auteurs ont posé la question suivante : "Dans les deux cas suivants, combien de graphes de fonctions est-il possible de tracer par les points donnés ? ",





Pour le premier système d'axes, les élèves ont répondu : "seulement un graphe, celui d'une ligne droite"; pour le deuxième : " Impossible, aucun graphe ne peut passer par tous les points". » (Falcade, 2002, p. 47-48) Nous en déduisons que pour eux, pour que le graphe représente une fonction, les points doivent pouvoir être reliés par une seule et même droite. Ils ne considèrent pas l'option d'une courbe ni le fait qu'une fonction peut avoir plusieurs parties avec des modèles différents. Encore une fois, nous attribuons cette erreur à la surexposition au modèle linéaire et au manque de diversité des exemples lors de l'introduction à la notion de fonction. Comme le précisent Charnay et *al.* (2005) : « Une connaissance n'est pleinement opératoire que si elle est mobilisable dans des situations différentes de celles qui ont servi à lui donner naissance. » (p. 47) Pour cette raison, il est important de travailler les nouvelles notions, non pas seulement dans un contexte précis, mais plutôt de proposer un ensemble de situations qui permettront de réutiliser ces mêmes connaissances de nombreuses fois dans des contextes variés. En effet, ce n'est pas tout de varier le type de fonctions présenté aux élèves, il est aussi important que ces notions soient travaillées dans un ensemble de situations. Si les problèmes que les élèves ont à résoudre sont toujours du même type ou avec des contextes généralement similaires, il est risqué que ceux-ci ne reconnaissent pas la notion à utiliser lorsqu'ils ont à la réutiliser dans un autre contexte. Carlson (1998) a mené une étude sur des étudiants universitaires en mathématiques afin de vérifier leur compréhension des fonctions et il en est ressorti qu'ils éprouvent des difficultés lorsqu'ils sont confrontés à des problèmes peu ou non familiers. Cette constatation nous amène à nous questionner sur la diversité des problèmes à proposer aux élèves afin d'éviter ce problème de transfert. Afin de s'assurer de la rétention et du transfert des nouveaux apprentissages chez les élèves, le PFEQ recommande :

Trois types d'intervention sont susceptibles d'assurer la rétention et le transfert des apprentissages. Dans un premier temps, la contextualisation permet de donner aux élèves un sens aux apprentissages et de créer des liens entre les connaissances antérieures et les nouvelles. Ensuite intervient la décontextualisation, qui permet de dégager les connaissances de leur contexte d'acquisition pour abstraire et généraliser. Enfin, la recontextualisation permet de réutiliser des connaissances construites et de les adapter à d'autres contextes. (MELS, 2007, p. 49)

Selon Hitt et Gonzalez-Martin (2015), il est important de garder une combinaison adéquate et un bon équilibre entre exercices, problème et situation-problème pour enseigner les concepts. Selon ces auteurs, un exercice fait appel à une procédure déjà enseignée alors qu'un problème nécessite la construction d'une représentation interne permettant de mettre en relation les diverses représentations en jeu alors que la situation-problème est définie par le MELS (2007) de la façon suivante :

[...] une situation-problème doit satisfaire à l'une ou l'autre des conditions suivantes :

- la situation n'a pas été présentée antérieurement en cours d'apprentissage ;
- l'obtention d'une solution satisfaisante exige le recours à une combinaison non apprise de règles ou de principes dont l'élève a fait ou non l'apprentissage ;
- le produit, ou sa forme attendue, n'a pas été présenté antérieurement. (p. 19)

Notre expérience d'enseignante au deuxième cycle du secondaire s'étendant sur plusieurs années nous permet de constater qu'il existe un écart entre les propositions du programme et son actualisation dans les différentes classes du Québec. Passaro (2007) le mentionnait déjà et cela nous semble toujours d'actualité en 2022. C'est probablement une des raisons pour laquelle nous observons encore tant de difficultés en lien avec les fonctions chez les élèves et plus particulièrement quand il s'agit de faire la distinction entre les différents types de fonctions.

D'autres défis s'ajoutent et ils renvoient aux choix didactiques faits dans le programme. Dans la séquence CST de quatrième secondaire, l'enseignement de la fonction quadratique (fonction polynomiale de degré 2) se limite à la forme  $f(x) = ax^2$  plutôt que  $f(x) = a(x - h)^2 + k$ . Les élèves n'apprennent donc pas l'influence de la variation des paramètres  $h$  et  $k$  sur la représentation graphique, ni davantage leur potentiel pour modéliser différentes situations. Pourtant dans la plupart d'entre elles, par exemple, l'analyse de la trajectoire d'un ballon, dont la position serait décomposée sous un couple représentant le déplacement horizontal et vertical, est plus facilement modélisable en ayant recours aux paramètres  $h$  et  $k$ .

Cette limite relative à l'usage de la forme générale limite la possibilité de recourir à des situations de la vie réelle, à moins de plutôt envisager préalablement un déplacement de la position repère qui servirait d'origine dans le plan ; les coordonnées du sommet de la parabole deviendraient alors l'origine de la relation étudiée et un travail de réinterprétation des données fournies par rapport à ce point serait alors nécessaire.

Bien que les élèves éprouvent des difficultés relatives aux fonctions, ils réussissent à résoudre des problèmes lorsque chaque type de fonctions est travaillé séparément. Cependant, lorsque nous leur demandons de réutiliser ces connaissances lors de résolution de problèmes sans mentionner de quel type de fonction il s'agit, ceux-ci ont beaucoup de difficulté à les identifier et, par le fait même, à trouver la solution au problème. Nous avons observé, au fil des années, que leur premier réflexe est souvent d'omettre l'étape de l'identification du type de fonction et de penser qu'il s'agit d'une fonction affine (polynomiale de degré 1). Ils passent donc directement à l'étape d'appliquer la procédure apprise pour trouver la règle à partir de deux points telle qu'apprise en 3<sup>e</sup> secondaire. Une autre erreur observée consiste à réutiliser la dernière fonction apprise si l'apprentissage de celle-ci est récent. Les élèves ne semblent pas savoir quelles questions se poser ni sur quoi porter leur attention afin d'identifier le type de fonction en question.

C'est sous cette motivation de réduire l'écart entre les recommandations ministérielles, enrichies par les propositions issues des recherches et les pratiques d'enseignement effectives observées dans notre milieu que notre projet de recherche vise à concevoir des tâches permettant un éventuel transfert des connaissances en lien avec les fonctions, et cela, même dans des situations non familières qui permettront de distinguer les différents types de fonctions, et ce, à travers tous les registres de représentation.

## **1.7 OBJECTIF ET QUESTION DE RECHERCHE**

Parmi les recherches consultées sur l'enseignement et l'apprentissage des fonctions mathématiques au secondaire, de nombreuses études se sont notamment intéressées à leur introduction en ciblant deux dimensions à développer (la covariation et la correspondance),

le travail de coordination et de conversion entre les registres sémiotiques nécessaires à une meilleure compréhension ainsi que la modélisation de situations sous une approche par résolution de problèmes. Cependant, à notre connaissance, aucun travail n'a précisément porté sur la distinction entre les différents types de fonctions, nous avons donc choisi de nous y intéresser.

Le potentiel de l'intégration des technologies en enseignement est indéniable, mais son utilisation, étant complexe, pose de nombreux défis. De plus, l'apprentissage des mathématiques est plus que jamais une nécessité pour préparer adéquatement le futur citoyen à faire face au monde de demain. L'abstraction nécessaire en mathématiques rend toutefois l'apprentissage de cette matière difficile. Considérant que les fonctions mathématiques sont des notions qui occupent une place importante dans le *Programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2007) et que nous avons observé que les élèves éprouvent de la difficulté à distinguer les différents types de fonctions, la conception d'une séquence d'enseignement sur ce sujet qui intégrerait les TIC nous apparaît pertinente.

Certains éléments sont alors à considérer lors de l'élaboration de celle-ci :

- Les caractéristiques d'une pratique pédagogique innovante ;
- Les caractéristiques d'une activité riche en apprentissages en mathématiques ;
- La façon d'utiliser les TIC tout en développant des connaissances en mathématiques ;
- Les caractéristiques de l'enseignement des fonctions avec une approche covariationnelle ;
- L'importance des registres de représentation dans l'enseignement des fonctions.

À la lumière de ces considérations, l'objectif de cette recherche est le suivant :

**Concevoir, expérimenter et valider une séquence d'enseignement appuyée sur les technologies visant l'apprentissage de la distinction entre les fonctions affine,**

**quadratique et exponentielle ciblant les élèves de quatrième secondaire de la séquence CST.**

Afin d'atteindre notre objectif, voici la question qui a guidé notre travail :

**Quel type de travail didactique appuyé sur les technologies pourrait favoriser l'apprentissage de la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle en quatrième secondaire dans la séquence CST ?**

Les appuis théoriques ayant permis de répondre à cette question font l'objet du prochain chapitre.



## **CHAPITRE 2**

### **CADRE CONCEPTUEL**

Le premier chapitre a présenté les arguments justifiant la pertinence de faire une étude sur l'enseignement de la distinction entre les différents types de fonctions abordés en quatrième secondaire dans la séquence CST, et cela, en intégrant la technologie. Plusieurs aspects sont ressortis à prendre en considération pour l'élaboration de notre séquence d'enseignement. Le présent chapitre a donc pour intention de présenter les éléments théoriques sur lesquels nous nous sommes appuyés pour en tenir compte. Dans un premier temps, le concept de fonction sera précisé en s'appuyant, entre autres, sur les travaux de Confrey et Smith (1995), de Doorman et *al.* (2012), de Passaro (2015) et de Soury-Lavergne et Bessot (2012). Nous nous intéresserons plus précisément à l'approche covariationnelle de l'enseignement des fonctions puisque notre mémoire s'inscrit dans les travaux utilisant cette approche. Plusieurs chercheurs ont décrit les caractéristiques et ont fait ressortir les forces de cette approche (Carlson et *al.*, 2002 ; Confrey et Smith, 1995 ; Hitt et Gonzalez-Martin, 2015 ; Hitt et Morasse, 2009). Puisque le sujet des fonctions est indissociable de celui des registres de représentation, une section leur sera consacrée afin d'exposer les aspects qui ont servi à clarifier la place que nous leur avons faite afin de les intégrer adéquatement et d'en tirer profit. Notre cadre théorique permettra aussi d'expliquer ce que disent les chercheurs nous ayant inspiré au sujet de la modélisation (Doorman et *al.*, 2012 ; Monk, 1992 ; Passaro, 2015). Finalement, les caractéristiques d'une séquence d'enseignement selon les principes socioconstructivistes de l'apprentissage ayant guidé nos choix lors de l'élaboration de notre séquence seront présentées.

## 2.1 LE CONCEPT DE FONCTION

Tel que discuté au chapitre précédent, il existe plusieurs façons de représenter les fonctions qui peuvent être enseignées aux élèves. Voici trois façons de voir les fonctions proposées par Doorman et *al.* (2012) qui nous apparaissent complètes :

### 1) La fonction en tant que processus d'entrée-sortie

Dans cette définition, la fonction est simplement vue comme le calcul qui fait le lien entre la valeur d'entrée et celle de sortie. Il s'agit de considérer des nombres d'un ensemble de départ et de s'interroger sur le calcul qui permet d'obtenir les nombres faisant partie de l'ensemble d'arrivée. Plusieurs auteurs parlent du regard correspondance lorsqu'ils discutent de cette représentation de la fonction (Confrey et Smith, 1995 ; Passaro, 2015 ; Soury-Lavergne et Bessot, 2012). Puisque l'accent est mis sur le calcul permettant d'obtenir les éléments de l'ensemble d'arrivée, soit l'aspect opérationnel de la fonction, le registre de représentation privilégié dans cette approche est la règle.

### 2) La fonction comme une dynamique de covariation

Dans cette façon d'aborder la fonction, on introduit l'idée de variable dépendante et de variable indépendante. En effet, la variable indépendante varie sur un certain domaine numérique, ce qui aura pour effet de faire varier la variable dépendante dans un autre ensemble qui reçoit le nom de codomaine. Les questions qui émergent d'une telle façon de penser sont : comment et pourquoi cette dynamique a-t-elle lieu entre ces deux variables ? Les registres de représentation privilégiés dans cette approche sont la table de valeurs ainsi que le graphique. Il s'agit du regard de la covariation abordé aussi par de nombreux auteurs (Confrey et Smith, 1995 ; Passaro, 2015 ; Soury-Lavergne et Bessot, 2012).

### 3) La fonction en tant qu'objet mathématique

Bien que la majorité des auteurs s'étant intéressés à l'enseignement des fonctions se limitent aux deux regards présentés précédemment, Doorman et *al.* (2012) en identifient un troisième, c'est-à-dire celui de voir la fonction en tant qu'objet. Cette vision



davantage structurelle de la fonction englobe les deux autres visions expliquées précédemment. Elle permet de représenter la fonction de nombreuses façons. À ce moment, les différents registres de représentations (tableaux, graphiques, formules, mots) fournissent différentes visions du même objet. La fonction est considérée comme faisant partie d'une famille, elle peut avoir des caractéristiques qui la distinguent.

L'aspect opérationnel et l'aspect structurel de la fonction sont à considérer afin d'éviter une compréhension limitée du concept de fonction. (Doorman *et al.*, 2012). Il existe d'ailleurs une dualité entre ces deux natures de la fonction (Sfard, 1991). La vision opérationnelle, aussi caractérisée de processuelle, mise davantage sur une série de calculs que l'on applique à un nombre dans le but d'en trouver un autre, alors que la vision structurelle considère la fonction comme un ensemble de paires de nombres. Ces deux approches sont complémentaires. Bien qu'il soit plus simple de débiter par l'aspect opérationnel étant donné que la vision structurelle est beaucoup plus abstraite, ces deux aspects se développent en concomitance chez l'apprenant, d'où l'importance de proposer des tâches qui mettent l'accent tantôt sur la dimension processuelle, tantôt sur la dimension structurelle.

Plusieurs élèves conservent une vision davantage opérationnelle du concept (Sfard, 1991). Afin de faciliter la compréhension des deux visions, il semble nécessaire de mettre en évidence la variation des entrées-sorties tout en faisant ressortir leur relation de dépendance (Oehrtman *et al.*, 2008 ; Malle, 2000, cités par Doorman *et al.*, 2012). L'enseignement à l'aide d'outils technologiques permet de favoriser le passage entre la vision opérationnelle, telle une machine « entrée-sortie », vers une vision plus structurelle de la fonction (Doorman *et al.*, 2012).

Puisque notre séquence vise à enseigner la distinction entre les différents types de fonctions, nous considérons que c'est à la troisième représentation (fonction en tant qu'objet) que nous aspirons que les élèves arrivent. Cependant, puisqu'elle englobe les deux premières et que nous considérons que l'emphase est mise sur le regard correspondance (fonction en tant que processus d'entrée-sortie) dans les classes (tel que mentionné dans la

problématique), nous croyons que nos activités doivent développer davantage l'aspect covariationnel pour ultimement arriver à une représentation complète de chaque type de fonction (objet mathématique).

## **2.2 L'APPROCHE COVARIATIONNELLE**

Dans cette section, nous ferons référence à l'approche covariationnelle puisqu'elle occupe une place cruciale lors de l'élaboration des tâches associées à notre séquence d'enseignement. Passaro (2015), ayant fait de ce sujet l'objet de sa thèse, sera une référence principale dans le cadre de notre travail concernant la définition de l'approche covariationnelle.

### **2.2.1 L'étude de la covariation**

Le terme covariation est présent dans les recherches en didactique des mathématiques surtout depuis la fin des années 1990. Lorsqu'il est utilisé dans un contexte de situation fonctionnelle, il semble prendre un sens différent selon l'auteur qui l'emploie (Passaro, 2015). Aucune définition de ce terme ne se trouve dans les dictionnaires de langue française de même que dans les lexiques mathématiques. Suivant une démarche semblable à celle de Passaro, nous nous sommes tournés vers un dictionnaire en ligne pour trouver une définition du terme covariation. Le dictionnaire Larousse en ligne offre une définition : « Liaison entre les variations dans le temps de deux ou de plusieurs grandeurs ou séries statistiques, tout accroissement ou réduction de l'une se traduisant par un accroissement ou une réduction des autres. »<sup>1</sup> Cette définition semble toutefois appartenir davantage au domaine des statistiques (Passaro, 2015). Cette même auteure avance que l'absence de définition de ce terme en lien avec les fonctions indique qu'il ne s'agit pas d'un objet de savoir à enseigner, mais plutôt d'un objet spécifique à la didactique des mathématiques. Elle propose donc de se tourner vers l'étymologie de ce mot afin de mieux le comprendre. Le terme covariation est composé de

---

<sup>1</sup> <https://www.larousse.fr/dictionnaires/francais/covariation/20079?q=covariation#19971>

deux parties : « co » et « variation ». Le mot « variation » réfère au fait de « changer, de modifier une quantité ou une grandeur, changement qui en résulte »<sup>2</sup> et le préfixe « co » signifie « avec » ou « en même temps »<sup>3</sup>. En reliant ces deux définitions, on obtient qu'il s'agit du changement de deux quantités en même temps. Passaro (2015) affirme cependant que la référence au temps peut être problématique puisque dans plusieurs situations fonctionnelles, le temps est l'une des deux variables, mais ce n'est pas toujours le cas et cela pourrait amener de la confusion. Elle propose donc d'utiliser le terme concomitance qui est synonyme de simultanément. Nous adoptons donc le terme « concomitance » tel que proposé par Passaro, puisque dans les situations proposées dans nos tâches, le temps ne sera pas toujours une des deux variables en jeu. Enfin, Passaro (2015) précise que le terme covariation employé seul semble être synonyme de fonction, c'est pourquoi elle propose plutôt de l'aborder en tant qu'approche.

### **2.2.2 La covariation en tant qu'approche**

L'approche covariationnelle renvoie à des raisonnements particuliers (Confrey et Smith, 1995). Tout comme le terme covariation, l'approche covariationnelle est une construction didactique qui se veut une réponse à des besoins de chercheurs qui veulent se donner des moyens pour trouver des solutions à des problèmes en enseignement des mathématiques. Selon Confrey et Smith (1995), cette approche consiste à juxtaposer deux séquences ayant été générées indépendamment. La définition que nous avons retenue est celle élaborée par Passaro (2015) :

Une approche covariationnelle est une manière de travailler la fonction en situation. Elle consiste en l'étude approfondie des variations concomitantes de deux grandeurs par l'intermédiaire d'un travail sur les accroissements concomitants de ces grandeurs dans des situations dans lesquelles on s'intéresse

---

<sup>2</sup> <https://dictionnaire.reverso.net/francais-definition/variation>

<sup>3</sup> [http://bdl.oqlf.gouv.qc.ca/bdl/gabarit\\_bdl.asp?id=1017](http://bdl.oqlf.gouv.qc.ca/bdl/gabarit_bdl.asp?id=1017)

à déterminer comment varie la grandeur dépendante lorsque la grandeur indépendante varie. (p. 53)

Passaro utilise le mot « grandeur » plutôt que « variable » dans le prolongement des travaux de Janvier qui s'inscrivent dans une démarche de modélisation. L'idée étant d'abord d'identifier les grandeurs en jeu dans la situation puis d'identifier celles que l'on retiendra pour étudier une relation. Le choix des grandeurs retenues dans le but de les faire varier seront alors les variables sur lesquelles portera l'étude de la relation.

Hitt et ses collaborateurs (Hitt et Gonzalez-Martin, 2015 ; Hitt et Morasse, 2009) ont aussi mené des études portant sur l'enseignement des fonctions en troisième secondaire, plus particulièrement en s'intéressant à leur représentation graphique, et affirment que l'introduction de la notion de covariation entre variables est un prérequis à la notion de fonction. Ils en sont aussi venus à constater que cette approche facilite la compréhension de la notion de covariation permettant, par le fait même, une amélioration de l'apprentissage du registre de représentation graphique (Hitt et Gonzalez-Martin, 2015). C'est dans un contexte de modélisation à l'aide de matériel de manipulation, avant d'avoir institutionnalisé le concept, que leurs activités font émerger les apprentissages en lien avec la covariation et la représentation graphique (Hitt et Gonzalez-Martin, 2015).

Ce qui vient rejoindre notre objectif de recherche dans cette approche est qu'en cherchant comment varie la variable dépendante lorsqu'on fait varier la variable indépendante, les élèves pourront identifier les caractéristiques des différents modèles de fonctions (Passaro, 2015). Les élèves pourront ainsi relier les différentes situations qui leur sont présentées à un modèle mathématique connu. Nous pensons que c'est à la suite de cette utilisation de l'approche covariation pour établir les caractéristiques des différents types de fonctions que les élèves accéderont à la vision de fonction en tant qu'objet telle que décrite précédemment en référant aux travaux de Doorman et *al.* (2012). Afin de faciliter cet enseignement, Passaro (2015) propose que dans les tâches que les élèves ont à réaliser, les élèves soient amenés à observer les accroissements de la grandeur dépendante lorsque les accroissements de la grandeur indépendante sont constants. Cela leur permettra de répondre

à la question de comment varie une grandeur lorsque l'autre varie selon les différents types de fonctions. Notre séquence d'enseignement a donc été construite en respectant cette approche.

Confrey et Smith (1995), pour leur part, affirment que faire créer des tables de valeurs est le point de départ à prioriser. En saisissant les données dans la table de valeurs, l'élève construit sa compréhension de la variable. Il cherche aussi à découvrir une régularité. Cette approche permet d'initier l'élève à une description davantage qualitative du comportement de la variable lorsqu'on fait varier l'autre. Confrey et Smith (1995), lors de leur recherche sur l'enseignement de la fonction exponentielle, ont constaté que l'approche de covariation avait permis aux élèves de décrire plus facilement les situations en terme de taux de variation. En effet, ceux-ci ont pu observer des élèves qui construisaient leur représentation des fonctions comme la coordination de deux colonnes de valeurs et ainsi, ils sont devenus plus habiles pour décrire le modèle observé, pour identifier le type de fonction et pour faire de l'interpolation. Ce sont ces affirmations qui nous ont convaincus de donner comme consigne aux élèves de construire des tables de valeurs à partir des problèmes que nous leur avons proposés dans les tâches de notre séquence.

L'approche covariation est souvent opposée à l'approche connue sous le nom de correspondance, qui elle, met l'emphase sur la règle algébrique (Confrey et Smith, 1995). L'utilisation d'une approche de covariation des fonctions évitera une dépendance excessive à l'égard de l'algèbre. Cette approche est riche puisqu'elle offre plusieurs façons de présenter la relation entre les variables (algébrique, graphique, mots, etc.). En effet, en plus de mettre l'accent sur l'emploi de la table de valeurs, elle fournit un moyen de visualiser le graphique différemment.

### **2.2.3 Le développement du raisonnement covariationnel**

Carlson étant une des pionnières en ce qui a trait aux études reliées au raisonnement covariationnel (Passaro,2015), ses travaux ont servi de base aux recherches de Passaro. En effet, devant le constat de la recherche face aux lacunes des élèves universitaires en lien avec

la faible compréhension des fonctions et, plus particulièrement, relativement aux aspects covariants de la fonction, Passaro s'est mise à approfondir l'étude du thème afin d'offrir une possibilité de restructuration des curricula scolaires (Passaro, 2015 ; Carlson et *al.*, 2002). Une présentation du cadre d'analyse de Carlson sera faite avant de présenter celui élaboré par Passaro, développé pour le déploiement du raisonnement covariationnel chez les élèves du secondaire. Comme elle l'indique, son travail vise à : « [...] constituer un outil d'analyse du raisonnement covariationnel mobilisé par des étudiants et d'offrir une structure de base pour la construction d'activités d'enseignement favorisant le développement de l'habileté à considérer la nature covariante de relations fonctionnelles » (Passaro, 2015, p. 57). Le cadre d'analyse de Carlson a été créé autour de cinq actions mentales en débutant à la première action avec l'image de deux variables qui varient simultanément et qui évoluent jusqu'à la cinquième action qui consiste à s'intéresser au taux de variation instantané de la fonction (Carlson et *al.*, 2002). Rappelons également que l'objectif de Carlson et ses collaborateurs était d'améliorer l'enseignement au niveau universitaire.

Après avoir fait l'analyse de leurs résultats de recherche, ces auteurs constatent une disparité quant à la capacité des étudiants de déployer un raisonnement covariationnel. Le contexte de l'enseignement conventionnel n'offre pas aux élèves l'opportunité de vivre des activités permettant de développer ces habiletés liées à la covariation de deux grandeurs concomitantes. Les étudiants ayant participé à la recherche de Carlson et *al.* (2002) ont affirmé que la visualisation du phénomène dynamique et la représentation visuelle ont contribué à développer leur raisonnement covariationnel. De plus, la manipulation mentale et physique d'un phénomène provoque de l'intérêt à résoudre le problème chez les étudiants qui y dégagent, par le fait même, un sens à la covariation. Cela favorise donc le passage vers l'utilisation de registres de représentation plus abstraits tels que les graphiques et les règles algébriques.

La lecture des travaux de Carlson et *al.* (2002) a pu nous inspirer quant à la gradation des questions à poser aux élèves afin de développer leur raisonnement dans une approche covariationnelle. De plus, nous pensons que cette approche permet de faire ressortir les

caractéristiques des différents types de fonctions. Voici donc un résumé des cinq actions mentales du cadre d'analyse du raisonnement de Carlson selon l'interprétation de Passaro (2015) et reprenant les titres tels qu'ils sont présentés dans le tableau de la p. 58 de sa thèse :

**1. Coordonner la valeur d'une variable avec les changements de l'autre variable**

La première action mentale réfère à la capacité d'identifier une relation fonctionnelle entre deux variables, soit en identifiant les variables dépendante et indépendante et en reconnaissant le type de relation. C'est pourquoi il est recommandé de poser des questions telles que « Quelles sont les quantités qui changent et quelles sont les quantités qui influencent d'autres quantités » (Passaro, 2015, p. 71)

**2. Coordonner la direction du changement d'une variable avec le changement de l'autre variable**

La deuxième action mentale est en lien avec l'aspect qualitatif de la variation de la fonction. Il s'agit de demander si la fonction est croissante, décroissante ou constante. Cette variation doit être décrite en mettant en relation les deux variables, par exemple en affirmant que la variable dépendante croît lorsque les valeurs de la variable indépendante augmentent. C'est la manière globale dont elle varie qui est mise de l'avant.

**3. Coordonner la « quantité » de changement d'une variable avec le changement de l'autre variable**

La troisième action mentale va s'intéresser à l'analyse quantitative de la variation. Il faut proposer aux élèves de s'intéresser aux accroissements de la variable dépendante lorsque les accroissements de la variable indépendante sont constants. Les questions proposées demanderont donc aux élèves de décrire ce changement.

**4. Coordonner le taux de variation moyen de la fonction pour des accroissements constants de la variable indépendante**

À la quatrième action mentale, il est question de calculer et d'interpréter des taux de variation moyens. Il faut donc demander aux élèves de s'y intéresser à l'aide de plusieurs registres de représentation. Par exemple, il peut être demandé aux élèves de tracer des sécantes à la courbe dans le graphique.

## **5. Coordonner le taux de variation instantané de la fonction avec le changement continu de la variable indépendante sur l'ensemble du domaine de la fonction**

La cinquième et dernière action mentale est en lien avec la capacité de décrire la variation du taux de variation, ce qui réfère à la dérivée de cette fonction. C'est une action qui n'est donc pas accessible pour les élèves du secondaire.

À la suite de ses interprétations, Passaro s'est retrouvée devant la nécessité d'adapter le cadre d'analyse de Carlson puisque le contexte auquel elle s'intéressait était différent. En effet, son objectif était « d'identifier les caractéristiques possibles d'une approche covariationnelle de la fonction favorisant le passage de la fonction à la dérivée par l'intermédiaire de l'analyse du déploiement d'un raisonnement covariationnel en situation » (Passaro, 2015, p. 81). C'est pour parvenir à réaliser cette analyse que Passaro a développé un système d'identification d'unités de raisonnement. Ces unités visent, dans un premier temps, une étude qualitative des accroissements concomitants de deux grandeurs et ensuite, c'est l'aspect quantitatif qui est étudié. Pour ce qui est de l'aspect qualitatif, il s'agit de s'intéresser par exemple à comment varie la variable dépendante lorsque la variable indépendante varie. Le sens de la variation est alors abordé. La façon de faire varier la variable indépendante semble être importante pour dégager des observations, par exemple en prenant des accroissements constants et ensuite en comparant les accroissements de la grandeur dépendante. On compare à ce moment les taux de variation sans les calculer puisque les calculs ne sont pas nécessaires à cette étape. Les observations sont uniquement qualitatives, par exemple : les accroissements de la variable dépendante sont de plus en plus grands ou de plus en plus petits. C'est une fois dans la partie quantitative que les calculs de taux de variation doivent être effectués. Dans certaines situations, il sera question seulement de taux de variation moyen alors que dans d'autres contextes, le taux de variation instantané sera aussi à considérer. C'est d'ailleurs dans ces situations que les élèves se rendront dans les niveaux les plus élevés des unités de raisonnement tout comme c'était le cas avec les actions mentales de Carlson. Dans le cadre de notre étude, le taux de variation instantané ne sera pas abordé puisqu'il ne s'agit pas d'une notion abordée au secondaire. Les unités de raisonnement nous apparaissent particulièrement intéressantes dans le cadre de notre projet



puisqu'elles viennent préciser, voire enrichir, les idées derrière les actions mentales de Carlson. Cela a pu guider le travail d'élaboration des tâches de notre séquence. Les précisions du cadre de Passaro ont pu nous inspirer dans la formulation de nos questions. Étant donné le niveau des élèves ciblés par notre étude et notre objectif étant d'enseigner la distinction entre les différents types de fonctions, nous ne sommes pas allés au-delà de l'unité 9 du cadre d'analyse de Passaro dans les questions posées aux élèves. Le Tableau 2 présente le parallèle entre les actions mentales du cadre de Carlson et les unités de raisonnement du cadre de Passaro. Elle précise toutefois qu'on ne peut pas affirmer que ces unités de raisonnement sont incluses dans les actions mentales de Carlson, car sa perspective est différente.

Tableau 1

Parallèle entre les composantes du raisonnement covariationnel dans le cadre de Carlson et celui de Passaro (présenté dans Passaro, 2015, p. 89)

Cadre de Carlson		Notre cadre	
Action mentale	Description de l'action mentale	Unité	Description de l'unité de raisonnement
AM1	Coordonner la valeur d'une variable avec les changements de l'autre variable	U1	Identifier la grandeur indépendante et la grandeur dépendante
		U2	Identifier la présence de variations concomitantes de deux grandeurs
AM2	Coordonner la direction du changement d'une variable avec le changement de l'autre variable	U3	Qualifier le changement de la grandeur dépendante lorsque la grandeur indépendante augmente
AM3	Coordonner la « quantité » de changement d'une variable avec le changement de l'autre variable	U4	Qualifier le changement des accroissements de la grandeur dépendante pour des accroissements constants de la grandeur indépendante
		U5	Déterminer les différentes phases de variation (une phase est un intervalle de la grandeur indépendante sur lequel la « façon de varier » de la grandeur dépendante est la même)
		U6	Qualifier le changement des accroissements de la grandeur dépendante pour des accroissements constants de plus en plus petits de la grandeur indépendante
		U7	Interpréter le changement des accroissements en termes de taux de variation et nommer la grandeur associée selon le contexte (vitesse, débit etc.)
AM4	Coordonner le taux de variation moyen de la fonction pour des accroissements constants de la variable indépendante	U8	Quantifier un accroissement de la grandeur dépendante pour un accroissement précis de la grandeur indépendante
		U9	Quantifier un accroissement de la grandeur dépendante pour un accroissement unitaire de la grandeur indépendante
		U10	Quantifier le rapport entre l'accroissement correspondant (taux moyen) à un accroissement précis de la grandeur indépendante et ce dernier
		U11	Quantifier le rapport entre les accroissements correspondants (taux de variation moyen) à des accroissements de plus en plus petits de la grandeur indépendante et ces derniers
AM5	Coordonner le taux de variation instantané de la fonction avec le changement continu de la variable indépendante sur l'ensemble du domaine de la fonction	U12	Déterminer une valeur de la grandeur indépendante pour laquelle on connaît la limite du rapport entre l'accroissement correspondant à un accroissement précis de la grandeur indépendante et ce dernier, lorsque l'accroissement de la grandeur indépendante tend vers 0 (taux de variation instantané)
		U13	Déterminer, pour une valeur de la grandeur indépendante donnée, la limite du rapport entre l'accroissement correspondant à un accroissement précis de la grandeur indépendante et ce dernier, lorsque l'accroissement de la grandeur indépendante tend vers 0 (taux de variation instantané)

Afin de permettre de bien saisir le sens de ces unités de raisonnement, Passaro les a subdivisées en quatre catégories en se basant sur les questions qui suscitent de les mobiliser. D'abord, les unités de raisonnement 1 à 3 touchent à tout ce qui tourne autour de la question : « comment varie la grandeur dépendante lorsque la grandeur indépendante augmente ? » (Passaro, 2015, p. 90). L'unité U1 s'intéresse à l'aspect de dépendance, mais aussi à identifier quelle variable dépend de l'autre. Dans l'unité U2, très ressemblante à U1, il y a l'ajout de l'idée de variation. Enfin, l'unité U3 ajoute une précision en lien avec la direction que prend cette variation (augmentation, diminution ou constance). Prenons par exemple la situation du remplissage d'une bouteille ayant une forme particulière (Figure 3) où on s'intéresse à la hauteur de remplissage selon la quantité d'eau versée dans la bouteille. Pour décrire l'unité U1, un élève peut dire : « La hauteur du liquide dépend de la quantité d'eau versée. ». Pour l'unité U2, on s'attend à un énoncé comme : « Lorsque la quantité d'eau versée varie, alors la hauteur du liquide varie. », alors que pour l'unité U3, l'élève dit : « Lorsque la quantité d'eau versée augmente, la hauteur du liquide augmente. »

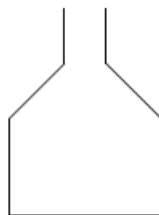


Figure 3. Image de la bouteille, tirée de Janvier et Pelletier (2003, p. 45)

Les unités U4 à U7 ont été réunies autour de la question : « Comment se comportent les accroissements de la grandeur dépendante lorsque les accroissements de la grandeur indépendante sont constants ? » (Passaro, 2015, p. 90). Les unités U4 et U6 sont presque pareilles puisqu'elles touchent les accroissements constants de la variable indépendante, mais l'unité U6 s'intéresse à des accroissements « de plus en plus petits ». L'unité U5, quant à elle, fait référence aux diverses phases de la fonction, ce qui s'avère utile dans un contexte de fonction par partie. C'est à l'unité U7 qu'arrive la référence au taux de variation. Pour l'unité U4, un élève peut affirmer : « Pour des accroissements constants de la quantité d'eau versée, les accroissements de la hauteur sont de plus en plus grands. » Pour l'unité U5, en

lien avec les phases de variation, une réponse comme : « Sur l'intervalle  $[0, 150]$  du domaine pour des accroissements constants de la quantité versée, les accroissements de la hauteur sont constants, alors que pour l'intervalle  $[150, 250]$ , les accroissements de la hauteur sont de plus en plus grands. » Pour l'unité U6, nous pourrions observer le même genre de réponse qu'à l'unité U4 avec l'ajout qu'il est question d'accroissements constants de la variable indépendante « de plus en plus petits ». Enfin, pour l'unité U7, l'élève pourrait dire : « Lorsque, pour des accroissements constants de plus en plus petits de la quantité d'eau versée, on a des accroissements de la hauteur de plus en plus grands, cela signifie que le taux de variation augmente de plus en plus. »

Les unités U8 et U9 touchent l'aspect quantitatif, c'est-à-dire la valeur des accroissements concomitants de deux grandeurs ainsi que la valeur du rapport entre ceux-ci (taux de variation). Elles répondent à la question : « Quelle est la valeur du rapport des accroissements concomitants des deux grandeurs pour un certain accroissement de la grandeur indépendante ? » (Passaro, 2015, p. 90) À l'unité U8, il est question de quantifier l'accroissement de la grandeur dépendante pour une valeur précise de l'accroissement de la grandeur dépendante, alors qu'à l'unité U9, il est question d'un accroissement unitaire de la grandeur indépendante. Toujours en lien avec la situation de la bouteille à l'unité U8, nous pourrions nous attendre d'un élève à une réponse telle que : « Entre 50 et 100 ml, pour un accroissement de 50 ml, l'accroissement de la hauteur est de 100 mm », alors que pour l'unité U9, on noterait une observation comme : « Entre 50 et 51 ml, pour un accroissement de 50 ml, l'accroissement de la hauteur est de 2 mm ». Nous ne ferons pas de description des unités U10 à U13 puisqu'elles dépassent les objectifs de notre projet.

Ces unités de raisonnement nous ont fourni une description complète du développement du raisonnement covariationnel chez les élèves et ont servi de référence. Dans le cadre de notre mémoire, nous avons travaillé principalement avec les unités 1 à 4 (U1, U2, U3, U4) associées aux actions mentales 1 à 3 (AM1, AM2 et AM3) et aux unités 8 et 9 (U8 et U9) de l'action mentale 4 (AM4). Les unités 4, 5 et 6 n'ont pas été pris en considération, car nous n'avons pas besoin de questionner les élèves sur des accroissements de plus en plus

de petits de la variable indépendante ni sur différentes phases de la fonction (partie du domaine) pour leur faire observer les caractéristiques des différents types de fonctions ni pour résoudre les problèmes proposés. Nous étions davantage intéressés à leur faire observer les caractéristiques des accroissements de la variable dépendante lorsque les accroissements de la variable indépendante sont unitaires afin de faire ressortir les caractéristiques en lien avec le registre de la table de valeurs pour les trois types de fonctions ciblés par notre projet. Les unités 10 à 13 quant à eux dépassaient l'objectif de notre mémoire.

Dans son mémoire, Fontaine (2021) propose d'ajouter une unité préalable à celles établies par Passaro (2015). Il s'agit de l'unité de raisonnement U0 : « Identifier plusieurs grandeurs possibles d'une situation (au moins 3) » (Fontaine, 2021, p. 57). Cette proposition vient pallier au problème soulevé par Janvier et Pelletier (2003) qui affirment que, trop souvent, les manuels fournissent les deux variables en jeu. Ceux-ci avancent qu'il est primordial que les élèves prennent conscience de la possibilité de considérer différentes variables pour une même situation et qu'ils doivent être capables d'en identifier plusieurs afin de comprendre la pertinence de définir les variables lors de l'écriture de la règle. Pour ces raisons, et parce nous souhaitons également développer cette habileté chez les élèves, nous avons intégré des questions relatives à cette unité préalable dans chacune de nos tâches de modélisation. Nous avons considéré que si les élèves avaient à résoudre ce type de problème dans la vie de tous les jours, ce serait à eux d'identifier les variables en jeu.

### **2.3 LA SIGNIFICATION DES FONCTIONS SELON LES REGISTRES DE REPRÉSENTATION**

Lorsque nous réalisons une étude sur l'enseignement des fonctions, nous réalisons rapidement que ce sujet est indissociable de celui des registres de représentation. L'apprentissage du concept de fonction inclut de comprendre sa ou ses définitions, ainsi que de s'appropriier les différentes façons de les représenter (registres de représentation). D'ailleurs, les chercheurs s'intéressant aux fonctions ont fait des liens avec la place qu'occupent ces registres ou avec les difficultés que les élèves rencontrent au moment de les

utiliser (Doorman et *al.*, 2012 ; Confrey et Smith, 1995 ; Fontaine, 2021 ; Hitt et Morasse, 2009, Kalchman et Koedinger, 2005 ; Janvier, 2003, Minh, 2011 ; Passaro, 2007).

Duval (2006) va plus loin en avançant que les représentations sémiotiques sont d'une importance primordiale pour toute activité mathématique. Celui-ci, s'étant intéressé aux systèmes cognitifs requis et mobilisés pour donner accès aux objets mathématiques, affirme qu'il y a une différence entre l'activité cognitive requise pour les mathématiques et celle d'autres domaines. Cela s'explique par le fait que les connaissances mathématiques sont abstraites et qu'elles utilisent un langage spécifique à ce domaine. Contrairement aux phénomènes en astronomie, en physique, en chimie ou en biologie qu'on peut percevoir dans la nature ou observer avec des instruments, les objets mathématiques sont accessibles seulement en utilisant les symboles et les représentations sémiotiques (Duval, 2006). Cela vient rejoindre les problèmes en lien avec les difficultés relatives à l'abstraction en mathématique soulevées dans le premier chapitre.

Nous souhaitons que les élèves acquièrent la capacité de reconnaître les objets mathématiques, peu importe le registre de représentation dans lequel ils sont présentés. Il s'agit d'un point important de notre étude, car nous visons l'apprentissage de la distinction entre les différents types de fonctions. Cela passe nécessairement par la reconnaissance de ces objets mathématiques, peu importe le registre de représentation utilisé. Bien entendu, il peut arriver des situations où ils doivent passer d'un registre à un autre pour faciliter la reconnaissance du type de fonction ou coordonner plus d'un registre à la fois pour résoudre un problème. Les TIC ont le potentiel de relier ces différents registres dynamiquement (Minh, 2011), c'est pourquoi nous jugeons qu'elles ont leur place dans notre séquence d'enseignement.

Également, nous avons pris en compte que les représentations sont nécessaires pour qu'une activité mathématique ait lieu. Diverses représentations d'un même objet mathématique sont essentielles à sa compréhension, puisqu'avec une seule représentation, nous obtenons une vision incomplète de l'objet mathématique (Duval, 1993). En effet, dans le passage d'un registre de représentation à un autre survient un enrichissement de l'objet

mathématique. Il est nécessaire d'utiliser une diversité de registres de représentation pour les trois raisons suivantes (Duval, 1993) :

1) Économie de traitement

Certaines relations sont plus simples et rapides à comprendre dans certains registres de représentation, comme avec des formules plutôt qu'en mots.

2) La complémentarité des registres

Afin de choisir le registre de représentation à utiliser, il faut se questionner sur ce qu'on veut mettre en évidence. Tous les registres n'offrent pas les mêmes possibilités.

3) La conceptualisation implique une coordination de registres de représentation

Certains enseignants croient que si le registre de représentation de l'objet mathématique en question est bien choisi, le concept sera bien compris. Cependant, cela s'avère exact seulement si nous avons une bonne maîtrise des mathématiques, ce n'est donc pas le cas d'un élève du secondaire qui est en apprentissage.

En lien avec les registres de représentation, Duval (2006) affirme que les différents registres de représentation offrent des informations différentes sur les caractéristiques de la fonction, mais aucune ne permet une description complète de celle-ci. Il est donc important de passer d'un registre à l'autre afin d'avoir une vision complète du phénomène représenté par la fonction. Il est donc avantageux d'utiliser une variété de registres de représentation afin de passer d'une approche de la fonction à une autre, telle que l'approche opérationnelle vers l'approche structurelle, telle que présentée par Doorman et *al.* (2012).

Dans sa thèse, Minh (2011) aborde l'approche sémiotique. La notion de registre de représentation, telle qu'élaborée par Duval (1993), y est présentée de la façon suivante : « Cette notion est associée à l'hypothèse que la conceptualisation mathématique passe par la capacité d'identifier un concept dans diverses représentations sémiotiques et qu'elle nécessite un travail spécifique sur l'articulation de ses registres. » (Minh, 2011, p. 38) L'auteur affirme qu'il est important que les élèves aient la capacité de reconnaître les objets mathématiques, peu importe le registre de représentation dans lequel ils sont présentés. Selon cet auteur, ils devraient aussi effectuer les deux types de transformation mentionnés par Duval, c'est-à-dire

les traitements et les conversions. Le traitement d'une représentation a lieu lorsqu'une transformation se produit dans le même registre de représentation, c'est une transformation interne tandis que la conversion est la transformation dans un autre registre de représentation (Duval, 1993). Ces explications nous ont guidé quant à la façon d'inclure une diversité de registres dans nos tâches ainsi que différentes actions à faire pour travailler le traitement et la conversion toujours dans l'objectif de permettre aux élèves de s'approprier l'ensemble des caractéristiques de chaque type de fonctions ciblées par notre étude (affine, quadratique et exponentielle).

Dans le PFEQ, l'utilisation de quatre principaux registres est proposée dans l'enseignement du champ mathématique de l'algèbre, par exemple pour le concept de fonction. Il s'agit des registres verbal, symbolique (règle algébrique), graphique, tabulaire (tables de valeurs). À ceux-ci, nous avons ajouté les registres « expérience » et « schéma » tels que proposés par Janvier et Pelletier (2003). Ces deux derniers peuvent être utilisés en contexte de modélisation. Il s'agit donc des six registres de représentation que nous avons pris soin d'intégrer à notre séquence d'enseignement. Les quatre premiers étant des registres qui peuvent servir à identifier les types de fonctions, tandis que les deux autres sont davantage utilisés en cours d'apprentissage afin de résoudre des problèmes. Voici un tableau présentant des définitions et des exemples de chacun de ces registres.

Tableau 2

Registres de représentation – Définitions et exemples

<b>Registres de représentation</b>	<b>Définitions</b>	<b>Exemples</b>
Verbal	Il s'agit généralement de décrire une situation en mots, à l'écrit ou à l'oral, mais il peut aussi s'agir de décrire les caractéristiques d'une fonction en mots.	1. Jacques achète une voiture 30 000\$. Chaque année, celle-ci perd 40% de sa valeur.

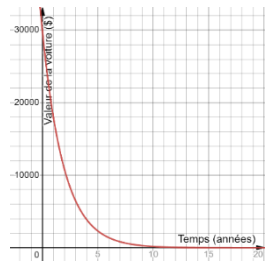
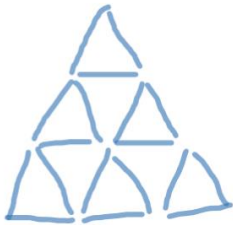
		2. Le graphique de cette fonction ne touche jamais à l'axe des abscisses et la fonction est décroissante sur tout son domaine.										
Symbolique	Il s'agit de la formule (règle algébrique) mettant en relation deux grandeurs. Afin de fournir une règle permettant de déterminer la valeur de la variable dépendante à partir de la variable indépendante. La variable dépendante est généralement isolée.	$f(x) = 30\,000 \cdot 0,6^x$										
Graphique	Il s'agit de la représentation des points dans le plan cartésien. Ce repère est constitué de deux axes : l'axe des abscisses (horizontal) et l'axe des ordonnées (vertical). Plusieurs conventions y sont rattachées.	Valeur de la voiture selon le temps 										
Table de valeurs	Tableau représentant la série de données, ordonnée ou non, classée en lignes ou en colonnes. Ce registre a lui aussi des conventions qui lui sont propres notamment en lien avec le choix des variables selon les colonnes ou les lignes.	<table border="1" data-bbox="967 1522 1317 1852"> <thead> <tr> <th>Temps (ans)</th> <th>Valeur de la voiture (\$)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>30 000</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>18 000</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>10 800</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>6480</td> </tr> </tbody> </table>	Temps (ans)	Valeur de la voiture (\$)	0	30 000	1	18 000	2	10 800	3	6480
Temps (ans)	Valeur de la voiture (\$)											
0	30 000											
1	18 000											
2	10 800											
3	6480											



Schéma	Il s'agit d'une illustration, un croquis, représentant la situation et permettant de mieux visualiser les éléments importants. Particulièrement utile lors du processus de modélisation.	
Expérience	Il s'agit d'activités expérimentales basées sur la démarche scientifique : hypothèse à vérifier à l'aide d'une expérience. À la suite de l'analyse des résultats obtenus en utilisant les autres registres de représentation, l'élève peut confirmer ou corriger son hypothèse.	Par exemple, s'intéresser à la longueur de l'ombre d'un objet selon la distance qui le sépare de la source lumineuse <sup>4</sup> et déterminer les valeurs de façon expérimentale.

Le registre « expérience » décrit davantage, à notre avis, une façon de travailler qu'une représentation de la situation, mais Janvier et Pelletier (2003) la classent comme un registre de représentation, c'est pourquoi nous l'avons incluse dans notre tableau. Ce registre nous apparaît intéressant en contexte de modélisation, car il permet de déterminer de quelle façon sont reliées les variables, par exemple selon un modèle quadratique ou exponentiel. De plus, de nombreux avantages se rattachent à son utilisation, notamment la possibilité de valider des hypothèses élaborées à la suite de la présentation du problème à résoudre, ce qui rehausse l'engagement des élèves. Également, elle permet de concentrer son attention sur la façon dont varient des grandeurs en jeu. Ce registre démontre l'utilité de la table de valeurs afin d'organiser les données recueillies. Pour toutes ces raisons, nous nous sommes fixé l'objectif d'inclure au moins une situation se basant sur ce registre dans notre séquence.

---

<sup>4</sup> Exemple tiré du recueil de situations fonctionnelles de Janvier et Pelletier (2003).

Les registres occupent donc une place importante dans l'élaboration de notre séquence d'enseignement. En effet, nous avons pris soin d'utiliser une variété de registres dans nos tâches. De plus, nous avons pris soin de nous assurer que les élèves se construisent une vision large de chaque type de fonction incluant tous les principaux registres afin de s'en faire une représentation la plus complète possible pour devenir aptes à les reconnaître dans différents contextes. Afin de varier les registres de représentation utilisés et de travailler suffisamment le passage d'un registre à un autre, nous avons utilisé un tableau de traduction tel que proposé par Janvier (1983). Afin de nous coller davantage aux registres ciblés dans notre projet, nous avons opté pour la version proposée par Janvier et Pelletier (2003) présentée dans la Figure 4 puisque celui-ci incluait les registres « Schéma » et « Expérience ».

#### LES TRADUCTIONS

À De	Expérience	Verbal	Schéma	Table de valeurs	Graphique	Formel
Expérience	■	■	■	■	■	■
Verbal	■	■	■	■	■	■
Schéma	■	■	■	■	■	■
Table de valeurs	■	■	■	■	■	■
Graphique	■	■	■	■	■	■
Formel	■	■	■	■	■	■

**Légende:**

■	Appropriation de la situation
■	Modélisation / Mathématisation de la situation
■	Interprétation de la situation

Figure 4. Tableau des passages d'un registre à un autre (Janvier et Pelletier, 2003, p. 18)

Étant donné que nous souhaitons élaborer des tâches où les élèves auraient à faire de la modélisation, nous avons surtout exploité la partie au-dessus de la diagonale. Pour ce qui est de la diagonale, Janvier et Pelletier (2003) affirment que ces traductions sont rarement exploitées autant dans les manuels scolaires que dans les programmes de mathématiques. Pourtant, « [...] ce sont les traductions qui sont les plus profitables à l'élève en ce sens

qu'elles lui permettent de s'approprier la situation, de l'analyser jusqu'aux plus petits détails. » (Janvier et Pelletier, 2003, p. 19) Il s'agit justement de ce que Duval nomme le traitement des registres. Il ne faut pas croire qu'il s'agit de reproduire ou de réinventer le registre en question. Il s'agit plutôt de s'y intéresser de façon plus pointue. Par exemple, pour le registre verbal vers verbal, on peut demander aux élèves de reformuler le problème dans ses mots, d'identifier les grandeurs en jeu, etc. Pour le passage table de valeurs vers table de valeurs, il s'agit de s'intéresser entre autres aux accroissements entre les données et de porter notre attention sur la façon dont celles-ci augmentent ou diminuent, d'observer des régularités. Pour cette raison, et parce que nous croyons que ce sont ces détails qui permettent de bien saisir les caractéristiques propres à chaque type de fonction, nous avons voulu inclure ces types de traduction à nos activités.

## 2.4 LA MODÉLISATION DE SITUATIONS

Le concept de fonction a d'abord été élaboré afin de répondre à un besoin de modéliser des situations de la vie qui touchent plus particulièrement la physique et l'astronomie (Minh, 2011). Aujourd'hui, il peut être utilisé dans différents domaines dont l'économie, la biologie et l'écologie afin de modéliser l'évolution de certains placements, de certaines maladies ou encore du réchauffement climatique. Entre autres, les fonctions exponentielles sont particulièrement utiles pour modéliser de nombreux phénomènes (Confrey et Smith, 1995). Les fonctions facilitent effectivement les calculs lorsque les relations fonctionnelles deviennent plus complexes, comme c'est le cas pour les calculs d'intérêts ou la croissance démographique de certaines populations (Kalchman et Koedinger, 2005).

La modélisation consiste à écrire dans un langage mathématique un phénomène qui *a priori* n'est pas mathématique. Il s'agit d'une méthode heuristique qui permet aux élèves de redécouvrir les mathématiques (Doorman et *al.*, 2012). En partant de problèmes contextualisés, les modèles se construisent à partir des spécificités du problème. Puis, en observant des situations similaires, les élèves peuvent généraliser et donc construire des

modèles qui représentent des relations mathématiques. Bref, un modèle informel d'activité permet de développer un modèle formel de raisonnement mathématique.

Lors de l'enseignement des fonctions, le fait de recourir à des situations physiques ou encore à du matériel concret permet de donner un sens à cette notion (Monk, 1992). Nous retenons aussi que pour exploiter l'idée de covariation, il s'avère adéquat d'utiliser la modélisation, surtout lorsqu'il s'agit de contextes réels impliquant des grandeurs physiques. Passaro (2015) affirme que :

[...] ce type de travail semble s'intégrer globalement à une démarche de modélisation dans laquelle les représentations graphique et table de valeurs, ainsi que la verbalisation issue de l'interprétation des relations entre les grandeurs dans les phénomènes étudiés jouent un rôle important. (p. 48)

Une séquence d'activités bien choisies favorisant le processus de modélisation peut favoriser la réflexion (Doorman *et al.*, 2012). Cette approche pourra aider à comprendre les différents types de fonctions, et par le fait même, fournir des outils aux élèves afin de les distinguer les uns des autres. Notre séquence d'enseignement proposera donc différents problèmes contextualisés afin de permettre aux élèves de faire ressortir les caractéristiques des modèles mathématiques utilisés. La table de valeurs est le registre de représentation à privilégier comme point de départ pour consigner les données recueillies lors de la modélisation de situations (Doorman *et al.*, 2012). Elle sera donc privilégiée dans nos tâches de modélisation. La modélisation offre aux élèves l'occasion de travailler sur des problèmes qui mobilisent les concepts ciblés et qui font appel au matériel de manipulation ou à la technologie et ces aspects favorisent le processus d'abstraction (Radford *et al.*, 2009). L'utilisation de la technologie permet de pousser plus loin l'étude du modèle en allant chercher plus de valeurs et en utilisant d'autres registres de représentation. Cet avantage vient renforcer notre idée de leur faire une place importante dans la séquence.

Modéliser des relations fonctionnelles à l'aide de l'algèbre demande un niveau d'abstraction supérieur à tout ce dont les élèves ont été habitués par le passé. C'est pour cette

raison qu'un autre des principes à respecter dans l'enseignement des fonctions concerne l'importance d'engager les élèves dans un processus de métacognition (Kalchman et Koedinger, 2005). Comme le mentionne Delvolvé (2006) : « La métacognition est la représentation que l'élève a des connaissances qu'il possède et de la façon dont il peut les construire et les utiliser. » Plus les mathématiques deviennent abstraites, plus le recours à la métacognition sera bénéfique, sinon les élèves risquent de ne pas réaliser que leur solution est mauvaise, car ils n'auront pas appris à créer du sens. En effet, malgré une bonne compréhension du concept, si la métacognition est faible, la résolution de problèmes simples peut parfois s'avérer un échec.

## **2.5 LES CARACTÉRISTIQUES D'UNE SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT SELON LES PRINCIPES SOCIOCONSTRUCTIVISTES DE L'APPRENTISSAGE**

Selon Passaro (2015), les tâches auxquelles les élèves sont soumis ainsi que le questionnement qui s'y rattache occupe une grande importance dans la compréhension de l'objet mathématique. Elle affirme que « le questionnement joue un rôle important puisque c'est lui qui, *a priori*, sollicite l'engagement dans une démarche de résolution et, par conséquent, le déploiement d'un raisonnement » (Passaro, 2015, p. 79). La variété des tâches, la place du questionnement sont des éléments qu'il convient de réfléchir lorsqu'il s'agit de s'interroger sur les caractéristiques d'une pratique d'enseignement qui contribuera à faire vivre aux élèves de riches activités d'apprentissages en mathématiques. La présente section vise donc à présenter les appuis théoriques qui ont su nous inspirer dans la création de nos tâches.

### **2.5.1 La résolution de problèmes et interactions sociales**

La résolution de problèmes et l'interaction sociale sont des moyens pour favoriser l'apprentissage de certains concepts et surtout de valoriser le sens conféré à ses apprentissages (Charnay et *al.*, 2005). Radford *et al.* (2009) affirment que d'offrir aux élèves des occasions de réfléchir et d'échanger en petits groupes contribue à favoriser le processus

d'abstraction. Les chercheurs parlent de l'abstraction en termes de synthèses d'expériences vécues précédemment. L'élève crée des liens et c'est lorsqu'il exprime son expérience à un nouveau niveau de généralité qu'il aura fait une abstraction. Pour ces chercheurs, une leçon modèle passe par :

[...] la création d'une dynamique de salle de classe qui va permettre aux élèves de s'engager dans des discussions et des échanges de haut niveau conceptuel. L'enseignante ou l'enseignant doit créer les conditions favorables, tant conceptuelles qu'émotionnelles, pour que les élèves se sentent à l'aise. La classe doit devenir une communauté d'apprentissage où l'élève perçoit le fruit de sa participation et de son travail non pas sous une optique individuelle compétitive, mais sous une optique de coopération. Cette coopération fait partie de l'effort que l'élève fait en travaillant avec d'autres élèves, où il se montre responsable en essayant de proposer des idées et de comprendre celles des autres (p. 25).

D'autres recherches qui se sont intéressées au développement de la pensée algébrique ont déjà démontré la pertinence d'intégrer cette dimension sociale aux tâches proposées aux élèves. C'est le cas, entre autres, des recherches de Hitt et Morasse (2009) et de Hitt et Gonzalez-Martin (2015) qui se sont intéressés au concept de covariation entre les variables pour le développement du concept de fonction dans un environnement d'apprentissage collaboratif. Pour cela, ils ont utilisé la méthodologie ACODESA. L'acronyme renvoie à *un apprentissage collaboratif, un débat scientifique suivi d'une autoréflexion*. Les étapes de cette méthodologie sont : le travail individuel, le travail en équipe sur la même tâche, le débat, le retour individuel sur la tâche et l'institutionnalisation (Hitt et Morasse, 2009 ; Hitt et Gonzalez-Martin, 2015). Lors du travail individuel, chaque élève s'approprie la situation fonctionnelle qui est une tâche non-routinière et produit sa propre représentation (verbal et schéma). Ensuite, lors du travail en équipe sur cette même tâche, il s'agit surtout d'un moment d'échange, de partage d'idées et de validation. Les représentations fonctionnelles ayant été réalisées individuellement peuvent alors être raffinées. C'est seulement à la suite de ces deux premières étapes qu'a lieu le débat. Cette étape consiste en une discussion en grand groupe où les élèves présentent le fruit de leur réflexion. Une forme de débat aura alors lieu s'il y a des divergences d'idées entre les différentes équipes. Cela peut concerner la façon de résoudre le problème ou les différentes solutions possibles. Il se peut aussi qu'il n'y ait

pas nécessairement de débat proprement dit, mais que les autres équipes bonifient les idées amenées par les autres élèves. L'étape suivante est un retour individuel sur la tâche incluant une partie d'autoréflexion, un retour sur ce qui a été fait en équipe ou lors du débat. Enfin, lors du processus d'institutionnalisation, l'enseignant s'assure d'utiliser les représentations institutionnelles. Le fait de travailler de cette façon exige de l'élève qu'il réfléchisse d'abord à la tâche afin de confronter ses idées avec ses pairs par la suite. Le schéma de la Figure 5 illustre bien les différentes étapes de la méthode d'enseignement ACODESA. Ce schéma permet de mieux visualiser l'enchaînement des différentes phases d'une activité conçue selon cette méthode. Le rôle de l'enseignant y est aussi illustré. Celui-ci agit en tant que guide tout au long des quatre premières étapes et c'est seulement à la cinquième étape qu'il procède à l'institutionnalisation des apprentissages.

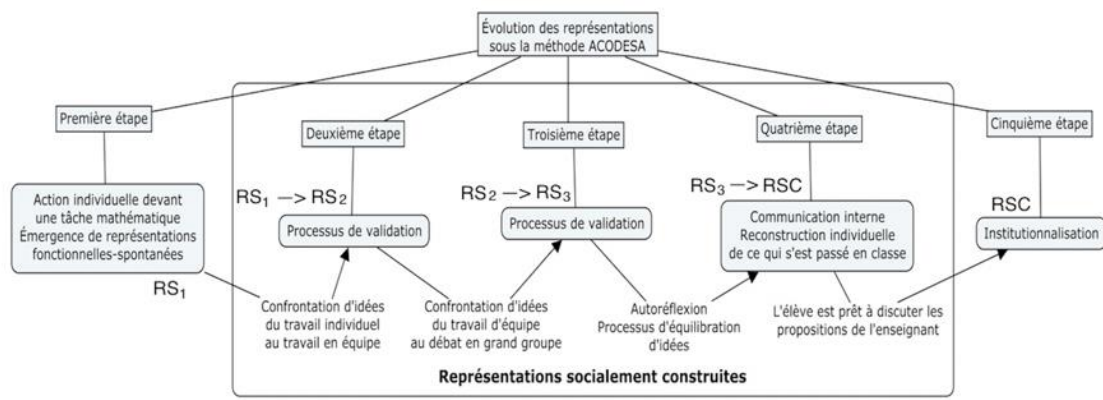


Figure 5. Organisation des différentes étapes de la méthode ACODESA et attentes (Hitt, et Quiroz Rivera, 2019, p. 83)

D'autres chercheurs qui s'intéressent à l'enseignement et à l'apprentissage des mathématiques reconnaissent aussi l'importance des discussions dans la classe de mathématique. Elles sont considérées comme moyen pertinent pour favoriser la compréhension conceptuelle (Almarode et *al.*, 2019). Ces derniers auteurs reformulent autrement des propositions fort présentes dans les travaux en didactique des mathématiques au sujet de la place importante de la communication dans la classe. Almarode et ses pairs précisent ainsi que pour bénéficier des forces de la discussion, l'enseignant a intérêt à

planifier des moments où les élèves auront à discuter avec leurs pairs des problèmes à résoudre ainsi que des stratégies à utiliser. Une des façons est de proposer aux élèves de faire ce qu'ils nomment « think-pair-share », dont nous proposons la traduction libre « pense-parle-partage » qui sera utilisée dans ce mémoire, c'est-à-dire de prévoir un moment où l'élève réfléchit seul, puis il en discute avec un ou des coéquipiers puis un partage est fait avec l'ensemble de la classe (Almarode et *al.*, 2019). Le rôle de l'enseignant est donc de s'assurer de la qualité des conversations, au sens où celles-ci permettront de faire progresser les savoirs en jeu ainsi que le processus de résolution du problème. L'enseignant agit alors comme guide et pourra rediriger les élèves au besoin (Tremblay et Dumas, 2012). Cette façon de faire travailler les élèves en interaction rejoint également la position de Charnay et *al.* (2005) qui affirment que la reformulation par les pairs aide à mieux comprendre les consignes et qu'il est riche de leur permettre de confronter leur solution avec un collègue afin de s'entendre sur une réponse unique. La méthode « pense-parle-partage » comporte des similitudes avec l'approche de l'ACODESA dont le travail individuel, le travail en équipe et le partage en grand groupe. La méthode ACODESA pousse plus loin en ajoutant une partie d'autoréflexion et en précisant l'importance de la phase d'institutionnalisation proposée par Brousseau. La méthodologie ACODESA et la technique « pense-parle-partage » nous ont donc servi d'inspiration afin de planifier une séquence d'enseignement pour laquelle des phases d'interactions entre pairs et entre pairs et l'enseignant seront présentes. Bien que fort pertinente, la planification de moments d'échanges et de réflexion ne suffit pas. Radford et *al.* (2009) ajoutent six autres caractéristiques que devraient avoir les leçons : elles partent des connaissances des élèves, elles sont intéressantes pour eux, elles sont centrées sur des problèmes qui mobilisent les concepts visés à des niveaux de profondeur adéquats, elles recourent à la technologie ou au matériel de manipulation pour favoriser une interaction entre différentes significations du savoir en jeu ; elles présentent des occasions de réfléchir à plusieurs niveaux d'abstraction des savoirs en jeu et elles favorisent le passage à l'abstraction. Plus récemment, Boaler (2016) formule autrement ce qui précède en recourant à l'expression des 5 C pour concevoir des tâches qui auraient le potentiel d'engager mathématiquement les élèves. Les tâches doivent susciter la curiosité (*Curiosity*), favoriser



le tissage de liens, qu'elle nomme « les connexions entre les concepts » (*Connection making*), proposer un défi (*Challenge*), laisser place à la créativité (*Creativity*) et miser sur la collaboration (*Collaboration*). Boaler ajoute que la formation hétérogène des équipes favoriserait l'expression de raisonnements mathématiques différents et la progression de chacun. Peu importe les recherches qui portent sur l'enseignement des mathématiques et plus précisément, sur les façons de favoriser l'engagement des élèves dans la résolution de problèmes, un élément important en ressort : encourager les élèves à exprimer leurs idées et à ne pas craindre de commettre des erreurs, lesquelles sont une source intéressante pour créer de potentiels conflits cognitifs et faire progresser les élèves.

### **2.5.2 Les connaissances antérieures et le passage à l'abstraction**

Giroux (2013) propose d'offrir un accompagnement auprès des élèves qui tient compte de leurs connaissances opératoires, soient celles qui leur permettent d'agir pour progresser ainsi vers la mathématisation d'une situation. Elle ajoute qu'il est nécessaire de réfléchir à une variété de supports et de situations autour d'un enjeu de savoir principal, chaque situation portant sur une forme d'utilité différente de la connaissance. Mary et Squalli (2021) résument et enrichissent les propos de la chercheuse en mettant de l'avant l'usage de tâches d'identification et d'abstraction de régularités mathématiques qui contribueront ainsi à la transformation des connaissances. Ce qui fait écho aux propos de Radford et de ses pairs au sujet de l'importance de favoriser le passage à l'abstraction ; cela s'approche de la « connexion » selon Boaler (2016). D'autres chercheurs qui se sont intéressés à l'enseignement des fonctions reprennent ce qui précède. Kalchman et Koedinger (2005) proposent ainsi de bâtir les nouvelles connaissances en s'appuyant sur les connaissances antérieures, soient les connaissances en lien avec des relations fonctionnelles dans leur quotidien. Tel que discuté plus tôt, l'introduction du raisonnement covariationnel conduira alors à proposer des situations qui inviteront d'abord les élèves à prendre conscience des différentes grandeurs mathématiques en jeu, à cibler celles qui seront mises en relation et à étudier leur comportement. Cela ne serait donc possible qu'à partir de situations qui susciteront l'intérêt des élèves afin qu'ils s'engagent dans l'étude des situations visées.

### **2.5.3 L'importance de l'engagement et de la réflexion**

Janvier et Pelletier (2003) ont élaboré un répertoire de situations de covariation propices à l'enseignement des fonctions sous une approche par modélisation. Ce document a d'ailleurs servi d'inspiration pour l'élaboration de notre séquence puisqu'il comprend un guide d'accompagnement comprenant l'approche pédagogique préconisée par les auteurs et les principes pédagogiques à privilégier pour enseigner ces notions. Ces principes font écho aux caractéristiques précédemment formulées. Janvier et Pelletier (2003) précisent que les activités doivent permettre aux élèves de réfléchir. Il ne faut pas penser que c'est seulement l'enseignant qui connaît ce que les élèves peuvent faire. Les élèves peuvent avoir des idées et il faut valoriser le fait qu'ils les expriment et qu'ils expérimentent à partir de celles-ci. Les auteurs proposent d'ailleurs qu'une démarche de collecte de données semblable à celle que l'on reconnaît davantage en science soit mise en place, ils en parlent en termes de réalisation d'une expérience. Laquelle pourra avoir lieu selon les principes de l'apprentissage coopératif. Les auteurs nomment d'ailleurs des avantages similaires à ceux mentionnés précédemment dans la section 2.5.1, c'est-à-dire que ce mode d'apprentissage permet aux élèves de confronter leur point de vue ainsi que leurs stratégies. L'enseignant est alors invité à analyser et à recourir aux productions des élèves afin de présenter des éléments incomplets, imprécis ou erronés afin de leur permettre d'apprendre de leurs erreurs ou de celles de leurs pairs. Les principes pédagogiques mis de l'avant sont ainsi considérés comme étant à la base du travail à faire avec les élèves: verbaliser, faire des liens avec d'autres sujets du secondaire, identifier plusieurs éléments comme toutes les grandeurs présentes dans une situation, les traductions entre les registres de représentation, les conventions propres aux différents registres de représentation, permettre aux élèves de s'approprier la situation et établir les prémisses des apprentissages effectués aux niveaux supérieurs (Janvier et Pelletier, 2003).

### **2.5.4 Le recours aux technologies en mathématiques**

La planification du rôle que prendront les technologies au sein de l'apprentissage s'avère primordiale (Vygotsky, 1986 ; cité dans Doorman et *al.*, 2012). La théorie de

l'instrumentation qui réfère à la genèse instrumentale comprend le développement d'une compréhension conceptuelle de même que l'apprentissage de l'utilisation d'un outil à l'intérieur d'une tâche. Il existe une relation bilatérale entre l'utilisateur et l'outil (Artigue, 2002 ; Trouche, 2004, cité par Doorman et *al.*, 2012 et par Minh, 2011). L'élaboration de cette relation, nommée genèse instrumentale, peut s'avérer très complexe même s'il s'agit de le faire pour une tâche plutôt simple (Guin et Trouche, 1999 ; Artigue, 2002, cité dans Minh, 2011).

Afin de bien comprendre en quoi consiste la genèse instrumentale, nous devons introduire le terme « artefact ». Trouche (2007) décrit l'artefact comme étant un « objet créé par l'homme pour assister à sa propre activité » (p. 1). Il peut s'agir d'outils comme un marteau, une règle, un compas et il peut aussi d'agir d'outils informatiques. Les artefacts informatiques possèdent des caractéristiques particulières, par exemple, un artefact peut regrouper plusieurs artefacts et ainsi permettre la production et le traitement de plusieurs registres de représentation. De plus, ils permettent de réaliser rapidement un très grand nombre de calculs (Trouche, 2007). La planification de leur utilisation s'avère donc nécessaire afin de s'assurer de la réalisation des apprentissages visés, car ils ont inévitablement un effet sur le processus d'apprentissage. Pour ces raisons, Trouche (2007) affirme : « Dépasser le stade d'une simple description de l'influence des artefacts pour analyser les processus en jeu et en déduire des conséquences pour l'organisation de l'enseignement suppose de disposer d'un cadre théorique adapté. » (p. 3)

L'approche instrumentale, développée principalement par des chercheurs français, peut répondre à ce besoin de cadre théorique. Elle s'avère donc pertinente pour les recherches intégrant les TIC. Cette approche permet de comprendre en profondeur la relation entre l'usage des outils et la conceptualisation (Minh, 2011). D'abord, nous précisons qu'il y a une différence entre artefact et instrument. En effet, selon Rabardel (1995), l'artefact passe au statut d'instrument lorsque l'utilisateur se l'est approprié et qu'il l'a intégré à ses activités. Trouche (2007) propose la définition suivante : « Un instrument est une entité mixte, constitué de l'artefact (ou d'une partie de l'artefact mobilisé par l'individu) et d'une

composante psychologique, les schèmes » (p. 4). Ce processus de construction de l'artefact s'appelle la genèse instrumentale. L'approche instrumentale nous incite à porter attention à l'usage que nous voulons faire de l'artefact et à nous questionner sur la façon de l'intégrer à l'apprentissage d'une notion. Cela nous amène à garder une vision critique des potentialités de l'intégration des TIC dans les activités d'apprentissage en mathématiques puisque cette intégration est d'une grande complexité. Cette approche nous a donc fait réaliser l'importance du choix de l'outil technologique utilisé pour notre séquence afin de limiter les contraintes dans le but de favoriser l'apprentissage des notions ciblées.

Afin de guider la genèse instrumentale, Trouche (2007) amène l'idée d'orchestration instrumentale qui prend tout son sens lors d'un scénario d'exploitation didactique. Il s'agit d'un « agencement institutionnel systématique et intentionnel des individus et des artefacts d'un environnement informatisé d'apprentissage, pour le traitement d'une situation mathématique, dans l'objectif de socialiser, relativement, les genèses instrumentales et d'assister la constitution des systèmes d'instruments. » (Trouche, 2007. p. 8). Au-delà du processus individuel, ces genèses comportent une dimension sociale, car les élèves les vivent dans un contexte de classe donc au sein d'un groupe d'individus (Minh, 2011). Ce qui vient rejoindre notre position en lien avec l'intégration des TIC est cette dimension sociale. De nombreux avantages sont présents lorsque l'orchestration exploite la dimension sociale. Prenons l'exemple de l'utilisation d'une calculatrice à affichage graphique munie d'une tablette de rétroprojection permettant de projeter l'écran de la calculatrice d'un élève sur un grand écran afin d'en partager le contenu au reste de la classe. Cette utilisation permet alors aux élèves de comparer leurs réponses et leur utilisation de l'outil avec cet élève. L'enseignant peut alors guider les élèves, il peut combiner ses résultats et ceux des élèves, favoriser les débats à l'intérieur de la classe ainsi que discuter des procédures (Trouche, 2007). Considérant les avantages de faire place à cet aspect social et devant la recommandation du *Second Handbook of Information Technology in Primary and Secondary Education* (Voogt et al., 2019) qui préconise l'utilisation des TIC pour favoriser la collaboration, nous avons appuyé le choix de l'outil technologique en s'assurant qu'il permette un partage des idées entre élèves afin de favoriser les apprentissages souhaités. Un

accès aux réponses des autres élèves est un atout pour favoriser les discussions de groupe. Meyer (2015), dans sa thèse doctorale sur l'enseignement en ligne, affirme également que les échanges entre les élèves leur offrent une forme de rétroaction souvent plus puissante qu'un simple retour de l'ordinateur affirmant que la réponse est correcte ou erronée. Elle permet aux élèves de se réajuster. De plus, comme les élèves utilisent souvent un langage informel en cours d'apprentissage, ils peuvent constater les imprécisions en lisant les réponses des autres ou en comparant la leur avec celle des autres et comprendre l'importance d'utiliser un langage mathématique approprié pour communiquer adéquatement.

Une utilisation optimale des TICS ne permettrait pas que les élèves parviennent à résoudre les problèmes mathématiques grâce à l'utilisation d'outil technologique sans comprendre les notions mathématiques. Doorman et *al.* (2012) suggèrent de débiter par une activité papier-crayon avant d'utiliser l'outil technologique. Les outils informatiques peuvent facilement prendre en charge les différents registres de représentation et le passage d'un à l'autre, cela facilite le passage d'une vision de calcul vers une vision d'objet mathématique (Doorman et *al.*, 2012). Puisque le but de notre étude est de faire apprendre à distinguer les différents types de fonctions, cette vision plus élargie nous intéresse. « Ces artefacts facilitent particulièrement les activités de modélisation [...] pour l'apprentissage des fonctions » (Minh, 2011). L'utilisation de la technologie nous apparaît donc comme un incontournable afin de pouvoir travailler avec un plus grand nombre de situations afin de généraliser des modèles.

## **2.6 LA SYNTHÈSE DES CARACTÉRISTIQUES RETENUES POUR LA SÉQUENCE D'ENSEIGNEMENT**

Rappelons que notre objectif est de concevoir, d'expérimenter et de valider une séquence d'enseignement appuyée sur les technologies visant l'apprentissage de la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle ciblant les élèves de quatrième secondaire de la séquence CST. Dans le but de l'atteindre et à la lumière de ce qui

précède, voici les aspects considérés lors de la conception de tâches pour notre séquence d'enseignement sur la distinction des fonctions :

- Proposer des tâches qui développent les différents regards de la fonction (correspondance et covariation) en concomitance ;
- Tenir compte des unités de raisonnement de Passaro lors de la formulation des questions pour développer le raisonnement covariationnel ;
- S'assurer d'intégrer une variété de registres de représentation à utiliser ainsi que le passage d'un registre à l'autre ;
- Intégrer des situations de modélisation afin de susciter l'engagement et la réflexion ;
- Avoir recours à la résolution de problèmes permettant d'utiliser une diversité de stratégies ;
- Proposer aux élèves des moments d'échange et de réflexion en équipe ou en grand groupe.
- Intégrer les éléments des *5C de Boaler* (présentés section 2.5.1) afin de susciter l'engagement des élèves ;
- Bâtir les connaissances en s'appuyant sur les connaissances antérieures ;
- Choisir un outil technologique favorisant la collaboration ou le partage d'idées et une possibilité de rétroaction des pairs ou de l'enseignant ;
- S'assurer que l'outil ne permette pas de résoudre les problèmes sans compréhension des concepts en jeu.

## **CHAPITRE 3**

### **MÉTHODOLOGIE**

#### **3.1 INTRODUCTION**

Tel que discuté dans les précédents chapitres, ce mémoire s'intéresse à l'enseignement des fonctions et a comme objectif principal d'élaborer, d'expérimenter et de valider une séquence d'enseignement permettant de faire la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle en quatrième secondaire. Cette recherche a été réalisée selon une approche qualitative. Il s'agit d'une recherche-développement qui s'inspire des caractéristiques de l'ingénierie didactique (Artigue, 1988). Le présent chapitre porte sur la méthodologie retenue dans ce projet de recherche. Dans un premier temps, nous présenterons la recherche-développement en tant qu'approche méthodologique qui guide nos actions. Dans un deuxième temps, la démarche d'ingénierie didactique est expliquée plus en détail ainsi que les grandes étapes méthodologiques de cette recherche. Les méthodes et les outils de collectes de données seront aussi présentés. Dans un troisième temps, le processus d'élaboration de la séquence et les choix que nous avons eu à faire sont décrits et expliqués, soit ceux en lien avec l'outil technologique et ceux en lien avec les modalités de réalisation.

#### **3.2 APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE**

##### **3.2.1 La recherche-développement**

La recherche-développement en sciences de l'éducation au Québec demeure assez peu documentée, nous nous appuyons donc sur la description faite par Loisel et Harvey (2007). Les recherches de ce type ont pour objectif de développer du matériel pédagogique, des stratégies, des méthodes ou des programmes ayant de l'influence dans le milieu de

l'éducation (Borg et Gall, 1989 ; cité dans Loisel et Harvey, 2007). Tel que décrit dans la problématique de ce mémoire, notre objectif est précisément de concevoir, d'expérimenter et de valider une séquence d'enseignement. Comme le définissent les chercheurs, la recherche-développement est une : « étude systématique de la conception, de la réalisation et de l'évaluation de programmes, processus ou produits éducatifs qui satisfait des critères de consistance interne et d'efficacité » (Seels et Richey, 1994, p. 127; cité dans Loisel et Harvey, 2007). La recherche-développement invite à s'intéresser d'abord au contexte qui motive la conception ainsi qu'à l'ensemble du processus itératif de création et d'amélioration. Dans notre cas, la conception d'une séquence d'enseignement qui vise la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle en 4<sup>e</sup> secondaire, son amélioration et sa pertinence prennent vie dans la classe.

Plusieurs modèles de la recherche-développement sont proposés par différents auteurs. Ceux qui portent sur la création et l'expérimentation de séquences d'enseignement prennent différentes formes telles que l'ingénierie didactique (Artigue, 1988) et le *Design Experiment* (Gorard et al., 2004 ; cité dans Thouin, 2014). Dans la présente étude, c'est sur l'ingénierie didactique que notre choix s'est arrêté.

### **3.2.2 La démarche d'ingénierie didactique et ses phases**

Cette méthodologie de recherche est issue de la didactique des mathématiques et date des années 1980 (Artigue, 1988). Bien entendu, elle a évolué au fil des années (Brousseau, 1998 ; Artigue, 2002 ; Perrin-Glorian et Bellemain, 2019). Elle est particulièrement exploitée dans les recherches françaises et sa particularité est de tenir compte de la complexité de la classe (Douady, 1994). Elle se définit comme ceci : « Volet pratique de la didactique qui porte principalement sur la conception de séquences didactiques, de situations didactiques et d'activités d'enseignement et d'apprentissage. » (Thouin, 2014, p. 26) Une autre de ses caractéristiques est de se baser sur un schéma expérimental qui consiste à élaborer, expérimenter, valider et analyser une réalisation en lien avec la didactique qui est vécue en



classe. La validation est interne puisqu'il s'agit de confronter l'analyse *a priori* et l'analyse *a posteriori* et c'est le modèle qui nous a inspirés.

Les quatre grandes phases de cette méthodologie sont :

- Les analyses préalables ;
- La conception et l'analyse *a priori* ;
- L'expérimentation ;
- L'analyse *a posteriori* et la validation.

La suite de cette section sur la méthodologie s'appuiera sur ces étapes.

Chaque phase est abordée de façon théorique et la façon dont elle est mise en jeu dans le cadre de notre projet est également présentée.

### **3.2.2.1 Les analyses préalables**

Cette phase s'amorce dès les débuts de la recherche dans l'élaboration de la problématique et se poursuit principalement dans le cadre conceptuel. Selon Artigue (1988), quatre composantes sont associées aux analyses préalables, elles sont :

- l'analyse épistémologique des contenus visés par l'enseignement;
- l'analyse de l'enseignement usuel et de ses effets;
- l'analyse des conceptions des élèves, des difficultés et des obstacles qui marquent leur évolution;
- l'analyse du champ de contraintes dans lequel va se situer la réalisation didactique effective,

en prenant en compte les objectifs spécifiques de la recherche. (p. 249-250)

Les lectures effectuées afin de construire la problématique ainsi que le cadre conceptuel nous ont servi afin de réaliser les analyses préalables. La connaissance du milieu dans lequel nous allons plonger est aussi un atout pour ces analyses que nous résumons dans les prochaines lignes.

## **L'analyse épistémologique des contenus visés par l'enseignement**

Tel que développé dans le chapitre précédent, la notion de fonction peut être abordée selon un regard de correspondance ou selon un regard de covariation. Notre intérêt est de développer l'aspect covariationnel, vu la mise en garde face aux risques de la surutilisation du regard de correspondance (expliquée, entre autres, par Confrey et Smith, 1995). Aussi mentionné dans le chapitre précédent, l'utilisation des différents registres vient compléter la compréhension de la notion de fonction en tant qu'objet mathématique, c'est pourquoi nous considérons indispensable le travail dans différents registres à l'heure de bâtir la séquence.

## **L'analyse de l'enseignement usuel et de ses effets**

Au moment de préciser notre sujet d'étude sur les fonctions, nous avons constaté que bien que le sujet de l'enseignement des fonctions soit abordé dans de nombreuses études, la distinction entre les différents types de fonctions ne semble pas faire partie d'une pratique usuelle d'enseignement, de ce point de vue, nous ne comptons pas sur des données de recherche pour connaître les effets d'un enseignement usuel de ce thème.

Par ailleurs, même si les technologies sont de plus en plus présentes dans les écoles, des recherches mentionnées dans le chapitre précédent et notre propre pratique d'enseignement au secondaire au Québec, nous permettent d'affirmer que les TIC ne sont pas exploitées à leur plein potentiel, ce qui nous invite à exploiter davantage ces outils.

De plus, puisque de nombreuses recherches à l'appui démontrent la valeur ajoutée des interactions entre les élèves ou en grand groupe en classe, nous avons intérêt à les inclure en notre séquence.

## **L'analyse des conceptions des élèves, des difficultés et des obstacles qui marquent leur évolution**

À la suite des lectures mentionnées dans le cadre conceptuel à propos des registres de représentation, nous avons mis l'emphase sur la variété des registres utilisés dans la conception de notre séquence.

Un obstacle en lien avec l'apprentissage des fonctions quadratiques et exponentielles en quatrième secondaire au Québec vient du fait que la fonction du premier degré est essentiellement travaillée sans présence de contre-exemple en 3<sup>e</sup> secondaire. Par conséquent, les élèves ont de la difficulté à comprendre qu'il en existe d'autres et que ces nouveaux apprentissages peuvent être ajoutés à ceux déjà existants (Carlson et Oehrtman, 2005 ; DeBlois, 2014). Pour cette raison, nous nous sommes intéressés à la création d'une séquence travaillant simultanément plusieurs types de fonctions afin d'enseigner la distinction entre chaque type.

## **L'analyse du champ de contraintes dans lequel se situe la réalisation didactique effective**

D'abord, nous avons fait le choix de créer une séquence d'enseignement adressée aux élèves de la séquence *Culture, Société, Technique* de quatrième secondaire. Puisqu'il s'agit du programme de mathématiques régulières du Québec, nous avons considéré que plusieurs de ces élèves éprouvent des difficultés en mathématiques ou du moins n'ont pas un intérêt marqué pour cette discipline scolaire.

Une contrainte à laquelle nous avons dû nous adapter est en lien avec l'enseignement de la fonction quadratique (degré 2) qui se limite à la forme de base  $f(x) = ax^2$  selon ce qui est prescrit dans le *Programme de formation de l'école québécoise* (MELS, 2007) pour la séquence CST en 4<sup>e</sup> secondaire. Cette restriction a limité les contextes réels pouvant être modélisés ainsi que la variété de fonctions quadratiques à travailler.

Pour ce qui est des préalables à la séquence, nous avons fait le choix que celle-ci soit utilisée après que les élèves aient appris toutes les notions prévues au programme de formation relatives aux fonctions exponentielles et quadratiques en quatrième secondaire, compte tenu que la fonction affine fait partie du programme de troisième secondaire.

Enfin, une contrainte qui n'avait pas été prévue à la base est que les expérimentations se sont déroulées dans une année de pandémie de Covid-19. Certaines leçons ont eu lieu à distance, ces leçons et les enregistrements ont donc été réalisés sur la plateforme *Teams*. De plus, lors de la deuxième expérimentation, due à des restrictions en lien avec les mesures sanitaires en vigueur du moment, il y a certaines leçons pour lesquelles la chercheuse était en ligne alors que les élèves et l'enseignante étaient en présence à l'école. Pour ces raisons, certaines modalités de réalisation de la séquence et de collectes de données ont été ajustées. Certaines discussions entre les élèves ou réalisées en grand groupe ont été inaccessibles. Ces détails sont présentés dans le chapitre 5, soit celui des résultats.

### **3.2.2.2 La conception et l'analyse *a priori***

La deuxième composante de l'ingénierie didactique est la conception et l'analyse *a priori* de la séquence d'apprentissage. Lors de la conception d'une séquence d'enseignement, nous choisissons les variables sur lesquelles nous souhaitons intervenir. Ces variables se classent selon deux catégories : macro-didactiques ou globales et micro-didactiques ou locales. Les choix globaux s'effectuent avant la description phase à phase de la séquence. Il s'agit entre autres de cibler les contenus visés, de décider de recourir à un logiciel ou une application pour enseigner la notion visée, de limiter le niveau de complexité des problèmes qui sont proposés, de choisir les méthodes d'enseignement qui sont privilégiées. Dans ce travail, les choix globaux qui ont guidé la conception de notre séquence furent de travailler les trois types de fonctions (affine, quadratique et exponentielle) simultanément, de considérer que les élèves avaient préalablement appris ces trois types de fonctions, de les faire travailler dans les différents registres de représentation et d'intégrer les TIC puisqu'elles permettent de coordonner les différents registres plus aisément.

Pour les choix locaux, ils sont davantage axés sur la façon d'aborder les contenus mathématiques visés par la séquence d'enseignement. Dans le cas de notre projet, nous avons d'abord choisi de faire ressortir les connaissances antérieures afin de pouvoir construire les apprentissages sur la distinction entre les types de fonctions. Ensuite, nous avons fait le choix d'utiliser la modélisation de situations concrètes pour chaque type de fonction afin de faire ressortir les caractéristiques des fonctions affine, quadratique et exponentielle pour les différents registres. Une fois ces connaissances institutionnalisées, nous avons visé approfondir les apprentissages par la résolution d'un problème portant sur les trois types de fonctions. Enfin, une activité dans laquelle les élèves doivent identifier différents types de fonctions selon différents registres a été planifiée.

En ce qui concerne l'analyse *a priori*, elle est la première partie de la validation interne mentionnée précédemment. Cette analyse se fonde sur des hypothèses que nous confrontons dans la phase de l'analyse *a posteriori*. À cette étape, le sens des choix effectués et en quoi ils influencent les actions et les apprentissages des élèves est précisé. Cette phase comporte une partie descriptive et une partie prédictive. Elle permet de mieux comprendre les choix du chercheur et les conditions de réalisation de l'étude. La séquence et son analyse *a priori* seront présentées dans le chapitre suivant.

### **3.2.2.3 L'expérimentation**

La troisième composante de l'ingénierie didactique, l'expérimentation, consiste en la mise à l'essai de la séquence d'enseignement. C'est lors de cette phase que les données sur le terrain sont recueillies.

#### **Les participants à l'expérimentation**

Il a été prévu que notre séquence d'enseignement soit mise à l'essai par deux enseignantes de mathématiques de quatrième secondaire de la séquence CST du Bas-Saint-Laurent, car nous souhaitons l'expérimenter dans deux classes différentes : elle a d'abord été expérimentée par une première enseignante dans un groupe-classe de moins de 15 élèves

afin de mettre à l'essai les activités d'apprentissage et d'y apporter des améliorations. Ensuite, une seconde enseignante d'une autre école l'a expérimentée dans un de ses groupes comprenant 20 élèves.

### **Les méthodes et outils de collecte de données**

Dans le but d'atteindre notre objectif de recherche qui est de concevoir, d'expérimenter et de valider une séquence d'enseignement permettant de distinguer les différents types de fonctions, nous avons choisi des méthodes de collecte de données nous permettant d'obtenir une vision englobante sur la mise en œuvre auprès des élèves telles que l'observation en classe que nous avons appuyé par des captations audiovisuelles, par l'analyse des productions des élèves et par l'étude du journal de bord. Lors de la première expérimentation, il a été prévu d'avoir des prises de notes dans le journal de bord, durant les quatre leçons de 75 minutes et après celle-ci, alors que tout est frais en mémoire, ce qui semblait moins bien fonctionner en termes de formulation des tâches proposées, de pertinence de celles-ci et des difficultés perçues chez les élèves dans la réalisation d'une tâche et dans le cheminement entre les tâches. Une rencontre avec l'enseignante après chaque leçon a eu lieu pour approfondir ces observations. Les captations audiovisuelles ont également été utilisées pour soutirer un maximum d'informations pertinentes qui auraient pu échapper à la chercheuse. Pour la seconde expérimentation, c'est une version améliorée de la séquence qui a été testée dans la classe d'une autre enseignante à l'aide des mêmes méthodes de collecte de données. Voici un tableau résumant les étapes d'expérimentation de même que les méthodes de collectes de données utilisées.

Tableau 3

Étapes d'expérimentation et méthodes de collecte de données

Étapes de l'expérimentation	Méthodes de collecte de données
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expérimentation de la séquence une première fois.</li> <li>• Effectuer les améliorations nécessaires.</li> <li>• Expérimentation de la séquence dans la classe d'une autre enseignante à la suite des améliorations apportées.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Observations</li> <li>• Journal de bord</li> <li>• Captations audiovisuelles</li> <li>• Productions des élèves</li> </ul>

**L'observation en classe**

Il a été prévu d'observer la première phase d'expérimentation en classe ou à distance sur *Teams* selon l'horaire des élèves. Cette méthode a l'avantage d'être très flexible puisque la chercheure était toujours présente en classe ou en ligne avec les élèves. Elle permet d'avoir la liberté nécessaire dans l'interprétation et de prendre en compte l'expérience des participants observés (Fortin et Gagnon, 2016). Pour ce qui est de la deuxième phase d'expérimentation, il a été prévu de faire l'observation non participante. Cette fois la chercheure n'a fait qu'observer le groupe-classe sans intervenir pour ensuite décrire ses observations (Fortin et Gagnon, 2016).

**Le journal de bord**

Nous avons prévu utiliser le journal de bord. Il est un outil de prise de notes libres. Cela permet de conserver des traces écrites lors de l'expérimentation. Ce journal contient des descriptions des actions posées, des impressions, des références de lectures, des pistes d'améliorations pour la séquence (Thouin, 2014). Il était prévu, entre autres, d'y noter des informations concernant la durée des activités, par exemple le manque de temps, et aussi consigner des informations sur les activités proposées aux élèves, par exemple si des questions ne semblaient pas claires ou si l'espace pour y répondre n'était pas approprié. Il

s'agit d'informations complémentaires qui nous sont transmises par les participants, qui ne sont pas nécessairement visibles dans nos captations vidéo ou lors de l'observation en classe. Il peut aussi s'agir de réflexions qui ont pu servir à bonifier l'interprétation des données.

### **Les captations audiovisuelles**

La réalisation de captations audiovisuelles est complémentaire à l'observation directe en classe ou en ligne, c'est pourquoi il a été prévu d'en effectuer.

### **Les productions des élèves**

Afin de vérifier la clarté et la validité des questions, les fenêtres des activités mathématiques faites à l'ordinateur par les élèves ont été analysées.

#### **3.2.2.4 L'analyse *a posteriori* et la validation**

Dernière étape de l'ingénierie didactique, cette phase s'appuie sur les données recueillies lors des expérimentations. Il y a ensuite une confrontation entre les deux analyses (*a priori* et *a posteriori*) afin de valider les hypothèses de la recherche énoncées dans la deuxième phase de la recherche. Cette validation interne permet de tenir compte de la complexité de la classe. L'analyse *a posteriori* de notre séquence est présentée au chapitre 5 de notre mémoire. Elle est intégrée à la présentation des résultats. Nous y comparons ce qui s'est passé avec ce que nous avons prévu qui se passe. Pour la première expérimentation, nous comparerons le temps de réalisation versus le temps qui avait été prévu afin d'apporter des ajustements si nécessaire. De plus, nous comparerons les réponses des élèves avec les réponses attendues afin de vérifier si les questions doivent être reformulées. Pour la deuxième expérimentation, nous nous intéresserons principalement à la distance entre les réponses des élèves et celles attendues. Dans les deux expérimentations, les actions des enseignantes seront comparées avec ce qui avait été initialement prévu dans la séquence d'enseignement, car elles auront nécessairement une incidence sur les réponses des élèves.



### 3.3 OUTIL TECHNOLOGIQUE : MODALITÉS ET MOMENT DE RÉALISATION.

Nous terminons ce chapitre méthodologique en mentionnant des choix importants que nous avons faits, soient le choix relatif à l’outil technologique, les choix en lien avec les modalités de réalisation et avec le moment de réalisation.

#### 3.3.1 Choix de l’outil technologique

Nous avons sélectionné un logiciel présentant un potentiel intéressant pour l’enseignement des fonctions. Notre premier critère de sélection était l’utilisation d’un logiciel gratuit dans le but que la séquence puisse être réutilisée dans n’importe quelle classe de quatrième secondaire. De plus, nous souhaitons que l’outil choisi permette de modéliser des situations ainsi que de mettre en jeu la coordination des différents registres. Notre choix d’outil technologique fut *Desmos Activity Builder*. *Desmos* est à la base une calculatrice à affichage graphique en ligne (Figure 6) tandis que *Desmos Activity Builder* est une plateforme de création d’activités pédagogiques en ligne (Figure 7) dans laquelle peuvent être intégrés des objets mathématiques permettant le passage d’un registre à un autre tels que des tables de valeurs et des graphiques. Cette plateforme a également son propre langage de programmation pouvant y être ajouté, le « *computation layer* ». La programmation peut être utilisée soit afin de relier dynamiquement entre eux des objets mathématiques soit afin de donner de la rétroaction aux élèves.

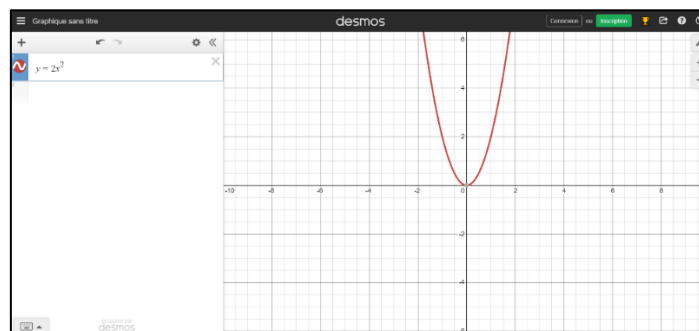


Figure 6. *Desmos* Calculatrice graphique

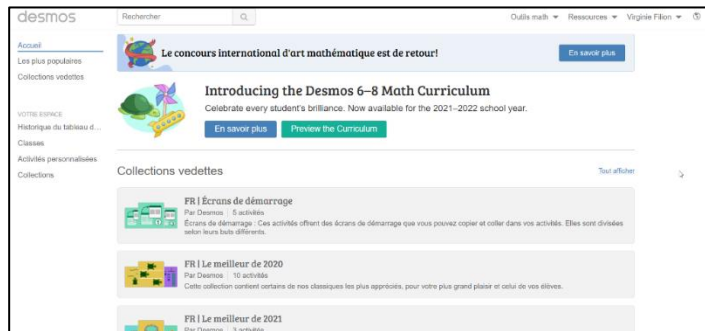


Figure 7. *Desmos Activity Builder*

Un des avantages d'utiliser une plateforme comme *Desmos Activity Builder* est que le graphique peut se construire de façon dynamique au moment où l'élève complète la table de valeurs. Cela permet d'avoir une vue d'ensemble des registres de représentation et par conséquent de voir la fonction en tant qu'objet. Par le fait même, cela peut aider l'élève à identifier le type de fonction. Nous avons aussi fait le choix d'utiliser un outil informatique afin de faciliter le passage d'une vision de calcul vers une vision d'objet mathématique puisque ceux-ci peuvent prendre en charge les différents registres de représentation et facilitent le passage d'un à l'autre, c'est-à-dire qu'ils peuvent relier dynamiquement les différents registres (Doorman et *al.*, 2012 ; Minh, 2011). C'est pour cette raison que dans les activités *Desmos* de modélisation, une programmation a été insérée dans les activités pour que lorsque l'élève complète une table de valeurs, le graphique se construise simultanément. Ce passage d'un registre de représentation à un autre lui permettra d'avoir une vision élargie de l'objet mathématique qu'il construit comme argumenté dans le chapitre précédent. Nos tâches ont toutes été construites de façon que l'élève ait accès à divers registres de représentations d'un même objet mathématique pour approfondir sa compréhension. Dans la dernière tâche, les principaux registres sont utilisés (verbal, table de valeurs, graphique et règle).

Les avantages d'utiliser *Desmos Activity Builder* sont nombreux. D'abord, il comprend un tableau de bord de l'enseignant, ce qui permet d'avoir accès aux réponses des élèves en temps réel (Figure 8). Cela permet de rectifier le tir rapidement lorsqu'on constate qu'une même erreur est commise par la majorité des élèves. Ce tableau de bord permet d'anonymiser les réponses des élèves en substituant leur nom par des noms de scientifiques. Il est également possible d'écrire un commentaire de rétroaction (Figure 9) directement à un élève en particulier pendant que celui-ci travaille.

The screenshot shows the Desmos teacher dashboard interface. At the top, there are navigation buttons for 'Anonyme', 'Rythme', and 'Pause'. Below this is a progress bar with 9 steps: 1. Propositions, 2. Variables, 3. Commentaires, 4. Modèles, 5. Type de réponse, 6. Cliquez sur, 7. Règle de, 8. Salaire de, 9. Réponse. A purple notification banner reads: 'Le mode anonyme est activé. Les noms de vos élèves ont été changés en noms de mathématiciens célèbres. En savoir plus'. The main area is a grid with 10 rows of student names and 9 columns corresponding to the steps. The names are: Carla Colwright, Argelia Velez-Rodriguez, Ami Radunskaya, Talitha Washington, Sofia Kovalevskaya, Nicole Joseph, Jaime Escalante, Elbert Frank Cox, Grace Alele-Williams, Lynn Conway, Wang Zhenyi, and Nalini Joshi. Each cell in the grid contains a small circle indicating the student's progress through that step.

Figure 8. Tableau de bord *Desmos*

The screenshot shows the student interface for a question titled 'Variables en jeu'. The question asks: 'Que vont-on observer dans la situation suivante?'. Below the question, there are two input fields: 'x: nbr de jour' and 'y: argent'. A 'Modifier ma réponse' button is located below the input fields. A feedback window is open on the right side, titled 'Rétroaction de la leçon'. The feedback text reads: 'Il faut être plus précis lorsque tu nommes les variables.' There is a checkmark icon and an 'Envoyer' button at the bottom of the feedback window. The top of the interface shows the student's name 'Argelia Velez-Rodriguez' and 'Élève 2 de 18'.

Figure 9. Rétroaction *Desmos*

L'outil Capture (Figure 10) permet également de sélectionner des écrans d'élève et de les présenter à l'ensemble du groupe (Figure 11) pour engendrer une discussion

mathématique, pour présenter un exemple de bonne réponse ou pour faire un retour sur certaines erreurs commises ou des conceptions erronées.



Figure 10. Outil Capture, prise de la capture



Figure 11. Outil Capture, présentation aux élèves

En outre, il y a une dimension sociale pouvant être exploitée puisque l'enseignant a la possibilité de dicter le rythme de l'activité (Figure 12) en donnant accès à un nombre limité d'écrans. Cela permet de favoriser la collaboration et les échanges en grand groupe tout au long de l'activité. Des discussions riches peuvent en ressortir. Ces interactions peuvent être de deux types, soient celles avec leurs pairs et celles avec l'adulte en situation d'autorité. D'ailleurs, lorsque l'enseignante dicte le rythme et fait discuter les élèves sur leur compréhension du problème, par exemple en leur faisant nommer les variables en jeu dans une situation, cela leur permet de mieux comprendre la situation-problème puisqu'ils bénéficient d'une forme de reformulation par les pairs. Ils peuvent aussi confronter leurs réponses avec des collègues et s'entendre sur une réponse unique. En plus, en présentant certaines réponses élaborées par des élèves, l'enseignante offre l'opportunité de découvrir différentes façons de procéder ce qui demande aux élèves de faire l'effort de comprendre une autre façon de réfléchir et d'attaquer le problème. Ils pourront ensuite réutiliser cette façon

de faire s'ils la jugent plus efficace que la leur (Charnay et *al.*, 2005). Également, en dictant le rythme des activités, l'enseignante peut pleinement assumer son rôle de médiatrice. En effet, celle-ci peut s'assurer que les élèves comprennent bien la tâche à réaliser et la reformuler au besoin. Elle peut aussi les guider dans leurs démarches, les aider à identifier ce qui leur reste à accomplir ou à améliorer. C'est aussi une occasion pour les encourager, les pousser à agir et à oser prendre des risques. L'enseignante sera aussi celle qui facilite les interactions entre les pairs (Charnay et *al.*, 2005).

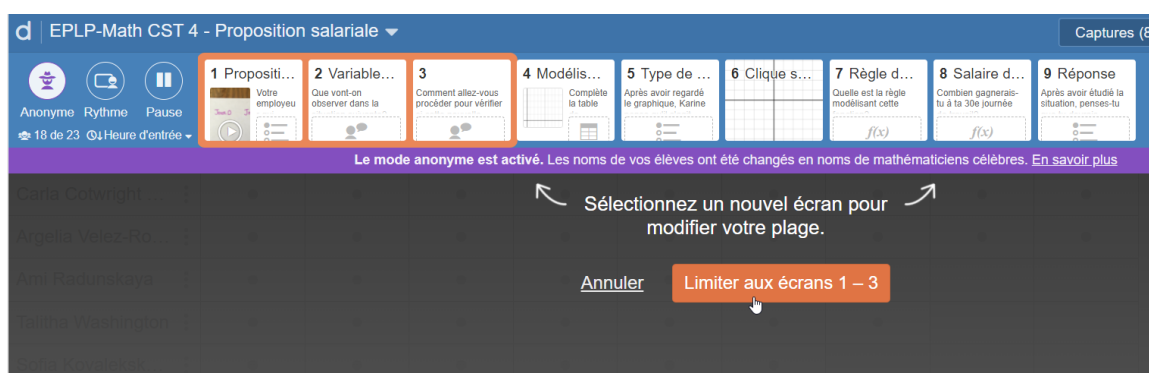


Figure 12. Outil « Rythme »

L'équipe de *Desmos* a créé un code de création d'activités présentant leurs valeurs. Leurs idées pédagogiques s'appuient sur des principes tels que ceux décrits dans le livre « *5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions* » (S. Smith, Stein, 2011) ainsi que sur les idées partagées par Boaler dans son livre « *Mathematical Mindset* » (Boaler, 2016).

Ce code de création d'activités comprend douze principes (Dagenais, 2019) que nous avons pris en considération lors de la création de nos activités. Ces principes sont :

- Incorporer une variété de verbes et de noms ;
- Demander une analyse informelle avant l'analyse formelle ;
- Créer un besoin intellectuel pour de nouvelles compétences mathématiques ;
- Créer des activités comportant une problématique ;
- Donner aux élèves la possibilité d'avoir raison et tort de différentes façons ;

- Retarder la rétroaction afin de permettre la réflexion ;
- Faire des liens entre les représentations ;
- Créer des objets qui permettent des conversations mathématiques entre les enseignants et les élèves ;
- Créer un conflit cognitif ;
- Garder les écrans courts, ciblés et connectés au raisonnement des élèves ;
- Intégrer les stratégies et la pratique ;
- Créer des activités qui sont faciles pour débiter et difficiles pour terminer.

Dans le chapitre suivant, celui de l'analyse *a priori* de la séquence, nous mettrons en évidence de quelle façon ces douze principes ont été considérés.

### **3.3.2 Choix des modalités de réalisation**

Un autre élément qui a suscité de la réflexion lors de la conception de notre séquence concerne les modalités de réalisation, soit le travail individuel, en équipe ou en grand groupe. Comme mentionné précédemment, nous sommes conscients de l'importance des interactions dans l'apprentissage. C'est pour cette raison que nous avons laissé très peu de place au travail individuel lors de la conception de notre séquence d'enseignement. Nous avons tout de même prévu des temps de réflexion individuelle avant les échanges en équipe. Par exemple, dans l'activité pour activer les connaissances antérieures, les élèves doivent préalablement compléter un tableau résumé de leurs connaissances avant d'en discuter en équipe. Toutefois, la dernière activité est à réaliser individuellement puisqu'elle vise à valider la compréhension des élèves.

Pour ce qui est du travail d'équipe, nous avons fait le choix de l'exploiter à de nombreuses reprises, mais nous nous sommes questionnés sur la formation des équipes. Le nombre d'élèves par équipe ainsi que le style d'équipe (hétérogène ou homogène) a été au cœur de nos réflexions. Ces deux styles d'équipe ont chacun leurs avantages (Charnay et *al.*, 2005). Notre choix s'est arrêté sur les équipes hétérogènes dans le but que les élèves ayant plus de facilité puissent agir comme agents motivateurs envers les élèves plus faibles. Pour

ce qui est du nombre d'élèves par équipe, nous avons prévu des équipes de quatre pour la première activité touchant les connaissances antérieures puisqu'il s'agit d'un partage de connaissances et pour les autres tâches, nous avons jugé que des équipes de deux sont préférables pour que tous les membres de l'équipe restent engagés dans la tâche.

Lors de la conception de cette séquence, nous avons fait le choix à plusieurs reprises de faire travailler les élèves en équipe et des moments de discussions en grand groupe ont aussi été prévus. Ces choix s'appuient par le fait que l'interaction sociale est un moyen de favoriser l'apprentissage de certains concepts et surtout de valoriser le sens conféré à ses apprentissages (Charnay et *al.*, 2005). En effet, plusieurs arguments nous ont convaincus de la pertinence de les faire travailler en équipe ou d'avoir des discussions en grand groupe, notamment le fait que le langage utilisé par un collègue pour reformuler la tâche à effectuer peut parfois être plus accessible aux autres élèves, ce qui aide à la compréhension des consignes. De plus, lorsque les apprenants doivent expliquer leurs choix ou leur démarche, ils doivent organiser leurs connaissances pour bien communiquer et en même temps, les autres ont à fournir un effort pour comprendre cette autre façon de faire qu'ils pourront ensuite utiliser s'ils la jugent plus efficace. D'ailleurs, les discussions en classe favorisent la compréhension conceptuelle (Almarode et *al.*, 2019). Cette place accordée à la réflexion et à la discussion permet aux élèves de faire de la métacognition (3<sup>e</sup> principe de Kalchman et Koedinger, 2005). Par exemple, à la suite des activités, lors des retours en grand groupe, les élèves doivent partager leur raisonnement avec leurs camarades, ils peuvent ainsi développer une compréhension plus approfondie. Bien entendu, pour arriver à tirer du positif du travail d'équipe, le choix de la formation des équipes doit revenir à l'enseignant qui a la connaissance de son groupe.

Notre choix d'intégrer une dimension sociale à cette séquence, par exemple dans l'activité sur les connaissances antérieures ainsi que dans les tâches de modélisation, s'appuie aussi sur les travaux de Hitt et Morasse (2009) et de Hitt et Gonzalez-Martin (2015) qui ont eux aussi démontré la force de cet aspect dans leurs recherches portant sur la covariation entre les variables dans les notions de fonctions. Bien que l'interaction sociale soit

importante, dans l'activité visant à faire ressortir les connaissances antérieures sur les fonctions, nous proposons que les élèves travaillent seuls dans un premier temps et qu'ils discutent avec des coéquipiers dans un deuxième temps. Cette façon de procéder permet aux élèves de réfléchir à la tâche avant de confronter leurs idées (Hitt et Morasse, 2009). Nous pensons qu'il est important de leur fournir cette opportunité afin d'éviter que ce soit toujours les mêmes élèves qui répondent et que cela fournisse à l'enseignant une image erronée de la compréhension des élèves. De plus, l'engagement des élèves sera plus élevé si tous ont le temps d'y réfléchir.

### **3.3.3 Choix du moment de réalisation de la séquence**

Le moment où cette séquence d'enseignement allait être réalisée a porté à réflexion. Était-ce préférable de débiter le chapitre des fonctions avec une présentation de tous les types et de les distinguer ou était-ce préférable de la réaliser en fin de chapitre, soit après avoir enseigné ces trois types de fonctions ? Notre choix s'est finalement arrêté sur l'idée de la réaliser après avoir enseigné les fonctions quadratiques et exponentielles puisque l'enseignement de ces types de fonctions demande beaucoup de réflexion et que l'objectif de notre recherche n'était pas d'introduire de nouvelles notions, mais plutôt d'être capable de les distinguer et d'utiliser les bons concepts au bon moment, et cela dans des contextes de problèmes variés.

La conception et l'analyse *a priori*, étant deux étapes interreliées, seront présentées simultanément dans le prochain chapitre.



## **CHAPITRE 4**

### **CONCEPTION DE LA SÉQUENCE ET ANALYSE A *PRIORI***

Le présent chapitre vise à présenter la séquence d'enseignement conçue dans le cadre de cette étude, l'analyse *a priori* y est intégrée. Ce chapitre présente donc, en plus de la séquence, les comportements attendus des élèves, les hypothèses relatives à leurs apprentissages ainsi que les arguments justifiant l'élaboration de chacune des tâches. L'intention de la séquence est d'approfondir la distinction des fonctions affine, quadratique et exponentielle en s'appuyant sur les caractéristiques (règles, représentation graphique, reconnaissance dans la table de valeurs).

#### **4.1 PRÉALABLES À LA SÉQUENCE**

Avant de réaliser cette séquence, l'étude des fonctions quadratique et exponentielle doit avoir été déjà abordée. La fonction affine a été introduite en 3e secondaire. Une révision préalable de celle-ci s'avère pertinente. Voici les éléments de la progression des apprentissages (MEES, 2016) du Programme de formation de l'école québécoise en mathématique au secondaire qui devraient donc avoir été enseignés (Figure 13).

B. Analyse de situations à l'aide de fonctions réelles <sup>1</sup>						6 <sup>e</sup>	1 <sup>re</sup>	2 <sup>e</sup>	3 <sup>e</sup>	4 <sup>e</sup>	5 <sup>e</sup>
<b>Remarque</b> : Les énoncés 1 à 9 s'appliquent aux fonctions énumérées.											
1. Modéliser une situation verbalement, algébriquement, graphiquement, à l'aide d'une table de valeurs ou d'un nuage de points											
2. Rechercher la règle d'une fonction ou de sa réciproque, selon le contexte											
3. Représenter et interpréter la réciproque											
4. Interpréter des paramètres (multiplicatifs ou additifs) et décrire l'effet de leur modification, au besoin											
5. Décrire les propriétés des fonctions réelles : domaine, image, variation (croissance, décroissance), signe, extrémums, coordonnées à l'origine											
<b>Note</b> : En 3 <sup>e</sup> secondaire, l'élève est initié de façon non formelle à l'étude des propriétés, et ce, toujours en relation avec le contexte. En CST, l'élève se sert d'une représentation graphique pour cette description, et ce, toujours en relation avec le contexte.											
6. Déterminer des valeurs ou des données à l'aide de la résolution d'équations et d'inéquations											
7. Interpoler et extrapoler des données, s'il y a lieu											
8. Comparer des situations ou des représentations graphiques											
9. Prendre des décisions, au besoin, selon le contexte											
a. Fonctions polynomiales de degré 0 ou du premier degré									★		
b. Fonctions polynomiales du second degré											
i. $f(x) = ax^2$									★		CST
									★		TS
											SN
e. Fonctions exponentielles											
i. $f(x) = ac^x$									★		CST
											TS
											SN
1. Les fonctions sont introduites à partir de contextes adaptés à la 3 <sup>e</sup> secondaire et aux séquences, et ce, avec ou sans outils technologiques.											

Figure 13. Extrait de la progression des apprentissage (MEES, 2016, p. 18-19)

- L'enseignant doit avoir créé son compte *Desmos* sur l'espace virtuel et avoir chargé les activités proposées.
- Il serait préférable que les élèves aussi aient créé leur compte *Desmos*, mais ce n'est pas une obligation.

### Lors de la leçon précédant l'introduction de la séquence

L'enseignant donne en devoir la partie 1 de l'activité de réactivation des connaissances antérieures.

### Description de l'activité de réactivation des connaissances antérieures

L'enseignante va demander aux élèves de faire ressortir tout ce dont ils se souviennent concernant ces trois types de fonctions (affine, quadratique et exponentielle).

Cette activité se déroulera en 3 temps, ce devoir est la première partie. Les deux temps suivants se dérouleront lors de la leçon 1 de la séquence.

### 1<sup>re</sup> partie – introduction de l’activité à réaliser à la maison en individuel

Matériel à fournir : Document contenant le tableau (Annexe I)

Consignes telles que formulées aux élèves :

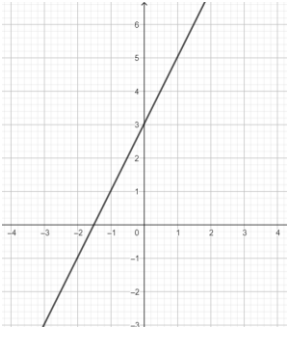
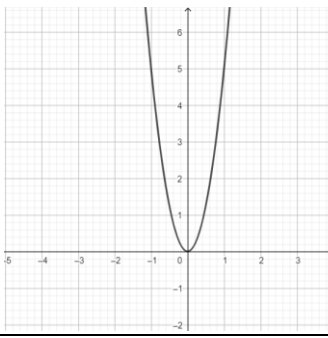
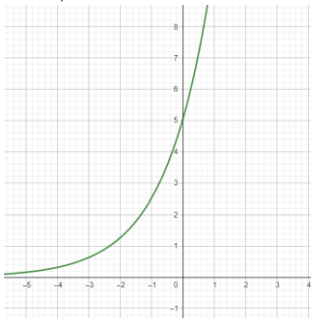
- *Complétez le tableau apparaissant sur la feuille que je vous remets. J’aimerais que vous y inscrivez tout ce que vous vous souvenez concernant les caractéristiques des fonctions affine, quadratique et exponentielle. Lorsque je parle des caractéristiques, je parle des différentes représentations qui vous permettent de reconnaître une fonction soit les règles que vous nommez aussi formules, les représentations graphiques, la table de valeurs ou même en mots. Ce n’est pas grave si vous ne vous souvenez pas de tout.*
- *Voici des exemples de questions que vous pourriez vous poser pour vous aider à compléter le tableau :*
  - *Que pouvez-vous dire du graphique de la fonction affine? Représentez des exemples.*
  - *Quelles sont les caractéristiques de la table de valeurs de la fonction affine? Donnez des exemples.*
  - *Quelle est la règle d’une fonction affine? Donnez des exemples.*
  - *Donnez deux exemples de situations de la vie qui peuvent être modélisées à l’aide d’une fonction affine.*
  - *Répondez à ces mêmes quatre questions pour la fonction quadratique et pour la fonction exponentielle.*

	Fonction affine	Fonction quadratique	Fonction exponentielle
Règle			
Graphique			
Table de valeurs			
En mots			

Figure 14. Tableau à remettre (avec plus d’espace pour remplir)

Tableau 4

Exemples de réponses attendues

	Fonction affine	Fonction quadratique	Fonction exponentielle																												
Règle	$y=ax+b$ $a$ : le taux de variation $b$ : l'ordonnée à l'origine (valeur initiale)  ex : $y=2x+3$	$y=ax^2$ ex : $y=5x^2$	$y=a \cdot b^x$ $a$ : l'ordonnée à l'origine (valeur initiale) $b$ : base  ex : $y=5 \cdot 2^x$																												
Graphique	-C'est une droite  -Croissante sur tout son domaine ou décroissante sur tout son domaine.  	-c'est une parabole -c'est une courbe soit toute positive ou toute négative -elle possède un seul axe de symétrie -la moitié est croissante et l'autre moitié est décroissante.  	-c'est une courbe -elle est toujours croissante ou toujours décroissante -elle est toujours positive ou toujours négative. -elle a une asymptote (l'axe des x)  																												
Table de valeurs	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{constante}$ -pour une variation constante de valeurs associées à la variable indépendante, on observe une variation concomitante de la variable dépendante constante (régularité additive).  <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>y</math></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>7</td> </tr> </table>	$x$	$y$	0	3	1	5	2	7	-Pour tous les points, $\frac{y}{x^2} = \text{constante}$ -la régularité au 2 <sup>e</sup> niveau d'accroissement des y est constante  <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>x_1</math></td> <td><math>y_1</math></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>45</td> </tr> </table>	$x_1$	$y_1$	0	0	1	5	2	20	3	45	$\frac{f(x+1)}{f(x)} = \text{constante}$ -pour des points consécutifs ( $x, x+1, x+2$ ) il y a une régularité multiplicative.  <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>x_1</math></td> <td><math>y_1</math></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> </tr> </table>	$x_1$	$y_1$	0	5	1	10	2	20	3	40
$x$	$y$																														
0	3																														
1	5																														
2	7																														
$x_1$	$y_1$																														
0	0																														
1	5																														
2	20																														
3	45																														
$x_1$	$y_1$																														
0	5																														
1	10																														
2	20																														
3	40																														

En mots	Ex : Dans un taxi, je m'intéresse à la relation entre le coût et la distance parcourue alors qu'on fixe un tarif pour chaque km parcouru (coût \$/km) en plus de charger un montant de départ.	Ex : Je fais refaire mon patio qui est carré et je m'intéresse à la relation entre le coût et la mesure d'un côté du patio alors que le coût est en \$/m <sup>2</sup> .	Ex : Je m'intéresse à la relation entre la valeur de ma maison et le nombre d'années depuis que je l'ai achetée sachant que sa valeur augmente de 2% par année.
---------	--	---	---

## 4.2 PRÉSENTATION DE LA SÉQUENCE

Lors de l'élaboration de la séquence, différents types d'activités ont été retenues. D'abord, une activité de réactivation des connaissances antérieures portant sur les caractéristiques de chaque type de fonction selon les différents registres a été conçue. Ensuite, ce sont trois activités de modélisation de situations réelles qui sont proposées aux élèves portant respectivement sur les fonctions affine, quadratique et exponentielle. Ensuite, un problème à résoudre purement mathématique est soumis aux élèves qui auront à réinvestir leurs connaissances en lien avec les caractéristiques de chaque type de fonctions. Enfin, une activité de révision est proposée aux élèves afin de vérifier la compréhension des élèves, de leur donner de la rétroaction et de valider notre séquence. L'outil technologique *Desmos* est utilisé tout au long de la réalisation de ces tâches à l'exception de la première activité. Les prochaines sections présenteront les quatre leçons de la séquence ainsi que la justification de nos choix.

### 4.2.1 Leçon 1 et justification des choix

Le tableau 5 présente le scénario de la leçon 1.

Tableau 5

Scénario de la leçon 1

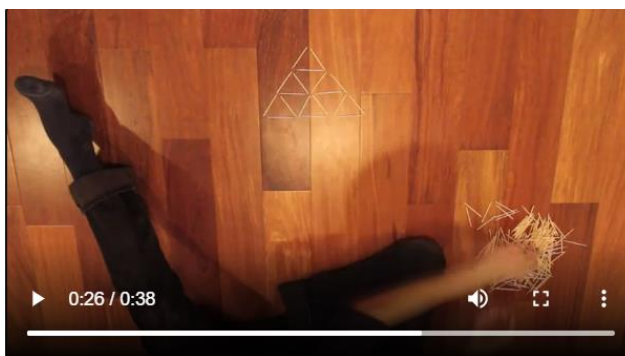
<b>1. Introduction de la séquence d'enseignement (5 min)</b>
<p>La chercheuse s'adressera aux élèves pour leur mentionner les éléments suivants :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Présentation de la chercheuse : Virginie Filion</li> <li>• But de la séquence : Approfondir la distinction des fonctions affine, quadratique et exponentielle en utilisant la technologie.</li> <li>• Rôle des élèves : Insister sur le fait que leur participation active et sérieuse est très importante pour que ce projet de recherche ait de la valeur. Nous devons avoir accès à toutes les réponses, il est donc important de ne pas les modifier en cas d'erreur. Le but n'est pas d'évaluer leurs apprentissages, mais de tester la séquence.</li> <li>• Bénéfices pour les élèves : Cette séquence devrait être l'occasion de vivre des activités stimulantes. À la fin de cette séquence, ils devraient avoir une meilleure maîtrise des fonctions à l'étude et surtout être plus habiles pour les distinguer.</li> </ul>
<b>2. Poursuite de l'activité de réactivation des connaissances antérieures (temps 2 et 3)</b>
<b>Intention :</b> Faire ressortir les connaissances antérieures en lien avec les caractéristiques des fonctions affine (polynomiale de degré 0 ou 1), quadratique et exponentielle.
<b>2.1 Activité de réactivation, temps 2, en équipe de 4 (15 min)</b>
<p><b>Matériel :</b> tableau complété par chaque élève ; 1 Post-it géant par équipe, crayons-feutre de couleur.</p> <p><b>Consigne</b> telle que formulée aux élèves : <i>À l'aide du tableau que vous avez complété en devoir, j'aimerais qu'à tour de rôle, vous partagiez à vos coéquipiers ce que vous avez trouvé pour décrire chaque fonction. Comparez vos réponses pour chaque registre de représentation. Faites une synthèse qui résume au mieux ce que vous avez trouvé ensemble et consignez toutes vos réponses sur un Post-it géant puis allez le coller devant la classe. Déterminez un porte-parole au sein de votre équipe.</i></p>
<b>2.2 Activité de réactivation, temps 3, retour en grand groupe (15 min)</b>
<p><b>Intention :</b> S'assurer que tous les élèves disposent de l'ensemble des informations.</p> <p><b>Consigne :</b> L'enseignant invite les élèves à circuler dans la classe et à comparer les cartons des différentes équipes. L'enseignant divisera son tableau en trois sections et questionnera un représentant de chaque équipe, à tour de rôle, afin d'y synthétiser les caractéristiques des différentes fonctions. Tout au long de la synthèse, l'enseignant enrichit les propos des élèves. Ces derniers sont invités à enrichir ou à corriger, au besoin, leur tableau personnel. L'enseignant précise que cette synthèse pourra être bonifiée à la fin de la séquence et remise aux élèves.</p>
<b>3 <u>Situation-problème Cure-dents version 1 (40 min)</u></b>

**Intention :** Réinvestir la fonction du premier degré par le biais d'une situation de généralisation algébrique présentée sous forme picturale.

**Matériel nécessaire :**

- Canon de projection
- Ordinateurs ou iPads permettant la diffusion de la vidéo disponible à :  
[https://cskamloup365-my.sharepoint.com/:v:/g/personal/filionv\\_cskamloup\\_qc\\_ca/EWSx6GijDptDi9Ct-uRBQxIBAVDwMDQG5P3y0wGcP6uCqw?e=wRD7TT](https://cskamloup365-my.sharepoint.com/:v:/g/personal/filionv_cskamloup_qc_ca/EWSx6GijDptDi9Ct-uRBQxIBAVDwMDQG5P3y0wGcP6uCqw?e=wRD7TT)

Extrait visuel de la vidéo :



- Lien *Desmos* vers l'activité « Cure-dents » :  
<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5f6a58f2fe7b2a0c7386fb34?lang=fr>

**Déroulement avec consignes formulées aux élèves:**

#### **Phase 1 – 5 minutes, grand groupe**

- L'enseignant présente, à toute la classe, la vidéo une première fois.
- Après l'écoute, il demande aux élèves quelles grandeurs sont présentes dans cette situation.  
Réponses possibles : nombre de cure-dents, nombre de triangles, nombre de rangées
- *Pour l'activité que je vous propose, nous allons nous intéresser à la relation entre le nombre de cure-dents par rangée. L'enseignant pointe les triangles associés à chaque rangée et identifie la rangée 1, la rangée 2 et la rangée 3.*
- L'enseignant se connecte à l'activité *Desmos* et projette le code de connexion « élève » de l'activité *Desmos*. Il invite les élèves à se connecter sur *student.desmos.com*. Il serait aussi possible de leur partager le lien « élève » de connexion de l'activité sur *Teams*.

#### **Phase 2 – 20 minutes, équipe de deux**

- Les élèves sont invités à répondre aux différents écrans.  
Au besoin, fournir des cure-dents, cela permettra la manipulation et/ou de valider leur compréhension du problème à résoudre. Il est toutefois préférable de privilégier le dessin, car les cure-dents ne devraient pas être nécessaires et ils risquent d'être source de distraction.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE 1 de 5 Suivant >

### Peut-on prédire le nombre de cure-dents sur chaque rangée ?



0:00 / 0:36

Regardez de nouveau la vidéo.

On s'intéresse à la relation entre le nombre de cure-dents par rangée et le nombre de rangées.

Observez bien et répondez aux questions qui suivent.

**Actions de l'enseignant**

Notre activité suppose une projection préalable de la vidéo à toute la classe où les différentes grandeurs présentes dans la situation sont d'abord énoncées ainsi que les relations possibles à étudier. Au moment du passage sous Desmos, la relation retenue est déjà ciblée.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE 2 de 5 Suivant >

### Combien de cure-dents sur la 3e rangée ?

En considérant qu'une rangée est constituée des cure-dents qu'on a ajoutés pour la former, combien faudra-t-il de cure-dents pour réaliser la 3e rangée ?

Soumettre

**Exemples de réponses**

Réponse : 9  
Les élèves pourront construire une table de valeurs ou procéder par dessin et construire la figure obtenue en y incluant la 3e rangée. Il y aura alors dénombrement du nombre de cure-dents.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE 3 de 5 Suivant >

### Combien de cure-dents sur la 10e rangée ?

Combien faudra-t-il de cure-dents pour réaliser la 10e rangée ?

Soumettre

**Exemples de réponses**

Réponse : 30  
Les élèves pourront construire une table de valeurs afin de trouver le type de relation et la règle ( $y=3x$ ) ou procéder par raisonnement proportionnel.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE 4 de 5 Suivant >

### Combien faudra-t-il de cure-dents pour réaliser la 100e rangée ?

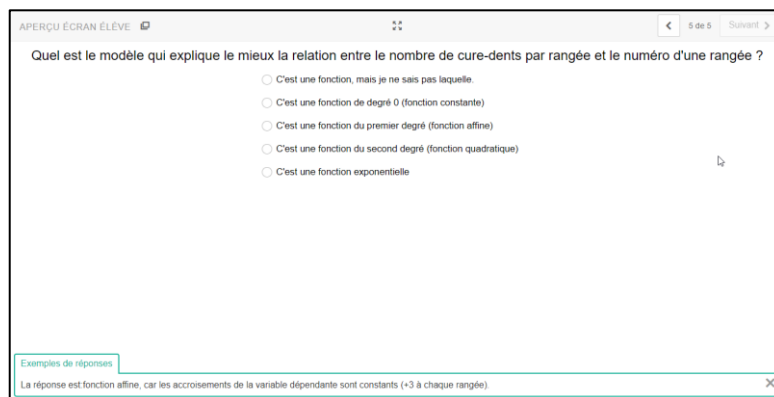
Sur la 100e rangée, combien y aurait-il de cure-dents ?

Soumettre

**Exemples de réponses**

Réponse : 300  
Les élèves pourront construire une table de valeurs afin de trouver le type de relation et la règle ( $y=3x$ ) ou procéder par raisonnement proportionnel.





### Réponses attendues :

Pour les différents écrans, nous nous attendons à ce que les élèves construisent une table de valeurs afin d'y noter le nombre de cure-dents nécessaires des premières rangées. Ils pourront procéder par dénombrement en représentant, à l'aide d'un dessin, la suite de la progression. Ils pourront étudier la variation des récurrences additives pour une augmentation de 1 du rang.

Exemple :

Rangée	Nb. de cure-dents
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18

Certains élèves vont reconnaître la fonction de premier degré, dû aux accroissements constants et trouveront la règle ( $y = 3x$ ). À partir de cette règle, ils détermineront que 9 cure-dents seront nécessaire pour la 3<sup>e</sup> rangée, que 30 cure-dents seront nécessaires pour la 10<sup>e</sup> rangée et que 300 cure-dents seront nécessaire pour la 100<sup>e</sup> rangée. Il est aussi possible que certains remarquent qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité (variation directe). Dans ce dernier cas, ils établiront une proportion et y déduiront la réponse pour chaque cas.

### Phase 3 – Retour sur l’activité, 15 minutes, en grand groupe

**Intention :** Faire ressortir les stratégies utilisées par les élèves pour modéliser une situation. Amener les élèves à comprendre que la table de valeurs est un bon moyen de consigner des résultats et qu’ensuite, en travaillant sur les accroissements, ils peuvent déterminer le type de fonction.

#### **Déroulement :**

Dans un premier temps, l’enseignant présente un portrait des réponses trouvées en utilisant le tableau de bord de l’enseignant dans l’activité *Desmos* (section réservée à l’enseignant pour consulter l’ensemble des réponses des élèves). Celui-ci aura préalablement anonymisé les réponses (un bouton est prévu à cet effet). Ensuite, l’enseignant questionne les équipes sur les stratégies utilisées pour trouver la solution.

#### **Exemples de questions à poser :**

- *Pour la première question (nombre de cure-dents pour la 3<sup>e</sup> rangée), comment avec-vous procédé pour trouver le nombre de cure-dents ?*
- *Pour trouver le nombre de cure-dents de la 10<sup>e</sup> rangée, avez-vous procédé de la même façon? Pourquoi ?*
- *Y a-t-il d’autres façons de faire que celle qui vient d’être proposée ?*
- *Y a-t-il un avantage à utiliser une table de valeurs ?*
- *Est-ce que le graphique peut être utile ?*
- *Avez-vous identifié de quel type de fonction il s’agit ?*
- *Pensez-vous qu’il est important d’identifier le type de fonction pour répondre à cette question ? Pourquoi ?*

#### **Réponses attendues :**

Pour la première question, nous croyons que plusieurs auront simplement procédé par dénombrement, cependant comme il devient lourd de dessiner toutes les rangées (surtout pour la 3<sup>e</sup> question qui réfère à la 100<sup>e</sup> rangée), les réponses vont changer par la suite. Certains auront identifié qu’il s’agit d’une fonction du premier degré, certains auront commencé par une table de valeurs, certains auront utilisé le graphique et certains auront considéré qu’il s’agit d’une fonction affine sans se questionner. Ensuite, ils auront trouvé la règle puis le nombre de cure-dents nécessaires. Il est possible que certains n’aient pas utilisé les fonctions puisqu’aucune consigne ne leur aura été donnée à ce sujet. Ils pourraient donc avoir simplement procédé avec le raisonnement proportionnel ou avec la logique qu’un triangle à 3 côtés et qu’on ajoute un triangle à chaque rangée donc la rangée multipliée par 3. Dans ce cas, il faudrait insister sur le fait que cette méthode n’aurait pas fonctionné dans le cas d’une fonction affine ayant un paramètre  $b$  différent de 0.

**Suggestion :**

L'enseignant en profitera pour faire ressortir l'idée d'utiliser les accroissements dans la table de valeurs soit pour trouver une réponse soit pour valider une réponse déjà trouvée afin de s'assurer qu'ils comprennent cette façon de procéder et qu'ils sont à l'aise avec le vocabulaire. Par exemple, l'enseignant pourrait écrire la table de valeurs au tableau et leur demander : À partir d'une table de valeurs, comment fait-on pour identifier le type de fonction? De cette façon, l'enseignant rappelle le vocabulaire qui sera utile pour la prochaine activité et modélise comment procéder lorsqu'on modélise une situation.

**Approfondissement :**

L'enseignant en profitera aussi pour mettre en évidence que dans cette situation le domaine et le codomaine ne sont pas continus et que nous devrions la représenter graphiquement à l'aide de points, mais ne pas les relier. Il serait bien de demander aux élèves de nommer une situation qui au contraire aurait un domaine et un codomaine continus (exemple la distance parcourue par un cycliste selon le temps ou le prix du sucre en vrac selon la masse).

**Erreurs possibles :**

Ne pas répondre à la bonne question (chercher le nombre total de pièces après 100 rangées au lieu de chercher juste la 100<sup>e</sup> rangée), erreur dans le dénombrement des cure-dents pour construire la table de valeurs ou le graphique, mal identifier le type de fonction, erreur dans la règle, erreur de calcul.

**Devoir à donner aux élèves:** Construisez deux tables de valeurs représentant des fonctions affines, puis répétez pour la fonction quadratique et la fonction exponentielle.

**Justification des choix didactiques et pédagogiques**

Par cette activité de réactivation (phase 1 de la leçon), l'enseignante active les connaissances antérieures en lien avec chacun des types de fonctions à l'étude dans cette séquence, soit affines, quadratiques et exponentielles. Ce choix s'appuie sur le premier principe à appliquer lors de l'enseignement des fonctions selon Kalchman et Koedinger (2005) qui consiste à bâtir les nouvelles connaissances en s'appuyant sur les connaissances antérieures et sur les résultats de recherche d'Almarode et *al.* (2019) qui affirment eux aussi que cette

pratique a un impact fort sur l'apprentissage des élèves. En effet, en demandant aux élèves de faire ressortir tout ce dont ils se souviennent sur les différents types de fonctions, ils peuvent ensuite construire l'apprentissage de la distinction entre les types de fonctions en s'appuyant sur ce qu'ils ont appris précédemment. Lors de cette tâche, nous nous attendons à ce que les élèves partagent avec leurs coéquipiers les éléments qu'ils ont notés pour chaque registre lors de la réalisation de leur devoir (tableau résumé) et qu'ils fassent une synthèse de ce qui résume le mieux chaque type de fonction.

Lors de l'activité « Cure-dents 1 » (phases 2 et 3 de la leçon), les élèves sont donc amenés à réfléchir aux variables en jeu dans cette situation. Cette idée de les questionner sur toutes les grandeurs en jeu vient rejoindre l'idée de Fontaine (2021) d'ajouter une unité de raisonnement préalable (U0) aux unités de Passaro (2015) tel que mentionné au chapitre précédent et tout cela s'appuie sur un des principes pédagogiques de Janvier et Pelletier (2003) également mentionné précédemment dans le cadre conceptuel.

L'intention avec cette activité est d'utiliser des connaissances antérieures dans le but de faire ressortir des stratégies en lien avec la modélisation et la résolution de problèmes en plus de faire ressortir des concepts et processus à réutiliser. La situation « Cure-dents 1 » est accessible aux élèves puisqu'ils ont vu les suites arithmétiques en 2<sup>e</sup> secondaire et la fonction du premier degré en 3<sup>e</sup> secondaire.

#### 4.2.2 Leçon 2 et justification des choix

Le tableau 6 présente le scénario de la leçon 2.

Tableau 6

##### Scénario de la leçon 2

<p><b>Intention</b> : Réinvestir les connaissances en lien avec les caractéristiques des différents types de fonctions (quadratique et exponentielle) à partir d'activités de modélisation en utilisant la technologie.</p>
---

**Matériel nécessaire :**

- Canon de projection
- Ordinateurs ou iPads, un par élève
- Lien *Desmos* vers l'activité « Cure-dents version 2 » :  
<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5eced48e67e76d0f48af771b>
- Lien *Desmos* vers l'activité « Proposition salariale » :  
<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5ed53da1bacf0a0b2d5c20be>

**Phase 1- Activité *Desmos* des Cure-dents version 2, 30 min, équipe de deux**

**Intention :** Réinvestir la fonction du second degré par le biais d'une situation de généralisation algébrique présentée sous forme picturale.

**Déroulement :**

- L'enseignant se connecte à l'activité *Desmos* et projette le code de connexion « élève » de l'activité *Desmos*. Il invite les élèves à se connecter sur *student.desmos.com*. Il serait aussi possible de leur partager le lien « élève » de connexion de l'activité sur *Teams*.
- L'enseignant utilisera la fonction « rythme » dans le tableau de bord, ce qui permettra à l'enseignant de dicter le rythme de l'activité. L'enseignant autorise d'abord l'accès aux deux premiers écrans. Les élèves regardent la vidéo et lisent la question.
- L'enseignant questionne les élèves en grand groupe.

Exemples de questions :

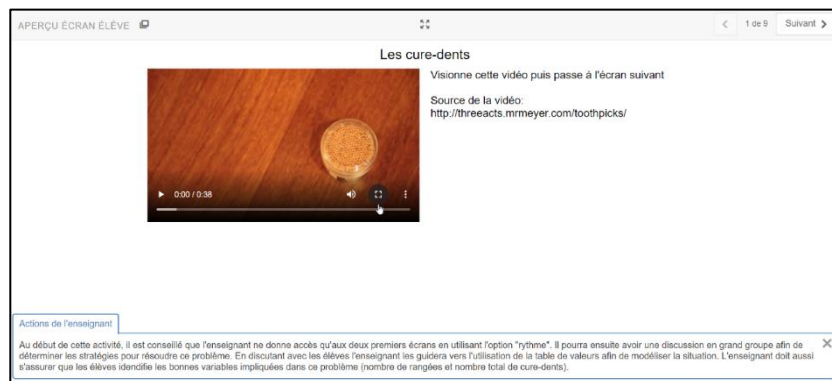
- *Est-ce le même problème qu'au dernier cours ?*
- *Qu'est-ce qui est différent ?*
- *Pourriez-vous nommer les variables en jeu dans ce problème ?*
- *Comment allez-vous procéder pour répondre à cette question ?*
- *Quelles actions allez-vous prendre ?*

Dans l'ensemble des réponses fournies, l'enseignant guidera donc ses élèves vers l'utilisation de la table de valeurs dans le but de modéliser la situation et de pouvoir identifier le bon type de fonction. Ensuite, il laisse les élèves poursuivre l'activité.

-Lorsqu'ils travailleront avec la table de valeurs, nous nous attendons qu'ils calculent les accroissements afin de vérifier s'ils sont constants. Le graphique pourra aussi les aider à valider leur choix.

- Pour cette première activité (fonction quadratique), des cure-dents peuvent être fournis aux élèves au besoin afin de leur permettre de visualiser la situation, mais la plupart des élèves seront probablement capables de la représenter par un simple dessin.

### Écran 1 : La vidéo (la même que pour la version 1)



APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Les cure-dents

Visionne cette vidéo puis passe à l'écran suivant

Source de la vidéo:  
<http://threeacts.mrmeyer.com/toothpicks/>

0:00 / 0:38

Actions de l'enseignant

Au début de cette activité, il est conseillé que l'enseignant ne donne accès qu'aux deux premiers écrans en utilisant l'option "rythme". Il pourra ensuite avoir une discussion en grand groupe afin de déterminer les stratégies pour résoudre ce problème. En discutant avec les élèves l'enseignant les guidera vers l'utilisation de la table de valeurs afin de modéliser la situation. L'enseignant doit aussi s'assurer que les élèves identifient les bonnes variables impliquées dans ce problème (nombre de rangées et nombre total de cure-dents).

### Écran 2 : La question



APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Question?

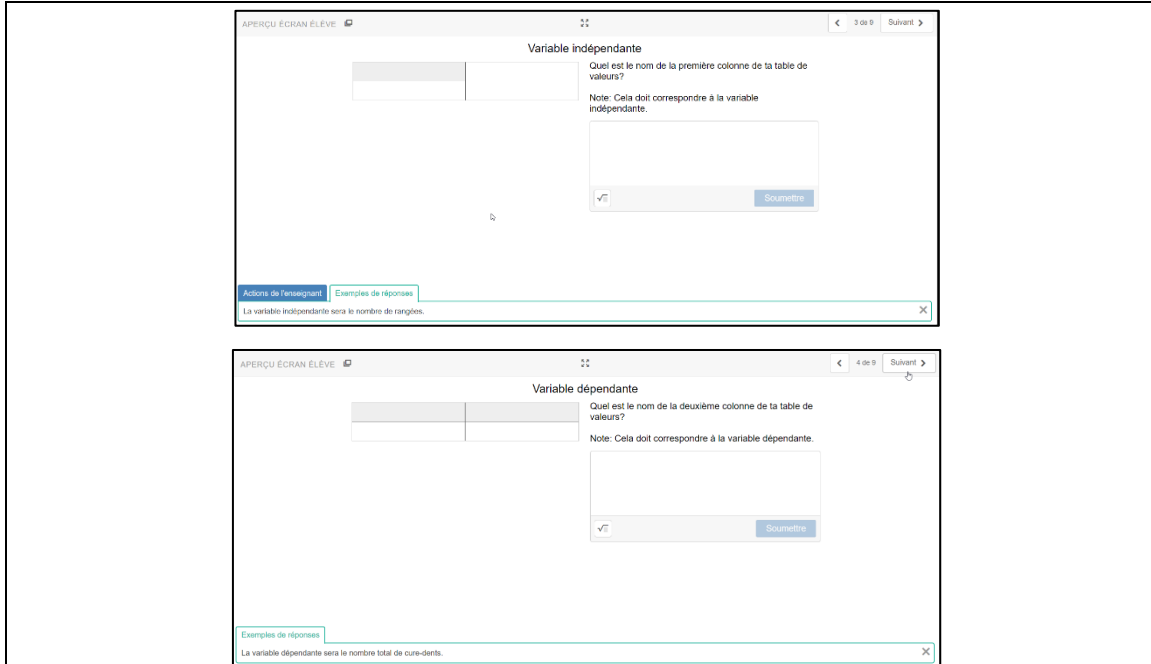
Après avoir acheté cette boîte de cure-dents, Olivier pense qu'il pourra faire 15 rangées alors que sa soeur Anais pense qu'il n'en aura pas assez. D'après toi qui a raison?

Olivier

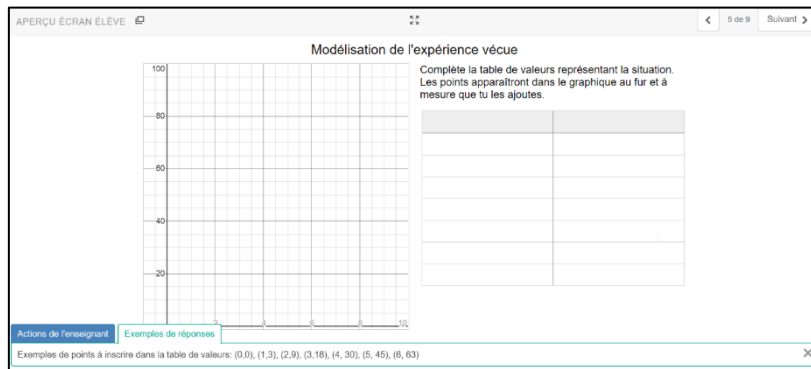
Anais

- À la suite de la discussion en grand groupe, l'enseignant débloque les écrans 3 à 8.

Écrans 3 et 4 : Identifier les variables afin d'avoir des titres aux colonnes de la table de valeurs et de réfléchir aux grandeurs en jeu. La variable indépendante devrait être le nombre de rangées et la variable dépendante devrait être le nombre total de cure-dents.

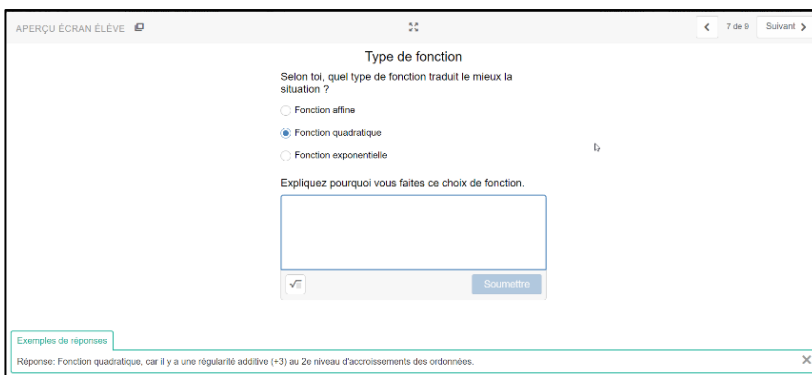


Écran 5 : Les élèves complètent la table de valeurs. Les colonnes seront identifiées avec les variables nommées aux deux écrans précédents et les points apparaîtront directement dans le graphique à mesure que les élèves complèteront la table de valeurs.

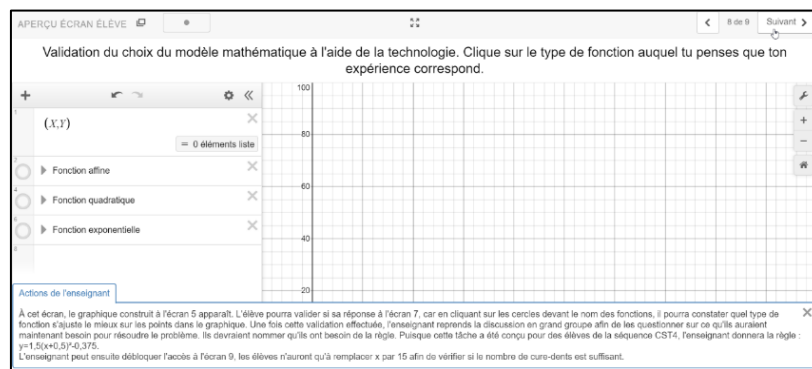


Écrans 6 et 7 : identifier le type de fonction

À l'écran 6, les élèves doivent expliquer comment ils procèdent pour identifier le type de fonction à partir d'une table de valeurs. À l'écran 7, après avoir donné leur réponse concernant le type de fonction, ils devront expliquer pourquoi ils ont fait ce choix. Après avoir fourni leurs explications à ces deux écrans, les élèves auront accès aux réponses de leurs camarades ce qui leur permettra de comparer avec leurs réponses et d'améliorer leur compréhension.



Écran 8 : Cet écran sert à valider le type de fonction. Les points du graphique de l'écran 5 y seront déjà (ceux de la table de valeurs) et en cochant dans le petit cercle à gauche du type de fonction choisi, la fonction passant le plus près de ces points se trace. Ils pourront alors constater que la fonction quadratique passe parfaitement sur ces points.

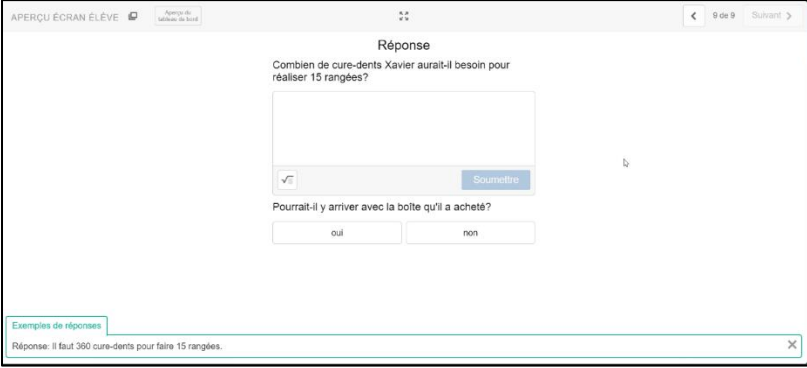


-L'enseignant doit accompagner les élèves afin qu'ils puissent répondre à la question de l'écran 9, car la règle contient des paramètres h et k et ce n'est pas au programme de CST de trouver une règle avec tous les paramètres. L'enseignant fournira donc la règle aux élèves :  $y = 1,5(x + 0,5)^2 - 0,375$  et ils trouveront la réponse en substituant la variable x par le nombre de la question, soit 15.



Écran 9 :

Les élèves peuvent répondre à la question de départ.



The screenshot shows a student interface for a Desmos activity. At the top, it says 'APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE' and 'Apres le tableau de bord'. The main question is 'Réponse' and asks 'Combien de cure-dents Xavier aurait-il besoin pour réaliser 15 rangées?'. Below the question is a large empty input box. To the right of the input box is a 'Soumettre' button. Below the input box is a checkmark icon and the question 'Pourrait-il y arriver avec la boîte qu'il a achetée?'. Below this question are two buttons: 'oui' and 'non'. At the bottom left, there is a section titled 'Exemples de réponses' with a text box containing the text 'Réponse: Il faut 360 cure-dents pour faire 15 rangées.'

## Phase 2 - Activité Proposition salariale (30 min), équipe de deux

**Intention** : Réinvestir la fonction exponentielle par le biais d'une situation de généralisation algébrique.

**Déroulement** :

- L'enseignant se connecte à l'activité *Desmos* et projette le code de connexion « élève » de l'activité *Desmos*. Il invite les élèves à se connecter sur *student.desmos.com*. Il serait aussi possible de leur partager le lien « élève » de connexion de l'activité sur *Teams*.
- L'enseignant utilisera la fonction « rythme » dans le tableau de bord, ce qui permettra à l'enseignant de dicter le rythme de l'activité. L'enseignant autorise d'abord l'accès aux deux premiers écrans. Les élèves regardent la vidéo et lisent la question.
- L'enseignant questionne les élèves en grand groupe.

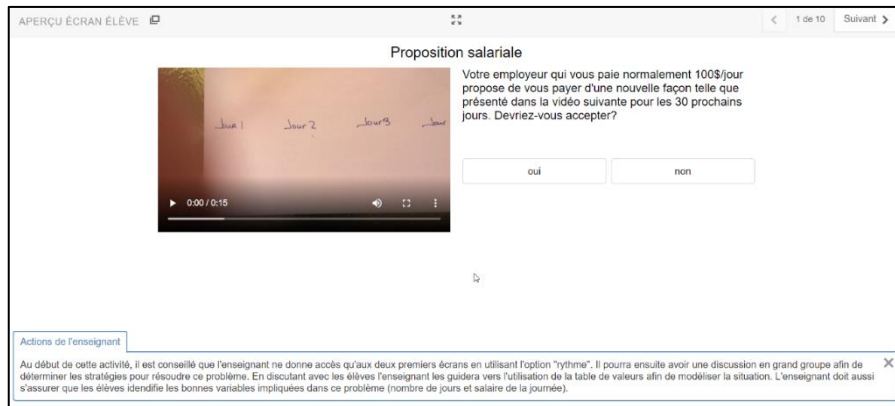
Exemples de questions :

- *Pourriez-vous nommer les variables en jeu dans ce problème ?*
- *Comment allez-vous procéder pour répondre à cette question ?*
- *Quelles actions allez-vous prendre ?*

Encore une fois, l'enseignant guidera donc ses élèves vers l'utilisation de la table de valeurs dans le but de modéliser la situation et de pouvoir identifier le bon type de fonction. Ensuite, il laisse les élèves poursuivre l'activité.

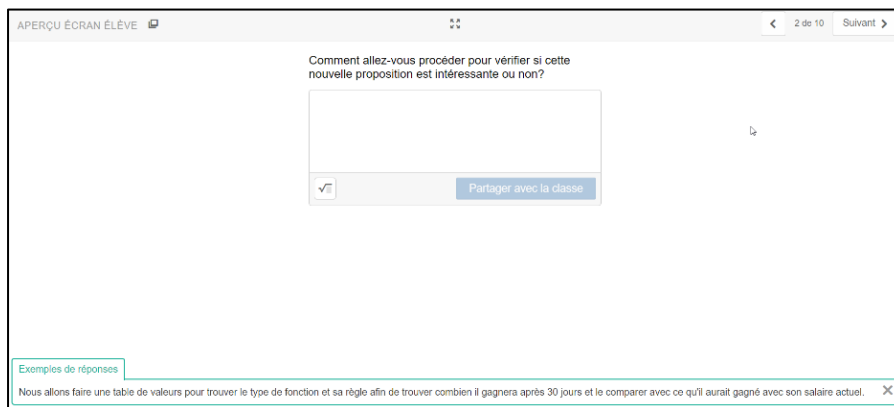
-Lorsqu'ils travailleront avec la table de valeurs, nous nous attendons qu'ils calculent les accroissements afin de vérifier s'ils sont constants. Le graphique pourra aussi les aider à valider leur choix.

## Écran 1 : La question



The screenshot shows a student interface titled "APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE". At the top right, it indicates "1 de 10" and "Suivant >". The main heading is "Proposition salariale". Below this, a video player is embedded, showing a hand-drawn diagram with labels "Jour 1", "Jour 2", "Jour 3", and "Jour". To the right of the video, the text reads: "Votre employeur qui vous paie normalement 100\$/jour propose de vous payer d'une nouvelle façon telle que présenté dans la vidéo suivante pour les 30 prochains jours. Devriez-vous accepter?". Below the text are two buttons: "oui" and "non". At the bottom left, there is a section titled "Actions de l'enseignant" with a warning icon and a close button (X). The text in this section reads: "Au début de cette activité, il est conseillé que l'enseignant ne donne accès qu'aux deux premiers écrans en utilisant l'option 'rythme'. Il pourra ensuite avoir une discussion en grand groupe afin de déterminer les stratégies pour résoudre ce problème. En discutant avec les élèves l'enseignant les guidera vers l'utilisation de la table de valeurs afin de modéliser la situation. L'enseignant doit aussi s'assurer que les élèves identifient les bonnes variables impliquées dans ce problème (nombre de jours et salaire de la journée)."

La mise en situation de la tâche « Cure-dents 2 » est la même vidéo que celle utilisée pour la tâche « Cure-dents 1 », mais cette fois, la question est de savoir s'il est possible de faire 15 rangées avec 200 cure-dents. La variable indépendante devient donc le nombre total de cure-dents. C'est ce changement de variable qui engendre un changement de type de fonction.



The screenshot shows a student interface titled "APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE". At the top right, it indicates "2 de 10" and "Suivant >". The main heading is "Comment allez-vous procéder pour vérifier si cette nouvelle proposition est intéressante ou non?". Below this is a large empty text input field. At the bottom left, there is a section titled "Exemples de réponses" with a close button (X). The text in this section reads: "Nous allons faire une table de valeurs pour trouver le type de fonction et sa règle afin de trouver combien il gagnera après 30 jours et le comparer avec ce qu'il aurait gagné avec son salaire actuel."

Écrans 3 et 4 : Identifier les variables afin d'avoir des titres aux colonnes de la table de valeurs et de réfléchir aux grandeurs en jeu. La variable indépendante devrait être le nombre de jours et la variable dépendante devrait être le salaire.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

3 de 10 Suivant >

### Variable indépendante


Afin de représenter la situation dans une table de valeurs, quel est le nom de la première colonne de ta table de valeurs?

Note: Cela doit correspondre à la variable indépendante.

✓
Soumettre

**Actions de l'enseignant** Exemples de réponses

La variable indépendante sera le nombre de jours.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

4 de 10 Suivant >

### Variable dépendante


Quel est le nom de la deuxième colonne de ta table de valeurs?

Note: Cela doit correspondre à la variable dépendante.

✓
Soumettre

Exemples de réponses

La variable dépendante sera le salaire de la journée.

Écran 5 : Les élèves complètent la table de valeurs qui aura déjà les noms des colonnes nommés dans les deux écrans précédents et les points apparaitront directement dans le graphique à mesure qu'ils complètent la table de valeurs.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

5 de 10 Suivant >

### Modélisation de l'expérience vécue

Complète la table de valeurs avec les résultats que tu as obtenus. Les points apparaitront dans le graphique au fur et à mesure que tu les ajoutes.


**Actions de l'enseignant** Exemples de réponses

Exemples de points à inscrire dans la table de valeurs: (1, 0.01), (2, 0.02), (3, 0.04), (4, 0.08), (5, 0.16), (6, 0.32)

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

6 de 10 Suivant >

### Type de fonction

Après avoir regardé le graphique, Karine pense qu'il s'agit d'une demi-parabole (fonction quadratique) alors que Pierre dit qu'il s'agit d'une fonction exponentielle. Selon toi, quel type de fonction traduit le mieux la situation ?

Fonction quadratique  
 Fonction exponentielle

Expliquez pourquoi vous faites ce choix de fonction.

Soumettre

---

Exemples de réponses

Réponse: Il s'agit d'une fonction exponentielle, car il y a une régularité multiplicative dans les accroissements des ordonnées.

Comme dans l'activité précédente, le prochain écran sert à valider le type de fonction.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

7 de 10 Suivant >

### Validation du choix du modèle mathématique à l'aide de la technologie. Clique sur le type de fonction auquel tu penses que ton expérience correspond.

(X,Y)

= 0 éléments liste

- Fonction affine
- Fonction quadratique
- Fonction exponentielle

Actions de l'enseignant

À cet écran, le graphique construit à l'écran 5 apparaît. L'élève pourra valider sa réponse à l'écran 7, car en cliquant sur les cercles devant le nom des fonctions, il pourra constater quel type de fonction s'ajuste le mieux sur les points dans le graphique.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

8 de 10 Suivant >

### Règle de la fonction

Quelle est la règle modélisant cette fonction ?

Soumettre

---

Exemples de réponses

La règle est:  $y = 0.005 \cdot 2^x$

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

9 de 10 Suivant >

### Salaires de la 30e journée

Combien gagnerais-tu à ta 30e journée de travail?

---

Exemples de réponses

Le salaire de la 30e journée serait: 5 368 709,125

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

10 de 10 Suivant >

### Réponse

Après avoir étudié la situation, penses-tu que tu devrais accepter la proposition?

Expliquez votre raisonnement.

---

Exemples de réponses

Oui je devrais accepter, car avec mon salaire actuel de 100\$/jour, je gagnerais au total 3000\$ alors qu'avec cette nouvelle proposition je gagnerais plus de 5 000 000\$ le 30e jour.

### Phase 3 – Retour sur les activités de la leçon, 15 minutes, en grand groupe

**Intention :** Institutionnaliser les apprentissages, caractéristiques des différents types de fonctions.

**Déroulement :**

L'enseignant animera une discussion en grand groupe afin de questionner les élèves sur ce qu'ils ont retenu dans les tâches. Il présentera au tableau quelques écrans d'élèves en utilisant son tableau de bord (réponses anonymes) afin de faire un retour sur certaines explications fournies par les élèves. Il s'intéressera principalement aux écrans concernant le type de fonctions et les justifications des élèves (écran 7 de la 1ere activité et écran 6 de la 2e).

## **Justification des choix didactiques et pédagogiques**

Les trois premières activités à réaliser sur *Desmos* (Cure-dents versions 1 et 2 et Proposition salariale) sont toutes des activités exigeant la modélisation de situations concrètes. C'est d'ailleurs une des recommandations de Monk (1992) de référer à ce genre de situations permettant ou non l'utilisation de matériel concret lors de l'enseignement des fonctions. Par la modélisation, nous voulons donner un sens aux apprentissages. La modélisation est accessible aux élèves puisqu'ils sont capables de se représenter la situation mentalement ou en dessin et ils ont accès à du matériel de manipulation pour se représenter les premières étapes de la situation pour les deux premières activités. L'utilisation de matériel de manipulation dans le but de modéliser une situation avant d'avoir institutionnalisé le concept permet de faire émerger les apprentissages (Hitt et Gonzalez-Martin, 2015). Dans « Proposition salariale » cependant, il n'y a pas de manipulation possible, mais à ce stade-ci, il s'agit d'une occasion de faire réaliser à l'élève que ce ne sont pas toutes les situations qui se prêtent à la manipulation et qu'il est important de ne pas se limiter à des situations de manipulation. Au contraire, à long terme, il est préférable de s'en détacher si l'on souhaite qu'une réelle activité mathématique ait lieu. Effectivement, selon Charnay et *al.* (2005), l'action mathématique a lieu lorsque les élèves sont capables d'anticiper l'action concrète. C'est en suivant leurs recommandations que nous pensons qu'il est plus avantageux de proposer aux élèves des situations qui les forcent à anticiper, soit parce que les objets à manipuler sont absents comme c'est le cas dans « Proposition salariale », soit parce qu'ils seraient trop nombreux ou exigeraient un trop grand nombre de manipulations et, par le fait même, seraient trop coûteuses en temps comme c'est le cas dans les situations des Cure-dents 1 et 2. De cette façon, nous les forçons à avoir recours à une réelle activité mathématique.

Une autre des raisons qui ont motivé notre choix d'utiliser la modélisation est que nous croyons que les élèves, à la suite de leurs observations, peuvent davantage comprendre les caractéristiques de chaque type de fonctions. Comme le mentionnent Doorman et *al.* (2012), c'est un peu comme s'ils redécouvraient les mathématiques. D'ailleurs, notre séquence

d'activités ayant été construite de façon à favoriser le processus de modélisation, nous estimons donc qu'elle favorise la réflexion des élèves.

Dans les situations à modéliser (Cure-dents 1 et 2 et Proposition salariale), il y a différentes grandeurs qui peuvent nous intéresser, l'enseignante peut profiter de cette occasion pour sensibiliser les élèves à l'importance de bien définir les variables, sinon il y a un risque de ne pas répondre à la bonne question. Pour cette raison, les tâches « Cure-dents 1 » et « Cure-dents 2 » en sont un exemple intéressant puisque le simple fait d'avoir changé la variable dépendante (nombre de cure-dents de la rangée par nombre total de cure-dents) engendre un changement du type de fonction. C'est d'ailleurs pour cette raison que Fontaine (2021) inspiré des travaux de Janvier et Pelletier (2003) insiste sur l'importance de faire sortir toutes les grandeurs en jeu dans une situation.

Nous avons choisi de proposer aux élèves des contextes réels impliquant des grandeurs physiques puisque comme l'affirme Passaro (2015), c'est dans ces conditions que s'avère adéquat d'exploiter l'idée de covariation. Nous avons donc conçu les trois premières activités afin que les élèves passent par un processus de modélisation intégrant la table de valeurs ainsi que le graphique dans le but de verbaliser leurs interprétations des relations entre les grandeurs impliquées dans les situations à modéliser. Notre intention est qu'en portant attention à comment varie la variable dépendante lorsqu'on fait varier la variable indépendante, les élèves peuvent identifier les caractéristiques des différents modèles de fonctions (Passaro, 2015).

Lors des trois situations à modéliser, les élèves sont amenés à noter leurs observations dans une table de valeurs puisque c'est le registre privilégié dans une dynamique de covariation (Doorman et al., 2012 ; Confrey et Smith, 1995). Bien entendu, il est nécessaire que les élèves comprennent le but d'utiliser la table de valeurs, son utilité. Il faut éviter qu'ils l'utilisent uniquement parce que c'est la consigne, d'où l'importance des discussions en grand groupe pendant lesquelles l'enseignante fait comprendre aux élèves que la table de valeurs permet de travailler sur les accroissements. Puisque l'enseignante attire l'attention des élèves sur les caractéristiques des accroissements concomitants des deux grandeurs, les

élèves sont amenés à étudier les fonctions à partir d'une approche covariationnelle telle que définie par Passaro (2015). Ainsi, nous proposons des tâches permettant aux élèves de reconnaître des modèles en s'intéressant aux accroissements de la grandeur dépendante lorsque les accroissements de la grandeur indépendante sont constants tel que le propose Passaro (2015).

Le fait de travailler dans une approche de covariation facilite l'apprentissage du registre de représentation graphique (Hitt et Gonzalez-Martin, 2015). En utilisant cette approche, nous voulons inciter les élèves à décrire le comportement de la variable dépendante lorsque la variable indépendante varie en utilisant une description davantage qualitative (Confrey et Smith, 1995). C'est pour cette raison qu'on demande à l'élève d'expliquer ses choix ou de noter ses découvertes.

Ces trois tâches favorisent le processus d'abstraction selon les caractéristiques d'une leçon modèle proposées par Radford et *al.* (2009). En effet, nous partons du savoir de l'élève, les activités sont intéressantes du point de vue de l'élève (elles piquent sa curiosité), elles offrent un espace de réflexion et d'échange en favorisant le travail en petits groupes, elles sont centrées sur des problèmes qui mobilisent les concepts mathématiques visés à des niveaux de profondeur adéquats, elles présentent aux élèves des occasions de réfléchir à plusieurs niveaux d'abstraction et elles ont une unité conceptuelle qui favorise le passage à l'abstrait.

La tâche « Proposition salariale » est une situation de la vie réelle. Bien qu'une telle proposition d'un employeur serait étonnante, elle permet potentiellement aux élèves de faire face à un choix et d'exercer leur jugement critique afin de prendre la meilleure décision face à une proposition. Pour faire le choix le plus avantageux, les élèves doivent utiliser leurs connaissances de la fonction exponentielle pour calculer le salaire de la 30<sup>e</sup> journée. Nous nous attendons à ce que les élèves remarquent qu'il y a une récurrence multiplicative entre chaque valeur de la variable lors de l'écoute de la vidéo, car le salaire double chaque jour. Cela leur permet d'identifier la fonction exponentielle, puis ils trouvent la règle et remplacent le  $x$  par 30 pour calculer le salaire de la 30<sup>e</sup> journée.




En développant en profondeur la compréhension des fonctions, nous respectons le second principe de Kalchman et Koedinger (2005) qui stipule que pour un bon enseignement des fonctions, les élèves nécessitent à la fois une compréhension solide et profonde du concept de fonction ainsi qu'une fluidité procédurale. Dans les activités « Cure-dents 2 » et « Proposition salariale », les élèves ont à expliquer leur choix de type de fonction et à expliquer comment ils procèdent pour déterminer le type de fonction. Seuls les concepts qui sont bien compris peuvent être expliqués clairement. Le fait d'accomplir de telles tâches permet aux élèves de développer leur compréhension conceptuelle en profondeur de chacun des types de fonctions (Almarode et *al.*, 2019).

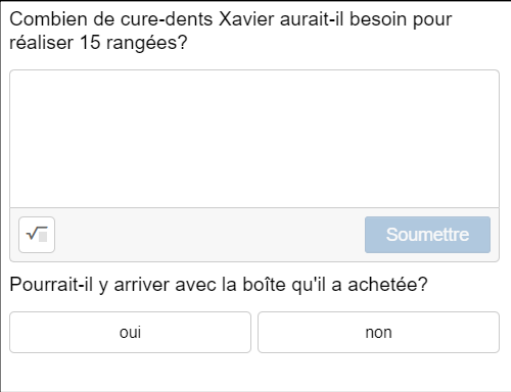
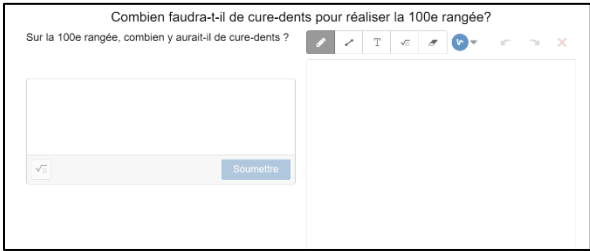
Les principes pédagogiques à appliquer selon Janvier et Pelletier (2003) ont aussi été pris en considération lors de l'élaboration de cette séquence. En effet, dans les tâches « Cure-dents 2 » et « Proposition salariale », les élèves ont à identifier toutes les grandeurs présentes dans une situation. Également, dans ces deux tâches, les élèves ont à travailler avec plus d'un registre de représentation, ils ont donc à effectuer les traductions entre les registres. Enfin, les mises en situation proposées ainsi que l'accompagnement de l'enseignante permettent aux élèves de s'approprier la situation et d'établir les prémisses des apprentissages effectués aux niveaux supérieurs. Puisqu'elles sont assez simples à comprendre, l'élève est capable de trouver les premières données, mais constate assez rapidement qu'il est plus pratique de trouver la règle afin de trouver des données plus éloignées.

Lors de l'élaboration des tâches de modélisation, nous avons tenu compte du code de création d'activités de *Desmos*. Le Tableau 7 présente les éléments de code présents dans les tâches « Cure-dents 2 » et « Proposition salariale ».

Tableau 7

Éléments du code de création *Desmos* respectés dans les tâches de modélisation  
(Dagenais, 2019)

Éléments du code de création de <i>Desmos</i>	Éléments des tâches proposés
<p><b>Incorporer une variété de verbes et de noms</b></p> <p>Afin d’empêcher que l’activité devienne ennuyante pour les élèves, il est souhaitable d’éviter de demander toujours le même type d’action aux élèves, sinon ils risquent d’être plus rébarbatifs à la terminer.</p>	<p>Dans nos activités, nous avons varié nos demandes aux élèves en leur demandant par exemple de compléter une table de valeurs, d’identifier un type de fonction ou de calculer un salaire, ce qui offre une variété de verbes et de noms.</p> <p><b>Exemples de variété des verbes utilisés</b></p> <div data-bbox="751 793 1216 898" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>Visionne cette vidéo. Dessine la situation dans la zone d'esquisse ci-dessous puis passe à l'écran suivant</p> </div> <div data-bbox="751 919 1216 1010" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>Complète la table de valeurs représentant la situation. Les points apparaîtront dans le graphique au fur et à mesure que tu les ajoutes.</p> </div> <div data-bbox="751 1031 1216 1100" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>Selon toi, quel type de fonction traduit le mieux la situation ?</p> </div> <div data-bbox="751 1121 1216 1171" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Expliquez pourquoi vous faites ce choix de fonction.</p> </div>
<p><b>Demander une analyse informelle avant l’analyse formelle</b></p> <p>Afin de promouvoir la réflexion chez les élèves, demander l’estimation avant le calcul, la conjecture avant la preuve, l’esquisse avant le graphique ou l’explication avant la règle algébrique.</p>	<p>Dans les activités « Cure-dents 2 » et « Proposition salariale », les élèves ont à estimer la réponse afin d’émettre une hypothèse sur le résultat avant de faire les calculs formels.</p> <p><b>Exemple d’analyse informelle avant l’analyse formelle</b></p> <p>Au début de la tâche (analyse informelle) :</p> <div data-bbox="701 1499 1235 1818" style="border: 1px solid black; padding: 10px;">  <p>Question?</p> <p>Après avoir acheté cette boîte de cure-dents, Olivier pense qu’il pourra faire 15 rangées alors que sa soeur Anaïs pense qu’il n’y en aura pas assez. D’après toi, qui a raison?</p> <p><input type="text" value="Olivier"/> <input type="text" value="Anaïs"/></p> </div>

	<p>À la fin de la tâche (analyse formelle) :</p> 
<p><b>Créer un besoin intellectuel pour de nouvelles compétences mathématiques</b></p> <p>Afin de faire naître le désir de faire de nouveaux apprentissages, il faut mettre les élèves devant l'évidence qu'il peut être très long et fastidieux de résoudre un problème étape par étape à l'aide des connaissances qu'ils disposent alors qu'il y a une façon de le résoudre plus rapidement à l'aide de nouvelles connaissances.</p>	<p>Les activités de modélisation conçues pour notre séquence d'enseignement visent justement à faire réaliser aux élèves que d'identifier le type de fonction pour ensuite trouver la règle permet de résoudre le problème de façon plus efficace que de poursuivre la table de valeurs en ajoutant une donnée à la fois. Par exemple, dans la tâche « Cure-dents 1 », les élèves peuvent procéder par dénombrement en faisant un dessin ou une table de valeurs pour répondre aux deux premières questions qui sont « Combien faudra-t-il de cure-dents pour réaliser la 3<sup>e</sup> rangée ? » et « Combien faudra-t-il de cure-dents pour réaliser la 10<sup>e</sup> rangée? », mais ils réaliseront que leur stratégie est inefficace lorsqu'ils ont à répondre à la 3<sup>e</sup> question : « Combien faudra-t-il de cure-dents pour réaliser la 100<sup>e</sup> rangée? ».</p> <p style="text-align: center;"><b>Question créant un besoin intellectuel</b></p> 

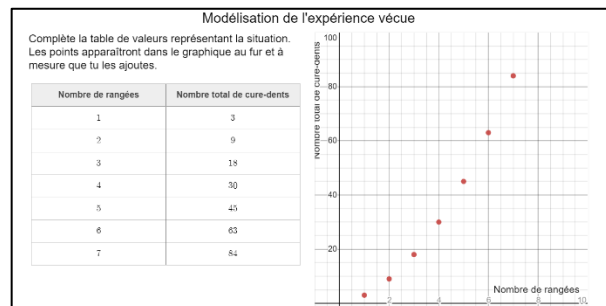
<p><b>Créer des activités comportant une problématique</b></p> <p>La problématique présente dès le début de l'activité donne aux élèves un objectif, un but, une raison de poursuivre l'activité. Donner le problème plus large dès le départ.</p>	<p>Dans l'activité Cure-dents 2, le problème qui consiste à savoir s'il y aura suffisamment de cure-dents pour faire 15 rangées apparaît dès le début. De la même façon, l'activité « Proposition salariale » demande de vérifier l'offre étant la plus intéressante.</p> <p style="text-align: center;"><b>Problème de la tâche « Proposition salariale »</b></p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Votre employeur qui vous paie normalement 100\$/jour propose de vous payer d'une nouvelle façon telle que présentée dans la vidéo suivante pour les 30 prochains jours. Devriez-vous accepter?</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <input type="button" value="oui"/> <input type="button" value="non"/> </div> </div>
<p><b>Retarder la rétroaction afin de permettre la réflexion, spécialement dans les activités pour développer les concepts</b></p> <p>Le but de retarder la rétroaction est d'éviter que l'élève fasse simplement de l'essai-erreur pour résoudre le problème et qu'il y arrive sans avoir mobilisé les concepts requis.</p>	<p>C'est pour cette raison que nous avons ajouté de la programmation à nos activités de modélisation afin d'empêcher les élèves d'accéder aux écrans permettant de valider le choix du type de fonction. Ils doivent d'abord faire leur choix et l'expliquer pour ensuite avoir accès à cette rétroaction et pour se valider.</p> <p style="text-align: center;"><b>Exemple de rétroaction retardée</b></p> <p>Question :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Selon toi, quel type de fonction traduit le mieux la situation ?</p> <p><input type="radio"/> Fonction affine</p> <p><input checked="" type="radio"/> Fonction quadratique</p> <p><input type="radio"/> Fonction exponentielle</p> <p>Expliquez pourquoi tu fais ce choix de fonction.</p> <input style="width: 100%;" type="text"/> </div> <p>Si question non répondue :</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin-top: 10px;"> <p>Tu n'es pas prêt à valider!</p> </div>

### Faire des liens entre les représentations

Comprendre le lien entre les différents registres de représentation (table de valeurs, graphiques, règles et contexte en mots ou en images) permet aux élèves de mieux comprendre ces différents registres et de les relier entre eux.

Il s'agit particulièrement d'un aspect que nous avons pris soin de mettre de l'avant dans la création de nos activités puisque le sujet de notre recherche est l'enseignement de la distinction entre les différents types de fonctions et que l'identification de ces fonctions passe principalement par les registres de représentation variés. En effet, comme le mentionne Duval (1993), il faut explorer les diverses représentations d'un même objet pour en développer la compréhension. Par exemple, dans les situations de modélisation (Cure-dents 2 et Proposition salariale), le graphique se trace au fur et à mesure que l'élève complète la table de valeurs.

### Exemple de variété des registres



### Créer des objets qui permettent des conversations mathématiques entre les enseignants et les élèves

En créant des situations qui laissent place à la réflexion, des questions suscitant la discussion peuvent être posées. Bien sûr, c'est en exploitant l'option de dicter le rythme que l'enseignant pourra guider les élèves dans cette discussion.

Les activités de notre séquence ont été créées avec cette intention. Par exemple, dans les activités de modélisation, on demande aux élèves quelles sont les variables en jeu puis de quelle façon ils vont s'y prendre pour identifier de quel type de fonction il s'agit. Ce sont des questions qui engendrent des discussions et un partage d'idées.

### Question permettant la discussion entre élèves et enseignant

Variables en jeu

Que veut-on observer dans la situation suivante?

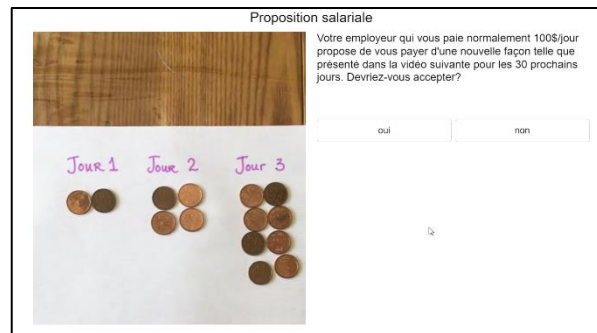
Soumettre

### Créer un conflit cognitif

Lorsqu'on demande aux élèves de faire un choix qui leur paraîtra évident, mais qui en vérité ne sera pas le bon, voilà en quoi consiste la provocation d'un conflit cognitif.

C'est donc les déranger suffisamment pour qu'ils soient prêts à apprendre, qu'ils aient le désir de comprendre. C'est le cas dans l'activité « Proposition salariale » où l'on offre le choix entre gagner 100\$ par jour ou 0,01\$ le premier jour pour ensuite doubler de salaire chaque jour. Les élèves seront portés à penser que la première option est de loin plus intéressante. Un certain conflit cognitif a aussi lieu lorsque la même situation est exploitée dans deux problèmes différents (Cure-dents 1 et 2) avec des variables différentes et qu'ils réalisent que ces situations sont modélisées par deux types de fonctions différentes.

### Exemple de question pouvant amener un conflit cognitif

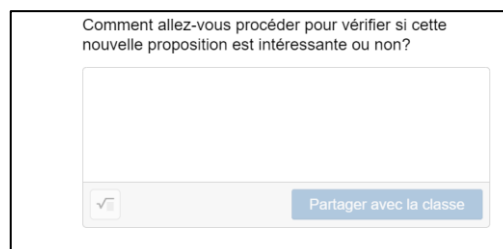


### Garder les écrans courts, ciblés et connectés au raisonnement des élèves

Les élèves n'apprécient pas les écrans trop chargés ou comportant trop de texte. Ils seront d'ailleurs portés à les ignorer ou à ne pas les compléter.

Nous avons donc porté une attention à garder des écrans courts avec des questions ne comportant pas trop de texte.

### Exemple de question courte, ciblée et connectée au raisonnement



### 4.2.3 Leçon 3 et justification des choix

Le tableau 8 présente le scénario de la leçon 3.

Tableau 8

#### Scénario de la leçon 3

<p><b>Intention</b> : Faire résoudre un problème ouvert sur les fonctions en utilisant des caractéristiques de chaque type.</p> <p><b>Matériel nécessaire</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- Canon de projection</li><li>- Ordinateurs ou iPads, un par élève</li></ul> <p>Lien <i>Desmos</i> vers l'activité « Menu math fonction » : <a href="https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5f6b655d2116830d12206cc3?lang=fr">https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5f6b655d2116830d12206cc3?lang=fr</a></p>
<p><b>Phase 1 – Menu math sur les fractions, 15 minutes, en grand groupe</b></p>
<p><b>Intention</b> : Faire vivre aux élèves une activité de type Menu math en grand groupe afin de leur présenter des stratégies utiles pour résoudre ce type de problème en utilisant des notions des années antérieures, les fractions, pour faciliter leur compréhension.</p> <p><b>Description d'une activité Menu math</b> :</p> <p>Le but d'une tâche Menu math est de demander aux élèves de concevoir des objets mathématiques (exemple : fonctions, nombres, figures planes, etc.) respectant un certain nombre de contraintes. La tâche Menu math est donc présentée sous la forme d'une liste non ordonnée de 6 à 10 contraintes. De plus, le Menu math mentionne le type d'objet à concevoir pour satisfaire ces contraintes. La clé de cette tâche est de satisfaire minimalement une fois chaque contrainte, mais la tâche s'avère encore plus riche lorsqu'on demande aux élèves de minimiser le nombre d'objets afin de satisfaire les contraintes. À ce moment, les élèves doivent réfléchir à la possibilité de regrouper des contraintes. Il y a donc un travail d'analyse préalable qui doit être fait par les élèves afin de se demander quelles contraintes peuvent être associées et lesquelles ne peuvent l'être.</p> <p><b>Déroulement</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"><li>- L'enseignant présente le problème au groupe en le projetant au tableau et leur explique en quoi consiste ce type de tâche.</li></ul>

*Vous devez construire des fractions afin de satisfaire chaque contrainte (A à J) au moins une fois.*

**Tâche Menu Math Fractions:**

Construisez le moins de fractions possible afin de satisfaire chaque contrainte au moins une fois.

A.	Est plus petite que 1	B.	A un nombre premier comme dénominateur
C.	A un dénominateur plus grand que 10	D.	A un nombre composé comme numérateur
E.	Est réduite au maximum	F.	Est plus grande que $\frac{2}{3}$
G.	Peut être écrite comme un nombre décimal fini	H.	A un numérateur plus grand que 20
I.	A un numérateur plus grand que le dénominateur	J.	Est équivalente à $\frac{1}{2}$

*Quelles contraintes s'apparient le mieux ?  
Quelles contraintes ne peuvent pas être appariées ?  
Est-il possible de résoudre avec 2, 3 ou 4 fractions ?*

Décrivez comment et pourquoi vous avez construit chaque fraction.  
N'oubliez pas d'identifier quelles fractions satisfont quelles contraintes.

*Construisez le moins de fractions possibles sans oublier de satisfaire chaque contrainte au moins une fois.*

**Exemples de questions :**

- *À la lecture de ces contraintes, pensez-vous que certaines d'entre elles peuvent être regroupées afin d'être respectées par une même fraction ?*
- *Y-a-t-il d'autres regroupements possibles ?*
- *Pensez-vous qu'il y a des contraintes qui sont impossibles à regrouper ?*
- *Nommez une fraction respectant la contrainte A.*
- *Est-ce que cette fraction respecte la contrainte B ? Si elle ne la respecte pas, est-ce possible de la changer pour une fraction qui respecterait A et B en même temps ?*

Et poursuivre ce genre de raisonnement jusqu'à la fin de la tâche.



**Phase 2 – Activité Menu math sur les fonctions, 40 minutes, en équipe de 2**

**Intention :** Faire apprendre les caractéristiques des différents types de fonctions par la résolution de problème afin de mieux les distinguer.

**Déroulement :**

- L'enseignant présente le problème dont le tableau de contraintes à respecter afin de s'assurer que tous les élèves comprennent bien chacune des contraintes et les reformulera au besoin.
- Dans un premier temps, les élèves feront la résolution de ce problème sur papier, ensuite ils se connectent à l'activité *Desmos* afin d'y entrer leurs réponses. Ils pourront par le fait même se valider.
- L'enseignant se connecte à l'activité *Desmos* et projette le code de connexion « élève » de l'activité *Desmos*. Il invite les élèves à se connecter sur *student.desmos.com*. Il serait aussi possible de leur partager le lien « élève » de connexion de l'activité sur *Teams*.

**Le problème :**

Vous devez construire des fonctions affines, quadratiques et/ou exponentielles afin de satisfaire chaque contrainte (A à L) au moins une fois.

Construisez le *moins* de fonctions possible sans oublier de satisfaire chaque contrainte au moins une fois.

A.	Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine	B.	Possède un axe de symétrie
C.	Est toujours négative	D.	Est toujours positive
E.	Est toujours croissante	F.	Pour tous les points, $\frac{y}{x^2} = \text{constante}$
G.	Passe par le point (2, 7)	H.	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{pente}$
I.	N'a pas d'abscisse à l'origine	J.	$\frac{y_2}{y_1} = \text{constante}$ , si $x_1$ et $x_2$ sont consécutifs
K.	L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ont la même valeur.	L.	Le graphique est une droite

*Quelles contraintes s'apparient le mieux ?*

*Quelles contraintes ne peuvent pas être appariées ?*

*Est-il possible de résoudre dans 2, 3 ou 4 fonctions ?*

Donnez l'équation de vos fonctions.

Décrivez comment et pourquoi vous avez construit chaque fonction.

N'oubliez pas d'identifier quelles fonctions satisfont quelles contraintes.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

1 de 8 Suivant

contrainte au moins une fois. Ces fonctions doivent être soit affines, quadratique ou exponentielles. Le but est de construire le *moins* de fonctions possibles tout en satisfaisant chaque contrainte au moins une fois.

A. Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine	B. Possède un axe de symétrie
C. Est toujours négative	D. Est toujours positive
E. Est toujours croissante	F. Pour tous les points, $\frac{y}{x^2} = \text{constante}$
G. Passe par le point (2, 7)	H. $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{pente}$
I. N'a pas d'abscisse à l'origine	J. $2x = \text{constante}$ si $x$ est constant

Actions de l'enseignant

**Description d'une activité Menu math :**  
 Le but d'une tâche menu math est de demander aux élèves de concevoir des objets mathématiques (exemple : fonctions, nombres, figures planes, etc.) respectant un certain nombre de contraintes. La tâche menu math est donc présentée sous la forme d'une liste non ordonnée de contraintes. De plus, le menu math mentionne le type d'objet à concevoir (des fonctions dans ce cas-ci) pour satisfaire ces contraintes. La clé de cette tâche est de satisfaire minimalement une fois chaque contrainte, mais la tâche s'avère encore plus riche lorsqu'on demande aux élèves de minimiser le nombre d'objets afin de satisfaire les contraintes. À ce moment, les élèves doivent réfléchir à la possibilité de regrouper des contraintes. Il y a donc un travail d'analyse préalable qui doit être fait par les élèves afin de demander quelles contraintes peuvent être associées et lesquelles ne peuvent l'être.  
**Suggestion :** L'enseignant présente le problème dont le tableau de contraintes à respecter afin de s'assurer que tous les élèves comprennent bien chacune des contraintes et les reformulera au besoin.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

2 de 8 Suivant

Fonction 1

Quelle est la règle de la première fonction?

Quels sont les contraintes qui sont respectées avec cette fonction?

(Sélectionnez toutes les réponses appropriées.)

- Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine
- Possède un axe de symétrie
- Est toujours négative
- Est toujours positive
- Est toujours croissante
- Pour tous les points,  $y \cdot x^2 = \text{constante}$
- Passe par le point (2, 7)
- $(y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) = \text{constante}$
- N'a pas d'abscisse à l'origine
- $f(x + 1) / f(x) = \text{constante}$
- L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ont la même valeur
- Le graphique est une droite

Expliquez comment et pourquoi vous avez construit cette fonction.

Partager avec la classe

Et ainsi de suite, l'élève peut ajouter autant de fonctions dans les pages suivantes. À partir de l'écran 3 (2<sup>e</sup> fonction), les contraintes cochées sur les pages précédentes ne réapparaissent pas.

Certaines contraintes peuvent être associées à un seul type de fonction alors que d'autres peuvent être associées à plus d'un type. Afin de satisfaire toutes les contraintes avec un minimum de fonctions, nous nous attendons à ce que les élèves commencent par associer les contraintes au type de fonction qu'ils pensent utiliser pour les satisfaire. Par exemple, les contraintes A, I et J peuvent seulement être associées à la fonction exponentielle, les contraintes B et F touchent des caractéristiques propres à la fonction

quadratique et les contraintes H et L sont uniquement valides pour la fonction affine. Les contraintes C et D peuvent être associées autant à la fonction quadratique qu'à la fonction exponentielle. La contrainte E peut être associée à la fonction affine ou la fonction exponentielle alors que la contrainte K peut être associée seulement aux fonctions quadratique ou affine. La contrainte G est la seule pouvant être associée à tous les types de fonctions. Nous supposons que les élèves auront plus de difficulté à comprendre les contraintes F, H et J, car les élèves éprouvent souvent plus de difficulté à comprendre le langage mathématique plus formel. Nous prévoyons donc que l'enseignante devra les guider en leur faisant remarquer les liens possibles à faire entre ces contraintes et les caractéristiques des tables de valeurs. Il est aussi possible de faire un lien avec la règle.

### **Phase 3- 20 minutes, en grand groupe**

**Intention :** Valider la compréhension des élèves et s'assurer que tous ont bien compris les caractéristiques qui pourraient toucher un seul type de fonction ou plusieurs types de fonctions à la fois (ressemblances et différences).

**Déroulement :**

En grand groupe, demander à quelques équipes de présenter leurs solutions proposées et en discuter. Demander aux élèves de partager les différentes méthodes qu'ils ont utilisées pour résoudre le problème qui était de trouver les fonctions permettant de répondre aux contraintes.

**Exemples de questions :**

- *Quelles fonctions avez-vous trouvées pour répondre à ces contraintes ?*
- *Pouvez-vous nous dire quelles contraintes avez-vous jumelées ?*
- *Y-a-il des contraintes qu'il était impossible d'associer ?*
- *Est-ce que certaines contraintes pouvaient être associées à un seul type de fonction ? Lesquelles ? Pourquoi ?*
- *Est-ce que certaines contraintes pouvaient être respectées par plusieurs types de fonctions ? Lesquelles ?*

### **Justification des choix didactiques et pédagogiques**

Afin de faire une place à la résolution de problème, nous avons créé la tâche « Menu math » pour l'insérer dans notre séquence. Ainsi, les élèves peuvent apprendre la distinction entre les types de fonctions par la résolution de problème. C'est en cherchant à satisfaire les

contraintes et surtout en cherchant à les regrouper que les élèves devront s'interroger sur les caractéristiques communes des types de fonctions et sur les caractéristiques qui leur sont propres. Comme il est largement partagé par le courant d'apprentissage socioconstructiviste et également proposé par le PFEQ, il est parfois préférable de développer des savoirs à partir de problèmes à résoudre, en particulier lorsqu'il s'agit de notions dont l'utilité dans la vie courante paraît moins évidente pour les élèves. Cela a aussi pour but d'éviter que les élèves détiennent plusieurs connaissances sur les fonctions sans pour autant être capables de distinguer quand il est le temps d'en utiliser une plutôt qu'une autre.

L'activité « Menu math » réalisée telle que proposée dans cette séquence permet de développer de nombreux apprentissages sur les fonctions. En effet, pour réussir à satisfaire toutes les contraintes, les élèves doivent bien connaître les caractéristiques de chaque type de fonction afin de choisir la fonction appropriée. De plus, les contraintes touchent des aspects variés en lien avec différents registres de représentation. La première partie réalisée sur papier permet d'éviter l'essai-erreur qui aurait pu être fait avec l'application en ligne. Nous avons fait ce choix en nous appuyant sur l'affirmation de Doorman et *al.* (2012) qui concerne l'utilisation des TIC qui n'est pas optimale si les élèves parviennent à résoudre les problèmes mathématiques grâce à l'utilisation d'un outil technologique sans comprendre les notions mathématiques. D'ailleurs, les autres tâches réalisées avec *Desmos* ne sont pas plus réalisables sans une compréhension des notions impliquées. Dans l'activité « Menu math », l'avantage de l'utilisation de l'outil technologique est plutôt qu'en entrant ses réponses dans *Desmos*, l'élève pourra voir simultanément le graphique de la fonction apparaître, ce qui lui permet de vérifier que les contraintes ciblées sont bien respectées. Il s'agit d'une première forme de rétroaction.

Une autre des forces de l'activité « Menu math » est qu'il y a plusieurs bonnes réponses. Les élèves doivent trouver leur propre réponse et non réutiliser celles de leurs collègues de classe. Comme il y a plusieurs façons de résoudre ce même problème, l'enseignant peut en profiter pour vaincre le stéréotype qu'il y a une seule façon de résoudre un problème.

Selon Boaler (2016), une tâche riche de mathématique combine entre autres la créativité, la curiosité, la collaboration et le défi. Cette tâche « Menu math » regroupe plusieurs éléments que Boaler (2016) a partagés dans son livre comme étant des aspects qui caractérisent une tâche riche en mathématique. Ces éléments viennent rejoindre la position de nombreux didacticiens en mathématique. Par exemple, l'engagement des élèves est supérieur lorsqu'il y a plusieurs façons de résoudre un même problème et que celles-ci sont partagées. D'autres éléments présents dans cette tâche permettent d'améliorer l'engagement des élèves. Le Tableau 9 fait le parallèle entre ces éléments et notre tâche Menu math.

Tableau 9

Lien entre la tâche Menu math sur les fonctions et les caractéristiques d'une tâche riche en mathématique favorisant l'engagement des élèves selon Boaler (2016)

<b>Caractéristiques d'une tâche riche en mathématique favorisant l'engagement des élèves (Boaler, 2016)</b>	<b>Caractéristiques de la tâche Menu math sur les fonctions</b>
La tâche représente un défi tout en étant accessible aux élèves.	La tâche est <b>accessible</b> puisque les élèves ont suffisamment travaillé avec la règle algébrique de chaque type de fonction pour être en mesure d'inventer une fonction pour chaque contrainte. Le <b>défi</b> consiste à minimiser le nombre de fonctions à créer afin de satisfaire toutes les contraintes.
La tâche est une sorte de casse-tête, d'énigme à résoudre.	Bien que la tâche ne soit pas reliée à la vraie vie, les élèves peuvent être curieux de résoudre ce problème. Effectivement, les élèves sont intrigués de savoir s'ils ont réussi à trouver le minimum de fonctions.

<p>Les jeunes peuvent proposer leur propre solution.</p>	<p>Cette tâche étant ouverte, il existe une infinité de réponses adéquate à ce problème. Chaque équipe trouvera donc sa propre solution.</p>
<p>Les élèves sont encouragés à proposer leurs idées sans craindre de commettre une erreur.</p>	<p>En effet, puisqu'il y a un éventail de bonnes solutions, les élèves sont plus enclins à soumettre des réponses possibles.</p>
<p>L'enseignant incitera les élèves à respecter les autres façons de penser, de résoudre.</p>	<p>Lors du retour sur la tâche, l'enseignante partagera différentes façons d'aborder le problème afin de mettre l'accent sur le fait qu'il y a plusieurs façons de le résoudre.</p>
<p>L'utilisation de sa propre méthode pour résoudre et non pas un modèle proposé par l'enseignant ou par un manuel est une formule gagnante.</p>	<p>Le fait qu'il y a plusieurs réponses adéquates et différentes stratégies appropriées pour y arriver incite les élèves à oser utiliser leur propre méthode. C'est aussi un élément que l'enseignante met en évidence lors de la présentation du type de tâche avec le Menu math sur les fractions et lors du retour en grand groupe. De plus, il n'y a pas vraiment de modèle à suivre pour résoudre ce type de tâche. Plusieurs allers-retours peuvent être nécessaires pour arriver à respecter toutes les contraintes avec un minimum de solutions.</p>

Les élèves pourront collaborer et idéalement, les équipes seront hétérogènes.	C'est effectivement ce qui était visé en demandant à l'enseignante de former les équipes.
---	---

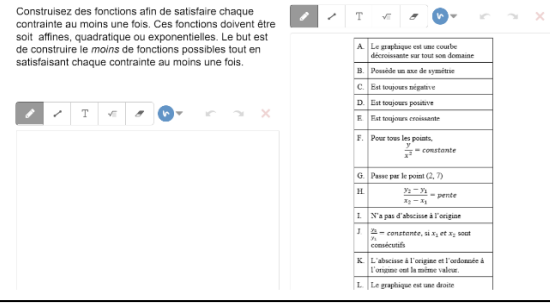
Plusieurs des conditions permettant d'augmenter le potentiel d'apprendre les mathématiques sont aussi présentes dans cette tâche : il s'agit d'une tâche ouverte (les élèves peuvent passer par différentes méthodes pour la résoudre), les élèves doivent trouver leur propre façon de résoudre ce problème, ils ne peuvent pas se contenter de suivre une procédure, on leur demande de nous convaincre qu'ils ont bien résolu le problème en expliquant leur raisonnement.

De plus, plusieurs éléments du code de création des activités de *Desmos* ont été pris en considération lors de l'élaboration de la tâche « Menu math sur les fonctions ». Le Tableau 10 présente ces éléments ainsi que les liens avec la tâche.

Tableau 10

Éléments du code de création *Desmos* respectés dans la tâche « Menu math sur les fonctions » (Dagenais, 2019)

Éléments du code de création de <i>Desmos</i>	Éléments des tâches proposés
<p><b>Demander une analyse informelle avant l'analyse formelle</b></p> <p>Afin de promouvoir la réflexion chez les élèves, demander l'estimation avant le calcul, la conjecture avant la preuve, l'esquisse avant le graphique ou l'explication avant la règle algébrique.</p>	<p>Dans le Menu math sur les fonctions, il y a une zone d'esquisse qui a été conçue pour que les élèves réfléchissent avant de tracer le graphique.</p>
<p><b>Créer des activités comportant une problématique</b></p>	<p>Pour ce qui est de l'activité « Menu math sur les fonctions », il s'agit d'un problème à résoudre, car les élèves doivent minimiser le nombre de solutions tout en satisfaisant toutes les contraintes.</p>

<p>La problématique présente dès le début de l'activité donne aux élèves un objectif, un but, une raison de poursuivre l'activité.</p>	
<p><b>Donner aux élèves la possibilité d'avoir raison ou tort de différentes façons</b></p> <p>Par exemple, demander de tracer un graphique ayant une caractéristique précise afin d'obtenir des réponses adéquates et différentes pour chaque élève démontre la valeur d'une question.</p>	<p>Par la multitude de bonnes ou de mauvaises réponses possibles, la tâche « Menu math sur les fonctions » exploite bien cet aspect et offre ensuite l'occasion d'en discuter en grand groupe.</p> <p><b>Problème de la tâche « Menu Math sur les fonctions »</b></p> 
<p><b>Créer des objets qui permettent des conversations mathématiques entre les enseignants et les élèves</b></p> <p>En créant des situations qui laissent place à la réflexion, des questions suscitant la discussion peuvent être posées.</p>	<p>Le choix des contraintes à regrouper et les stratégies utilisées pour résoudre le problème sont des occasions d'avoir des conversations mathématiques entre l'enseignant et les élèves.</p>
<p><b>Intégrer les stratégies et la pratique</b></p> <p>Demander aux élèves d'identifier le degré de difficulté d'un problème et de justifier ou demander aux élèves de construire un problème dont la solution sera la plus grande ou la plus petite sont des exemples d'activités permettant d'intégrer des</p>	<p>L'activité Menu math sur les fonctions permet de travailler les stratégies de résolution de problèmes, car elle demande aux élèves de minimiser le nombre d'objets mathématiques créés par l'élève tout en satisfaisant l'ensemble des contraintes (Figure 12).</p>



stratégies au lieu de leur faire simplement résoudre un ensemble d'exercices prédéterminés.	
---	--

#### 4.2.4 Leçon 4 et justification des choix

Le tableau 11 présente le scénario de la leçon 4.

Tableau 11

#### Scénario de la leçon 4

<b>Activité révision – 75 minutes, individuellement</b>
<p>Il s'agit d'une série de questions sur l'ensemble des notions relatives aux trois types de fonctions, qui visent principalement la distinction entre les types de fonctions. Également, plusieurs questions demandent de passer d'un registre à l'autre.</p> <p><b>Intention</b> : Cette activité permettra non seulement de vérifier la compréhension des élèves, mais aussi de valider la robustesse de notre séquence. Elle fournira aussi à l'élève une rétroaction puisque plusieurs exercices sont autocorrectifs. Cela permettra aux élèves d'identifier les notions qu'il leur reste à travailler et de poser des questions à son enseignante.</p> <p><b>Matériel nécessaire</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Canon de projection</li> <li>- Ordinateurs ou iPads, un par élève</li> </ul> <p>Lien <i>Desmos</i> vers l'activité « Révision fonctions » :  <a href="https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5ece7ec6a071fa44a0a8bb8c?lang=fr">https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5ece7ec6a071fa44a0a8bb8c?lang=fr</a></p> <p><b>Déroulement</b> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L'enseignant se connecte à l'activité <i>Desmos</i> et projette le code de connexion « élève » de l'activité <i>Desmos</i>. Il invite les élèves à se connecter sur <i>student.desmos.com</i>. Il serait aussi possible de leur partager le lien « élève » de connexion de l'activité sur <i>Teams</i>.</li> <li>- Cette activité offre de la rétroaction à l'élève puisque lorsqu'il soumet sa réponse à chaque écran, un message apparaît pour lui dire si elle est bonne ou non.</li> </ul>

**Avertissement à donner aux élèves :** Les nombres décimaux doivent être écrits avec un point et non une virgule (exemple : on doit écrire 2.45 et non 2,45).

À l'écran 1 (Figure 22), une première question vise à savoir comment l'élève procède pour déterminer le type de fonction à partir de la table de valeurs. Nous nous attendons à ce qu'ils répondent que nous pouvons regarder s'il y a une régularité additive entre les ordonnées (fonction affine) ou une régularité additive seulement au 2e niveau des accroissements des ordonnées (fonction quadratique) ou une régularité multiplicative entre les ordonnées (fonction exponentielle). Ensuite, ils ont à identifier la fonction de cette table de valeurs qui est une fonction quadratique et à justifier leur choix.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs

x	y
2	10
3	22.5
4	40
5	62.5

Si tu veux savoir de quel type de fonction il s'agit, que regardes-tu?

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine

Quadratique

Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

Pour savoir de quel type de fonction il s'agit, il faut regarder les accroissements des ordonnées. Puisque les abscisses dans la table de valeurs sont des entiers consécutifs, nous pouvons regarder s'il y a une régularité additive entre les ordonnées (fonction affine) ou une régularité additive seulement au 2e niveau des accroissements des ordonnées (fonction quadratique) ou une régularité multiplicative entre les ordonnées (fonction exponentielle). Dans ce cas-ci, il s'agit d'une fonction quadratique puisque la régularité additive apparaît seulement au 2e niveau.

L'écran 2 vise à effectuer le passage de la table de valeurs à la règle d'une fonction quadratique.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Passage de la table de valeurs à la règle

x	y
2	10
3	22.5
4	40
5	62.5

Quelle est la règle de cette fonction?

Soumettre

Exemples de réponses

La règle est  $y = 2.5x^2$

Les écrans 3, 4 et 5 sont au sujet d'une même mise en situation en lien avec la fonction exponentielle. À l'écran 3, la situation en mots doit être modélisée dans une table de valeurs. La table de valeurs remplie à l'écran 3 réapparaîtra complétée aux écrans 4 et 5.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Passage d'une situation en mots à la table de valeurs

On laisse tomber une balle du toit d'un édifice de 15m de haut. À chaque rebond, elle rebondit à 40% de sa hauteur précédente. On s'intéresse à la hauteur du rebond selon le nombre de rebond.

Complète la table de valeurs modélisant cette situation.

Une fois la table de valeurs complétée, tu peux passer à l'écran suivant.

Nombre de rebonds	Hauteur

Exemples de réponses

Exemples de points à placer dans la table de valeurs: (0, 15), (1, 6), (2, 2.4), (3, 0.96)

À l'écran 4, les élèves ont à identifier le type de fonction. Ils peuvent le faire à partir de la table de valeurs construite à l'écran précédent ou simplement à partir de la situation en mots, car il s'agit d'une fonction exponentielle et que cela peut être justifié aussi à partir du contexte, par exemple en affirmant qu'on multiplie par 0,4 à chaque rebond.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs

Nombre de rebonds	Hauteur

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine

Quadratique

Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

Il s'agit d'une fonction exponentielle, car il y a une régularité multiplicative entre les ordonnées ( $\times 0,4$ )

Ensuite, à l'écran 5, ils ont à trouver la règle de cette fonction, soit à partir de la table de valeurs ou à partir du contexte (en mots) puisqu'ils connaissent la valeur initiale ainsi que la valeur par laquelle on multiplie à chaque rebond.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Passage de la table de valeurs à la règle

Nombre de rebonds	Hauteur

Quelle est la règle de cette fonction?

Exemples de réponses

La règle est  $y = 15 \cdot 0,4^n$

Les écrans 6, 7 et 8 reprennent cette même séquence, mais cette fois-ci avec une mise en situation touchant une fonction quadratique. La table de valeurs remplie à l'écran 6 apparaîtra déjà complétée aux écrans 7 et 8. Nous nous attendons à ce que les écrans 3 et 6, ceux demandant de modéliser dans une table de valeurs, soient plus difficiles pour les élèves, mais nous jugeons important de continuer de développer cette habileté chez les élèves, car elle donne du sens aux mathématiques. Au besoin, l'enseignante aidera les élèves éprouvant plus de difficulté et si cette difficulté se manifeste par un trop grand nombre d'élèves, elle pourra mettre l'activité sur pause et les guider pour trouver les premières valeurs.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

6 de 22

Suivant

### Passage d'une situation en mots à la table de valeurs

Lors de la rénovation de sa salle de bain, René fait appel aux services d'un poseur de céramique de la compagnie Dupont et Dupont.  
Celui-ci lui dit que ses honoraires sont de  $60\$/m^2$ .  
Comme René envisage faire sa salle de bain carrée, il veut calculer les différents coûts possible selon la longueur d'un mur de cette pièce.

Mesure du côté du mur (m)	Coût (\$)

Complète la table de valeurs représentant les coûts du plancher selon la mesure du côté du mur s'il fait affaire avec Dupont et Dupont.

Conseil: Utilise des nombres entiers comme mesures de côté (mur)

Une fois la table de valeurs complétée, tu peux passer à l'écran suivant.

Exemples de réponses

Exemples de points à placer dans la table de valeurs: (2, 240), (3, 540), (4, 960), (5, 1500).

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

7 de 22

Suivant

### Reconnaître le type de fonction à partir de la table de valeurs

Mesure du côté du mur (m)	Coût (\$)

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine

Quadratique

Exponentielle

Justifie ton choix.

✓ Soumettre

Exemples de réponses

C'est une fonction quadratique, car il y a une régularité additive entre au 2e niveau d'accroissements des ordonnées ou parce pour calculer la valeur de y, nous devons toujours mettre le x au carré avant de multiplier par 60.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

8 de 22

Suivant

### Passage de la table de valeurs à la règle

Mesure du côté du mur (m)	Coût (\$)

Quelle est la règle de cette fonction?

\_\_\_\_\_

✓ Soumettre

Exemples de réponses

La règle est  $y = 60x^2$

Par la suite, les écrans 9 à 13 visent l'identification du type de fonction à partir du graphique et le passage du graphique à la règle. À chaque fois qu'ils identifient un type de fonction, les élèves ont à justifier leur choix. C'est surtout par cette justification que l'enseignante pourra juger de la compréhension des élèves. À l'écran 9, nous avons volontairement caché l'axe des ordonnées afin d'éviter que les élèves ne se basent sur l'ordonnée à l'origine pour identifier si la courbe représente une fonction quadratique ou une fonction exponentielle. En effet, puisque ces fonctions sont enseignées seulement avec la forme de base, sans les paramètres  $h$  et  $k$ , il est facile de les reconnaître simplement en voyant que la courbe passe ou non par l'origine. Ils devront donc utiliser les points sur la courbe pour faire les calculs afin de vérifier de quel type il s'agit.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir du graphique

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

✓ Soumettre

Exemples de réponses

Il s'agit d'une fonction quadratique. Pour le savoir nous procédons par élimination. Puisqu'il s'agit d'une courbe et non d'une droite, nous savons qu'il ne s'agit pas d'une fonction affine et puisqu'il n'y a pas de régularité multiplicative entre les ordonnées, nous savons qu'il ne s'agit pas d'une fonction exponentielle. Afin de se valider, nous pouvons trouver la règle de la fonction quadratique passant par un des points afin de vérifier si cette règle s'applique à tous les points visibles de la courbe.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Passage du graphique à la règle

Quelle est la règle de cette fonction?

✓ Soumettre

Exemples de réponses

La règle est  $y = 3x^2$

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir du graphique

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

✓ Soumettre

Exemples de réponses

C'est une fonction exponentielle, car c'est une courbe et non une droite (donc pas une fonction affine) et elle ne passe pas par l'origine (donc pas une fonction quadratique).

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Passage du graphique à la règle

Quelle est la règle de cette fonction?

✓ Soumettre

Exemples de réponses

La règle est  $y = 5 \cdot 0,8^x$

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir du graphique

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

✓ Soumettre

Exemples de réponses

C'est une fonction affine, car c'est une droite.

Aux écrans 14, 15 et 16, les élèves ont encore à identifier le type de fonction et à justifier leur choix à partir de table de valeurs, mais cette fois, le degré de difficulté est plus élevé, car les accroissements des abscisses ne sont pas d'une unité. Ils doivent donc recourir à d'autres stratégies que simplement vérifier les accroissements des ordonnées, d'une donnée à l'autre. Par exemple, à l'écran 14, nous nous attendons qu'ils utilisent la propriété de symétrie de la parabole pour identifier la fonction quadratique. La table de valeurs présente des valeurs des ordonnées qui sont les mêmes pour les valeurs des abscisses et leur opposé. Également, il y a le point  $(0, 0)$  qui peut leur servir d'indice.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs ou du graphique

x	y
-3	9
-1	3
0	0
1	3
3	9

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

C'est une fonction quadratique, car c'est une courbe symétrique ayant un seul axe de symétrie et ayant la forme d'une parabole. De plus, elle passe par  $(0, 0)$ .

À l'écran 15, ils doivent plutôt vérifier si le taux de variation est constant pour valider qu'il s'agit d'une fonction affine. Nous nous attendons à ce qu'ils procèdent de la même façon pour l'écran 16 et en constatant qu'il n'est pas régulier. À ce moment, ils peuvent utiliser les premiers points pour vérifier qu'il y a une régularité multiplicative. De plus, pour ces trois écrans, nous avons placé une zone d'esquisse avec un plan cartésien. Nous supposons donc que certains élèves l'utiliseront pour placer les points de la table de valeurs. Cela peut leur permettre de reconnaître le type de fonction par l'allure du graphique.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs ou du graphique

x	y
-1	5
0	7
2	11
3	17

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

C'est une fonction affine, car en plaçant les points dans le graphique, nous pouvons voir qu'ils sont alignés de façon à être reliés par une droite.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs ou du graphique

x	y
-2	1.8
-1	4
0	10
2	63.5

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

Il s'agit d'une fonction exponentielle. En plaçant les points dans le graphique, nous constatons que le graphique sera une courbe croissante qui ne passe pas par (0,0). De plus, en observant les ordonnées de trois premiers points qui sont consécutifs, nous pouvons observer qu'il y a une régularité multiplicative.

Les écrans 17 et 18 servent à vérifier si les élèves comprennent bien ce qu'ils doivent observer dans la table de valeurs et dans le graphique pour chaque type de fonction afin de les identifier, ce qui est le cœur de cette séquence d'enseignement.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs

Lorsqu'on vous présente une table de valeurs, comment procédez-vous pour identifier s'il s'agit d'une fonction affine, quadratique ou exponentielle?

✓

Soumettre

Exemples de réponses

Pour savoir de quel type de fonction il s'agit, il faut regarder les accroissements des ordonnées. Si les abscisses dans la table de valeurs sont des entiers consécutifs, nous pouvons regarder s'il y a une régularité additive entre les ordonnées (fonction affine) ou une régularité additive seulement au 2e niveau des accroissements de ordonnées (fonction quadratique) ou une régularité multiplicative entre les ordonnées (fonction exponentielle). Si les abscisses ne sont pas des entiers consécutifs, alors il faut chercher d'autres indices. Par exemple, passer au mode de représentation graphique pourrait nous aider à avoir une vue d'ensemble de l'objet mathématique. Le passage à la règle pourrait aussi être envisagé.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir du graphique

Lorsqu'on vous présente un graphique, comment procédez-vous pour identifier s'il s'agit d'une fonction affine, quadratique ou exponentielle?

✓

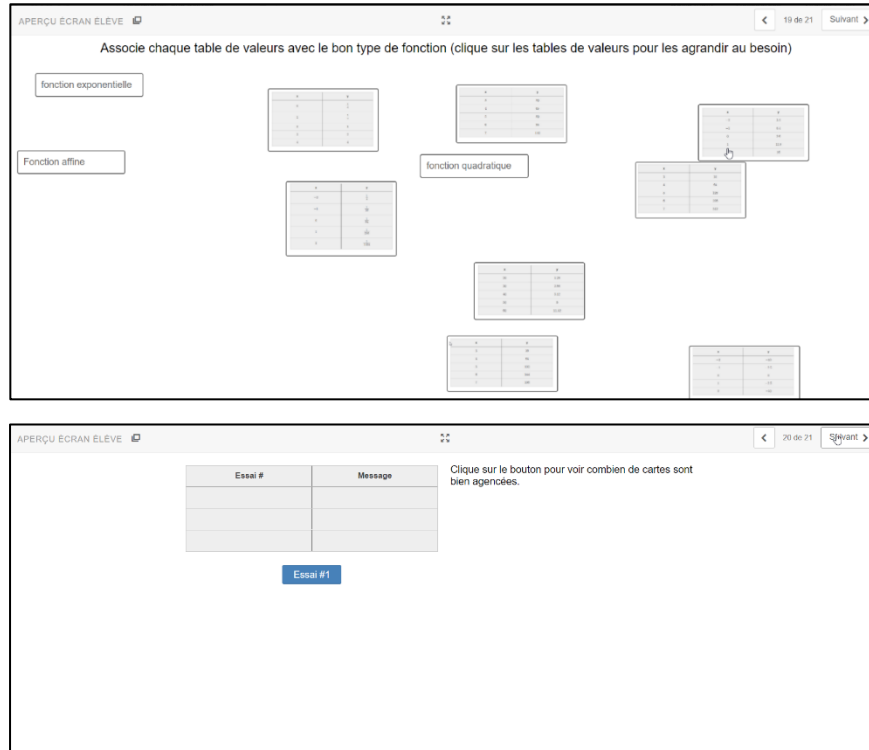
Partager avec la classe

Exemples de réponses

S'il s'agit d'une fonction affine, le graphique sera une droite croissante ou décroissante. S'il s'agit d'une fonction quadratique, le graphique sera une parabole (courbe symétrique) passant par (0,0). S'il s'agit d'une fonction exponentielle, le graphique aura l'allure d'une courbe croissant (ou décroissant) sur tout son domaine ne passant pas par (0,0) et ayant l'axe des abscisses comme asymptote.



Finalement, l'écran 19 est une activité d'association de cartes avec le nom des trois types de fonctions et plusieurs tables de valeurs qui doivent être associées au bon type de fonction. Cet écran est davantage prévu comme activité d'enrichissement pour les élèves les plus rapides, car nous sommes conscients que l'activité est déjà longue et qu'il se peut que certains élèves n'arrivent pas à la faire en entier.



Voici le corrigé :

[Réinitialiser corrigé](#) Regroupez les cartes pour créer un corrigé. Nous l'utiliserons pour vérifier le travail des élèves d

▼ 3 CARTES		▼ 4 CARTES		▼ 4 CARTES																																		
Fonction affine		fonction quadratique		fonction exponentielle																																		
<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>3</td><td>30</td></tr><tr><td>4</td><td>60</td></tr><tr><td>5</td><td>90</td></tr><tr><td>6</td><td>30</td></tr><tr><td>7</td><td>120</td></tr></tbody></table>	x	y	3	30	4	60	5	90	6	30	7	120	<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>3</td><td>36</td></tr><tr><td>4</td><td>64</td></tr><tr><td>5</td><td>100</td></tr><tr><td>6</td><td>144</td></tr><tr><td>7</td><td>196</td></tr></tbody></table>	x	y	3	36	4	64	5	100	6	144	7	196	<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>0</td><td><math>\frac{1}{2}</math></td></tr><tr><td>1</td><td><math>\frac{1}{4}</math></td></tr><tr><td>2</td><td><math>\frac{1}{8}</math></td></tr><tr><td>3</td><td><math>\frac{1}{16}</math></td></tr><tr><td>4</td><td><math>\frac{1}{32}</math></td></tr></tbody></table>	x	y	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{8}$	3	$\frac{1}{16}$	4	$\frac{1}{32}$
x	y																																					
3	30																																					
4	60																																					
5	90																																					
6	30																																					
7	120																																					
x	y																																					
3	36																																					
4	64																																					
5	100																																					
6	144																																					
7	196																																					
x	y																																					
0	$\frac{1}{2}$																																					
1	$\frac{1}{4}$																																					
2	$\frac{1}{8}$																																					
3	$\frac{1}{16}$																																					
4	$\frac{1}{32}$																																					
<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>-2</td><td>3.2</td></tr><tr><td>-1</td><td>6.4</td></tr><tr><td>0</td><td>2.8</td></tr><tr><td>1</td><td>10.4</td></tr><tr><td>2</td><td>16</td></tr></tbody></table>	x	y	-2	3.2	-1	6.4	0	2.8	1	10.4	2	16	<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>-2</td><td>-20</td></tr><tr><td>-1</td><td>-15</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>-15</td></tr><tr><td>2</td><td>-20</td></tr></tbody></table>	x	y	-2	-20	-1	-15	0	0	1	-15	2	-20	<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>-2</td><td><math>\frac{1}{16}</math></td></tr><tr><td>-1</td><td><math>\frac{1}{8}</math></td></tr><tr><td>0</td><td><math>\frac{1}{4}</math></td></tr><tr><td>1</td><td><math>\frac{1}{2}</math></td></tr><tr><td>2</td><td><math>\frac{1}{16}</math></td></tr></tbody></table>	x	y	-2	$\frac{1}{16}$	-1	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{16}$
x	y																																					
-2	3.2																																					
-1	6.4																																					
0	2.8																																					
1	10.4																																					
2	16																																					
x	y																																					
-2	-20																																					
-1	-15																																					
0	0																																					
1	-15																																					
2	-20																																					
x	y																																					
-2	$\frac{1}{16}$																																					
-1	$\frac{1}{8}$																																					
0	$\frac{1}{4}$																																					
1	$\frac{1}{2}$																																					
2	$\frac{1}{16}$																																					
<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>30</td><td>1.39</td></tr><tr><td>30</td><td>3.86</td></tr><tr><td>40</td><td>5.12</td></tr><tr><td>50</td><td>8</td></tr><tr><td>60</td><td>11.32</td></tr></tbody></table>	x	y	30	1.39	30	3.86	40	5.12	50	8	60	11.32	<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>30</td><td>8</td></tr><tr><td>40</td><td>16</td></tr><tr><td>50</td><td>25</td></tr><tr><td>60</td><td>36</td></tr></tbody></table>	x	y	30	8	40	16	50	25	60	36	<table border="1"><thead><tr><th>x</th><th>y</th></tr></thead><tbody><tr><td>5</td><td>32</td></tr><tr><td>6</td><td>64</td></tr><tr><td>5</td><td>128</td></tr><tr><td>6</td><td>256</td></tr><tr><td>7</td><td>512</td></tr></tbody></table>	x	y	5	32	6	64	5	128	6	256	7	512		
x	y																																					
30	1.39																																					
30	3.86																																					
40	5.12																																					
50	8																																					
60	11.32																																					
x	y																																					
30	8																																					
40	16																																					
50	25																																					
60	36																																					
x	y																																					
5	32																																					
6	64																																					
5	128																																					
6	256																																					
7	512																																					

Puisque cette tâche occupera toute la durée de la leçon, il n'y aura pas de temps pour un retour en grand groupe. Cependant, lors de la leçon suivante, l'enseignant pourrait prévoir un retour sur cette tâche de révision, en particulier sur les écrans 17 et 18.

Après avoir vécu toutes les activités de la séquence, nous croyons que les élèves devraient être capables de considérer la fonction en tant qu'objet, c'est-à-dire qu'elle peut être représentée de nombreuses façons (table de valeurs, graphique, règle, mots). Elle est considérée à ce moment comme appartenant à une famille (type de fonction) (Doorman, et al., 2012).

### **Justification des choix didactiques et pédagogiques**

Pour cette activité, il y a également des éléments du code de création de *Desmos* qui ont été respectés. D'abord, il y a une grande diversité de verbes utilisés. De plus, plusieurs liens sont faits entre les représentations. Les écrans ont été conçus de façon qu'ils soient courts et ciblés. Finalement, l'activité comporte une progression du degré de difficulté. Au début, nous avons commencé par des tâches plus simples ou informelles puis, le degré de difficulté augmente au fil de l'activité. Cela offre aux élèves plus avancés des défis à leur niveau. Pendant qu'ils travailleront sur ces écrans, l'enseignant peut aider les élèves en difficulté. En effet, des écrans comprenant des tâches plus difficiles ont été ajoutés à la fin en guise de différenciation pédagogique. Ces écrans demandent une compréhension de plus haut niveau pour être résolus. Par exemple à l'écran 11, les élèves doivent identifier le type de fonction à partir du graphique et nous avons volontairement caché la valeur initiale ce qui complexifie l'identification (Figure 18). Les premières questions quant à elles visent les apprentissages de base qui doivent être acquis par tous les élèves.

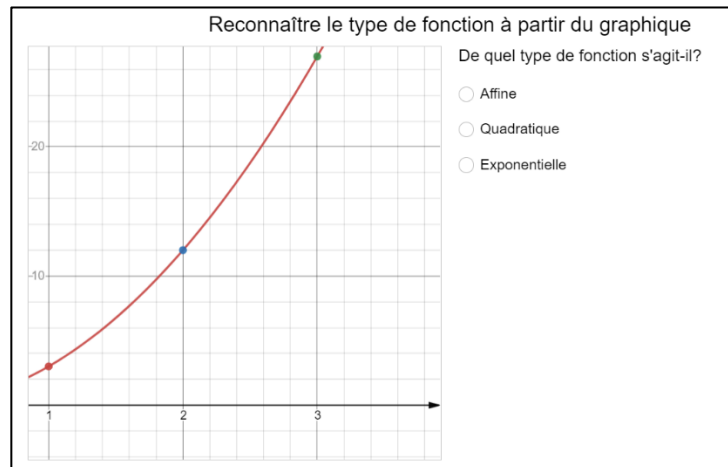


Figure 18 – Exemple de question plus difficile en fin de tâche

### 4.3 CONCLUSION

Finalement, le présent chapitre nous place dans une position optimale pour interpréter ce qui se passera dans la classe lors de l'expérimentation. Nous pourrons également comparer ce qui avait été prévu dans l'analyse *a priori* avec ce qui s'est passé au moment d'expérimenter la séquence d'enseignement. C'est ce que nous ferons lors de l'analyse *a posteriori*. Notons qu'à la suite de la première expérimentation, des améliorations à cette première version de la séquence d'enseignement ont été nécessaires. Ce sont tous ces aspects qui seront traités dans le chapitre suivant.



## **CHAPITRE 5**

### **ANALYSE A POSTERIORI ET RÉSULTATS**

#### **5.1 INTRODUCTION**

Dans ce chapitre, nous présentons l'analyse *a posteriori* et les résultats de notre recherche dont l'objectif est de concevoir, d'expérimenter et de valider une séquence d'enseignement appuyée sur les technologies visant l'apprentissage de la distinction des fonctions du premier et du second degré et de la fonction exponentielle auprès d'élèves de quatrième secondaire de la séquence Culture, société et technique. Rappelons également qu'il était prévu dans notre méthodologie de procéder à deux expérimentations. La première visait principalement à éprouver la séquence dans le but d'y apporter des améliorations en lien avec ce qui aurait moins bien fonctionné en termes de formulation des tâches proposées, de la pertinence de celles-ci et des difficultés perçues chez les élèves dans la réalisation d'une tâche ou dans le cheminement entre les tâches. De plus, nous avons également utilisé ces résultats afin d'ajuster le temps prévu pour chaque activité d'apprentissage planifiée. La seconde expérimentation avait pour but de tester la robustesse de la séquence. Pour cela, nous présenterons l'évolution de l'acquisition des connaissances des élèves et nous ferons l'analyse *a posteriori* de notre séquence comme prévu dans la méthodologie de l'ingénierie didactique.

#### **5.2 DÉROULEMENT DES EXPÉRIMENTATIONS**

##### **5.2.1 Variables contextuelles à considérer**

Avant de présenter les résultats, nous devons préciser que cette séquence a initialement été planifiée pour être vécue en classe sur quatre leçons consécutives de 75 minutes.

Cependant, les expérimentations ayant été réalisées dans une année de pandémie de Covid-19, plusieurs ajustements ont dû être faits pour s'adapter à la situation d'urgence sanitaire. Les conséquences sur le déroulement sont que certaines leçons ont eu lieu en ligne plutôt qu'en présence et que la durée était parfois de 60 minutes au lieu de 75. De plus, certaines modalités ont dû être repensées. Par exemple, des activités ayant été prévues en équipes ont dû être réalisées individuellement vu la difficulté à les faire travailler en équipe à distance même si l'enseignante aurait pu utiliser les salles dans *Teams*. Puisque l'enseignante devait dicter le rythme des activités et faire des allers-retours entre le travail seul et en grand groupe, nous<sup>5</sup> avons conclu qu'il était préférable de rester tous ensemble dans la salle principale. De plus, la chercheure n'aurait pas pu se déplacer d'une salle à l'autre, car seule la personne qui crée la réunion à ce pouvoir.

Lors de la deuxième expérimentation, un élément qui a compliqué la collecte de résultats est qu'il y a des leçons où l'enseignante et les élèves étaient en présence à l'école et la chercheure n'avait pas l'autorisation d'aller à l'école. La chercheure suivait donc le cours en ligne sur *Teams* ce qui lui permettait d'entendre l'enseignante, mais pas les élèves. De plus, lors de l'écoute des enregistrements de la première séance, nous pouvions voir le tableau blanc collaboratif déjà complété et l'enregistrement dans les salles ne contenait que les conversations, il a donc été difficile, voire impossible, de savoir qui a écrit quoi.

### **5.2.2 Appropriation de la séquence par les enseignantes**

Avant la première expérimentation, tel que prévu, la chercheure a rencontré l'enseignante qui allait vivre la séquence d'enseignement avec ses élèves afin de lui présenter la planification de chaque leçon et de chaque activité pour s'assurer qu'elle comprenait bien chaque tâche.

---

<sup>5</sup> Le « nous » de cette phrase réfère à l'enseignante et la chercheure alors que dans le reste du texte il réfère seulement à la chercheure.

À la suite de cette première expérimentation, la deuxième enseignante concernée par cette recherche a aussi été rencontrée. La chercheuse a pu lui présenter la version améliorée de la séquence d'enseignement tout en lui apportant des commentaires en lien avec ses observations de la première expérimentation.

### **5.3 PREMIÈRE EXPÉRIMENTATION**

#### **5.3.1 Leçon 1**

Rappelons que cette première séance avait pour principale intention didactique de faire ressortir les connaissances antérieures des élèves au sujet de la reconnaissance et de la distinction des fonctions du premier et du second degré (forme de base seulement) ainsi que sur la fonction exponentielle à partir de leur règle, de leur représentation graphique, dans la table de valeurs et à l'aide de mots.

Quatre phases étaient prévues pour cette première séance (phase 0, 1, 2 et 3). Sans qu'elle ne soit directement liée aux intentions didactiques de la séquence d'enseignement, la phase 0 avait pour visée de rappeler les objectifs de la recherche. Pour ce faire, la chercheuse s'est présentée au groupe et elle a présenté ses attentes aux élèves (participation aux activités de façon semblable à ce qu'ils font usuellement en classe). L'objectif de la recherche ayant mené à l'élaboration et à l'expérimentation de la séquence d'enseignement développée avec eux leur a aussi été rappelé puisqu'ils en avaient pris connaissance par la lettre de recrutement des participants et le formulaire de consentement<sup>6</sup> dans les semaines précédentes. La phase 1 de la séquence avait pour intention de réinvestir les connaissances antérieures en lien avec les différentes fonctions. Mentionnons qu'il avait été prévu que préalablement à la leçon 1 de la séquence, les élèves devaient faire un devoir faisant ressortir leurs connaissances en complétant un tableau résumé des différents registres de représentation pour chaque type de fonction. Pour cette phase, une activité en équipe de quatre fut proposée. Sur de grandes

---

<sup>6</sup> Numéro du certificat éthique : CÉR-114-881

affiches (style *Post it*), chaque équipe fut invitée à faire une synthèse de leurs connaissances au sujet des différentes fonctions proposées, et ce, en tenant compte des différents registres ciblés (table de valeurs, graphique, règle, mots). Le retour en grand groupe orchestré par l'enseignante représentait la phase 2. Une mise en commun des différentes affiches produites par les élèves constituait le point de départ pour discuter des différentes fonctions en portant attention à la qualité des informations avancées par les élèves. La phase 3, la dernière de cette leçon, avait pour objectif de réinvestir la fonction du premier degré (identification, recherche de la règle, recherche d'une inconnue selon un certain rang) par le biais d'une situation de généralisation algébrique présentée sous forme picturale.

La Figure 15 permet d'identifier le temps planifié pour chacune de ces phases et de le comparer au temps réel de réalisation. Les modalités de réalisation y sont aussi identifiées.

Ce qui était prévu :

<b>0) Intro recherche</b> <b>10min.</b>	<b>1) Activité connaissances antérieures</b> <b>20 min.</b>	<b>2) Retour activité</b> 15 min.	<b>3) Activité modélisation fonction affine</b> <b>30 min.</b>
--	--	--------------------------------------	---

Temps réel :

<b>Intro</b> 5 min.	<b>1) Activité connaissances antérieures</b> <b>30 min.</b>	<b>2) Retour activité</b> 30 min.	<b>3) Activité modélisation fonction affine</b> 10 min.
------------------------	--	--------------------------------------	--

<b><u>Légende</u></b>	
Exposé magistral :	<div style="border: 1px solid black; width: 50px; height: 20px; display: inline-block;"></div>
Exposé magistral interactif :	<div style="background-color: #0056b3; width: 50px; height: 20px; display: inline-block;"></div>
En équipes :	<div style="background-color: #e0e0e0; border: 1px solid black; width: 50px; height: 20px; display: inline-block;"></div>

Figure 15 - Comparaison de la planification des phases d'enseignement prévues et réelles



## Phase 1 de la leçon 1

Lors de la leçon précédente, l'enseignante avait remis un devoir (Figure 16), sous format papier, qui invitait les élèves à compléter un tableau qui devait ultérieurement agir comme référence synthèse pour la comparaison des fonctions déjà étudiées auparavant (phase 1 de la première leçon). Nous avons réfléchi ce devoir afin de réactiver leurs connaissances antérieures relativement à la reconnaissance des fonctions du premier et du second degré (forme de base seulement) ainsi que sur la fonction exponentielle à partir de mots, de leurs règles, dans la table de valeurs et grâce aux représentations graphiques.

Devoir  
Tableau sur les fonctions:

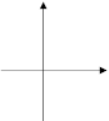


	Fonction affine	Fonction quadratique	Fonction exponentielle																														
Règle																																	
Graphique																																	
Table de valeurs	<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	x	y									<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	x	y									<table border="1" style="margin: auto;"> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </table>	x	y								
x	y																																
x	y																																
x	y																																
En mots	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>																														

Figure 16 - Devoir

La phase 1 de cette leçon devait s'amorcer par une mise en commun des tableaux complétés par chaque élève en équipe de 4. L'enseignante avait d'ailleurs avisé ses élèves que ce tableau serait réutilisé lors de la séquence d'enseignement. Il était prévu que l'enseignante constitue des équipes hétérogènes afin d'assurer une variété des forces présentes chez les élèves dans une même équipe. Comme seulement quatre des 13 élèves du groupe avaient fait ce devoir avant la leçon 1, le critère d'hétérogénéité des équipes devait

aussi respecter le fait qu'au moins un élève par équipe devait avoir complété ce devoir. L'enseignante a validé auprès d'eux les raisons pour lesquelles ils n'ont pas fait le devoir et certains disaient ne pas avoir eu le temps alors que d'autres l'avaient simplement oublié. L'enseignante a affirmé que c'est dans leurs habitudes de ne pas effectuer leur travail personnel à la maison. Nous n'avons pas envisagé la possibilité que les élèves n'allaient pas faire leur devoir. Nous avons dû prévoir une modification pour la prochaine expérimentation afin d'éviter ce genre de problème, celle-ci vous sera présentée dans la section prévue à cet effet.

Il était prévu de donner une grande affiche (style *Post-it*) par équipe lors de cette première expérimentation, mais l'enseignante a pris l'initiative de fournir trois affiches par équipe, ce qui représente une par type de fonction. L'espace offert aux élèves était ainsi plus grand pour inscrire des informations sur chaque registre de représentation (table de valeurs, graphiques, mots, règles).

Mentionnons aussi que donner les consignes, distribuer les affiches et installer les équipes a pris environ 5 minutes. Cela a donc contribué à prolonger cette partie de l'activité.

### ***Rôle de l'enseignante :***

Pendant la phase 1, tel que prévu dans la séquence, après avoir donné la consigne pour la réalisation de cette activité aux élèves, l'enseignante n'avait qu'à prendre une posture d'observateur. Elle circulait dans la classe et passait d'une équipe à l'autre sans leur dire quoi faire, mais elle écoutait les conversations des élèves. Elle n'a pas fait de proposition de ce qui devait apparaître sur les affiches mis à part de les référer aux éléments qui étaient proposés d'aborder sur la feuille de devoir. Lorsque les premières équipes ont terminé, l'enseignante a proposé d'aller regarder les affiches des autres équipes pour comparer avec les leurs en attendant que les autres terminent.

À la suite de cette leçon, l'enseignante a affirmé qu'elle a apprécié se retrouver dans une posture d'observateur de ses élèves plutôt que de les animer. Puisque ce sont souvent les mêmes élèves qui prennent la parole en grand groupe, les avoir fait discuter en équipe de

quatre a permis d'entendre certains élèves qui n'ont pas l'habitude de prendre la parole. Elle a donc eu accès à leur compréhension.

### ***Rôle des élèves :***

Pendant la conception des affiches, les élèves étaient très concentrés sur la tâche, ils écrivaient à tour de rôle et s'appliquaient. Nous avons prévu que les élèves allaient comparer leurs réponses au devoir pour chaque registre de représentation et qu'ils feraient une synthèse de ce qui résume le mieux chaque type de fonction. Puisque seulement un élève par équipe avait fait le devoir, ils se fiaient sur les informations de cette personne. Ils ne cherchaient pas nécessairement à remettre en question les informations et ne cherchaient pas à compléter ce qui aurait pu manquer non plus. Ils n'ont pas sollicité l'aide de l'enseignante et n'ont pas semblé éprouver de difficulté. Les équipes ont progressé sensiblement au même rythme. Les premières équipes à avoir terminé ont suivi la recommandation de l'enseignante de circuler pour regarder les affiches des autres équipes.

À la fin de cette phase, l'enseignante a demandé aux élèves leur appréciation de cette activité. Ils ont affirmé avoir apprécié l'activité et que cela leur avait permis de se rappeler les notions apprises sur les fonctions qu'ils avaient oubliées pendant la semaine de relâche. Cela a donc permis d'atteindre notre objectif pour cette partie de leçon qui était de faire ressortir les connaissances antérieures en lien avec les fonctions affine, quadratique et exponentielle.

### **Phase 2 de la leçon 1**

Comme prévu, l'enseignante a fait une mise en commun des informations présentes sur les affiches pour chaque type de fonction. Tel que mentionné dans la séquence, elle a questionné les élèves afin de leur faire préciser leur compréhension et elle a enrichi leurs propos au besoin. Elle a aussi fait un retour sur certains éléments ayant attiré son attention. Par exemple, toutes les équipes avaient représenté la fonction affine par un graphique dont la droite passe par l'origine (0,0). Il y en a même qui ont écrit comme caractéristique « passe par l'origine (0,0) » (Figure 17). Pourtant, ils écrivent comme règle  $f(x) = ax + b$  ou  $y = ax +$

b. Lors de la conception de cette tâche, nous<sup>7</sup> n'avions pas anticipé ce genre de réponse et nous ne savons pas non plus ce qui peut expliquer ce résultat. L'enseignante a pu revenir sur cette perception avec eux.

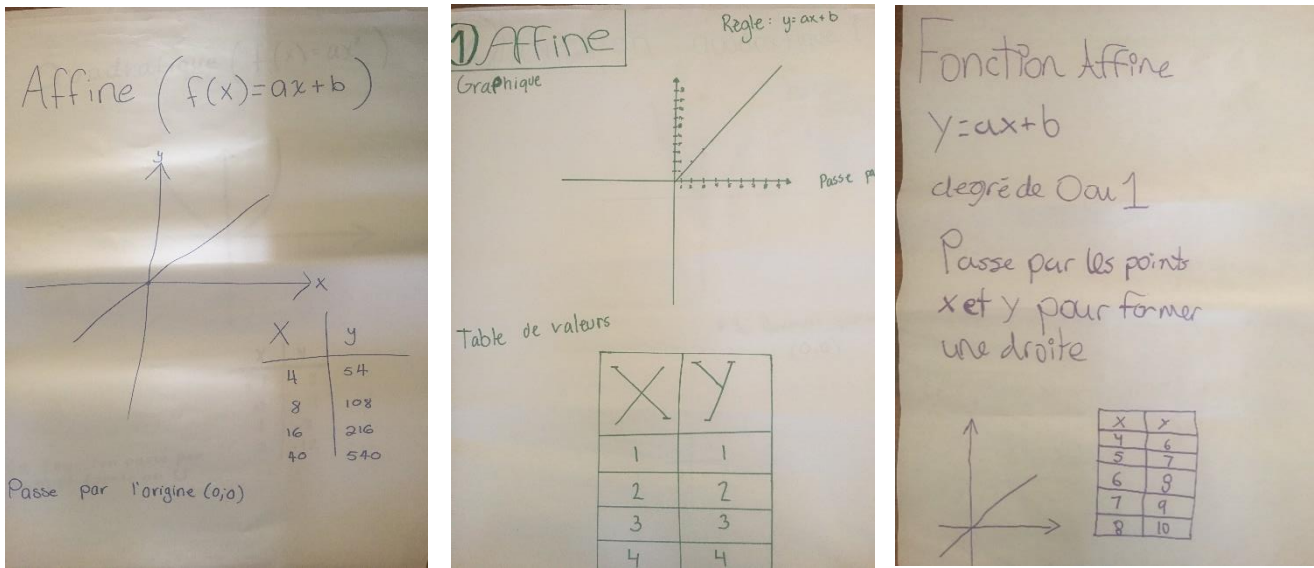


Figure 17 - Affiches des élèves sur la fonction affine

Pour les tables de valeurs, les élèves ont inscrit des exemples, mais n'ont pas donné de caractéristiques. À partir d'un exemple, l'enseignante les a questionnés afin de savoir comment ils vérifient si une fonction est affine et la réponse des élèves fut qu'il fallait regarder « les bonds ». Lorsque les élèves nomment « les bonds », ils réfèrent à l'accroissement des variables. Ce terme est d'ailleurs utilisé fréquemment par l'enseignante. Un autre élève a nommé une autre caractéristique spécifique à l'exemple présenté au tableau (Figure 18), c'est-à-dire que le chiffre à la position des unités était le même dans la colonne x que celui dans la colonne des y (voir les deux premières affiches de la Figure 17). L'enseignante a donc présenté un autre exemple (Figure 17, 3<sup>e</sup> affiche) afin de montrer qu'il

<sup>7</sup> L'utilisation du « nous » réfère à la chercheuse.

ne s'agissait pas d'une caractéristique pouvant être généralisée à toutes les fonctions affines ni même à toutes les valeurs de la fonction affine dans cette table de valeurs.

x	y
4	54
8	108
16	216
40	540

Figure 18 - Table de valeurs d'une équipe

De plus, l'enseignante leur a fait remarquer que non seulement il faut porter son attention sur l'accroissement des ordonnées (ce que les élèves nomment les bonds), mais qu'il faut aussi vérifier l'accroissement des abscisses. Elle a utilisé l'exemple ci-dessus (Figure 18) pour leur montrer à vérifier si le taux de variation est constant. Elle a nommé cela le bond unitaire pour réutiliser leurs termes.

Pour le registre « en mots », les deux seules équipes (Figure 3, 1<sup>ère</sup> et 3<sup>e</sup> affiche) qui avaient écrit dans cette section avaient compris qu'il fallait décrire les caractéristiques telles que « passe par (0,0) » ou « degré 0 ou 1 » au lieu de fournir un exemple de situation en mots. L'enseignante n'a pas fait de retour sur ce registre par manque de temps.

La Figure 19 représente le tableau de l'enseignante à la suite de la mise en commun pour la fonction affine.

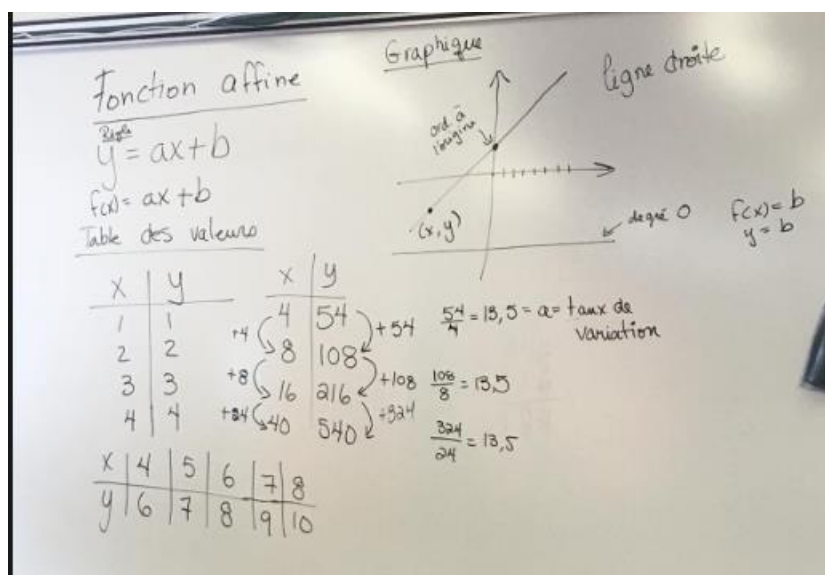


Figure 19 - Tableau résumé des réponses des élèves sur la fonction affine

L'activité sur les connaissances antérieures a permis non seulement d'activer les connaissances utiles pour y connecter les futurs apprentissages de cette séquence, mais elle a aussi servi d'activité de référence par la suite. En effet, les affiches (style *Post-it*) sont restées affichées sur les murs tout au long de la séquence et nous avons pu voir les élèves y référer lors des leçons suivantes.

La phase 2 de la leçon, le retour en grand groupe sur l'activité, a pris plus de temps que prévu et la durée aurait pu être plus longue, car l'enseignante n'a pas abordé tous les aspects (exemple, en mots). En effet, elle a précipité la fin de l'activité afin de réaliser l'activité « Cure-dents 1 ».

### Phase 3 de la leçon

Puisque les phases 1 et 2 de cette première leçon ont pris plus de temps que prévu, l'activité « Cure-dents 1 » de la phase 3 (Chapitre 4, section 4.2.1, phase 3) n'a pas été vécue telle qu'elle avait été conçue. Il était prévu que l'enseignante allait présenter la vidéo (voir leçon 1, p. 82) à toute la classe, puis qu'elle leur demanderait quelles grandeurs étaient présentes dans la situation afin de leur faire identifier les variables impliquées dans la situation. Ensuite, elle devait leur révéler qu'ils allaient devoir s'intéresser à la relation entre

le nombre de cure-dents et le numéro de la rangée. La suite de l'activité devait consister à répondre dans une activité *Desmos*, en équipe de deux, à trois questions : « Combien faudrait-il de cure-dents pour construire la 3<sup>e</sup> rangée ? », « Combien faudrait-il de cure-dents pour construire la 10<sup>e</sup> rangée ? » et « Combien faudrait-il de cure-dents pour construire la 100<sup>e</sup> rangée ? » Étant donné le peu de temps disponible, les élèves n'ont pas réalisé cette activité en équipe de deux et l'activité *Desmos* n'a pas été utilisée non plus. Contrairement à l'analyse *a priori*, d'un commun accord, l'enseignante et la chercheuse ont décidé que l'enseignante allait plutôt animer la tâche en grand groupe sous la forme d'une activité « Math en 3 temps », c'est-à-dire en suivant les trois étapes suivantes :

1) Acte 1 :

L'enseignante présente la vidéo qui sert de déclencheur pour piquer la curiosité des élèves. Elle demande ensuite aux élèves quelle question mathématique en lien avec la situation présentée pourrait être posée.

2) Acte 2 :

Une fois la question ciblée, l'enseignante demande aux élèves de nommer les informations pertinentes qui permettraient de résoudre le problème. Ensuite les élèves font la résolution du problème.

3) Acte 3 :

Cette troisième partie est la mise en commun des solutions trouvées. C'est aussi à cette étape que l'enseignant présente la solution au problème. Cette dernière phase est aussi l'occasion de partager les différentes stratégies utilisées pour résoudre le problème.

Au lieu de poser la question : « Quelles grandeurs sont présentes dans cette situation ? » aux élèves comme prévu dans la conception de l'activité, l'enseignante leur a plutôt demandé : « Quelle question mathématique pouvions-nous nous poser à la suite de l'écoute de la vidéo ? » Les élèves ont proposé les questions suivantes : « Combien de rangées peut-on faire ? », « Combien de cure-dents ont été utilisés ? » Plutôt que d'amener les élèves à décider de la question qui sera retenue, l'enseignante leur a demandé de

s'intéresser à la relation entre le nombre de cure-dents et le numéro de la rangée tel que prévu lors de la conception de l'activité. Puis, elle a soumis les trois sous-questions prévues initialement dans l'activité.

Pour ce qui est des données utiles pour ce problème, les élèves ont nommé qu'il faudrait revoir la vidéo afin de voir combien il fallait de cure-dents pour les premières rangées. L'enseignante a donc présenté une seconde fois la vidéo et leur a laissé le temps de répondre à la première question. Elle a ensuite procédé au partage des réponses à la première question. Il avait été anticipé qu'à la question « Combien faudra-t-il de cure-dents pour réaliser la 3<sup>e</sup> rangée ? » les élèves allaient simplement procéder par dénombrement et avoir la bonne réponse. Cependant, les réponses ont été plus variées que les attentes ciblées, soient 27, 3, 9 et 11. Devant cette diversité de réponses, l'enseignante a fourni de nouvelles explications sur ce qu'ils devaient chercher réellement (le nombre de cure-dents ajoutés pour cette rangée). Elle a fait un dessin puis le dénombrement avec eux en insistant sur la façon de consigner les données. Les réponses aux questions suivantes (nombre de cure-dents pour 10 et pour 100 rangées) étaient bonnes. L'enseignante n'a pas eu le temps de questionner les élèves ayant de mauvaises réponses à la première question afin de comprendre quel était leur raisonnement pour arriver à ces réponses. Cependant, nous en déduisons que les erreurs commises étaient, comme nous l'avions anticipé, reliées au fait que les élèves ne répondaient pas à la bonne question. Est-ce que le fait d'avoir travaillé cette situation en toute fin de période a joué sur la compréhension des élèves ?

Le changement de modalité par rapport à ce qui avait été prévu dans l'analyse *a priori*, c'est-à-dire d'avoir fait une animation de grand groupe au lieu d'une activité en équipe pour cette tâche, a semblé bénéfique puisque l'enseignante a pu guider la modélisation de la situation et corriger rapidement les élèves dans l'erreur. Le temps a tout de même été insuffisant pour finir l'activité. En effet, elle n'a pas eu le temps de questionner les élèves sur les stratégies utilisées pour répondre aux deux autres questions.

Le manque de temps a aussi eu pour conséquence que l'enseignante n'a pas remis de cure-dents aux élèves pour qu'ils puissent faire de la manipulation. Elle les a plutôt incités à



se représenter la situation par un dessin. Pour l'expérimentation suivante, cette possibilité de manipuler n'a pas été retirée de la séquence.

## **Améliorations de la première leçon en vue de la seconde expérimentation**

### **Phase 1**

Considérant ce qui précède, lors de la deuxième expérimentation qui sera discutée ultérieurement, il a été proposé à l'enseignante d'accorder du temps à la leçon précédente pour permettre aux élèves de compléter le tableau plutôt que leur demander de le faire à la maison afin d'éviter qu'un trop grand nombre d'élèves n'aient pas réalisé la tâche.

Pour ce qui concerne le matériel préparé pour cette phase, la formulation de la tâche qui avait été donnée en devoir est demeurée la même. Toutefois, nous avons remis trois grandes affiches (style *Post-it*) par équipe alors qu'il était prévu d'en remettre une seule et nous avons gardé cette modification pour la 2<sup>e</sup> expérimentation, car nous avons remarqué qu'ils ont bien utilisé l'espace pour noter les informations relatives aux différents registres. L'espace aurait probablement été insuffisant avec une.

### **Phase 2**

Au sujet des préalables à la séquence, nous avons mentionné que les élèves devraient avoir fait l'étude des fonctions exponentielle et quadratique et avoir révisé la fonction affine. Nous nous attendions donc à ce que les élèves aient appris toutes les caractéristiques de ces fonctions dans les différents registres. Cependant, l'enseignante nous a mentionné qu'elle ne leur avait pas enseigné les caractéristiques dans les tables de valeurs, car elle pensait qu'ils auraient à les apprendre au cours de cette séquence d'enseignement. Cela nous a permis de comprendre pourquoi les élèves n'arrivaient pas à répondre à ses questions lorsqu'elle leur demandait de nommer les caractéristiques de chaque fonction dans la table de valeurs. Pour cette raison, lors de la rencontre préalable à la deuxième expérimentation avec la seconde enseignante, nous avons mentionné qu'elle devait enseigner tous les aspects des fonctions sans tenir compte du fait que nous allions les retravailler.

Concernant le registre « en mots » qui n'a pas été exploité par manque de temps, il a fallu ajouter du temps à cette phase de la leçon afin que l'enseignante de la deuxième expérimentation puisse faire nommer aux élèves des exemples de situation pouvant représenter chaque type de fonction. Nous avons aussi spécifié à cette enseignante que la consigne concernant ce registre devait être plus précise, soit de leur demander des exemples et non des caractéristiques.

Pour ce qui est de l'animation en grand groupe et de la participation des élèves, nous n'avons pas eu d'amélioration à proposer pour cette phase.

### **Phase 3**

Étant donné que nous avons remarqué, au cours de cette expérimentation, que les élèves éprouvent de la difficulté à modéliser une situation, nous avons conservé l'idée de réaliser l'activité « Cure-dents 1 » sous la forme d'un « Math en 3 temps » en vue de la seconde expérimentation afin que l'enseignante puisse guider les élèves et corriger rapidement les incompréhensions des élèves.

Étant donné que nous avons manqué de temps lors de la première leçon, cette phase a été déplacée au début de la deuxième leçon pour la 2<sup>e</sup> expérimentation. Ainsi, lors de cette deuxième leçon, l'enseignante a pu faire l'activité « Cure-dents 1 » puis enchaîner avec l'activité « Cure-dents 2 ». Par cette modification nous souhaitons aussi mettre davantage en évidence qu'une même situation peut être modélisée par différents types de fonction dépendamment de la question à laquelle nous cherchons à répondre.

Enfin, dans la première version de cette séquence, un devoir, qui était davantage une tâche d'enrichissement, était prévu à la fin de la leçon 1 afin de fournir du travail supplémentaire aux élèves qui termineraient les tâches avant la fin de la leçon. Puisque nous avons plutôt vécu le problème inverse, soit le manque de temps pour réaliser les tâches, ce devoir n'a pas été donné et a été retiré de la séquence pour la deuxième version.

### 5.3.2 Leçon 2

Avant de présenter les résultats de cette deuxième leçon, nous tenons à préciser que celle-ci a été réalisée en enseignement à distance sur la plateforme *Teams* en mode synchrone. L'utilisation de l'application en ligne *Desmos* a facilité l'accès aux travaux des élèves en temps réel grâce au tableau de bord de l'enseignant. De plus, l'activité « Cure-dents 2 » (Chapitre 4, section 4.2.2, phase 1) a été réalisée individuellement plutôt qu'en équipe de deux.

Pour cette 2<sup>e</sup> leçon, l'intention était de réinvestir les connaissances en lien avec les caractéristiques de la fonction du second degré et de la fonction exponentielle à partir d'activités de modélisation en utilisant la technologie, trois parties étaient prévues. D'abord, l'activité « Cure-dents 2 » (Chapitre 4, section 4.2.2, phase 1) présentait une situation de généralisation algébrique sous forme picturale de la fonction du second degré. La deuxième phase, l'activité « Proposition salariale » (Chapitre 4, section 4.2.2, phase 2) avait pour intention de réinvestir la fonction exponentielle par le biais d'une situation de généralisation algébrique. La phase 3, le retour en grand groupe sur ces deux activités avait pour but d'institutionnaliser les apprentissages en lien avec les caractéristiques de ces deux types de fonctions. Cependant, avant de réaliser la phase 1, l'enseignante a dû prendre du temps pour revenir sur l'activité « Cure-dents 1 » réalisée à la fin de la leçon précédente. Par la suite, seule la phase 1 prévue pour cette leçon a pu être réalisée.




La Figure 20 présente une comparaison entre le temps prévu versus le temps réel de réalisation. Elle comprend également l'identification des modalités de réalisation.

Ce qui était prévu :

1) <b>Activité modélisation fonction degré 2</b> 30 min	2) <b>Activité modélisation fonction exponentielle</b> 30 min	3) <b>Retour sur les activités</b> 15 min
--	--	--

Temps réel (réduit à 60 min) :

<b>Partie 3 de la leçon 1</b> suite 25 min	2) <b>Activité modélisation fonction degré 2</b> 35 min *
---	--

<b><u>Légende</u></b>	
Exposé magistral interactif :	
Individuel :	
En équipes :	

\*Certains élèves ont pris jusqu'à 50 minutes pour terminer l'activité, soit la durée habituelle d'une leçon de 75 minutes.

Figure 20 - Comparaison de la planification des phases d'enseignement prévues et réelles

### **Phase 3 de la leçon 1 (suite)**

Dans l'analyse *a priori*, il était prévu que lors du retour sur l'activité « Cure-dents 1 », l'enseignante présenterait un portrait des réponses des élèves à partir du tableau de bord de *Desmos*. Cependant, puisque l'activité a été réalisée différemment de ce qui avait été planifié, nous avons modifié ce retour avec l'enseignante à la suite de la première leçon. L'intention était principalement de faire ressortir l'utilité de la table de valeurs pour consigner les données et de modéliser le processus de modélisation d'une situation. Dans l'analyse *a priori*,

nous avons affirmé que nous nous attendions à ce que les élèves aient le réflexe de construire une table de valeurs pour modéliser la situation, mais ce n'est pas ce qui s'est produit. C'est pour cette raison que l'enseignante a choisi de les guider dans son retour afin qu'ils y aient recours dans les activités suivantes.

Puisque l'activité a été réalisée rapidement à la fin de la leçon précédente, l'enseignante a débuté en présentant la vidéo déclencheur du problème (Chapitre 4, section 4.2.1, phase 3). Par la suite, elle a dessiné les rangées de cure-dents et fait le dénombrement de la 3<sup>e</sup> rangée à voix haute (Annexe III, p. 280) tout en inscrivant ses données de chaque côté du dessin (Figure 21).

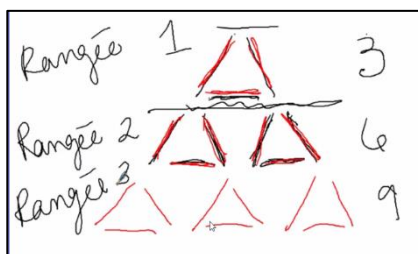


Figure 21 - Dessin de l'enseignante

Elle leur a ensuite posé les questions suivantes : « Quel est l'outil pour consigner ces résultats ? Comment pourrions-nous consigner ces résultats ? Dans quoi pourrions-nous consigner ces informations-là ? » (Annexe III, p. 280) L'enseignante a insisté sur ces questions puisqu'il y avait une suggestion dans la séquence (Chapitre 4, section 4.2.1, phase 3) qui proposait à l'enseignante de faire ressortir l'idée d'utiliser les accroissements de la table de valeurs. Elle voulait les amener à utiliser la table de valeurs dans le but de les diriger ensuite vers le calcul des accroissements.

Plutôt que de répondre à la question, un élève propose de poursuivre le dessin jusqu'à la 10<sup>e</sup> rangée et de compter. L'enseignante demande s'il y a d'autres propositions. À ce moment, une élève a affirmé qu'il y avait des bonds de 3. Elle référait alors aux accroissements des ordonnées. Elle propose donc de poursuivre en additionnant trois à chaque valeur. L'enseignante a donc demandé au groupe quels seraient les deux prochains résultats et les réponses 12 et 15 sont ressorties rapidement. Puisque les élèves n'avaient

toujours pas répondu à la question en lien avec la façon de consigner les données, l'enseignante a inscrit les premiers résultats de la façon suivante sur son écran (Figure 22) :

1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

Figure 22 - Résultats inscrits par l'enseignante

Elle a ensuite posé la question : « À quoi tu trouves que cela ressemble ce que j'ai fait, de la manière dont j'ai placé mes données ? » (Annexe III, p. 281) Il est évident que l'enseignante leur a pratiquement donné la réponse en inscrivant les valeurs ainsi. Celle-ci a affirmé dans notre entretien à la suite de cette leçon, qu'elle était consciente qu'il lui arrivait d'aider tellement les élèves qu'elle finissait par le faire à leur place lorsqu'ils ne répondaient pas à ses questions. Il est question ici de la façon dont le travail se réalise dans cette classe et de comment les élèves sont habitués de répondre aux questions de l'enseignante. Ils prennent très peu de risque et attendent d'être certains de la réponse pour répondre.

À la suite de la question posée par l'enseignante, et tel que prévu dans l'analyse *a priori*, un élève a affirmé que cela ressemblait à une table de valeurs et l'enseignante lui a dit qu'effectivement la table de valeurs serait une excellente façon de consigner nos résultats à chaque étape.

L'enseignante a donc construit la table des valeurs au tableau et les a questionnés sur l'identification de chaque colonne. Un élève a proposé d'inscrire x et y. L'enseignante lui a alors demandé d'être plus précis et de donner des noms ayant du sens dans la situation et l'élève a bien identifié les variables. (Annexe III, p. 281)

Par la suite, l'enseignante est parvenue à leur faire identifier la fonction affine par une série de questions pour les guider. (Annexe III, p. 282-283) Certains élèves avaient d'abord compris qu'ils devaient multiplier par 3, mais n'avaient pas nécessairement modélisé la situation afin de trouver le type de fonction. Dans l'élaboration de notre séquence, nous avons prévu que certains élèves allaient utiliser la table de valeurs pour ensuite reconnaître qu'il s'agissait d'une fonction affine, puis utiliser la règle de celle-ci pour répondre aux questions, mais après avoir remarqué qu'aucun élève n'a cherché à identifier le type de fonction, nous pensons que c'est peut-être dû au fait que nous n'avons pas clairement posé cette question dans la tâche. Nous avons également prévu que certains élèves allaient utiliser le raisonnement proportionnel et cela s'est réalisé. Ils ont effectivement remarqué qu'il suffisait de multiplier par 3 le numéro de la rangée pour obtenir le nombre de cure-dents. Nous observons que certains élèves se sont intéressés aux accroissements. Par exemple, lorsque l'enseignante a demandé comment trouver le nombre de cure-dents à la 10<sup>e</sup> rangée, un élève a répondu : « Comme c'est des bonds de 3 : 3-6-9, donc tu fais ça jusqu'à 10. » (Annexe III, p. 280). À un autre moment, un élève a répondu qu'on devait faire  $3 \times 10$  et lorsque l'enseignante lui a demandé de justifier pourquoi il faisait cela, il a répondu : « Ben dans chacune des rangées, il y en a trois » (Annexe III, p. 282). Celle-ci a précisé qu'il voulait sûrement dire qu'il y en avait 3 de plus. Ils observent donc que l'accroissement est régulier, mais ne pousse pas plus loin leur réflexion. Cela est probablement dû au fait que la fonction affine passait par l'origine. Ils n'ont pas eu à se questionner sur le type de fonction pour découvrir la règle. Nous avons d'ailleurs prévu dans l'analyse a priori que certains élèves allaient probablement interpréter le problème comme une situation proportionnelle et trouver les réponses sans nécessairement recourir à une règle.

### **Phase 1 de la leçon 2**

À la suite de ce retour, l'enseignante a lancé l'activité « Cure-dents 2 » en donnant le code de l'activité *Desmos* aux élèves. Comme prévu, l'enseignante a dicté le rythme en commençant par donner accès seulement aux deux premiers écrans, soit l'écran comprenant

la même vidéo déclencheur que pour l'activité « Cure-dents 1 » et l'écran avec la question du problème à résoudre (Chapitre 4, section 4.2.2, phase 1). Elle a ensuite eu une discussion avec eux pour s'assurer qu'ils comprenaient bien la question posée ainsi que les variables en jeu. Plus particulièrement, elle s'est assurée qu'ils saisissaient la différence entre la question de la version 1 et celle de la version 2, soit s'intéresser au nombre total de cure-dents selon le nombre de rangées plutôt qu'au nombre de cure-dents de la rangée selon le numéro de la rangée. Plusieurs éléments sont ressortis de cette discussion. Par exemple, des élèves ont soulevé que la question n'était pas la même que dans la situation précédente. Une élève a affirmé : « Je ne sais pas si c'est bon, mais j'ai juste fait des bonds de 3 jusqu'à 15. 3, 6, 9, 12, 15, ... et ça donne 45 quand c'est à 15 ». Après avoir entendu cette remarque, l'enseignante a modélisé les deux premières rangées. Un élève a ensuite affirmé ne pas savoir comment identifier le type de fonction dont il s'agit (et pourtant la question n'avait pas encore été posée). L'enseignante a aussi pris le temps de leur faire nommer les variables en jeu dans la situation. Cet échange avec les élèves et répondre à leurs questions aura pris 15 minutes. (Annexe III, p. 291). Nous n'avions pas prévu que les élèves poseraient des questions sur l'identification du type de fonction puisqu'à cette étape, la question ne leur avait pas été posée. Bien qu'ils ne cherchaient pas nécessairement à répondre à la bonne question à ce stade de la résolution du problème, nous trouvons pertinent qu'ils s'en préoccupent. Cela démontre qu'ils ont compris qu'ils ont à se questionner sur le type de modèle lorsqu'ils ont à modéliser une situation en vue de résoudre un problème.

Par la suite, les écrans 3 et 4 demandaient aux élèves d'identifier les variables dépendante et indépendante de la situation et les élèves ont eu beaucoup de difficulté à y répondre. L'enseignante avait eu une discussion avec eux sur les variables impliquées dans la situation, mais ils ne semblaient pas faire le lien avec ces questions.

Ensuite, les élèves avaient à modéliser la situation en complétant une table de valeurs. Aucun élève n'a réussi à compléter la table de valeurs correctement (Figure 23). Ils n'ont pas su quoi écrire : même avec l'accompagnement de l'enseignante, le seul élève à avoir réussi les trois premiers points, l'avait complété avec l'aide de l'enseignante à la fin de la leçon et



il n'a pas réussi à compléter adéquatement le reste de la table de valeurs (Figure 24). L'enseignante a expliqué ce problème en précisant que, dans ce groupe, les élèves sont tous faibles. De plus, elle a ajouté que la modélisation n'est pas quelque chose qu'ils ont l'habitude de faire. Il s'agit peut-être d'éléments que nous aurions pu aborder avec l'enseignante avant la séquence (niveau des élèves, capacité à modéliser une situation).

The screenshot shows ten student workspaces, each with a table and a note indicating they added two more rows. The tables are as follows:

- Florence Glanfi...**: Table with rows (1,3), (2,6), (3,9). Note: + 2 lignes.
- Sophie Germain**: Table with rows (1,3), (2,6), (3,9). Note: + 2 lignes.
- Evelyn Boyd G...**: Table with rows (1,3), (2,12), (3,15). Note: + 2 lignes.
- Ami Radunskaya**: Table with rows (1,3), (2,6), (3,9). Note: + 2 lignes.
- Autumn Kent**: Table with rows (3,1), (6,2), (9,3). Note: + 2 lignes.
- Argelia Velez-R...**: Table with rows (1,3), (2,9), (3,18). Note: + 2 lignes.
- Pamela E. Harris**: Table with rows (2.5, 25), (5, 50), (7.5, 75).
- Jaime Escalante**: Table with rows (3, 9), (6, 18), (9, 27).
- Jean Springer**: Table with rows (1, 3), (2, 9), (3, 24).
- Ron Buckmire**: Table with rows (3, 1), (9, 2), (18, 3). Note: + 2 lignes.

Figure 23 - Réponses de certains élèves à l'écran 5<sup>8</sup>

nombre de rangée	Nombre de cure dents total
1	3
2	9
3	18
4	27
5	36
6	45
7	54

Figure 24 - Exemple de réponse à l'écran 5

<sup>8</sup> L'outil *Desmos* permet, en mode présentation, d'anonymiser les élèves et il s'agit de ces captures d'écrans qui sont présentées. De plus, il ne faut pas comprendre que le même nom dans deux tâches différentes réfère nécessairement au même élève.

À l'écran 6, les élèves ont nommé le type de fonction au lieu de répondre à la question qui demandait ce qu'il faut faire pour identifier le type de fonction. Nous constatons que c'est probablement le titre de la page qui portait à confusion, car le titre était « Type de fonction ». La majorité des élèves ont donc nommé le type de fonction sans lire la question.

À la question suivante (écran 7) qui était d'identifier le type de fonction, la majorité des élèves (11/13) ont répondu « fonction affine », ce qui n'est pas la bonne réponse, mais qui concorde avec leurs tables de valeurs (Figure 25). La situation à modéliser était en fait une fonction quadratique, mais puisqu'ils n'ont pas complété adéquatement la table de valeurs, ils n'ont pas pu l'identifier. Nous ne pouvons donc pas savoir s'ils auraient été en mesure de l'identifier si cela avait été le cas. Nous n'avions pas prévu dans notre analyse *a priori* qu'une telle situation se produirait puisque nous avons prévu que les élèves auraient complété adéquatement la table de valeurs.

## Type de fonction

Selon toi, quel type de fonction traduit le mieux la situation ?

Fonction affine

11 élèves

Florence Glanfield, Sophie Germain, Pamela E. Harris, Jaime Escalante, Charles Lewis Reason, Hoang Xuan Sinh, Christine Mann Darden, Ami Radunskaya, Autumn Kent, Argelia Velez-Rodriguez, Ron Buckmire

Fonction quadratique

0 élèves

Fonction exponentielle

2 élèves

Evelyn Boyd Granville, Jean Springer

<input type="checkbox"/> Florence Glanfield	<input type="checkbox"/> Hoang Xuan Sinh
Fonction affine   les bords entre chaque rangée est regulier	Fonction affine   ligne droite
<input type="checkbox"/> Sophie Germain	<input type="checkbox"/> Christine Mann Darden
Fonction affine   les bons de 1	Fonction affine   parce qu il ny a pas de courbe
<input type="checkbox"/> Pamela E. Harris	<input type="checkbox"/> Ami Radunskaya
Fonction affine   Car elle est plus utile pour se numéro si	Fonction affine   elle es droite.
<input type="checkbox"/> Jaime Escalante	<input type="checkbox"/> Autumn Kent
Fonction affine   ligne droite	Fonction affine   pcq elle fait des bons de 3
<input type="checkbox"/> Charles Lewis Reason	<input type="checkbox"/> Argelia Velez-Rodriguez
Fonction affine   car quand le nombre de rangées augmente les cure-dents aussi augmente. aussi on peut trouver la regle $y=ax+b$ et elle monte en ligne droite	Fonction affine   Car sa monte de manière constante
<input type="checkbox"/> Jean Springer	<input type="checkbox"/> Ron Buckmire
Fonction exponentielle   la courbe	Fonction affine   car elle passe par le point (0;0) et elle est droite
	<input type="checkbox"/> Evelyn Boyd Granville
	Fonction exponentielle   a cause de la courbe

Figure 25 - Réponses des élèves à l'écran 7

Les justifications de leurs choix, ont permis de s'assurer que les élèves ne répondaient pas au hasard et de valider leur compréhension. L'enseignante aurait pu réutiliser leurs réponses lors du retour sur la tâche afin de les enrichir ou en ajoutant des précisions et en corrigeant des conceptions erronées. Mais elle a manqué de temps pour le faire.

L'enseignante n'avait jamais utilisé *Desmos* avec ses élèves et elle a nommé avoir apprécié de voir leur progression en temps réel. Elle avait un accès direct au raisonnement des élèves.

À la suite de cette leçon, un questionnement sur les causes d'une si grande difficulté à modéliser une situation persiste. Plusieurs élèves ont repris les données de la situation précédente (Cure-dents 1) ce qui amène à poser l'hypothèse que c'est peut-être parce que nous repartions avec la même vidéo. Pour cette raison, une remise en question a été faite en lien avec le fait d'utiliser la même situation de départ. Aurait-il été préférable d'avoir eu deux situations différentes ? Nous nous étions d'ailleurs posé cette question lors de l'élaboration

de la séquence et nous en étions arrivés à la conclusion qu'au contraire il était intéressant de démontrer aux élèves que selon les variables qui sont mises en relation cela donne des modèles différents. Après discussion avec l'enseignante, elle a reconnu le potentiel de la situation qui avait été préalablement planifiée. Nous avons donc conservé la situation telle quelle.

Par rapport à la difficulté à modéliser une situation, nous nous sommes aperçus que les élèves ne savent pas où prendre les données. Par exemple, dans la situation « Cure-dents 2 », nous demandons s'il est possible de construire 15 rangées avec 200 cure-dents et ils cherchaient à utiliser les nombres 15 et 200 dans leur table de valeurs au lieu de modéliser la situation à partir du départ. Nous pouvons associer ces difficultés au contrat didactique tel que défini par Brousseau (1990). Les élèves ont l'habitude d'utiliser les nombres fournis dans les problèmes dans leur manuel scolaire plutôt que d'analyser un phénomène. C'est ce que le matériel didactique les conditionne à faire. Les élèves ne sont pas habitués à trouver leurs propres données (Meyer, 2010). Nous remarquons qu'ils n'ont pas développé l'habileté à remplir une table de valeurs en trouvant eux-mêmes les données. Il est plus fréquent qu'il leur soit demandé d'appliquer des formules plutôt que de réfléchir à propos d'une situation donnée.

### **Améliorations de la 2<sup>e</sup> leçon en vue de la seconde expérimentation**

Les élèves ont pris environ 5 minutes pour se créer un compte sur la plateforme *Desmos*. Nous avons donc précisé, dans la seconde version de la séquence, que le compte devait avoir été créé au préalable.

Puisque les élèves ont eu de la difficulté à répondre aux écrans 3 et 4 (Figure 12) et que l'enseignante avait pris le temps de discuter avec eux des variables en jeu, nous avons apporté une modification à la tâche.

Nous avons donc retiré ces deux écrans (Figure 26) et à la place, nous avons placé un écran demandant aux élèves de répondre à la question : Que veut-on observer dans la situation suivante ? (Figure 27)

**Écran 3**

Variable indépendante


Quel est le nom de la première colonne de ta table de valeurs?

Note: Cela doit correspondre à la variable indépendante.

Soumettre

---

**Écran 4**

Variable dépendante


Quel est le nom de la deuxième colonne de ta table de valeurs?

Note: Cela doit correspondre à la variable dépendante.

Soumettre

Figure 26 – Écrans 3 et 4

**Variables en jeu**

Que veut-on observer dans la situation suivante?

Soumettre

Figure 27 - Nouvel écran 3

Dans la deuxième expérimentation, l'enseignante devait donc donner accès aux trois premiers écrans, c'est-à-dire la vidéo, la question et l'identification des variables en jeu. Ensuite, une discussion avec les élèves autour du problème était prévue afin de s'assurer qu'ils comprenaient bien le problème ainsi que les variables auxquelles ils devaient s'intéresser, puis elle a donné l'accès aux écrans suivants. De plus, nous avons préalablement identifié les deux colonnes de la table de valeurs dans la création de l'activité. Ces modifications ont également été appliquées à la situation « Proposition salariale », et ce, avant même de l'avoir expérimenté une première fois.

Après avoir remarqué que les élèves ont eu de la difficulté à modéliser la situation, nous avons ajouté un espace croquis à l'écran 1 (Figure 28) afin de demander aux élèves de dessiner la situation pour la deuxième expérimentation. Par cet ajout, nous voulions aider les élèves à se représenter la situation.

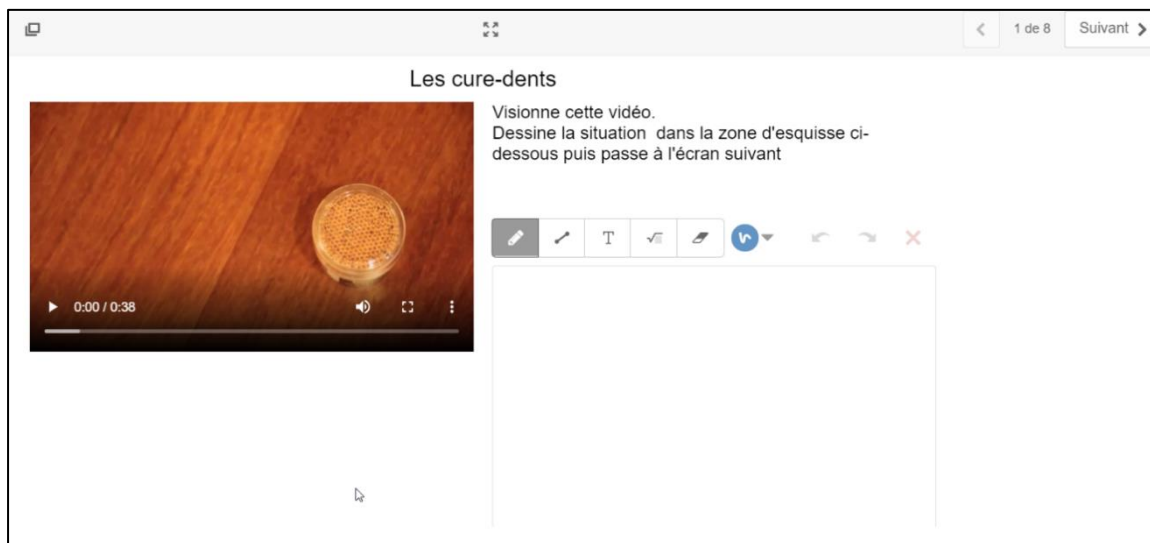


Figure 28 - Nouvel écran 1

Pour remédier au problème de l'écran 6 qui faisait en sorte que les élèves ne répondaient pas à la bonne question, nous avons pris la décision de remplacer pour la deuxième expérimentation le titre par « Examinons les données ». Aussi, la mise en situation avec trois personnes rendait le texte trop long. Nous avons donc retiré cette mise en situation et nous avons uniquement conservé la question : « Que pourrais-tu regarder pour vérifier de quel type il s'agit ? » (Figure 29).

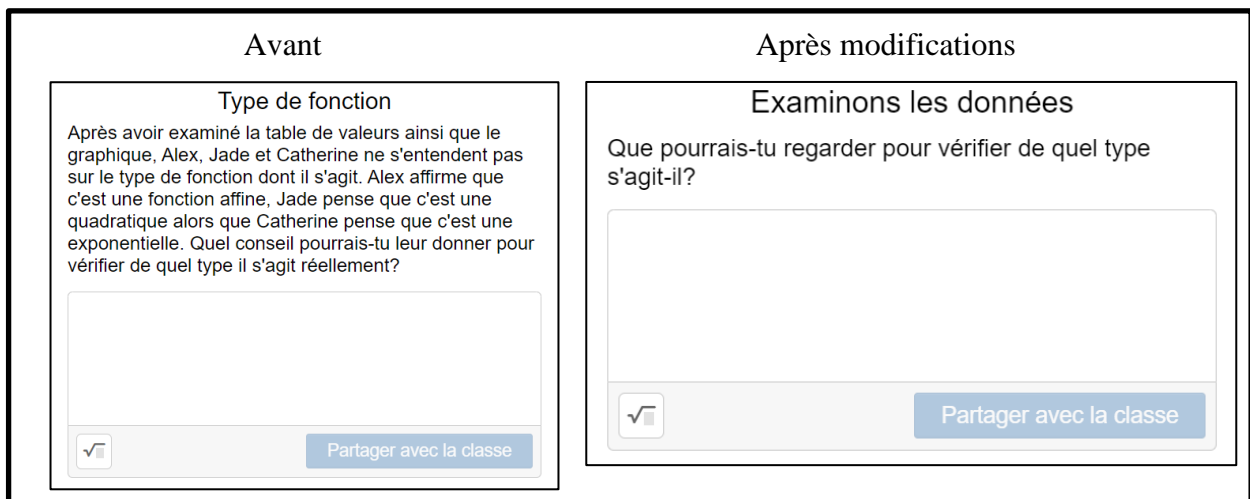


Figure 29 - Comparaison entre l'écran 6 original et celui après les modifications

### 5.3.3 Leçon 3

Rappelons que la troisième séance devait initialement être celle où les élèves allaient vivre l'activité Menu math sur les fonctions. Cependant, puisque les activités d'apprentissage des leçons 1 et 2 ont pris plus de temps que prévu, nous avons dû ajouter une leçon afin de compléter les activités précédentes. L'activité Menu math a été vécue à la séance suivante.

De plus, nous précisons que la leçon 3 a été vécue en ligne, ce qui a réduit sa durée à 60 minutes au lieu de 75.

#### Nouvelle planification du temps leçon 3 :

La phase 1 était un retour sur l'activité « Cure-dents 2 ». Cette phase avait pour intention d'institutionnaliser les apprentissages en lien avec les caractéristiques de la fonction

du second degré ainsi que de faire un retour sur les stratégies utilisées pour résoudre un problème à l'aide de la modélisation. Ensuite, à la phase 2, les élèves avaient à faire l'activité « Proposition salariale » afin de réinvestir la fonction exponentielle par le biais d'une situation de généralisation algébrique telle que mentionnée précédemment. Enfin la phase 3 était un retour en grand groupe sur cette activité afin d'institutionnaliser les apprentissages sur les caractéristiques de la fonction exponentielle.

La Figure 30 permet d'identifier le temps planifié pour chacune de ces phases de cette leçon qui a été ajouté à la séquence. Les modalités de réalisation y sont aussi identifiées.

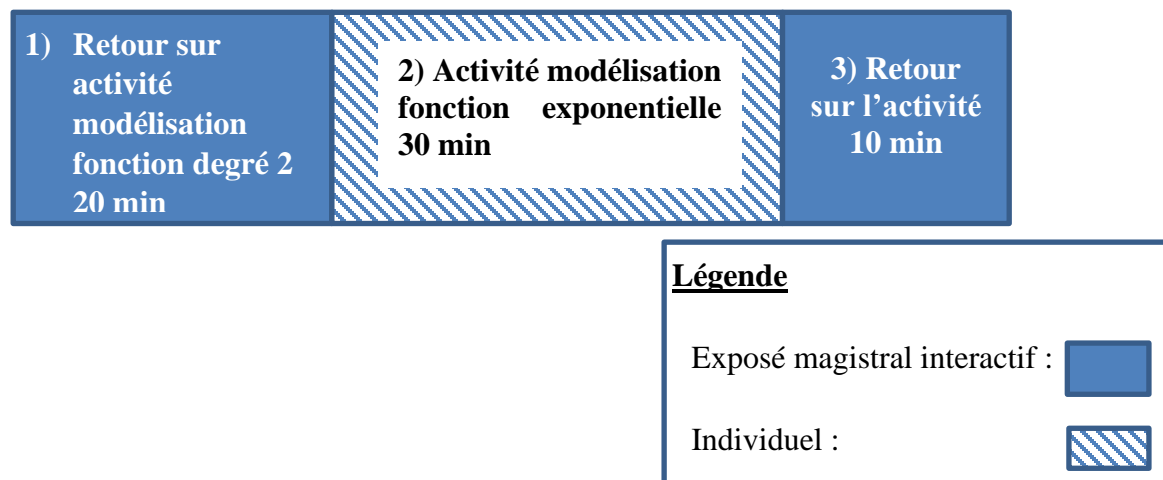


Figure 30 - Planification des phases d'enseignement

### Phase 1 de la leçon 3

Lors du retour sur l'activité « Cure-dents 2 », qui rappelons-le visait à réinvestir la fonction du second degré par le biais d'une situation de modélisation, l'enseignante a posé les questions suivantes aux élèves : « Qu'est-ce qui a été un défi pour vous dans l'activité du dernier cours ? Qu'est-ce que vous avez trouvé difficile ? » (Annexe III, p. 292) Les élèves ont alors mentionné deux principales difficultés, soient d'identifier ce qu'étaient  $x$  et  $y$  (les variables en jeu) et de compléter la table de valeurs. L'enseignante a donc modélisé à nouveau comment ils devaient s'y prendre pour compléter la table de valeurs. Elle a refait un dessin des triangles formés par les cure-dents et puis elle complétait la table de valeurs selon



les valeurs trouvées à l'aide de son croquis. Elle a ensuite demandé comment trouver le nombre de cure-dents pour 4 rangées. Un élève a proposé d'utiliser un raisonnement proportionnel et un autre a proposé de dessiner la 4e rangée et de les compter. L'enseignante a saisi l'occasion de revenir sur la façon de déterminer si la situation était proportionnelle en utilisant les différents registres de représentation (Figure 31) et en questionnant les élèves sur les caractéristiques qui pourraient nous donner des indices. (Annexe III, p. 294-295).

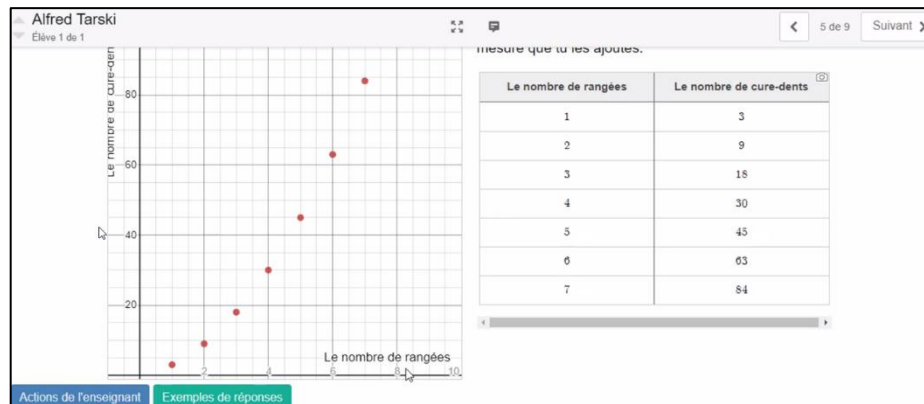


Figure 31 - Exemple de réponse d'élève à l'écran 5

Elle a entre autres attiré leur attention sur les accroissements. Elle voulait qu'ils constatent qu'il ne s'agissait pas d'une fonction affine. À l'aide du graphique, ils ont aussi éliminé la fonction exponentielle. Puisque les élèves ne semblaient pas savoir quoi regarder dans la table de valeurs pour identifier le type de fonction, l'enseignante fait un rappel en utilisant les exemples des situations « Cure-dents 1 » et « Cure-dents 2 » et une fonction exponentielle qu'elle avait inventée (Figure 32).

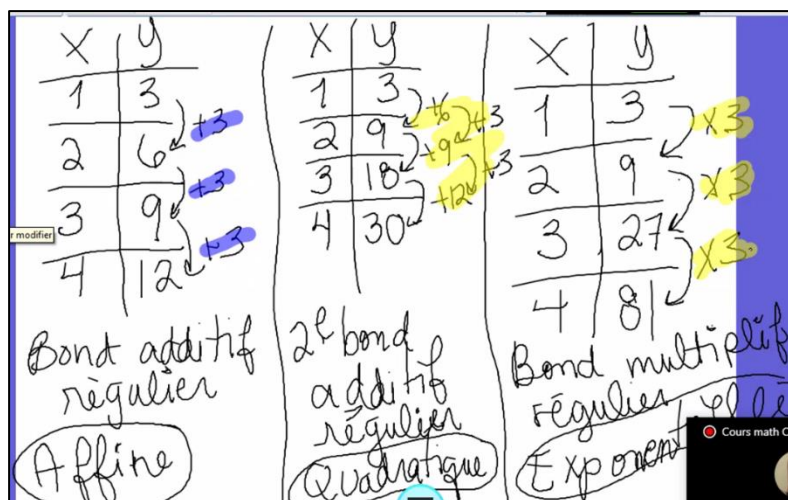


Figure 32 - Explication de l'enseignante sur les tables de valeurs

### Phase 2 de la leçon 3

À la suite du retour sur l'activité, l'enseignante a commencé avec eux la situation d'apprentissage « Proposition salariale ». Lorsqu'elle les a interrogés sur les variables en jeu dans la situation, plusieurs trouvaient les bonnes grandeurs impliquées dans la situation. Cependant, il y en avait encore qui répondaient simplement « x et y ». Pour ce qui est de compléter les tables de valeurs, les élèves ont beaucoup mieux réussi dans cette tâche. Il s'agissait de la troisième activité qui demande aux élèves de modéliser une situation et nous avons observé une amélioration de la compréhension de ce qu'ils devaient faire pour modéliser une situation. La plupart ont bien complété la table de valeurs. Nous avons remarqué que certains élèves avaient inscrit le salaire en cents plutôt qu'en dollars (exemple William Claytor, Figure 33) ce qui cause des différences dans les réponses des élèves. Il y a encore 4 élèves sur 13 qui n'ont pas su modéliser la situation (Figure 33, voir Albert, Frances, Maryam et Girolamo). Nous n'avons pas prévu que cette difficulté perdurerait et ce problème nous a empêché de valider si les élèves étaient capables d'identifier le type de fonction.

Complète la table de valeurs avec les résultats que tu as obtenus. Les points apparaîtront dans le graphique au fur et à mesure que tu les ajoutes.

Réponses Original

Albert Turner B... Thomas Fuller Frances Kirwan

William Hamilton Maria Chudnov... William Claytor

Maryam Mirzak... Mary Ross Jean Springer

Joseph Liouville Niels Abel Girolamo Card...

Lenore Blum

Nombre...	Salaire ...
1	0.1
2	0.2
3	0.4
4	0.8
5	0.16

Nombre...	Salaire ...
1	0.01
2	0.02
3	0.04
4	0.08
5	0.16

Nombre...	Salaire ...
1	0.01
2	0.02
3	0.04
4	0.08
5	0.16

Nombre...	Salaire ...
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16

Nombre...	Salaire ...
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

Nombre...	Salaire ...
1	0.01
2	0.02
3	0.04
4	0.08
5	0.16

Nombre...	Salaire ...
1	0.01
2	0.02
3	0.04
4	0.08
5	0.16

Nombre...	Salaire ...
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

Nombre...	Salaire ...
1	0.01
2	0.02
3	0.04
4	0.08
5	0.16

Nombre...	Salaire ...
1	0.01
2	0.02
3	0.04
4	0.08
5	0.16

Nombre...	Salaire ...
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

Figure 33 - Réponses des élèves écran 3

À la question sur l'identification du type de fonction, 11 élèves sur 13 ont bien identifié qu'il s'agit de la fonction exponentielle, mais lors de la justification, seulement 5 ont fourni un argument adéquat en référant à une régularité multiplicative, il s'agit de William Claytor, Mary Ross, Jean Springer, Joseph Liouville et Albert Turner Bharucha-Reid (Figure 34).

### Type de fonction

Après avoir regardé le graphique, Karine pense qu'il s'agit d'une demi-parabole (fonction quadratique) alors que Pierre dit qu'il s'agit d'une fonction exponentielle. Selon toi, quel type de fonction traduit le mieux la situation ?

**Fonction quadratique**  
2 élèves  
Maria Chudnovsky, Girolamo Cardano

**Fonction exponentielle**  
11 élèves  
William Hamilton, William Claytor, Maryam Mirzakhani, Mary Ross, Jean Springer, Joseph Liouville, Niels Abel, Albert Turner Bharucha-Reid, Thomas Fuller, Frances Kirwan, Lenore Blum

**Maria Chudnovsky**  
Fonction quadratique | Car, si tu fait aucune journée c'est 0, donc cela égale 0 cenne aussi, donc le point (0,0)

**Girolamo Cardano**  
Fonction quadratique | elle est droite

**William Hamilton**  
Fonction exponentielle | car le montant monte de jours en jours

**Thomas Fuller**  
Fonction exponentielle | Parce que sa fait un courbe

**Frances Kirwan**  
Fonction exponentielle | sa monte de manière régulière

**Lenore Blum**  
Fonction exponentielle | ligne droite

**William Claytor**  
Fonction exponentielle | car c'est toujours des x2

**Maryam Mirzakhani**  
Fonction exponentielle | La courbe de la droite

**Mary Ross**  
Fonction exponentielle | les bonds sont multiplicatifs de 2

**Jean Springer**  
Fonction exponentielle | Car il y a des bonds miultiplicatifs

**Joseph Liouville**  
Fonction exponentielle | sur le graphique ont peu voir quel forme ca donne et dans le tableau, les bond ne sont pas regulier et sont de x2

**Niels Abel**  
Fonction exponentielle | parce bquel nest pas en u

**Albert Turner Bharucha-Reid**  
Fonction exponentielle | le meme bon multiplicatif est present

Figure 34 - Réponses des élèves écran 4

À l'écran 6, la question demandait aux élèves de donner la règle qui modélise la situation. Nous<sup>9</sup> avons remarqué que plusieurs élèves répondaient  $f(x)=a \cdot c^x$  au lieu de la règle spécifique à la situation. Puisque l'activité était réalisée à l'aide de l'application *Desmos*, l'enseignante avait accès aux réponses des élèves en temps réel grâce au tableau de bord de l'enseignant, elle a donc pu observer rapidement cette réponse. Ainsi, elle a pu aviser les élèves d'être davantage précis et de trouver les valeurs des paramètres  $a$  et  $c$ .

<sup>9</sup> Ce « nous » réfère à l'enseignante et la chercheure.

### Phase 3 de la leçon 3

Cette phase a dû être reportée à la leçon suivante par manque de temps.

#### Retour sur la leçon avec l'enseignante

Lors du retour sur cette leçon, l'enseignante nous a confirmé qu'elle remarquait une progression dans les apprentissages des élèves. Par exemple, dans la question « Qu'est-ce que tu devrais faire pour répondre à la question ? », certains ont nommé : « faire une table de valeurs » ou « regarder le graphique ». Nous avons observé qu'il restait des apprentissages à réaliser afin qu'ils arrivent à distinguer les types de fonctions dans une variété de situations, mais qu'il y avait du progrès, car ils avaient acquis des stratégies pour y arriver.

En examinant les réponses des élèves, nous avons remarqué qu'une élève a affirmé qu'il s'agissait d'une fonction quadratique et sa justification était intéressante, tel que nous lisons à la Figure 35, ci-bas.

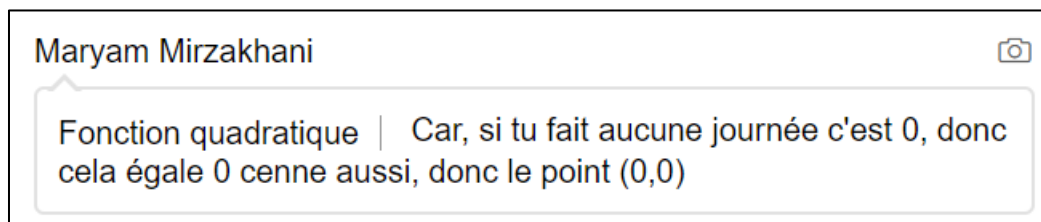


Figure 35 - Réponse d'une élève

Cette justification nous apparaissait logique. Le problème était que dans la vidéo de la mise en situation, nous présentions que la situation commençait au jour 1. Nous avons donc apporté une modification à cette vidéo pour la 2e expérimentation en commençant avec 0,01\$ le jour 0 afin d'éviter cette confusion.

Encore une fois, l'outil « capture » a été utilisé afin de sélectionner les réponses sur lesquelles nous voulions revenir avec les élèves afin de corriger certaines erreurs de vocabulaire, des imprécisions ou des conceptions erronées.

## **Améliorations de la leçon en vue de la seconde expérimentation**

Lors de nos entretiens avec l'enseignante, elle a précisé qu'elle n'avait pas abordé les caractéristiques des tables de valeurs de chaque fonction avec les élèves sachant que cette séquence portait sur la distinction entre les types de fonction. Elle croyait qu'elle ne devait pas aborder cet aspect avant la séquence. Elle a donc remarqué qu'elle aurait pu le faire. Cela a justifié pourquoi il manquait des connaissances de base aux élèves. Nous avons donc réalisé qu'il était important d'être davantage explicite quant aux préalables à ces tâches en vue de la seconde expérimentation.

### **5.3.4 Leçon 4**

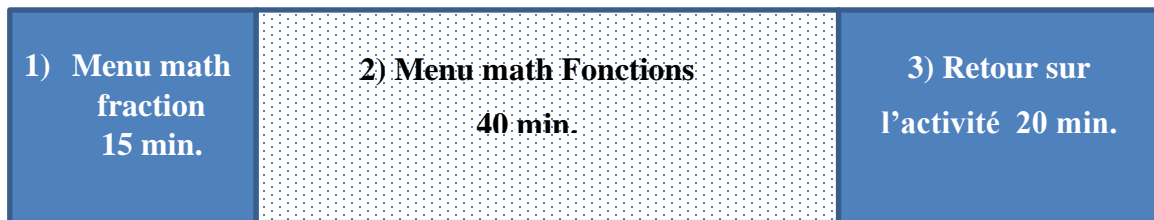
Puisque les activités prévues pour les deux premières leçons ont pris plus de temps que prévu et à cause de la durée des leçons modifiée à la baisse de 15 minutes étant donné la prestation à distance, il a fallu trois leçons pour tout faire ce qui était prévu dans les leçons 1 et 2. Puisqu'une leçon a été ajoutée, la leçon 4 correspond donc la leçon 3 (Chapitre 4, section 4.2.3) prévue initialement dans la séquence présentée au chapitre précédent. Cette leçon a eu lieu en présence à l'école. Nous tenons à préciser que l'enseignante a dû s'absenter lors de cette journée et puisque la suppléante n'était pas au courant du déroulement de l'expérimentation, c'est la chercheure qui a animé les activités de cette leçon.

Dans la planification initiale de cette leçon, il y avait 3 phases. La phase 1 était une activité de type Menu math sur les fractions en grand groupe dont l'intention était de présenter les stratégies utiles pour résoudre ce type de problème et cela en utilisant des notions antérieures. Ensuite, à la phase 2, les élèves devaient poursuivre leurs apprentissages sur les caractéristiques des différents types de fonctions par la résolution de problème en réalisant l'activité Menu math sur les fonctions en équipe de deux. La phase 3 était un retour sur l'activité en grand groupe avec l'intention de valider leur compréhension des caractéristiques qui pourraient toucher un seul type de fonction ou plusieurs types de fonctions à la fois (ressemblances et différences).

Lors de la réalisation, la leçon a débuté par un retour sur l'activité « Proposition salariale » (phase 3 de la leçon 3) puisque l'enseignante et la chercheure avaient considéré important de revenir sur certaines réponses, plus particulièrement sur les justifications qu'ils ont fournies que nous avons pu observer dans les écrans *Desmos* après la leçon. Nous avons pu discuter de justifications vraies, mais incomplètes et échanger aussi sur certaines étant erronées (Figure 23). Par la suite, les deux activités Menu math ont été vécues, mais le retour sur l'activité n'a pas pu être fait à la fin de la leçon par manque de temps. Il a été reporté au début de la leçon 5.

La Figure 36 permet d'identifier le temps planifié pour chacune de ces phases et de le comparer au temps réel de réalisation. Les modalités de réalisation y sont aussi identifiées.

Ce qui était prévu :



Temps réel :

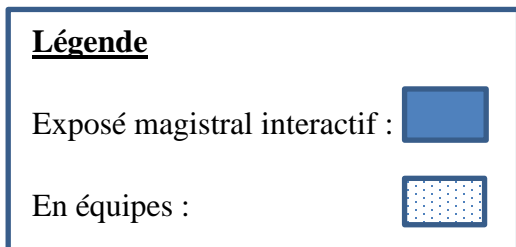
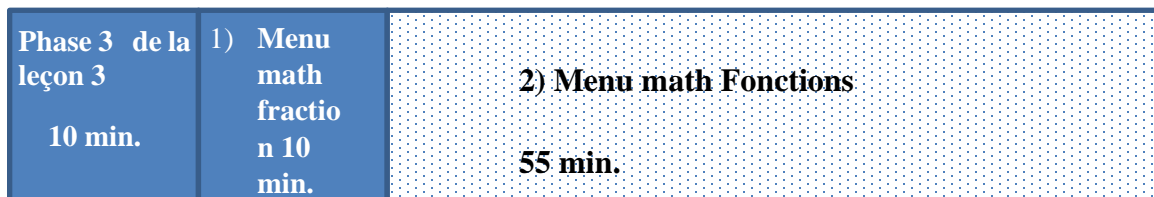


Figure 36-Comparaison de la planification des phases d'enseignement prévues et réelles

### Phase 3 de la leçon 3

Le retour sur la tâche « Proposition salariale » s'est déroulé comme prévu. En effet, la présentation des captures d'écrans (Figure 37) a permis de travailler principalement sur les justifications. La chercheure a présenté ces justifications en demandant aux élèves pour chaque justification si elle était adéquate ou si elle était erronée et elle demandait pourquoi. Si la justification manquait de précision, elle demandait de la préciser. Par exemple, des élèves ont mentionné que « c'est toujours  $\times 2$  » ou que « les bonds sont multiplicatifs de 2 ». Nous avons observé par ces réponses qu'ils avaient maintenant compris qu'il faut s'intéresser à la façon dont la variable dépendante croit et qu'ils avaient compris que lorsque c'est une fonction exponentielle, nous multiplions toujours par le même nombre. La chercheure a donc demandé de préciser quelle variable est multipliée par 2 et a insisté sur le fait que cela se produit lorsque la variable indépendante augmente de 1. La chercheure a également questionné les élèves à savoir si la justification « car le montant monte de jours en jours » était un argument qui prouvait qu'il s'agissait d'une fonction exponentielle. Nous leur avons demandé si un autre type de fonction aurait pu donner des montants qui augmentent de jour en jour.



Figure 37-Captures d'écrans à présenter aux élèves



### **Phase 1 de la leçon 4**

La tâche Menu math sur les fractions a permis aux élèves de bien comprendre le fonctionnement de ce type d'activité qui était nouveau pour eux. Rappelons qu'il s'agissait d'une tâche ouverte ayant un aspect créatif puisque les élèves avaient à créer le moins de fractions possible tout en satisfaisant toutes les contraintes (Chapitre 4, section 4.2.3, phase 1). L'animation en grand groupe a permis de résoudre le problème en seulement 10 minutes au lieu de 15 minutes.

#### ***Rôle de l'enseignante (assumé par la chercheure) :***

Puisqu'il s'agissait de la première fois que les élèves participaient à ce type d'activité, le rôle de l'enseignante était de leur expliquer le fonctionnement de l'activité et de modéliser la façon de s'y prendre pour résoudre ce type de problème. Entre autres, elle a dû leur faire comprendre que certaines contraintes pouvaient être satisfaites en même temps alors que d'autres ne le pouvaient pas. Elle a questionné les élèves sur les réponses possibles et les contraintes satisfaites selon les réponses fournies.

#### ***Rôle des élèves :***

Les élèves devaient participer oralement à l'activité en proposant des solutions possibles au problème jusqu'à ce que toutes les contraintes soient satisfaites.

### **Phase 2 de la leçon 4**

Les élèves semblaient bien avoir compris le type de problème qu'ils avaient à résoudre lors de la phase 1 puisqu'ils n'ont pas posé de questions sur la nature du problème. Les questions étaient plutôt en lien avec les contraintes à respecter. La suppléante et la chercheure ont pu les guider à l'aide de questionnement afin de les aider à trouver des réponses à leurs questions sur certaines contraintes. Ils ont alors continué d'approfondir leurs apprentissages par la résolution de problème et c'était l'intention de l'activité. Dans l'analyse *a priori*, nous avons prédit que les élèves auraient à s'interroger sur les caractéristiques de chaque type de fonction afin de faire le regroupement des contraintes pouvant être associées à chaque type

de fonction et c'est effectivement ce qui s'est produit. Les élèves ont même développé leurs propres stratégies, par exemple plusieurs utilisaient des surligneurs de couleurs différentes pour cibler les contraintes ne pouvant pas être regroupées et utilisaient la même couleur lorsqu'elles pouvaient être satisfaites simultanément. Nous avons aussi pu remarquer que les élèves se référaient aux affiches (style *Post-it*) réalisées lors de la première leçon pour certains éléments. Par exemple, les contraintes F, H, et J (Figure 38) sont celles qui ont suscité le plus de questions et en référant aux affiches, ils ont pu faire des liens entre ces contraintes et les règles de certaines fonctions ou avec leur table de valeurs. Nous n'avions pas prévu qu'il se référeraient à ces affiches lors de la conception de la séquence, car nous n'avions pas prévu qu'elles resteraient affichées sur les murs. Cette observation nous a permis de réaliser que l'activité sur les connaissances antérieures a pu leur servir de référence dans les leçons suivantes.

F.	Pour tous les points, $\frac{y}{x^2} = \text{constante}$
H.	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{pente}$
J.	$\frac{y_2}{y_1} = \text{constante}$ , si $x_1$ et $x_2$ sont consécutifs

Figure 38-Quelques contraintes du Menu math ayant suscité plus de questions

De plus, tel que nous l'avions prévu dans l'analyse a priori, le fait de leur faire faire la tâche papier avant d'entrer les réponses sur *Desmos* a permis de s'assurer qu'ils comprenaient bien la tâche et en écrivant leurs réponses à l'ordinateur, les élèves ont pu les valider en voyant le graphique apparaître. Nous avons pu le remarquer, car certains nous posaient de nouvelles questions en constatant que les fonctions qu'ils avaient créées n'avaient pas l'allure qu'ils pensaient qu'elles auraient, par exemple pour les contraintes A, C, D, E, I, K et L (Figure 39) qui pouvaient être vérifiées lors de l'apparition du graphique.

A.	Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine	B.	Possède un axe de symétrie
C.	Est toujours négative	D.	Est toujours positive
E.	Est toujours croissante	F.	Pour tous les points, $\frac{y}{x^2} = \text{constante}$
G.	Passe par le point (2, 7)	H.	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{pente}$
I.	N'a pas d'abscisse à l'origine	J.	$\frac{y_2}{y_1} = \text{constante}$ , si $x_1$ et $x_2$ sont consécutifs
K.	L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ont la même valeur.	L.	Le graphique est une droite

Figure 39-Contraintes de la tâche Menu math sur les fonctions

En ce qui concerne le choix de la modalité de les faire travailler en équipe, nous avons remarqué que des équipes ont été plus efficaces que d'autres. En effet, dans certaines équipes, il y a eu de la collaboration alors que dans d'autres, il y avait une personne qui travaillait vraiment plus que l'autre. Deux équipes ont fait la tâche au complet, une équipe a presque terminé (il leur manquait deux contraintes à respecter) et deux équipes n'y sont pas parvenu (une seule fonction a été proposée). Il s'agit des équipes où la collaboration a été moins efficace. Cela confirme la pertinence de faire vivre ce type de tâche en équipe plutôt qu'individuellement puisque comme nous l'avions prévu dans analyse a priori, l'interaction sociale a permis de réaliser de nouveaux apprentissages. Même dans les équipes où la collaboration était moins présente, les élèves étaient engagés, car les questions et les discussions entre élèves étaient en lien avec la tâche. La Figure 40 présente un exemple d'une équipe ayant réussi la tâche.

## Fonction 1

Quelle est la règle de ta première fonction?

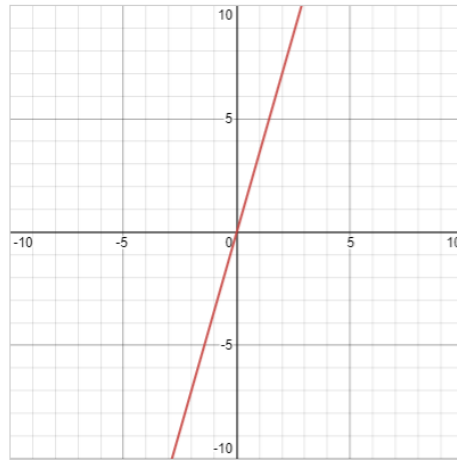
$$y = 3.5x + 0$$

Modifier ma réponse

Quels sont les contraintes qui sont respectées avec cette fonction?

(Sélectionnez toutes les réponses appropriées.)

- Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine
- Possède un axe de symétrie
- Est toujours négative
- Est toujours positive
- Est toujours croissante
- Pour tous les points,  $y/x^2 = \text{constante}$
- Passe par le point (2, 7)
- $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = \text{constante}$
- N'a pas d'abscisse à l'origine
- $f(x + 1)/f(x) = \text{constante}$
- L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ont la même valeur.
- Le graphique est une droite



Expliquez comment et pourquoi vous avez construit cette fonction.

remplacer les point dans la regle  
trouver la pente  
cest une droite croissante car la pente est positive

Modifier ma réponse

Les réponses de trois autres élèves apparaîtraient ici.

## Fonction 2 (si nécessaire)

Quelle est la règle de ta première fonction?

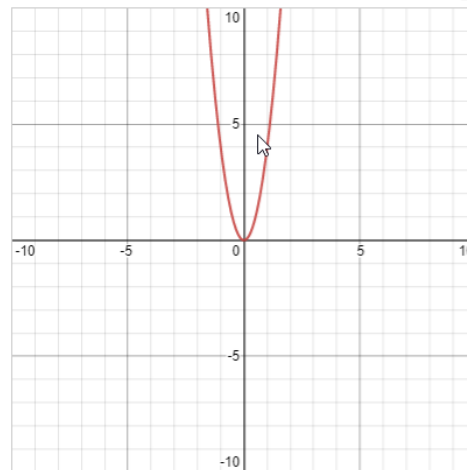
$$f(x) = 4x^2$$

Modifier ma réponse

Quels sont les contraintes qui sont respectées avec cette fonction?

(Sélectionnez toutes les réponses appropriées.)

- Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine
- Possède un axe de symétrie
- Est toujours négative
- Est toujours positive
- Pour tous les points,  $y/x^2 = \text{constante}$
- N'a pas d'abscisse à l'origine
- $(f(x + 1))/(f(x)) = \text{constante}$
- 



Expliquez comment et pourquoi vous avez construit cette fonction.

elle est en haut de laxe des x donc positif  
si lon met un miroir on voit sa reflexion identique

### Fonction 3 (si nécessaire)

Quelle est la règle de ta première fonction?

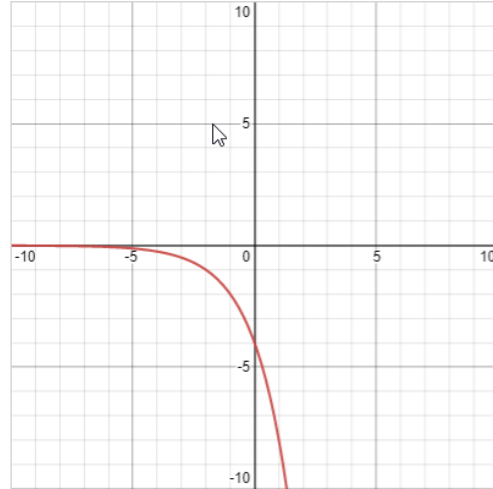
$$f(x) = -4 \cdot 2^x$$

Modifier ma réponse

Quels sont les contraintes qui sont respectées avec cette fonction?

(Sélectionnez toutes les réponses appropriées.)

- Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine
- Est toujours négative
- Pour tous les points,  $y/x^2 = \text{constante}$
- N'a pas d'abscisse à l'origine
- $(f(x+1))/(f(x)) = \text{constante}$
- 



Expliquez comment et pourquoi vous avez construit cette fonction.

elle descend sur toute le domaine  
elle est sous l'axe des x donc elle est négative  
si on divise le premier x avec un deuxième x on obtient le facteur multiplicatif

Figure 40 - Réponses Équipe 2

Alors que l'équipe 1 (Figure 41) et l'équipe 4 (Figure 42) n'avaient pas terminé la tâche (une seule fonction proposée).

### Fonction 1

Quelle est la règle de ta première fonction? 📷

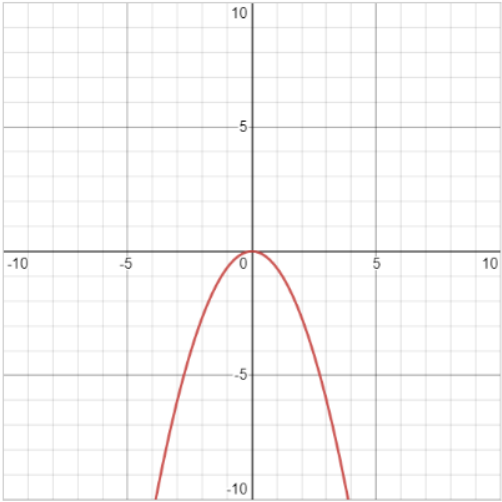
$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2$$

✎ Modifier ma réponse

Quels sont les contraintes qui sont respectées avec cette fonction?

(Sélectionnez toutes les réponses appropriées.)

- Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine
- Possède un axe de symétrie
- Est toujours négative
- Est toujours positive
- Est toujours croissante
- Pour tous les points,  $y/x^2 =$  constante
- Passe par le point (2, 7)
- $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) =$  constante
- N'a pas d'abscisse à l'origine
- $f(x + 1)/f(x) =$  constante
- L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ont la même valeur.
- Le graphique est une droite



Expliquez comment et pourquoi vous avez construit cette fonction. 📷

cela possède un axe de symétrie et l'abscisse à l'origine sont identiques.

✎ Modifier ma réponse

Les réponses de trois autres élèves apparaîtraient ici.

Figure 41 - Réponses Équipe 1

### Fonction 1

Quelle est la règle de ta première fonction?

[Modifier ma réponse](#)

Quels sont les contraintes qui sont respectées avec cette fonction?

*(Sélectionnez toutes les réponses appropriées.)*

- Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine
- Possède un axe de symétrie
- Est toujours négative
- Est toujours positive
- Est toujours croissante
- Pour tous les points,  $y/x^2 = \text{constante}$
- Passe par le point (2, 7)
- $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = \text{constante}$
- N'a pas d'abscisse à l'origine
- $f(x + 1)/f(x) = \text{constante}$
- L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ont la même valeur.
- Le graphique est une droite

Expliquez comment et pourquoi vous avez construit cette fonction.

[Modifier ma réponse](#)

Les réponses de trois autres élèves apparaîtraient ici.

Figure 42 -Réponses Équipe 4

Bien que le degré de réussite de cette résolution de problème a été variable d'une équipe à l'autre, nous avons pu observer que pour plusieurs, le problème semblait être un défi réalisable. Pour certaines équipes le départ fut plus lent, car ils ne savaient pas où prendre des réponses. Nous émettons l'hypothèse que cela est peut-être relié au fait qu'ils ne sont pas habitués à travailler sur des problèmes ouverts.

## **Améliorations de la leçon en vue de la seconde expérimentation**

### **Phase 3 de la leçon 3**

Après en avoir discuté avec l'enseignante, nous avons cru qu'il serait intéressant pour la deuxième expérimentation, que cette phase soit davantage un retour sur les trois activités de modélisation avec l'intention d'institutionnaliser les apprentissages en lien avec les caractéristiques des différents types de fonctions. De plus, un retour sur le devoir préalable à la première leçon a été suggéré afin de proposer aux élèves de compléter ce tableau en ajoutant les éléments qu'ils ont compris à la suite de ces 3 activités de modélisation. Il a aussi été proposé à l'enseignante que cette feuille résumé puisse servir d'aide-mémoire pour une future évaluation.

### **Phase 1**

Nous n'avons pas retenu d'amélioration à apporter à cette phase. Nous aurions pu faire un ajustement du temps à 10 minutes plutôt que 15, mais nous trouvons que la différence n'était pas suffisamment significative et nous considérons qu'il peut y avoir une légère différence selon le groupe.

### **Phase 2**

Un des éléments qui a contribué à allonger l'activité Menu math sur les fonctions est la formation des équipes, les déplacements des élèves, le temps d'ouverture des ordinateurs et de connexion à l'activité *Desmos*. Ce temps d'organisation a été considéré pour la deuxième expérimentation, nous avons donc augmenté la durée de la tâche.

En ce qui concerne les difficultés rencontrées, tel que mentionné précédemment, les contraintes en lien avec les règles ou la covariation (table de valeurs) ont été plus difficiles à comprendre. Les élèves ont fini par comprendre, mais ils ont tous eu besoin d'aide. Nous nous sommes donc questionnés à savoir s'il était préférable d'enlever ces contraintes ou si nous les laissions. Puisque nous remarquons qu'ils ont poursuivi leurs apprentissages grâce à ces discussions sur ces contraintes, nous avons finalement pris la décision de les conserver.



Une autre difficulté rencontrée, d'après nos analyses de leurs écrans *Desmos*, concerne l'explication qui était demandée aux élèves à chaque fonction qu'ils donnaient en réponse. Après avoir fourni leur réponse et avoir coché les contraintes respectées, nous leur donnions la consigne suivante : « Explique comment et pourquoi vous avez construit cette fonction. » Nous supposons que cette consigne était probablement trop large. Les réponses étaient très différentes d'une équipe à l'autre. Certains élèves renommaient simplement les contraintes cochées (Figure 27) alors que d'autres expliquaient plutôt comment ils avaient procédé pour inventer leurs réponses (Figure 28). Nous avons donc remplacé cette consigne par « Explique pourquoi les contraintes sélectionnées sont bien respectées » puisqu'il s'agit d'une façon de vérifier la compréhension des élèves et de s'assurer que ce n'est pas le fruit du hasard si les contraintes sélectionnées sont respectées.

### 5.3.5 Leçon 5

Pour cette dernière leçon de la séquence qui était la leçon 4 dans la planification initiale, nous avons prévu uniquement l'activité « Révision sur les fonctions » dont l'intention était de vérifier la compréhension des élèves et de leur donner une forme de rétroaction puisque plusieurs exercices étaient autocorrectifs. Cependant, les 15 premières minutes ont été utilisées pour revenir sur l'activité Menu Math sur les fonctions (phase 3 de la leçon 4).

Cette leçon était en ligne, mais le fait d'être à distance n'a pas trop perturbé la planification de la leçon puisqu'il s'agissait d'une activité à réaliser individuellement et en ligne sur *Desmos*. Le retour sur l'activité de la leçon précédente a engendré un manque de temps pour réaliser l'activité. Nous nous sommes rendu compte aussi que cette activité était ambitieuse et comprenait trop de questions.

La Figure 43 permet d'identifier le temps planifié pour chacune de ces phases et de le comparer au temps réel de réalisation. Les modalités de réalisation y sont aussi identifiées.

Ce qui était prévu :



Temps réel :

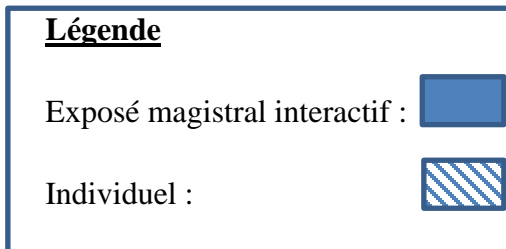
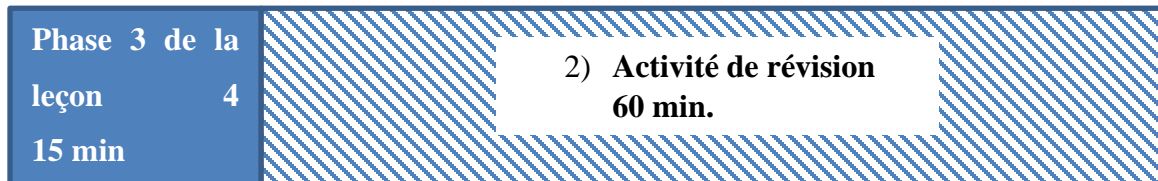


Figure 43 -Comparaison de la planification des phases d'enseignement prévues et réelles

### Phase 3 de la leçon 4

L'intention de ce retour était principalement de revenir sur les stratégies utilisées pour résoudre le problème de type Menu math et c'est autour de ce sujet que l'enseignante a discuté avec eux. Elle a aussi exposé le fait que le choix des contraintes à jumeler pouvait différer d'une équipe à l'autre, mais qu'il y avait aussi des contraintes qui ne pouvaient pas être jumelées (Figure 39). Par exemple, l'enseignante a fait remarquer que pour la fonction quadratique, les contraintes B, F et K reviennent toujours alors que d'autres varient comme C, D, G qui peuvent être associées à la quadratique ou à un autre type de fonction.

Exemple :

Équipe 1 : Quadratique : **B, C, F, K** (Figure 41)

Équipe 4 : Quadratique : **B, D, F, K** (Figure 42)

Également, les justifications ont été sujettes à discussion. Comme pour les activités précédentes, l'enseignante a utilisé l'outil, capture de *Desmos* afin de présenter les justifications préalablement sélectionnées.

### **Phase 1 de la leçon 5**

Cette dernière tâche de la séquence était une activité de révision portant sur l'ensemble des notions relatives aux trois types de fonctions qui visaient principalement la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle (Chapitre 4, section 4.2.4).

À l'écran 1, nous avons remarqué que les élèves savaient davantage comment procéder pour identifier le type de fonction à partir d'une table de valeurs. Ils manquaient cependant de précision quant à la façon d'expliquer comment ils avaient procédé. Aussi, ils identifiaient presque tous la fonction quadratique (11/13), mais les justifications sont presque toutes inappropriées (Figure 44, ci-bas). Cette observation nous a amené à nous questionner. Est-ce un hasard qu'ils aient identifié la fonction quadratique ou est-ce qu'ils ont de la difficulté à s'exprimer avec un vocabulaire mathématique approprié ? À ce sujet, nous avons remarqué que le langage utilisé par l'enseignante influençait beaucoup les élèves. En effet, l'enseignante utilisait régulièrement le mot « bonds » au lieu de parler d'« accroissements » et ce mot revient dans presque toutes les justifications.

## Reconnaître le type de fonction à partir de la table de valeurs

Réponses Original

x	y
2	10
3	22.5
4	40
5	62.5

Si tu veux savoir de quel type de fonction il s'agit, que regardes-tu?

Shakuntala Devi

la régularité des bond dans chaque collone

Candice Price

Parce que la valeur de x fait toujours un bon de 1

Kunihiko Kodaira

*on regarde le bon*

Karlie Noon

Les bonds en y ne sont vraiment régulier

Thomas Fuller

on regarde les bon

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine

2 élèves

Edray Goins, Hertha Ayrton

Quadratique

11 élèves

Ahmes, Jean Springer, Nkechi Agwu, Rochelle Gutierrez, Shakuntala Devi, Candice Price, Kunihiko Kodaira, Karlie Noon, Thomas Fuller, Mary Winston Jackson, Benjamin Banneker

Exponentielle

0 élèves

Ahmes

les bons effectuer

Jean Springer

les bond entre les y

Nkechi Agwu

La constante entre les bond

Rochelle Gutierrez

si les bon en y son régulier ou non.

Mary Winston Jackson

la case des y

Edray Goins

les points x et y

Hertha Ayrton

je regarde les bons avec les x

Mary Winston Jackson

Quadratique | car, le bond des bonds est régulier

Benjamin Banneker

Quadratique | car on doit se fier au deuxième bon



Figure 44 - Réponses des élèves à l'écran 1

À l'écran 2, il était demandé de trouver la règle de cette même table de valeurs. Encore une fois, les élèves étaient portés à répondre  $y = ax^2$  au lieu de répondre la règle spécifique à la table de valeurs fournie. À la suite de l'intervention de l'enseignante leur demandant d'écrire la règle spécifique, la majorité des élèves ont corrigé leur équation et plusieurs d'entre eux ont obtenu la bonne règle.

À l'écran 3, les élèves devaient compléter une table de valeurs à partir d'une situation décrite en mots. Encore une fois, les élèves ont éprouvé de grandes difficultés à construire la table de valeurs. L'enseignante a dû donner une explication de groupe avec un dessin afin de les aider à visualiser la situation.

Ensuite, à l'écran 4 (Figure 45), ils avaient à identifier le type de fonction et à justifier et ils ont bien identifié la fonction exponentielle, mais encore une fois les justifications sont presque toutes erronées.

## Affine

1 élève

Rochelle Gutierrez

## Quadratique

0 élèves

## Exponentielle

12 élèves

Ahmes, Jean Springer, Nkechi Agwu, Shakuntala Devi, Candice Price, Kunihiko Kodaira, Karlie Noon, Thomas Fuller, Mary Winston Jackson, Edray Goins, Benjamin Banneker, Hertha Ayrton

Kunihiko Kodaira

Exponentielle | pcq elle touche pas 0

Karlie Noon

Exponentielle | Les bonds ne sont pas régulier si on fait la table des valeurs avec des bonds de 1 au y

Thomas Fuller

Exponentielle | parce quel va toucher le 0.0 un moment donner

Mary Winston Jackson

Exponentielle | tout se divise et donne la même réponse

Edray Goins

Exponentielle | elle monte

Benjamin Banneker

Exponentielle | Car les bon se multiplie

Rochelle Gutierrez

Affine | elle ne peux pas être exponentielle, car elle touche jamais a l'axe des x. De plus, elle peux pas être quadratique, car après un certain nombre de bon elle vas pas retourné a sa hauteur maximal du départ. Donc, elle es affine, car a la fin elle vas toucher le sol (axe des x) et elle descend en ligne droite.

Ahmes

Exponentielle | la hauteur du deuxieme point se fient au point 1

Jean Springer

Exponentielle | car il ne sont pas constant

Nkechi Agwu

Exponentielle | car plus la balle fais de rebond et plus la valeur de la hauteur diminu

Shakuntala Devi

Exponentielle |  $f(x)$  est un facteur multiplicatif qui se repete

Candice Price

Exponentielle | Car on fait x2 en y

Hertha Ayrton

Exponentielle | car il se fit au point

Figure 45 - Réponses des élèves à l'écran 4

Sensiblement les mêmes observations sont ressorties pour les écrans 6 et 7 qui demandaient de modéliser une situation donnée en mots en complétant une table de valeurs et par la suite l'identification du type de fonction et la justification. Celle-ci était une fonction quadratique.

Pour les écrans 9 à 13, les élèves avaient à identifier les types de fonctions à partir du graphique, les élèves ayant fait cette partie de l'activité ont tous bien identifié les fonctions et les arguments sont davantage adéquats. Nous en arrivons à la conclusion que les élèves ont plus de facilité à reconnaître les fonctions à partir de leur graphique. Cependant, il est difficile de généraliser cette observation puisque seulement la moitié des élèves ont eu le temps de compléter cette partie de l'activité.

Seulement 3 élèves sur 13 ont eu le temps de compléter les écrans 17 et 18 qui étaient des questions demandant d'expliquer comment ils procèdent pour reconnaître les différents types de fonctions par la table de valeurs et par leur graphique. Cette situation est regrettable, car il s'agissait des questions nous permettant de vérifier si les élèves avaient acquis une compréhension au sujet de la distinction entre les types de fonctions, soit l'objectif de notre séquence d'enseignement. Tel que mentionné dans l'analyse *a priori*, ces questions avaient pour but de faire ressortir les acquis des élèves relatifs à ce qui était le cœur de cette séquence d'enseignement, nous n'avions pas prévu que si peu d'élèves allaient y répondre.

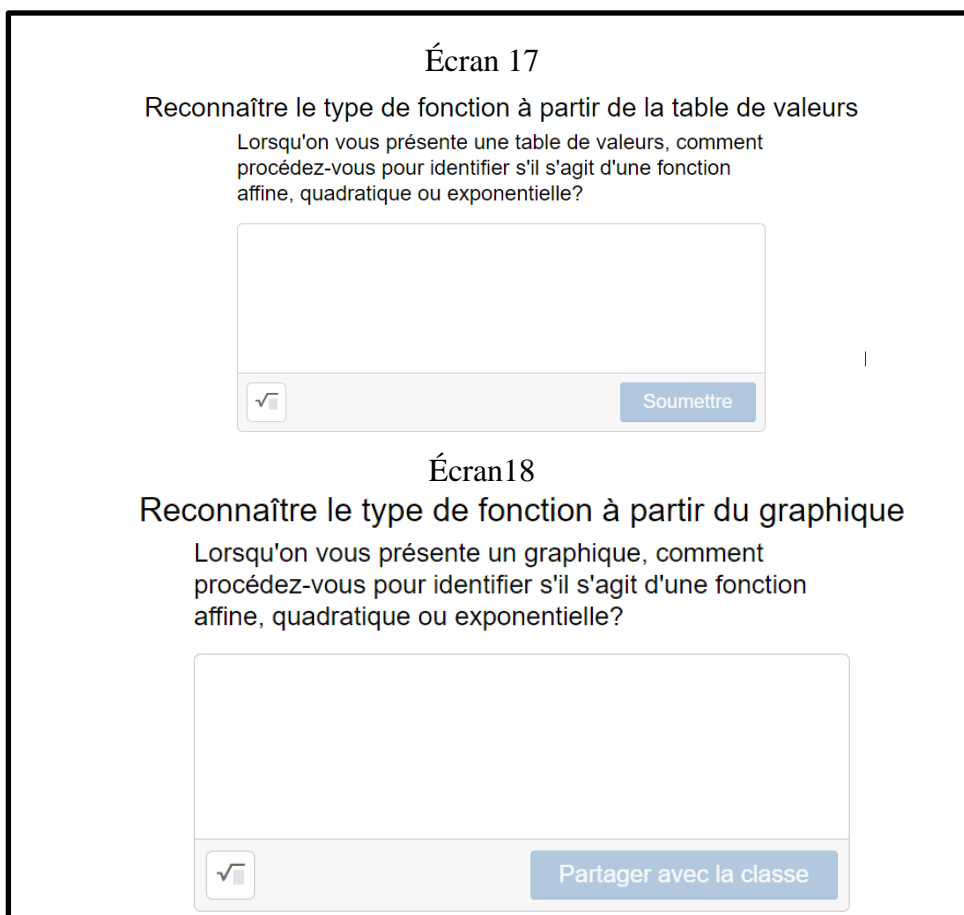


Figure 46-Écrans 17 et 18

### Améliorations en vue de la seconde expérimentation

Considérant la longueur de la tâche initiale, les questions des écrans 17 et 18 qui ont pour but de vérifier les apprentissages des élèves ont été déplacées après l'écran 8. Ce changement permettra de recueillir des traces écrites auprès de la majorité des élèves.

Dans la nouvelle version de cette activité, l'écran 10 est devenu le dernier écran que nous souhaitons que tous les élèves réalisent. Le reste de l'activité était conçu pour offrir une occasion de faire de la différenciation pédagogique en permettant aux élèves les plus rapides



d'approfondir leurs connaissances avec d'autres types de questions, nous avons donc conservé ces écrans à la fin de l'activité en guise d'enrichissement.

## **5.4 EXPÉRIMENTATION 2**

Dans un premier temps, nous voulons préciser que cette deuxième expérimentation a été réalisée dans une situation où de nombreuses restrictions en lien avec les mesures sanitaires de la Covid-19 nous ont forcés à apporter des ajustements à notre séquence. Par exemple : il y a eu des leçons en ligne et certaines leçons étaient en présence, mais il y avait impossibilité de la chercheuse de s'y rendre à cause des restrictions sanitaires.

Afin de suivre l'évolution des élèves, cinq élèves ont été ciblés par l'enseignante. Une élève forte (Élève 1), deux élèves moyens (Élèves 2 et Élève 3) et deux élèves faibles (Élèves 4 et Élève 5). La deuxième version de la séquence se trouve à l'Annexe II.

### **5.4.1 Leçon 1**

Cette première leçon a dû être réalisée en ligne puisque toutes les écoles du Centre de services étaient fermées.

#### **Phase zéro de la séquence**

Comme prévu, la chercheuse a pris 5 minutes pour se présenter et introduire la séquence.

#### **Phase 1 (temps 2 de l'activité) de la leçon 1 (Annexe II, p. 242-245)**

Puisque la leçon s'est déroulée à distance, l'activité sur les connaissances antérieures a dû être repensée. D'abord, l'enseignante a proposé l'activité préalable à la séquence en accordant un temps de classe (en ligne) pour sa réalisation. Une fois complétée, elle devait être déposée en devoir sur *Teams*. Malgré tout, seulement 12 élèves sur un total de 20 l'avaient réalisée. Comme dans la première expérimentation, les élèves ont eu de la difficulté à exprimer les relations proposées à l'aide des tables de valeurs et personne n'a trouvé

d'exemples en mots. L'enseignante a donc donné des précisions sur ses attentes en lien avec le registre « en mots » avant de faire faire la tâche. Voici ce qu'elle leur a dit :

« En mots, ce qu'on veut c'est davantage, par exemple si je te donne un texte, un problème écrit, une situation problème, qu'est-ce qui pourrait faire en sorte que tu constaterais que c'est une fonction plutôt qu'une autre dans le texte en mots. Par exemple, si je te dis, je ne sais pas moi, euh je me rends à vélo à l'école, je roule à 5 km à l'heure donc ce serait quoi l'équation qui me permettrait de calculer la distance selon le temps de vélo parcouru. Donc là-dedans, dans cette situation-là, est-ce qu'il y a quelque chose qui te ferait remarquer que c'est une fonction affine, une droite, une quadratique ou bien une exponentielle ? Est-ce qu'il y en aurait une plus qu'une autre ? Donc c'est le genre de situation comme ça. Donc là par exemple, dans la situation que je viens de vous dire, est-ce que vous avez une petite idée ? »  
(Annexe III, p. 319)

Elle s'est attardée donc à leur présenter ce qu'est une situation exprimée en mots, elle a bien présenté deux grandeurs mises en covariation (la distance selon le temps), cependant nous remarquons qu'il n'y a pas eu de travail de verbalisation qui a été fait sur la compréhension associée à un taux constant. Elle n'a pas expliqué ce que veut dire avoir un taux de variation constant, par exemple lorsqu'on fixe un écart, une certaine période de temps, quel serait l'impact sur les distances.

Par la suite, un élève a répondu que c'était une fonction affine et elle l'a questionné sur comment il avait fait pour la reconnaître. Il a mentionné que le graphique allait être une droite. Elle a tenté de faire ressortir que le taux de variation était constant, mais elle a fini par le nommer puisqu'aucun élève ne répondait.

Pour ce qui concerne le déroulement de l'activité proprement dite, sa réalisation sous la plateforme *Teams* a entraîné des changements. Les grandes affiches (style *Post-it*), ont été remplacées par l'usage de tableaux blancs collaboratifs (un par équipe). Le tableau blanc favorise la collaboration, mais il a fallu un certain temps aux élèves pour se l'approprier, ils en étaient à leur premier usage. L'enseignante a ainsi dû prendre 10 minutes pour expliquer aux élèves la tâche à réaliser et le fonctionnement des salles et du tableau blanc collaboratif. Chaque équipe a été envoyée dans des salles différentes pour travailler en collaboration. Puisque le devoir avait été remis sur *Teams*, certains élèves n'ont pas été capables de le

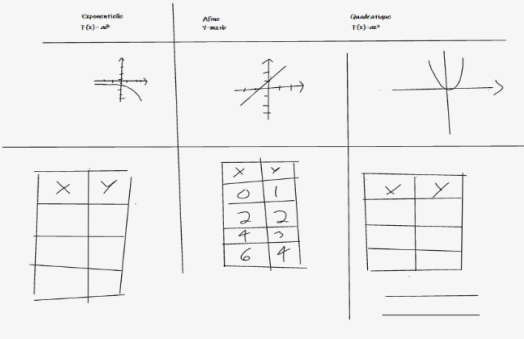
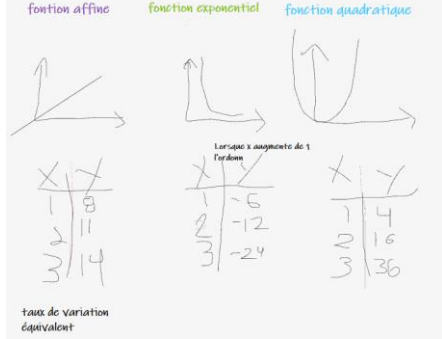
réutiliser pour s'aider dans la tâche. Les élèves ont mentionné qu'ils auraient souhaité y avoir accès pour réutiliser les exemples déjà trouvés. Voici les tableaux blancs collaboratifs<sup>10</sup> créés par les équipes (Tableau 12) :

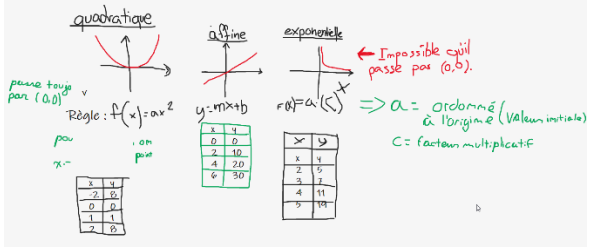
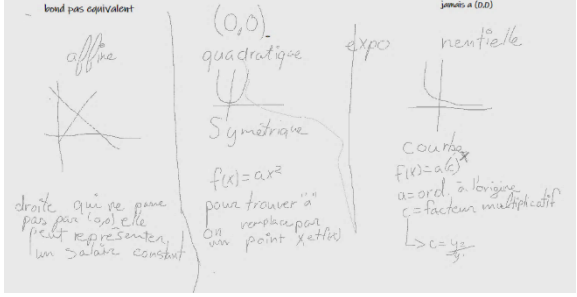
Tableau 12

Productions des élèves lors de l'activité des connaissances antérieures

Salles	Tableaux blancs collaboratifs	Observations
Salle 1		<p>Les propositions dans les registres du graphique et de la règle sont adéquates. Il n'y a pas de tentative de coordination d'une règle qui serait propre à la représentation graphique de chaque fonction. Alors que les représentations graphiques tendent les formes de base de chaque fonction, la proposition graphique de la fonction exponentielle est celle où le paramètre c aurait une valeur entre 0 et 1. Il n'y a pas d'exemple de table de valeurs pour la fonction quadratique et la fonction exponentielle. Des valeurs de <math>x</math> pour la fonction quadratique ont été inscrites et le choix de ces valeurs semble vouloir illustrer l'aspect symétrique de cette fonction. Les élèves ont pris soin d'écrire des caractéristiques en mots, mais il n'y a pas d'exemples en mots.</p>

<sup>10</sup> À noter que tout ce qui apparaît sur les tableaux collaboratifs des élèves (Tableau 12) a été inscrit par les élèves avec l'outil texte ou l'outil crayon.

<p>Salle 2</p>		<p>Encore une fois, seuls les registres du graphique et de la règle ont été réalisés pour les trois types de fonctions. L'allure des courbes proposées est adéquate. Dans le cas de la fonction exponentielle, la représentation graphique serait associée à une valeur négative au paramètre <math>a</math>. Un exemple de table de valeurs pour la fonction affine est présent et il peut être coordonné à la représentation graphique. Aucune caractéristique exprimée en mots n'est présente et il n'y a pas davantage d'exemples présentés en mots pour chaque situation.</p>
<p>Salle 3</p>		<p>Pour cette équipe, les registres graphique et table des valeurs sont présentés. Il n'y pas de coordination entre ces deux registres pour une même fonction. Les exemples de représentation graphique pour les fonctions affine et quadratique sont corrects. Celui associé à la fonction exponentielle ressemble davantage à un cas de fonction de variation inverse, laquelle a aussi été étudiée en 3<sup>e</sup> secondaire. Pour ce qui concerne les cas exposés dans les tables de valeurs, ils sont tous trois adéquats. La table de valeurs associée à la fonction du premier degré est accompagnée d'une précision, en mots, de la</p>

		propriété de conservation du taux de variation.																																
Salle 4	 <p>quadratique  <i>peut être toujours par (0,0)</i>  <i>pas</i>  <i>en</i>  <i>pas</i>  <i>x-</i></p> <p>Règle: <math>f(x) = ax^2</math></p> <table border="1" data-bbox="456 575 513 638"> <tr><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>-2</td><td>4</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>-1</td><td>1</td></tr> </table> <p>affine  <math>y = mx + b</math></p> <table border="1" data-bbox="581 520 638 583"> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>10</td></tr> <tr><td>4</td><td>20</td></tr> <tr><td>6</td><td>30</td></tr> </table> <p>exponentielle  <math>f(x) = a(x)</math>  <i>Impossible qu'il passe par (0,0).</i>  <math>\Rightarrow a =</math> ordonné à l'origine (Valeur initiale)  <math>c =</math> facteur multiplicatif</p> <table border="1" data-bbox="662 531 719 615"> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>7</td></tr> <tr><td>4</td><td>11</td></tr> <tr><td>5</td><td>16</td></tr> </table>	2	4	-2	4	0	0	1	1	-1	1	x	y	0	0	2	10	4	20	6	30	x	y	1	1	2	2	3	7	4	11	5	16	Dans cette équipe, les registres du graphique et de la règle ont été adéquatement représentés. Pour les fonctions quadratique et exponentielle, des propriétés associées aux représentations graphiques sont présentes et adéquates. Le rôle des paramètres de la règle exponentielle sur la représentation graphique sont présents et adéquats. Le graphique de la fonction exponentielle nous montre cependant une possible confusion entre la fonction exponentielle et la fonction variation inverse. Les élèves ont aussi exposé des exemples de tables de valeurs, mais ils sont tous erronés sauf celui de la fonction de premier degré.
2	4																																	
-2	4																																	
0	0																																	
1	1																																	
-1	1																																	
x	y																																	
0	0																																	
2	10																																	
4	20																																	
6	30																																	
x	y																																	
1	1																																	
2	2																																	
3	7																																	
4	11																																	
5	16																																	
Salle 5	 <p><i>bon pas équivalent</i></p> <p>affine  <i>droite qui se passe pas par (0,0) elle peut représenter un salaire constant</i></p> <p>(0,0)  quadratique  Symétrique  <math>f(x) = ax^2</math>  <i>pour trouver a on regarde par un point x et f(x)</i></p> <p>expo  nentielle  <i>jamais a (0,0)</i>  Courbe  <math>f(x) = a(x)</math>  <i>a = ord. à l'origine</i>  <i>c = facteur multiplicatif</i>  <math>\hookrightarrow c = \frac{y}{x}</math></p>	Dans cette équipe, les allures des courbes des représentations graphiques sont appropriées. Le registre de la règle est donné pour les fonctions exponentielle et quadratique. Les formes générales sont présentes. Il n'y a pas de coordination de règles particulières aux représentations graphiques. Le rôle du paramètre $a$ dans la fonction exponentielle sur la représentation																																

		graphique est exposé et on retrouve des explications sur la façon de trouver la valeur de certains paramètres.
--	--	--

Voici la formulation telle que proposée dans la séquence :

*À l'aide du tableau que vous avez complété en devoir, j'aimerais qu'à tour de rôle, vous partagiez à vos coéquipiers ce que vous avez trouvé pour décrire chaque fonction. Comparez vos réponses pour chaque registre de représentation. Faites une synthèse qui résume au mieux ce que vous avez trouvé ensemble et consignez toutes vos réponses sur un Post-it géant puis allez le coller autour de la classe. Déterminez un porte-parole au sein de votre équipe.*

Voici maintenant la formulation de la tâche à travers les propos de l'enseignante :

« Ce que vous allez faire, vous allez reprendre les notes que vous avez fait dans le devoir. Donc vous allez reprendre ce que vous avez fait ressortir concernant la droite, la fonction quadratique et la fonction exponentielle. Vous allez mettre ça en commun et vous allez me faire une synthèse. Donc c'est-à-dire, je veux **que tu fasses ressortir les équations**, ça c'est certain. Après ça **l'allure du graphique, les particularités dans le graphique, des éléments importants à remarquer justement dans le graphique, s'il y a des points aussi importants**, les faire ressortir. Après ça, la table de valeurs, **la table de valeurs tu peux aussi faire ressortir s'il y a des liens multiplicatifs, s'il y a des bords équivalents**, donc ces choses-là tu me fais ressortir ça. » (Annexe III, p. 318)

L'enseignante a passablement enrichi la consigne en ajoutant des propositions d'éléments à considérer pour réaliser la tâche. Elle a voulu guider les élèves, mais comme elle l'a fait oralement, il est évident qu'ils n'ont pas pu retenir toutes ces propositions.

Si nous revenons au moment de réalisation de l'activité en elle-même par les élèves, la chercheuse a été placée dans la salle 2 où se trouvaient quatre des cinq élèves ciblés, soit un élève considéré plus fort (Élève 1), deux élèves dits moyens (Élèves 2 et Élève 3) et un élève plus faible (Élève 4). Pour cette raison, ne seront discutées que les observations faites dans

cette salle. Les élèves de cette salle ont d'abord tenté de s'appropriier la tâche. Par exemple, Élève 4 demande qui fera les graphiques. Élève 2 lui répond qu'il pense qu'il faut seulement écrire dans leurs mots et Élève 1 affirme qu'elle pense qu'il faut reproduire le devoir. En parallèle, l'appropriation de l'espace collaboratif qu'est le tableau blanc a nécessité un temps de sept minutes puisqu'il a fallu aux élèves reproduire un tableau vide comme celui exposé dans le devoir pour y inscrire des informations. Après ce moment, Élève 4 n'a plus participé. La discussion était uniquement entre Élève 1 et Élève 2. Au chapitre des connaissances exprimées dans la réalisation de l'activité (voir Figure 34), nous remarquons que les élèves ne maîtrisent pas encore toutes les caractéristiques de chaque type de fonction (cohérence de l'allure de la courbe dans les représentations graphiques, cohérence des tables de valeurs fournies, présence d'exemples appropriés en mots). En effet, Élève 2 a demandé si quelqu'un pouvait lui donner un exemple de table de valeurs pour la fonction exponentielle et personne n'a pu aider (Annexe III, p. 320).

Au terme de cette activité, nous remarquons qu'Élève 1 était clairement plus engagée que les autres quoiqu'Élève 2 a aussi participé à l'élaboration du tableau. Élève 4 a parlé un peu au début, mais s'est effacé par la suite. Élève 3 quant à elle n'a pas parlé une seule fois et n'a pas participé à écrire dans le tableau. Puisqu'elle n'a jamais ouvert sa caméra, nous nous demandons si elle était vraiment présente ou si elle était seulement connectée à la rencontre.

L'appropriation de la tâche est le reflet de tous les leviers ayant été proposés par l'enseignante. La tâche était assez ouverte et exigeante, car elle nécessitait de réinvestir des connaissances de l'ordre de la reconnaissance de chacune des fonctions dans chacun des registres, pouvant même aller jusqu'à coordonner, pour une fonction donnée, les différents registres. Toute la complexité de distinguer les fonctions est visible dans cette tâche qui se veut une activité d'amorce. Cela a peut-être conduit à du désengagement pour certains élèves, mais nous pensons que certains autres facteurs sont à considérer. Par exemple, il fallait avoir fait le devoir pour pouvoir participer pleinement à la discussion. De plus, cette tâche a été initialement conçue pour être réalisée en présence, puisque celle-ci a été dispensée à distance,

cela a pu contribuer à un désengagement de certains élèves puisqu'elle n'avait pas été réfléchi à cet effet.

Cette activité, sous sa forme collaborative, avait pour but de réactiver les connaissances antérieures des élèves au sujet de cas génériques associés aux registres de représentation des différentes fonctions. Il était anticipé d'obtenir des traces pour chaque registre. Les résultats ne vont pas en ce sens, car nous n'avons pas obtenu des traces pour chaque registre pour l'ensemble des équipes.

Malgré ce flou associé à l'appropriation de la tâche et les difficultés que l'on reconnaît de coordonner les différents registres de représentation, nous considérons que ce moment de confusion est porteur pour la nécessité de comprendre l'importance d'être capable d'interpréter chacun des registres de représentation de façon indépendante.

Puisqu'il s'agissait d'une activité d'amorce, il est évident que cette activité peut être déstabilisante pour les élèves. Considérant les ajouts de l'enseignante, considérant le moment et les conditions dans lesquelles l'activité a eu lieu, nous choisissons de conserver la tâche telle quelle. Nous maintenons l'activité, sachant pertinemment qu'il y aura des lacunes à combler. C'est d'ailleurs l'objectif de cette séquence d'enseignement. Dans sa forme actuelle, l'activité joue bien le rôle de réactivation des connaissances sans qu'elle ne suscite l'engagement de tous les élèves malgré une formule collaborative. Le recueil des traces est pertinent, car il permet à l'enseignant d'analyser rapidement les productions des élèves pour ainsi mieux orchestrer la seconde phase.

### **Phase 1 (temps 3 de l'activité) de la leçon<sup>11</sup> 1 (Annexe II, p. 245-246)**

L'enseignante a fait son retour sur l'activité assez rapidement (15 minutes, car en ligne, les leçons sont 15 minutes plus courtes que les leçons en présentiel). À la place de faire une

---

<sup>11</sup> Nous n'avons pas eu accès à l'enregistrement de cette partie de la leçon, car l'enregistrement *Teams* s'est arrêté à ce moment pour une raison inconnue.



synthèse pour chaque type de fonction, elle a présenté le tableau réalisé par chaque équipe et elle a fait remarquer les points positifs ainsi que les quelques erreurs comme celles en lien avec les tables de valeurs. Elle n'est pas revenue sur les exemples en mots qui auraient pu être fournis. Elle a enrichi cette phase de retour sur la tâche au début de la leçon suivante, dans une phase qui n'avait pas été planifiée. Elle n'a cependant pas discuté du registre verbal qui n'avait pas été exploité.

#### **5.4.2 Leçon 2**

Avant de débiter la phase 1 de la leçon, l'enseignante a pris dix minutes pour faire un retour sur l'activité des connaissances antérieures réalisée lors de la leçon précédente, car elle jugeait avoir escamoté cette phase lors de la leçon précédente par manque de temps. Afin de la guider dans cette phase, elle avait préparé un tableau résumé <sup>12</sup> (Figure 47) avec les réponses des différentes équipes et elle l'a bonifié en questionnant les élèves (Annexe III, p. 321-324). Cette phase a duré près de 12 minutes.

---

<sup>12</sup> Les éléments écrits à la main en noir ont été ajouté pendant la discussion avec les élèves.

Tableau sur les fonctions

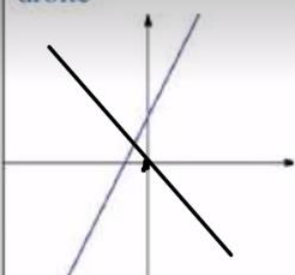
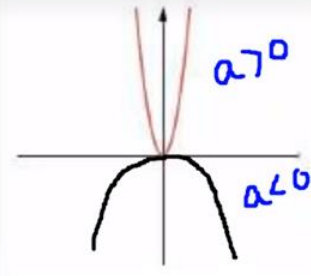
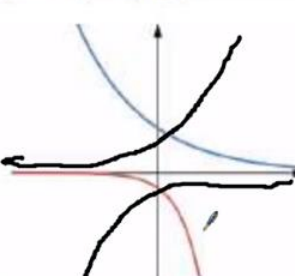
	Fonction affine	Fonction quadratique	Fonction exponentielle																														
Règle	$y=mx+b$ <i>m</i> : taux de variation (pente) <i>b</i> : valeur initiale, ordonnée à l'origine Ex : $y = 3x + 5$	$y = ax^2$ Pour trouver a, il faut remplacer par x et y.	$y=a(c)^x$ a : ordonnée à l'origine (valeur initiale) c : facteur multiplicatif $c = \frac{y_2}{y_1}$																														
Graphique	Dom : $]-\infty, +\infty[$ droite  Droite qui ne passe pas par (0,0)	parabole symétrique passe toujours par (0,0) 	ne touche jamais à l'axe des x impossible qu'elle passe par (0,0) 																														
Table de valeurs	Taux de variation équivalent → additifs. Bonds équivalents... (à préciser)																																
	<table border="1" data-bbox="357 1281 617 1575"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>4</td> </tr> </tbody> </table> +2 } +1 +2 } +1 +2 }	x	y	0	1	2	2	4	3	6	4	<table border="1" data-bbox="682 1260 925 1554"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>16</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>36</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	y	1	4	2	16	3	36			<table border="1" data-bbox="990 1281 1250 1575"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>-6</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>-12</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>-24</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> +1 } x2 +1 } x2	x	y	1	-6	2	-12	3	-24		
x	y																																
0	1																																
2	2																																
4	3																																
6	4																																
x	y																																
1	4																																
2	16																																
3	36																																
x	y																																
1	-6																																
2	-12																																
3	-24																																

Figure 47. Tableau résumé de l'enseignante

Voici un extrait du retour en grand groupe en lien avec la table de valeurs de la fonction affine :

**Enseignante** : « OK oui, alors qu'est-ce que vous avez voulu dire quand vous avez marqué " bonds équivalents " » ?

**L'autre élève de cette équipe** : « Que les bonds sont égales. »

**Enseignante** : « Euh, les bonds, tu veux dire les bonds en y ? »

**L'élève** : « Oui »

**Enseignante** : « Il faut faire attention parce que oui ici (elle désigne la première table de valeurs) les bonds, on voit que ça fait +1, +1, par contre, des bonds équivalents, ça aurait pu être aussi fois(x), par exemple ici (elle désigne la 3e table de valeurs, ben on fait fois, fois 2, alors les bonds sont aussi équivalents. Par contre si je parle de taux de variation équivalent, là ça veut dire plus là ici ou bien il aurait fallu peut-être ajouter bonds additifs. On aurait pu dire ça. Mais on préfère l'utilisation du mot « taux de variation équivalent ». D'accord ? Quand on parle de +. D'accord ? Donc, quand x augmente de 2, y augmente de 1 (elle réfère à la 1ere table de valeurs). Donc ça, ça vous donne en effet votre taux de variation. OK ? Attention ici elle réfère à la 3e table de valeurs) les bonds ici on fait fois 2 par bonds de 1 (elle écrit le +1 à gauche de la colonne de gauche) sont quand même équivalents, mélangez, confondez pas ça. OK ? Les bonds ici sont quand même équivalents, mais ils sont multiplicatifs. C'est pas la même sorte de bonds qu'ici. Euh, je pense que je n'insisterai pas sur le reste. Je reviendrai plus tard sur comment la reconnaître dans une fonction quadratique. » (Annexe III, p. 324)

### **Phases 1 et 2 de la leçon 2 : Activité Cure-dents 1 (Annexe II, p. 247-248)**

Tel que prévu dans la séquence, l'enseignante leur présente la vidéo déclencheur du problème. Ensuite, elle leur a donné le lien vers l'activité *Desmos* sans leur poser de question. Il était initialement prévu dans la séquence que l'enseignante travaille la phase de problématisation d'une situation dont le contexte est réaliste en leur demandant d'analyser la situation et en posant les deux questions aux élèves :

- *Quelles questions mathématiques croyez-vous qu'on pourrait se poser ?*
- *Quelles grandeurs sont présentes dans cette situation ?*

Ensuite, elle devait leur exposer le problème à résoudre :

- *Pour l'activité que je vous propose, nous allons nous intéresser à la relation entre le nombre de cure-dents par rangée.*

Les trois questions à répondre étaient :

- *Combien a-t-on besoin de cure-dents pour faire la 3e rangée ?*
- *Combien a-t-on besoin de cure-dents pour faire la 10e rangée ?*
- *Combien a-t-on besoin de cure-dents pour faire la 100e rangée ?*

Nous avions prévu qu'ils répondraient sur une feuille, mais, puisque la leçon s'est déroulée en ligne, nous avons convenu que les élèves pourraient répondre directement sur les écrans de l'activité *Desmos* créée pour la première expérimentation.

Le travail de problématisation et de modélisation d'une situation associé à la résolution du problème retenu n'a toutefois pas été perçu comme un enjeu d'apprentissage par l'enseignante. Elle n'a initialement pas posé les questions planifiées, avant la relance de la chercheuse qui a suggéré de vérifier si les élèves avaient compris le problème avant qu'ils ne se lancent dans la résolution. Après un échange ciblant l'appropriation du problème, il a été entendu avec les élèves d'étudier la relation entre le nombre de cure-dents par rangée. Voici l'extrait de l'échange entre l'enseignante et le groupe :

**Enseignante :** « OK donc, est-ce que vous avez compris ce qu'on voulait que vous observiez ? »

**Une élève :** « Ben les triangles, les cure-dents. »

**Enseignante :** « OK, pis quoi par rapport aux cure-dents ? »

**Une élève :** « Si sont tout placés pareil, ben je ne sais pas comment dire. »

**Enseignante :** « OK, puis qu'est-ce qu'on va vouloir compter peut-être ? Avez-vous une idée ? »

**Une élève :** « Combien il y en a ? »

**Enseignante :** « Plus précisément peut-être ? »

**Une élève** : « Combien il va en avoir quand on va avoir fini la figure ? Combien il y en a dans le paquet ? »

**Enseignante** : « OK »

**Un autre élève** : « Mettons le nombre de triangles à chaque rangée mettons. »

**Enseignante** : « OK »

**Élève** : « Mettons on part avec un triangle, il va rien que en avoir un, tu descends... »

**Une élève** l'interrompt et dit : « 2, 3, 4 »

**L'élève** : « Il va toujours en avoir de plus en plus. »

**Enseignante** : « OK et on s'intéresse peut-être moins au nombre de triangles. on pourrait vouloir compter quoi plus? Mais oui par rapport aux triangles, mais c'est quoi qu'on va observer ? »

**Une élève** : « Le nombre de cure-dents »

**Un autre élève** : « C'est ça, le nombre de cure-dents »

**Enseignante** : « Ok vous êtes sur la bonne piste. On va s'intéresser au nombre de cure-dents par... ? »

**Deux élèves** en même temps : rangée

**Enseignante** : « Yes ! Bravo ! Donc allez-y, faites le *Desmos*. » (Annexe III, p. 325-327)

Même si l'enseignante leur a suggéré de faire un dessin, très peu d'élèves l'ont fait.

Lors de l'élaboration de notre séquence, nous avons prévu que les élèves recourent à la table de valeurs afin de consigner leurs données (nombre de cure-dents par rangée). L'étude des données et de leur variation concomitante devant alors donner lieu à la reconnaissance de la fonction affine pour ainsi être en mesure de trouver la règle et répondre à la deuxième et à la troisième question. Étant sous un mode de prestation à distance, nous ne pouvons certifier que les élèves n'ont pas recouru à cette méthode, mais les traces laissées à l'écran 2 sur l'activité *Desmos* nous laissent croire que seulement un élève a fait une table de valeurs et rien ne nous indique que la fonction a été identifiée ni qu'une règle a été trouvée.

Cependant, nous remarquons à l'écran 5 (Figures 48 et 49) où il est demandé d'identifier le type de fonction et de justifier le choix que seulement cinq élèves ont bien identifié le type de fonction et que, parmi ceux-ci, seulement deux élèves ont proposé une justification pertinente. Cependant, malgré le fait que les élèves n'arrivaient pas à identifier le type de fonction, certains ont mentionné qu'il y avait une récurrence additive et d'autres ont remarqué que nous pouvions multiplier le nombre de rangées par trois pour obtenir le nombre de cure-dents.

Quel est le modèle qui explique le mieux la relation entre le nombre de cure-dents par rangée et le numéro d'une rangée ?

C'est une fonction, mais je ne sais pas laquelle.  
 C'est une fonction de degré 0 (fonction constante)  
 C'est une fonction du premier degré (fonction affine)  
 C'est une fonction du second degré (fonction quadratique)  
 C'est une fonction exponentielle

Expliquez votre raisonnement.

Figure 48. Écran 5 de l'activité Cure-dents 1

Voici les réponses des élèves ciblés pour cette question (Figure 49) :

<p><b>Élève 1 (fort)</b></p> <p>C'est une fonction, mais je ne sais pas laquelle.   on fait 3x le nombre de rangés</p>	<p><b>Élève 4 (faible) :</b></p> <p>C'est une fonction exponentielle   Car le nombre de curdant de la ranger que l'on veu calculer est exposer par la premiere ranger</p>
<p><b>Élève 2 (moyen)</b></p> <p>C'est une fonction, mais je ne sais pas laquelle.   c tjr plus 3 pr chaque rangée donc tu prend ta ranger et tu fait fois 3</p>	<p><b>Élève 5 (faible) :</b></p> <p>C'est une fonction exponentielle   ...</p>
<p><b>Élève 3 (moyen) :</b> Elle n'a pas répondu.</p>	

Figure 49. Réponses des élèves ciblés à l'écran 5 de Cure-dents 1

Remarque : Aucun des élèves ciblés n'a été en mesure d'identifier adéquatement le type de fonction. Cependant, Élève 1 (fort) est capable d'identifier qu'on multiplie par 3 le nombre de rangées pour trouver le nombre de cure-dents et Élève 2 (moyen) a remarqué qu'il y a 3 cure-dents de plus à chaque rangée. Les deux élèves faibles ont affirmé qu'il s'agissait d'une fonction exponentielle. Un seul a fourni une explication qui n'est pas claire.

### Phase 3 de la leçon 2 : Retour sur l'activité Cure-dents 1 (Annexe II, p. 249 à 251)

Une des intentions de l'activité est de renforcer l'utilité de la table de valeurs pour reconnaître une fonction. Pour y répondre, l'enseignante s'appuie sur l'écran suivant (Figure 50) pour faire le retour sur la tâche. Elle a ainsi pu faire un lien entre le dessin et la consignation des données dans la table de valeurs.

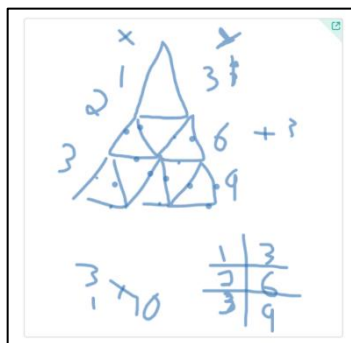


Figure 50. Dessin d'un élève

L'enseignante a ensuite présenté les justifications de certains élèves. Elle a débuté avec les réponses d'Élève 1 et d'Élève 2 (Figure 49). Elle a mentionné que ces justifications étaient bonnes, mais qu'il faudrait se demander de quel type de fonction il s'agit. C'est à ce moment qu'un élève a affirmé que c'était justement cela qu'il ne savait pas faire. Elle a donc présenté en exemple les réponses de Jean d'Alembert et de Leonardo Fibonacci (Figure 51) et elle lui a demandé s'il trouvait que cela avait du sens.

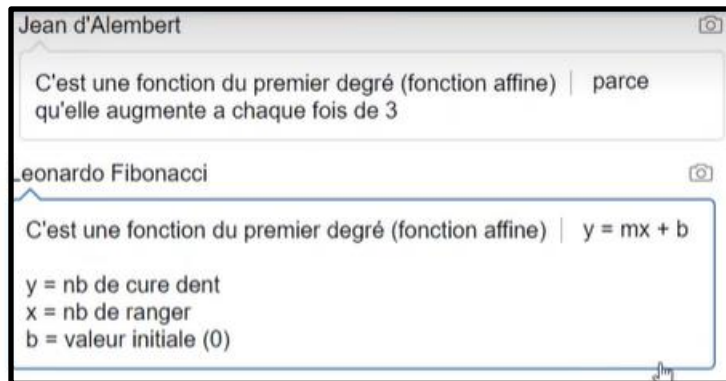


Figure 51. Exemples de réponses d'élèves présentés au groupe

Certaines questions avaient été proposées (Annexe II, p. 249) dans la séquence et l'enseignante ne les a pas utilisées. Nous ne sommes donc pas en mesure de comparer les réponses des élèves avec celles attendues. L'enseignante a tout de même fait ressortir certains aspects dont le fait que la fonction ne pouvait pas être une fonction exponentielle, car lorsqu'on a zéro rangée, on a zéro cure-dent, donc que le graphique passe par  $(0, 0)$ . Elle a aussi abordé la notion de taux de variation. Elle a également mis en évidence le fait que la récurrence est additive et non multiplicative. Voici un extrait de cette discussion :

**Enseignante** : « Donc ceux qui avaient écrit exponentielle, il faut revoir notre théorie, car ici le  $(0,0)$  existe donc si je n'ai pas de rangée, je n'ai pas de cure-dent donc ce n'est pas une fonction exponentielle. Donc, qu'est-ce qu'on peut conclure de tout ça ? Quelqu'un veut me faire un petit résumé de tout ça ? De tout ce qu'on vient de dire ? »

**Élève 17** : « Ben qu'à cause que ça peut passer par  $(0,0)$ , c'est pas une fonction exponentielle. »

**Enseignante** : « Oui et surtout pourquoi c'est une fonction affine ? C'est plus ça qui m'intéresse. »

**Élève 17** : « Ben à cause qu'il y a une valeur initiale, je sais pas trop comment le dire. »

**Enseignante** : « Quelqu'un veut l'aider à compléter ? »

**Élève 12** : « Ben les bonds c'est des additions et non des multiplications. »



**Enseignante** : « Oui. Donc ça augmente à un rythme constant de ... Comment on pourrait dire cela dans le contexte ? Ça augmente à quel rythme le nombre de cure-dents ? »

**Élève 16** : « Ça augmente toujours de 3. »

**Enseignante** : « Donc les bonds sont constants donc pour chaque rangée supplémentaire, le nombre de cure-dents augmente de 3 c'est pourquoi c'est une fonction affine. OK donc, ça va ça ? » (Annexe III, p. 331)

#### **Phase 4 de la leçon 2 : Activité Cure-dents 2 (Annexe II, p. 251 à 255)**

L'enseignante a débuté l'activité en leur disant que dans cette 2<sup>e</sup> activité, nous allons nous intéresser au nombre total de cure-dents selon le nombre de rangées plutôt qu'au nombre de cure-dents par rangée comme dans la précédente. Elle leur a dit cette information avant même de leur laisser prendre connaissance de la vidéo du problème ainsi que de la question à répondre. On peut supposer que l'enseignante a transmis cette information, car elle voulait s'assurer qu'ils comprennent bien la tâche. Du même coup, elle a escamoté le travail de problématisation de la situation. Nous ne pouvons donc pas discuter des réponses des élèves aux questions proposées ni de la richesse de cette discussion en grand groupe, car elle n'a pas eu lieu.

Lorsque nous regardons les réponses des élèves en lien avec la question qui demandait d'identifier les variables en jeu, nous constatons qu'ils ont presque tous répondu : le nombre de cure-dents selon le nombre de rangées ou une réponse équivalente. L'enseignante a donc repris cet élément en leur mentionnant qu'ils devaient être plus précis et nommer le nombre total de cure-dents selon le nombre de rangées. Cette précision était demandée aussi pour s'assurer qu'ils comprenaient bien le problème et pour éviter qu'ils reprennent les mêmes données que pour le premier problème. L'enseignante leur a aussi proposé à plusieurs reprises de se faire un dessin afin de se représenter la situation et pour compter le nombre de cure-dents. Malgré ces précisions et ces suggestions, nous remarquons que plusieurs élèves ont eu de la difficulté à compléter adéquatement la table de valeurs. L'enseignante a donc fait un partage d'écran afin de leur expliquer comment procéder en faisant les trois premières

rangées avec eux (Figure 52). Elle a fait le dessin, le dénombrement et elle a complété la table de valeurs en donnant les explications suivantes :

**Enseignante :** « OK pour ceux qui ont de la difficulté. Après 1 rangée, il y en a 3. OK. Après ça pour la 2e rangée, j'en avais 3, j'en ajoute 1-2-3-4-5-6. On en avait 3 on en a ajouté 6, on est donc rendu à 9 (et elle inscrit (2,9) dans la table). Donc là après 3 rangées, on est à 9 donc (en dessinant elle compte) 10-11-12-13-14-15-16-17-18. Pour 4, ben là il faudrait voir ce qui se passe à chaque rangée. Il faut essayer de trouver ce qu'il se passe. OK ? Donc là peut-être que vous en avez assez pour remplir votre table de valeurs. Ça prendrait idéalement la 4e rangée. Est-ce que ça va aller ? » (Annexe III, p. 335).

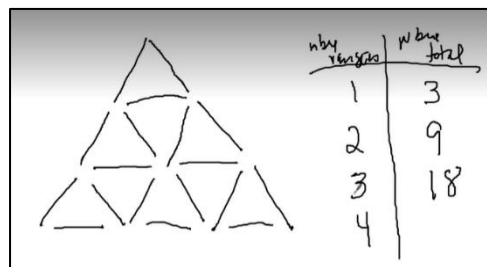


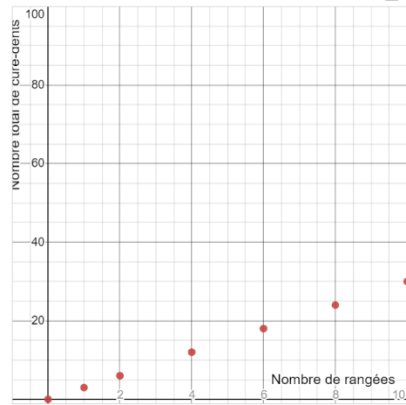
Figure 52. Exemple fait par l'enseignante

Malgré cette intervention, un élève n'a pas du tout complété la table de valeurs, quatre élèves l'ont complétée en reprenant les mêmes valeurs qu'à la situation précédente, montrant aussi l'absence d'une prise de conscience sur le motif considéré dans cette nouvelle tâche. Trois élèves ont complété les premières valeurs adéquatement et ont fait des erreurs dans les dernières valeurs de la table. Parmi les cinq élèves ciblés, on remarque que l'élève considérée forte (Élève 1) n'a pas porté attention à la nouvelle relation étudiée et est demeurée sur la relation « nombre de cure-dents selon le rang de la rangée étudiée ». Élèves 3 (moyen) et Élève 5 (faible) ont bien complété la tâche (Figure 53).

### Élève 1 (forte) :

Complète la table de valeurs représentant la situation. Les points apparaîtront dans le graphique au fur et à mesure que tu les ajoutes.

Nombre de rangées	Nombre total de cure-dents
0	0
1	3
2	6
4	12
6	18
8	24
10	30

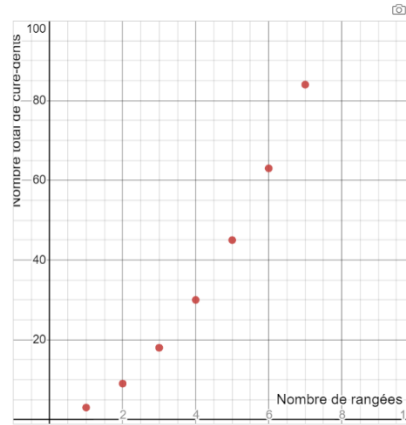


### Élève 2 : Non fait

### Élève 3 :

Complète la table de valeurs représentant la situation. Les points apparaîtront dans le graphique au fur et à mesure que tu les ajoutes.

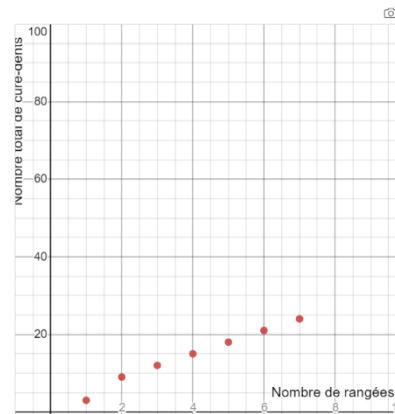
Nombre de rangées	Nombre total de cure-dents
1	3
2	9
3	18
4	30
5	45
6	63
7	84



### Élève 4 :

Complète la table de valeurs représentant la situation. Les points apparaîtront dans le graphique au fur et à mesure que tu les ajoutes.

Nombre de rangées	Nombre total de cure-dents
1	3
2	9
3	12
4	15
5	18
6	21
7	24



### Élève 5 :

Complète la table de valeurs représentant la situation.  
Les points apparaîtront dans le graphique au fur et à mesure que tu les ajoutes.

Nombre de rangées	Nombre total de cure-dents
1	3
2	9
3	18
4	30
5	45
6	63
7	84

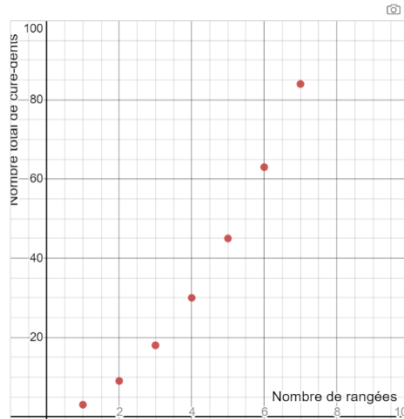


Figure 53. Réponses des élèves ciblés

Un constat après deux expérimentations est que les élèves ont eu beaucoup de difficulté à modéliser une situation, c'est-à-dire à compléter une table de valeurs à partir d'un contexte même si l'enseignante les a beaucoup aidés. Nous n'avions pas anticipé que cet aspect des tâches représenterait un tel obstacle.

À la question « Que pourrais-tu regarder pour vérifier de quelle fonction il s'agit ? », la plupart ont référé au graphique (Figure 54). Certains ont aussi nommé le taux de variation ou les bonds qui réfèrent à la table de valeurs ou au graphique (Figure 55). Puisqu'il n'y a pas de précision, on ne sait pas s'ils voulaient dire qu'ils calculeraient le taux de variation à partir des données de la table de valeurs ou s'ils réfèrent à l'allure du graphique.

<input type="checkbox"/> Rochelle Gutierrez	<input type="checkbox"/> Carl Gauss
on regarde dans le graphique si ça passe par le point 0,0 ou si ça fait un genre de u pour voir c'est quoi la fonction	le graphique
<input type="checkbox"/> Ingrid Daubechies	<input type="checkbox"/> Diarra Bouso Gueye
le graphique qui fait	si il passe par 0,0
<input type="checkbox"/> Edray Goins	<input type="checkbox"/> Candice Price
la courbe le graphique	le graphique
	<input type="checkbox"/> Diana Ma
	la coubre dans le graphique
	<input type="checkbox"/> Robert Eugene Megginson
	le graphique est une courbe .

Figure 54. Réponses relatives au graphique

<input type="checkbox"/> Gladys West
le taux de variation
<input type="checkbox"/> Etta Zuber Falconer
le taux de variation
<input type="checkbox"/> Audrey Tang
les bonds

Figure 55. Réponses relatives à la table de valeurs ou au graphique

Voici la réponse que nous avons anticipée lors de l'élaboration de la tâche : « Il faut regarder ce qui se passe avec la variable dépendante lorsqu'on fait varier la variable indépendante. Pour cela, nous regarderons les accroissements des ordonnées selon les accroissements des abscisses. Si les accroissements sont constants (régularité additive), il s'agit d'une fonction affine (degré 1). S'il y a une régularité additive seulement au 2e niveau d'accroissements des ordonnées, il s'agit d'une fonction quadratique (degré 2). Si la régularité des accroissements des ordonnées est multiplicative, alors il s'agit d'une fonction exponentielle. » Cependant aucune mention des accroissements n'a été faite. Nous remarquons que les élèves trouvent plus facile d'identifier le type de fonction à partir du graphique qu'à partir de la table de valeurs.

À l'écran qui demandait d'identifier le type de fonction et de justifier leur choix, Élève 1 et Élève 3 ont tous les deux répondu « fonction quadratique » qui est la bonne réponse, mais leur seul argument était qu'elle passe par (0,0) alors que nous avions prévu qu'ils utiliseraient les accroissements pour justifier leur choix ou qu'ils réfèreraient à l'allure du graphique. De plus, Élève 1 avait la bonne réponse (fonction quadratique), pourtant sa table de valeurs comportait les mêmes données que dans la situation Cure-dents 1, donc elle représentait une fonction affine.

Sans que l'on ne puisse avancer avec certitude l'explication qui suit, il faut reconnaître qu'en CST, seule la forme de base de la fonction quadratique est étudiée, laquelle est représentée par une courbe qui passe par l'origine (0,0). Des élèves en déduisent alors que la présence du couple (0,0) justifie la reconnaissance de la fonction quadratique. Élève 3 a d'ailleurs donné une justification s'appuyant sur cet aspect, sa table de valeurs représentant bien une fonction quadratique sans qu'il ne réfère aux variations concomitantes des variables en jeu.

Tel que prévu, les élèves ont utilisé l'écran 7 pour se valider. Ensuite, l'enseignante a fait un retour sur les Écrans 4 à 7. Elle a présenté les bonnes réponses pour la table de valeurs et s'est ensuite dirigée vers les réponses à la question concernant la façon d'identifier le type de fonction. Un élève a affirmé qu'il avait de la difficulté à les distinguer et qu'il était mêlé. L'enseignante a donc pris le temps d'avoir un échange avec lui sur les caractéristiques, d'abord sur le graphique, puis sur la table de valeurs (Annexe III, p. 339-341). Cette discussion a fait en sorte que le dernier écran n'a pas pu être complété. L'enseignante reviendra donc avec eux sur la réponse finale à la question au début de la leçon suivante.

L'étude de la robustesse de la séquence, nous invite à porter regard rétrospectif sur cette seconde leçon. Celle-ci avait comme intention de réinvestir des connaissances qui ont préalablement été introduites dès le début du deuxième cycle du secondaire. En référence, la fonction du premier degré a été étudiée dès la troisième secondaire, l'étude des situations de proportionnalité alors que sont mises en relation de variables a aussi été objet d'enseignement au premier cycle du secondaire. Les réponses des élèves de cette seconde expérimentation

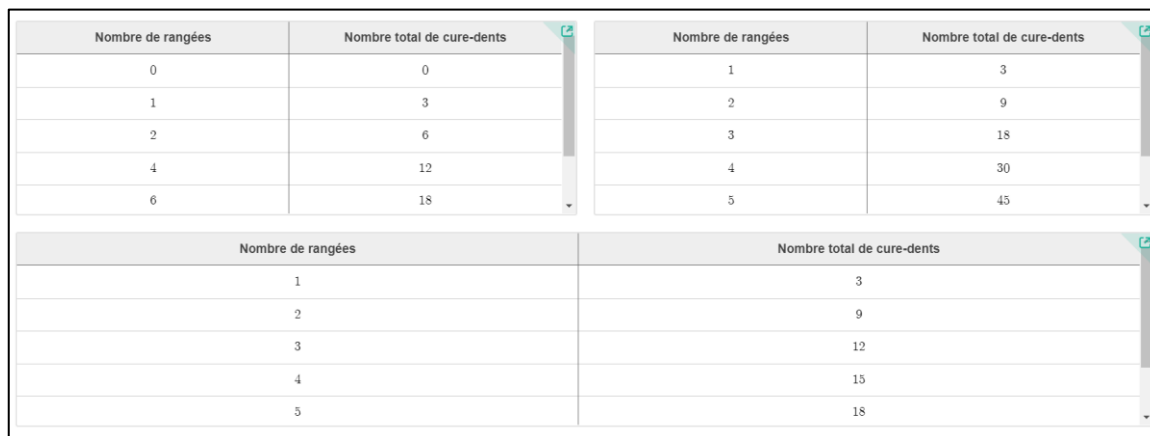
forcent au constat de la fragilité de leurs connaissances. Dans la présente situation à contexte réaliste où il n'y a pas eu évocation explicite du réinvestissement de la fonction du premier degré, la reconnaissance de celle-ci ne va pas de soi. De même, le recours à la table de valeurs, comme outil permettant d'étudier les variations concomitantes des variables en jeu, est une stratégie dont usent peu les élèves. Ces difficultés exprimées ne motivent pas la modification de l'activité telle que formulée. Toutefois, le choix de la présentation du problème en différents temps et à l'aide d'un support vidéo nous incite plutôt à reconnaître les différents enjeux. Il y a ainsi l'exigence, pour l'enseignant, de gérer la reconnaissance des fonctions en jeu alors que les élèves ont des connaissances parcellaires de chacune, mais aussi de savoir comment par le questionnement non-directif accompagner les élèves dans la phase de problématisation d'un problème (formuler une question, reconnaître les grandeurs en jeu, identifier les différentes relations qu'il est possible d'étudier) pour ensuite accompagner les élèves dans le travail de modélisation, soit ce travail qui invite l'élève à sélectionner des stratégies qui sont porteuses pour reconnaître les fonctions en jeu et les règles associées (étude des variations concomitantes des valeurs des variables dans la table de valeurs, production d'un graphique pour mieux étudier l'allure de la courbe...). Ce qui précède motive la rédaction de plus de balises s'adressant à l'enseignant afin de mieux l'accompagner, d'une part, dans son enseignement de la résolution de problèmes ouverts exigeant la reconnaissance du travail de problématisation et de modélisation et, d'autre part, sur les questions permettant de mener un remue-méninge avec l'ensemble de la classe encourageant l'énonciation de stratégies de reconnaissance des fonctions. Paradoxalement, plus les problèmes proposés sont ouverts, plus il sera nécessaire d'explicitier dans le document d'accompagnement de la séquence les réponses attendues des élèves, incluant les caractéristiques à mettre de l'avant, mais aussi les différentes questions et les verbalisations attendues permettant de faire avancer le discours de la classe.

### 5.4.3 Leçon 3

Cette leçon s'est déroulée en présence à l'école, mais la chercheuse n'avait pas l'autorisation d'être présente.

#### Phase 1 de la leçon 3, retour sur l'activité Cure-dents 2

L'enseignante a débuté en leur présentant trois tables de valeurs complétées par des élèves lors de la leçon précédente (Figure 56).



The figure shows three screenshots of tables. The first two are smaller tables, and the third is a larger one. Each table has two columns: 'Nombre de rangées' (Number of rows) and 'Nombre total de cure-dents' (Total number of teeth).

Nombre de rangées	Nombre total de cure-dents
0	0
1	3
2	6
4	12
6	18

Nombre de rangées	Nombre total de cure-dents
1	3
2	9
3	18
4	30
5	45

Nombre de rangées	Nombre total de cure-dents
1	3
2	9
3	12
4	15
5	18

Figure 56. Captures d'écrans présentées aux élèves

Elle leur demande d'identifier laquelle représente vraiment la situation Cure-dent 2. Les élèves reconnaissent rapidement la bonne puisqu'ils en avaient parlé à la fin de la leçon précédente. L'enseignante met ensuite en évidence les accroissements concomitants des ordonnées et des abscisses afin de leur faire remarquer la caractéristique que les accroissements du 2<sup>e</sup> niveau des ordonnées sont constants pour des accroissements constants des abscisses. Voici un extrait de cette explication :

**Enseignante :** « OK donc une fois qu'on a placé la 2<sup>e</sup> rangée, il ne faut pas oublier de compter les cure-dents de la 1<sup>ere</sup> rangée. Hein ? Donc c'était ça, ça prenait 6 cure-dents pour la rangée 2 et on en avait 3 pour la rangée 1, on était rendu à 9. Pour la rangée 3, ça en prenait 9, on ajoute les 9 des deux autres étages d'avant. On était rendu à 18. Etc. Maintenant ce que je veux qu'on comprenne, c'est qu'avec la table de valeurs, donc là on avait découvert que c'était une fonction quadratique. Je veux



qu'on essaie de comprendre, qu'est-ce qui se passe. On a des bonds particuliers et j'aimerais qu'on essaie de voir c'est quoi le lien parce que je n'ai pas insisté du tout sur cela pendant que j'expliquais la fonction quadratique. J'en n'avais pas vraiment parlé. Ici les bonds ça fait  $+3 +3 +3$ , mais ce n'était pas la bonne. Donc si on regarde celle en haut à droite. Donc si on compare les valeurs de  $y$ , les bonds, qu'est-ce que vous êtes capables de voir ? Qu'est-ce qui se passe ? 3, 9, 18, 30 et 45. Donc là est-ce qu'on fait toujours fois quelque chose ? On avait dit si on fait toujours fois quelque chose... Non ça ne marche pas. On voit ici que le  $x^3$  ne se répète pas. Donc si on regarde les bonds additifs, est-ce que les bonds additifs sont équivalents ? Donc ici  $+6$ , de 9 à 18 ?  $+9$ . De 18 à 30 ?  $+12$ . De 30 à 45 ?  $+15$ . (Elle écrit cela sur le tableau en même temps). Donc là ici, les bonds ne sont pas équivalents, donc ce n'est pas une droite. Parce que comme les  $x$  montent de 1, si on avait toujours fait  $+$  la même affaire, on aurait eu des bonds équivalents, qu'on appelle taux de variation. Ici les taux ne sont pas équivalents donc ce n'est pas une droite. Et ce n'est pas non plus une fonction exponentielle, car ce n'est pas toujours fois la même affaire, il n'y a pas de bonds multiplicatifs ici donc ce n'est pas une fonction exponentielle, c'est une fonction quadratique. Maintenant comment on peut observer que c'en est une. Maintenant que j'ai calculé les bonds de premier niveau, essayé de voir c'est quoi le lien entre 6, 9, 12 et 15. C'est quoi ? »

**Un élève** répond, mais on n'entend pas.

**Enseignante** : « Ah oui, regardez ici le 2<sup>e</sup> niveau (et elle écrit au tableau, on présume qu'elle écrit  $+3$ ). On appelle ça aussi les accroissements de 2<sup>e</sup> niveau et ça c'est un truc dans la table de valeurs pour reconnaître la fonction quadratique. Des fois à première vue, les bonds ici ne sont pas équivalents, ça ne marche pas, ça n'additionne pas toujours la même affaire sauf que quand on ajoute une étape de plus, qu'on appelle les accroissements de 2<sup>e</sup> niveau, là on se rend compte qu'ils sont pareils. »

On entend les élèves qui posent des questions et l'enseignante leur répond que tous les documents sont sur *Teams* en ligne.

**Enseignante** : « Donc ça c'est ce que je voulais qu'on constate aujourd'hui. Les bonds de 2<sup>e</sup> niveau sont constants parce que ça c'est une fonction quadratique et rappelez-vous que la fonction quadratique, le modèle de l'équation de base  $y=ax^2$ , bond de 2<sup>e</sup> niveau, faites le lien avec exposant 2. Ça vient de là. Comment on pourrait faire pour trouver  $a$  ? En principe quand on a cette forme-là ? » (Annexe III, p. 343-344)

L'enseignante nous a confié que cette caractéristique ne leur avait jamais été montrée, c'est pourquoi ils ne pouvaient pas y référer. Ils avaient seulement appris à identifier la fonction

quadratique par élimination ou en trouvant la règle avec un point puis en la validant avec les autres points.

Elle poursuit en présentant quelques réponses d'élèves puis elle donne la règle ainsi que la réponse à la question de départ.

### **Phase 2 de la leçon 3, activité Proposition salariale (Annexe II, p. 257 à 261)**

Bien qu'il était prévu de faire travailler les élèves en équipe, l'enseignante a pris l'initiative de modifier cette modalité et de les faire travailler individuellement plutôt. Comme prévu elle leur a donné accès aux trois premiers écrans pour ensuite avoir une discussion avec eux sur les variables en jeu. La majorité des élèves avaient bien saisi qu'il y avait une relation entre le salaire et le nombre de jours. À l'Écran 3, ils devaient écrire comment ils allaient s'y prendre pour vérifier quelle proposition était plus intéressante. Nous avions prévu qu'ils répondraient qu'ils feraient la table de valeurs pour identifier le type de fonction, puis qu'ils trouveraient la règle pour ensuite l'utiliser pour calculer le salaire après 30 jours. Certains élèves ont répondu qu'ils utiliseraient la table de valeurs, d'autres le graphique et certains ont nommé les deux registres. Seulement deux élèves ont fait référence à la règle.

Pour la suite de l'activité, 16 élèves sur 18 ont bien complété la table de valeurs représentant la situation et les deux qui ont mal complété la table avaient tout de même mis des valeurs qui doublent chaque jour.

À la question demandant d'identifier le type de fonction, tous ont identifié correctement la fonction exponentielle. Pour ce qui est des justifications, ils ont presque tous référé à des caractéristiques du graphique, telles que « ne passe pas par (0,0) » ou « ne touche pas à l'axe des  $x$  ». Seulement un élève a ajouté « elle fait toujours fois deux », qui est davantage une caractéristique de la table de valeurs. Nous constatons aussi que nos deux élèves ciblés faibles n'ont pas su justifier leur réponse. Seulement trois élèves ont trouvé la règle. Après 30 minutes, l'enseignante a fait le retour en grand groupe même si certains élèves n'avaient pas terminé, car la majorité avait fini et les élèves commençaient à se désorganiser.

### Phase 3 de la leçon 3, retour en grand groupe (Annexe II, p. 261)

L'enseignante a questionné les élèves à savoir si la proposition salariale était intéressante. Les élèves qui avaient accompli la tâche répondent que oui. L'enseignante ne leur a pas demandé de justification. Elle est ensuite revenue avec eux sur la table de valeurs qui permettait de constater que les bonds étaient multiplicatifs et donc qu'il s'agissait d'une fonction exponentielle. Elle leur a aussi fait un rappel sur la façon de trouver la règle en abordant le rôle des paramètres dans ce type de fonction. Voici l'extrait de cette partie de la leçon :

**Enseignante** : « Ben oui. Il y en a qui l'ont calculé et je pense que ça donne un joli montant. Si on regarde la table de valeurs que vous étiez supposé obtenir qui était le salaire journalier selon le nombre de jours. Donc on se rendait compte qu'au début un avait un cent. Qu'est-ce qui arrive après une journée ? On est rendu à 2 cents. Deux jours, 4, après 3, 8. Après 4, 16... (Elle écrit le tout dans une table de valeurs qu'elle fait au tableau.) Ici si on regarde les bonds, de quel type de bonds il s'agit ? Est-ce des bonds additifs ou multiplicatifs ? »

Les élèves répondent, mais on n'entend pas sur l'enregistrement.

**Enseignante** : « Multiplicatif, donc on se rend compte que c'est fois 2 à chaque fois. OK ? Donc ça double et quand on a parlé de la fonction exponentielle, le modèle  $f(x)=a \cdot c^x$ . Et les bonds multiplicatifs, le facteur multiplicatif, est-ce le  $a$  ou le  $c$  ? »

Les élèves répondent, mais on n'entend pas sur l'enregistrement.

**Enseignante** : « Le  $c$ . Ici le  $c$ , c'est votre fois 2. Donc ici on a  $f(x)=a \cdot 2^x$ . Ça ici c'est votre facteur multiplicatif. Maintenant, le  $a$ , c'est quoi déjà le  $a$  ? »

Les élèves répondent, mais on n'entend pas sur l'enregistrement.

**Enseignante** : «  $C$ 'est la quantité initiale. On commence avec un cent. Donc ça c'est votre quantité initiale. Quand  $x$  est à 0, on avait combien ? Un cent au départ pour commencer donc ce qui veut dire que votre règle c'est quoi ? C'est  $f(x)=0,01 \cdot 2^x$ . Le  $a$  quantité initiale toujours. OK ? Le  $c$  facteur multiplicatif. (Elle écrit tout cela au tableau). Donc ça c'est à savoir vraiment par cœur. Maintenant si on veut calculer après 30 jours, qu'est-ce qu'on va faire ? On va remplacer  $x$  par 30. OK ? Donc on aura  $0,01 \cdot 2^{30}$ . Selon la priorité des opérations, qu'est-ce qu'on va faire en premier ? Est-ce que je fais " $0,01 \times 2$ " ou je fais le " $2$  à la 30 " ? » (Annexe III, p. 348).

Nous remarquons que, dans ses interventions, l'enseignante réfère seulement à une variable et ne fait pas référence à l'étude des variations concomitantes des variables.

Puisque l'activité a pris moins de temps que prévu, l'enseignante a pris le temps de revenir sur l'activité de la leçon 1 afin de discuter des trois types de fonctions. Il s'agit d'une proposition faite par la chercheuse à la fin de la leçon 2, car nous <sup>13</sup>avons anticipé que l'activité « Proposition salariale » serait probablement moins longue que prévu. Cela a donc permis d'institutionnaliser les apprentissages relatifs aux caractéristiques des trois types de fonctions selon chacun des registres. Malheureusement le son de l'enregistrement ne nous a pas permis d'entendre les élèves, mais seulement l'enseignante. Nous constatons tout de même qu'elle les a fait participer.

#### **5.4.4 Leçon 4**

Tout comme à la leçon 3, le déroulement de la présente leçon a eu lieu à l'école, la chercheuse n'étant pas autorisée à y être. Cette fois-ci la chercheuse n'a pu assister à la leçon qu'après 30 minutes, car l'enseignante n'avait pas ouvert *Teams* dès le début de la leçon. Elle nous a partagé qu'elle avait corrigé un devoir donné lors de la leçon précédente étant donné que la première phase de cette leçon était initialement consacrée au retour sur les trois types de fonctions, cette phase ayant plutôt été réalisée à la fin de la troisième leçon. Tel que prévu, la leçon s'est poursuivie avec l'activité Menu math sur les fractions. Nous n'avons pu assister tant à l'introduction de l'activité qu'à son déroulement, ce qui ne nous permet pas de savoir comment les élèves ont été préparés à vivre l'activité Menu math sur les fonctions.

#### **Phase 2 de la leçon 4, activité Menu math sur les fonctions (Annexe II, p. 262 à 267)**

Rappelons que l'intention de cette tâche était de poursuivre l'apprentissage des caractéristiques des fonctions par la résolution de problème. Afin d'introduire cette activité,

---

<sup>13</sup> Ce « nous » réfère à l'enseignante et la chercheuse.

l'enseignante leur a lu les contraintes et leur a demandé s'ils avaient des questions. Une seule question a été posée et elle concernait le mot « constante ».

Bien que ce n'est pas toutes les équipes qui sont parvenues à résoudre le problème au complet, nous avons pu faire certaines observations. Par exemple, la majorité des équipes (8 sur 11) ont proposé comme fonction du premier degré  $f(x)=3,5x$ , car les élèves ont cherché à utiliser la contrainte « passe par le point (2,7) ». Nous nous attendions à des réponses plus variées ; ils ont presque tous commencé par ce type de fonction en prenant la même contrainte ce qui a réduit les solutions possibles. Nous supposons qu'ils ont commencé par la fonction affine puisque c'est avec celle-ci qu'ils sont le plus à l'aise. La fonction quadratique fut le 2<sup>e</sup> choix de la majorité des équipes. La justification reste plus difficile quoique certains élèves ont bien fait cela (Figure 57). Le tableau 13 présente ce à quoi aurait pu ressembler des justifications adéquates pour la fonction  $f(x) = 3,5x$ .

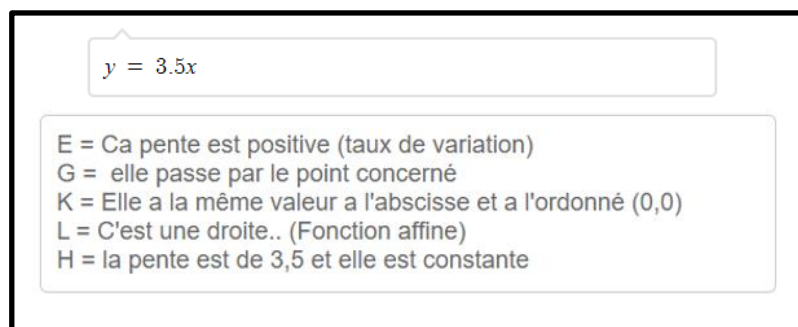


Figure 57. Exemple de justifications d'une équipe

Tableau 13

Exemples de justifications appropriées pour les contraintes respectées avec la fonction

$$f(x) = 3,5x$$

Contraintes respectées	Exemples de justifications attendues
E : Est toujours croissante	Puisque le taux de variation est positif (3,5), la droite monte et donc la fonction est croissante.
G : Passe par le point (2, 7)	$7 = 3,5 \times 2$
K : L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ont la même valeur.	Puisque la droite passe par (0, 0). L'abscisse à l'origine est 0 et l'ordonnée à l'origine est aussi 0.
L : Le graphique est une droite.	Il s'agit d'une fonction affine, son graphique est donc une droite.
H : $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{pente}$	Il s'agit d'une fonction affine, la pente est de 3,5 et est calculée à partir de cette formule.

La contrainte F (pour tous les points,  $y/x^2 = \text{constante}$ ) est celle qui a suscité le plus de questions. Il en était de même lors de la première expérimentation. L'enseignante leur a donc suggéré de regarder laquelle avait une règle dont la variable  $x$  est au carré. Cependant, elle a mentionné que c'est surtout le mot « constante » qui les bloquait. Nous n'avons pas de détails sur la façon dont elle s'y est prise pour leur expliquer.

De plus, l'enseignante affirme que plusieurs équipes ont passé beaucoup de temps à se questionner sur les contraintes qui pouvaient être regroupées, mais n'arrivaient pas à créer

des fonctions qui allaient avec les contraintes qu'ils avaient ciblées. Nous remarquons que ce type de tâche considérée plus ouverte déstabilise les élèves. Il n'y a pas une seule solution possible et c'est probablement ce qui les déstabilise. Ils doivent être en mesure de distinguer les fonctions en tenant compte de leurs caractéristiques et user de créativité pour déterminer un modèle qui répondra à plus d'une contrainte. Les élèves ont résolu peu de situations semblables par le passé.

Le fait de ne pas être présente sur place n'a pas permis d'observer l'engagement des élèves, ni davantage d'écouter les différentes idées exprimées ainsi que la collaboration entre les élèves. L'enseignante a souligné que certains étaient très engagés tout au long de la tâche alors que d'autres n'ont pas vraiment compris ce qu'on attendait d'eux. La réalisation de cette situation exige des connaissances plus importantes sur les fonctions. Il n'est pas suffisant de savoir qu'une fonction du second degré a comme représentation graphique la parabole, il faut aussi être en mesure de rendre compte de l'influence de la variation du paramètre  $a$ , par exemple, sur la parabole. Il en va de même pour toute variation des paramètres présents dans les différentes règles des fonctions. On peut avancer que la tâche est un bon défi pour les élèves et que cela peut expliquer le manque d'engagement de certains élèves. Il ne faut toutefois pas écarter l'influence possible de la modalité d'enseignement à distance des semaines précédentes, le rythme et l'exigence des leçons réalisées à l'école étant plus soutenus.

L'échange entre la chercheuse et l'enseignante au sujet de l'orchestration du retour sur la tâche prévue pour la leçon suivante a fait réaliser qu'il n'est simple de présenter les réponses des élèves. Il manque un écran sur la séquence *Desmos* où l'on retrouve les réponses, mais aussi les contraintes associées, et ce, pour toute la tâche. L'enseignante a donc prévu présenter quelques réponses et faire la tâche avec eux.

#### 4.4.5 Leçon 5

##### Retour sur l'activité Menu math (prévu à la fin de la leçon 4)

Bien que cela n'avait pas été planifié, les quinze premières minutes de la leçon furent consacrées au retour sur un devoir. Nous supposons qu'elle craignait que les élèves ne soient pas suffisamment prêts à l'examen qui sera à faire à la suite de la séquence. L'enseignante a donc fait plus rapidement le retour sur l'activité Menu math de la leçon précédente et a présenté quelques réponses d'élèves.

Par exemple, l'enseignante a présenté pour trois équipes ayant fourni la fonction affine  $f(x) = 3,5x$  parmi leurs réponses. Voici les justifications (Figure 58) qui ont été données par les élèves et qui ont été présentées à la classe :

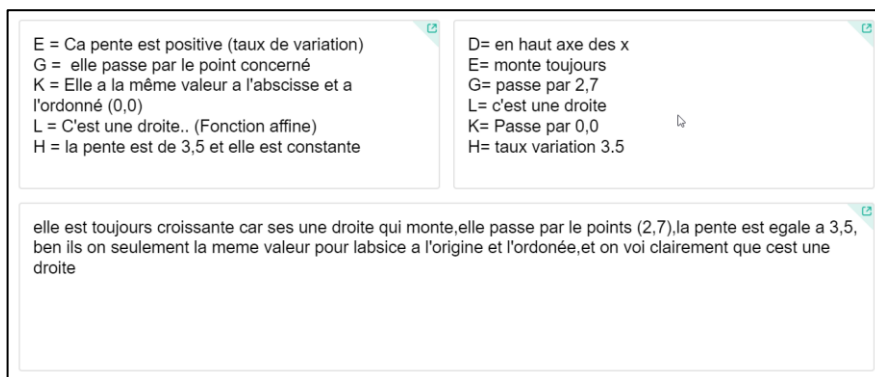


Figure 58. Exemples de réponses des élèves

##### Phase 1 de la leçon 5, Activité de Révision (Annexe II, p. 268 à 277)

Tel que prévu, l'activité de révision fut réalisée sous *Desmos*. Elle a permis de remarquer que plusieurs élèves ont réalisé des apprentissages dans les quatre premières leçons de la séquence.

À l'Écran 1, une table de valeurs comprenant des données pouvant être modélisée par une fonction quadratique était présentée. Il était demandé d'identifier le type de fonction et



de justifier la réponse. La Figure 59 présente les réponses des cinq élèves ciblés pour cette question.

x	y
2	10
3	22.5
4	40
5	62.5

**Élève 1, fort**

Quadratique | cette fonction est de type quadratique car les bonds de x augmente de 1, ils sont constant et puis les premiers bonds des y son pas pareille ses mélanger mais les deuxièmes augmente toute de 5

**Élève 2, moyen**

Quadratique | bonds non consants

**Élève 3, moyen**

Quadratique | dans ce quand les bonds du deuxième niveaux sont constant de 5

**Élève 4, faible**

Quadratique | Ce n'est pas exponentielle car les bonds ne sont pas multiplicatif ni affine car ce n'est pas une droite

**Élève 5, faible**

Quadratique | les notes de cour

Figure 59. Table de valeurs présentée à l'écran 1 et réponses des élèves ciblés

Nous remarquons que ces cinq élèves ont bien identifié la fonction en jeu. On observe aussi que pour quatre de ces élèves, l'étude des accroissements des valeurs des variables sans nécessairement être discutée en termes de concomitance entre les variables est une stratégie retenue. Il est aussi possible de constater que des caractéristiques sont recherchées dans l'étude de ce qu'ils nomment « bonds » pour distinguer les fonctions (coefficient multiplicatif, récurrence additive constante en première ou seconde variation). Bien que les

justifications ne soient pas toutes complètes et pertinentes (voir la réponse de l'élève 5), la tâche première de reconnaissance de la fonction en jeu est réussie.

À l'écran suivant, les élèves devaient trouver la règle et ils y sont presque tous parvenus. Seulement trois élèves n'ont pas la bonne réponse. La Figure 60 présente ces trois réponses erronées. Nous pouvons remarquer que deux élèves n'ont pas utilisé la variable  $x$  et l'autre n'a pas utilisé l'exposant 2.

Vivienne Malone-Mayes  
 $f(x) = 2.5(2)2$

Zhang Heng  
 $y = 2.5x$

Maryam Mirzakhani  
 $f(x) = 2,5(1)2$

Figure 60. Réponses erronées des élèves

À l'Écran 3, les élèves devaient compléter une table de valeurs à partir d'une situation présentée en mots et ils l'ont très bien fait. Rappelons qu'il s'agit de ce dont les élèves avaient le plus de difficulté dans les premières activités. Nous pouvons donc observer l'évolution de leurs apprentissages en lien avec la modélisation de situation. Ils sont aussi parvenus à identifier qu'il s'agissait d'une fonction exponentielle ainsi qu'à trouver la règle aux écrans suivants. Il y a seulement deux élèves qui n'ont pas complété la table de valeurs adéquatement. Parmi ceux-ci, il y en a un qui n'a pas trouvé de valeurs à inscrire dans la colonne de la variable dépendante, il a donc laissé la colonne sans réponse et le deuxième a inscrit des valeurs dont nous ne connaissons pas la provenance (Figure 61). Les Écrans 4 et 5 demandaient de reconnaître le type de fonction et de trouver la règle. Les élèves ayant bien complété la table de valeurs ont réussi à identifier la fonction exponentielle.

Nombre de rebonds	Hauteur
1	57
5	3105
10	462555
15	68649360

Figure 61. Réponse erronée

Les mêmes types de questions étaient demandés aux Écrans 6, 7 et 8, mais pour une mise en situation représentant une fonction quadratique et encore une fois la majorité des élèves ont su modéliser la situation, identifier le type de fonction puis trouver la règle. Deux élèves n'ont pas complété la table de valeurs et un troisième y a inscrit des valeurs incohérentes avec la situation.

À l'Écran 9, nous demandions aux élèves de décrire comment ils faisaient pour identifier chaque type de fonction à partir de la table de valeurs. Ce ne sont pas tous les élèves qui ont eu le temps de répondre à cette question par manque de temps. Voici des exemples d'explications fournies par les élèves (Figure 62) :

Trachette Jackson

Affine : On regarde la variation des valeurs consécutives dans la table des valeurs dans la variable dépendante (y). Si elle est constantes dans tout son domaine, il s'agit d'une fonction affine. (utiliser  $y = mx + b$  et remplacer y et x par une valeur dans le tableau)

Quadratique : On regarde le bon multiplicatif de deuxième niveau de la valeur indépendante (x). Si elle est constante, il s'agit d'une fonction quadratique (utiliser  $f(x) = ax^2$ )

Exponentielle : On regarde la variation des valeurs consécutives dans la table des valeurs de la valeur dépendante. Si c'est un facteur multiplicatif qui se répète, elle est dite exponentielle ( utiliser  $f(x) = a(c)^x$  )

Dorothy Vaughan

je regarde les bonds, il augmente de combien si c'est en multipliant ou en additionnant. si c'est une fonction exponentielle, les bonds se multiplie, si c'est une fonction quadratique de degré deux les deuxième bonds sont constant, c'est des addition et il passe par (0.0) et si c'est une fonction affine les bonds sont des addition et il passe pas nécessairement par (0.0)

Figure 62. Exemple de réponses d'élèves, registre table de valeurs

À l'Écran 10, la même question était posée, mais pour le registre graphique (Figure 63).

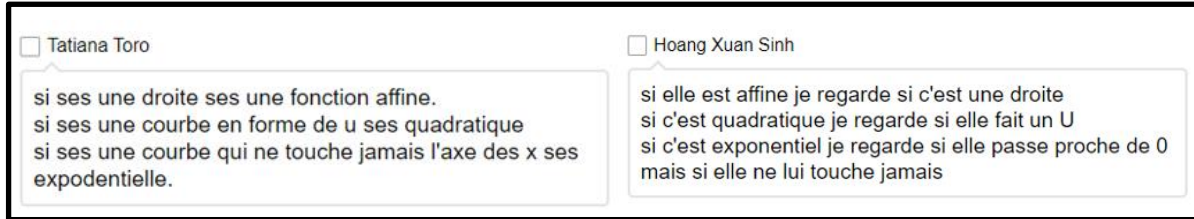


Figure 63. Exemples de réponses d'élèves, registre graphique

Nous avons donc pu remarquer que plusieurs élèves ont fait des apprentissages en lien avec la distinction entre les différents types de fonctions au cours de cette séquence, puisque les élèves n'arrivaient pas à identifier autant de caractéristiques en lien avec la table de valeurs lors de la première leçon. Nous avons pu observer une amélioration remarquable en lien avec leur capacité à modéliser une situation.

Les Écrans 11 à 19 avaient été conçus dans l'intention d'offrir une occasion de faire de la différenciation pédagogique pour les élèves plus rapides. Cela a servi puisque quelques élèves se sont rendus à la fin de l'activité.

### **Retour sur l'expérimentation avec l'enseignante**

L'enseignante affirme qu'elle a pu constater une amélioration surtout pour les élèves de niveau moyen qui semblent avoir amélioré leur résultat à l'évaluation qu'elle a donnée la semaine suivante. Elle mentionne toutefois à quel point le contexte d'expérimentation fut particulier en cette année de pandémie.

Au terme de ces deux expérimentations, nous croyons que les tâches proposées dans cette séquence sont riches et permettent aux élèves de progresser dans leur apprentissage de la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle. Nous remarquons toutefois que les enseignants auront besoin d'être guidés davantage afin de tirer le maximum du potentiel de ces activités. C'est d'ailleurs sur ce sujet que portera la discussion sur notre projet présenté au prochain chapitre.





## CHAPITRE 6

### DISCUSSION

#### 6.1 INTRODUCTION

Le présent chapitre sera l'occasion de discuter des résultats exposés au chapitre précédent afin de vérifier si ceux-ci sont conformes à nos attentes. Rappelons d'abord que notre question de recherche était la suivante : Quel type de travail didactique appuyé sur les technologies pourrait favoriser l'apprentissage de la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle en quatrième secondaire dans la séquence CST ? Afin de vérifier si nous avons répondu adéquatement à cette question, l'étude de la robustesse de la séquence sera abordée. Il ne s'agit pas ici d'avancer qu'il serait possible de revivre la même expérience dans une autre classe, puisque chacune est singulière, mais plutôt de s'attarder aux potentialités reconnues des différentes tâches pour atteindre l'objectif visé. Pour ce faire, nous discuterons entre autres de l'engagement des élèves puis nous aborderons le développement des savoirs en jeu pour chaque type d'activité suivi d'un retour sur l'usage de *Desmos* ainsi que sur la séquence d'un point de vue plus général.

#### 6.2 ROBUSTESSE DE LA SÉQUENCE

L'étude de la robustesse d'une séquence consiste à examiner les conditions d'utilisation du dispositif en proposant un suivi et une analyse des activités effectivement réalisées. Comme le précisent Dolz et Lacelle (2017) :

la conception, la mise en œuvre, l'évaluation et l'amélioration des situations d'enseignement et d'apprentissage sont envisagées en prenant en considération les outils de travail et les moyens technologiques utilisés. Les prototypes d'ingénierie didactique fabriqués dans le cadre de recherches expérimentales sont alors

susceptibles d'éprouver leur robustesse dans différentes situations contrôlées (p. 6).

D'emblée, il faut rappeler que la variabilité des modes de prestation (en présence vs hybridité d'enseignement en présence et à distance) n'avait pas été planifiée. Bien que la médiatisation des activités (outils numériques et façons de communiquer) ne fût pas la même, les questions associées à chaque tâche sont demeurées les mêmes. Ainsi, après avoir expérimenté à deux reprises la séquence élaborée dans le cadre de cette étude, nous considérons que l'ordre des activités et les différentes phases qu'elles comportent permettent d'approfondir la compréhension d'élèves québécois inscrits à la séquence Culture, société et technique, au sujet de la distinction entre les fonctions. La séquence développée intègre quatre grandes catégories d'activités :

- Une activité permettant de faire ressortir les connaissances antérieures au sujet de la reconnaissance et de la distinction des fonctions du premier degré, du second degré et exponentielle représentées à l'aide d'une règle, dans un graphique, dans une table de valeurs et à l'aide de mots ;
- Trois activités de modélisation comportant des problèmes en contextes de vie à résoudre (le modèle de la première situation est une fonction du premier degré, celui de la deuxième situation est une fonction du second degré et celui de la troisième est une fonction exponentielle) ;
- Une activité de résolution de problème ouvert, à contexte mathématique, qui travaille principalement l'argumentation mathématique tout en travaillant la reconnaissance des propriétés des fonctions du premier degré, du second degré et exponentielle ;
- Une activité de consolidation afin de vérifier la reconnaissance de chaque type de fonction ainsi que la coordination entre les différents registres à l'aide de situations contextualisées ou non.

Nous jugeons que la diversité et la progression des activités permet d'atteindre l'objectif de la séquence qui est : « Concevoir, expérimenter et valider une séquence d'enseignement



appuyée sur les technologies visant l'apprentissage de la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle ciblant les élèves de quatrième secondaire de la séquence CST. »

### **6.3 MANIFESTATION DE L'ENGAGEMENT DES ÉLÈVES**

La séquence d'enseignement développée mise sur la participation active des élèves et souhaite ainsi favoriser leur engagement cognitif (engagement centré sur la progression des savoirs en jeu). Si l'on porte un regard transversal sur l'ensemble des activités proposées, l'intensité de l'engagement s'est exprimée d'égale façon pour chacune des activités. Lors de la première expérimentation, cet engagement s'est davantage manifesté verbalement alors que lors de la deuxième expérimentation, c'est davantage par écrit que nous avons pu le remarquer bien qu'il était moins visible que lors de la première expérimentation. Le contexte des expérimentations, la nature et la nouveauté des tâches, les outils utilisés (affiches, outil *Desmos*, ...), les différentes phases où se succèdent des moments en grand groupe, de travail en individuel et en équipes, la formation de ces équipes sont différentes composantes de la séquence qui influencent l'engagement des élèves. Si l'on s'attarde au regard porté par l'enseignante de la première expérimentation, alors qu'elle compare l'engagement de ses élèves dans cette séquence d'enseignement comparativement à celle manifestée dans d'autres séquences vécues depuis le début de l'année scolaire, elle nous a rapporté qu'elle avait observé que ses élèves sont restés davantage engagés dans leurs apprentissages. Cela s'est manifesté de différentes façons : les élèves échangeaient et discutaient avec leurs pairs lors du travail en équipe, ils verbalisaient leur pensée, ils répondaient aux questions de l'enseignante lors des discussions en grand groupe, ils réfléchissaient et ils justifiaient leurs réponses lors de la réalisation des activités sur *Desmos*.

Dès la première activité sur les connaissances antérieures, nous avons pu observer l'engagement des élèves par le biais d'échanges qui portaient sur le sujet des fonctions où il y avait parfois confrontation d'idées. Il n'y a pas eu de perte de temps ou de conversation hors sujet. Également, lors de la première expérimentation, la réalisation de la tâche « Menu math sur les fonctions » a donné lieu à un engagement soutenu des élèves, du début à la fin

de la tâche. Ils étaient concentrés sur le problème, confrontaient leurs idées et nous n'avons pas identifié de discussion en parallèle qui ne portait pas sur les savoirs en jeu. Les élèves ont perçu la tâche comme une énigme à résoudre même si elle n'était pas reliée à la vraie vie, une énigme qui leur semblait accessible tout en suscitant un bon défi. Ils étaient curieux de trouver leur propre solution. La formation hétérogène des équipes est un autre facteur qui peut expliquer la participation observée dans chaque d'elles. Comme lors de la première activité sur les connaissances antérieures, nous avons pu constater la richesse des interactions sociales pour l'approfondissement des connaissances. En discutant entre eux pour trouver des solutions permettant de satisfaire chaque contrainte du problème, les élèves ont pu poursuivre leurs apprentissages sur les différents types de fonctions. Lors de la deuxième expérimentation, nous avons observé que l'engagement n'était pas toujours soutenu.

Plusieurs facteurs peuvent expliquer que les élèves ont éprouvé des difficultés à réaliser les tâches ou à s'engager dans celles-ci (deuxième expérimentation). D'abord, puisqu'elle s'insère dans le milieu (la classe) dans lequel les élèves ont l'habitude de vivre certains types d'activités, l'effet du contrat didactique colore l'efficacité d'une séquence ou non (Brousseau, 1990). La plupart des activités que nous avons élaborées sortaient du cadre habituel de ce qui est vécu en classe. Par exemple, dans les activités de modélisation, le fait de ne pas définir dès le départ les variables en jeu et de demander aux élèves d'identifier et de consigner eux-mêmes les données pertinentes, cela a déstabilisé autant les élèves que l'enseignante. Il en est de même avec la tâche « Menu math sur les fonctions » qui était un nouveau style de problème à résoudre, plus ouvert que ce à quoi ils sont habitués. Les élèves n'ont pas l'habitude de faire place à leur créativité en mathématique. De plus, les tâches plus ouvertes peuvent déstabiliser les élèves puisqu'ils ne savent pas comment s'y prendre pour les débiter. Considérant l'enjeu, nous choisissons tout de même de conserver ces tâches, car notre but est qu'ils apprennent, dans le travail de modélisation, à reconnaître les concepts clés.

Un autre élément qui a rendu difficile l'engagement des élèves est le contexte dans lequel elle a été réalisée, c'est-à-dire dans un contexte de pandémie avec une alternance entre

la prestation à l'école et à distance. Notons que la séquence a été conçue pour être réalisée dans une prestation en présence et que nous avons dû faire des ajustements pour que certaines leçons puissent être réalisées en ligne. Nous croyons que si cette séquence devrait être utilisée à nouveau en ligne, il faudrait réfléchir davantage aux modifications que cela impliquerait afin de s'assurer d'une meilleure participation des élèves.

En revanche, ce qui a bien fonctionné est le travail en équipe. Le fait d'avoir placé les élèves en sous-groupe a forcé l'argumentation et a permis le partage de connaissances et de stratégies. Notons toutefois, qu'il est important de maintenir la planification des équipes puisqu'elle a contribué à la réussite des activités.

#### **6.4 APPRENTISSAGE DES SAVOIRS EN JEU**

Notre cadre conceptuel a permis de définir la fonction, les différents regards correspondance ou covariationnel que l'on peut poser sur elle et comment ces regards peuvent teinter les tâches proposées. La séquence a pour objectif de distinguer les fonctions du premier degré, du second degré et exponentielle. Pour ce faire, les différentes activités proposées exigent un travail de reconnaissance de chaque fonction sous différents registres de représentation (table de valeurs, graphique, règle, mots). La communication est au cœur des activités. Par les interactions sociales, les élèves sont invités à exprimer le sens qu'ils donnent à une fonction représentée dans un registre donné et il est aussi souhaité qu'ils puissent coordonner les différentes significations associées à chaque registre ou à reconnaître que la conversion d'un registre à un autre peut être une stratégie pour favoriser la résolution des problèmes proposés. En elles-mêmes, les expérimentations ont montré que les tâches proposées ont un potentiel certain. Ce qui nous semble à améliorer touche plutôt l'exploitation de toute la richesse possible de celles-ci par les enseignantes et enseignants. Il paraît alors nécessaire d'ajouter des balises au document d'accompagnement adressé aux enseignants pour les aider dans leur travail de régulation des apprentissages des élèves. Afin de bien cerner les éléments à améliorer, nous porterons notre attention sur certains types d'activités présents dans la séquence.

### 6.4.1 Activité sur les connaissances antérieures

D'abord, nommons que le premier obstacle à la réussite de cette activité qui visait à réactiver les connaissances antérieures relativement aux trois types de fonctions visées par la séquence (Annexe II) fut d'avoir donné une tâche préalable à la séquence à compléter en devoir. Ce devoir était une feuille résumé à compléter où les élèves devaient réinvestir leurs connaissances antérieures sur les trois types de fonctions ; trop peu d'élèves l'avaient complétée (4 sur les 13 élèves lors de la première expérimentation). Nous avons tenté de rectifier la situation lors de la seconde expérimentation en demandant à l'enseignante d'y accorder du temps en classe lors de la leçon précédente, mais celle-ci étant en ligne, le devoir a été complété sur temps de classe, mais en phase asynchrone, ce qui fait que l'enseignante n'a pas pu s'assurer de la réalisation de ce devoir et une grande partie des élèves ne l'ont pas davantage fait (8 élèves sur les 20). Nous n'avons donc pas pu exploiter le temps de réflexion individuel, comme occasion de prendre conscience de ses forces et de ses possibles difficultés avant le partage des idées en équipe, moment qui aurait pu permettre aux élèves d'identifier leurs erreurs. La partie en équipe a tout de même pu être réalisée. Des équipes hétérogènes ont été formées et parmi chacune d'elles au moins un élève avait fait l'exercice consistant à faire ressortir les différentes caractéristiques des trois types de fonctions selon les principaux registres de représentation. Cela a donné un point de départ pour discuter. Nous retenons donc qu'il est important que l'enseignante forme les équipes, mais aussi qu'il serait préférable de faire réaliser la partie individuelle en classe sous la supervision de l'enseignante afin de s'assurer que tous aient pris le temps d'y réfléchir avant d'engager une discussion en petit groupe.

Cette activité s'est tout de même révélée gagnante pour favoriser l'approfondissement de la distinction entre les différents types de fonctions pour plusieurs raisons. D'abord, nous avons pu constater la force des interactions sociales pour favoriser la participation de plusieurs élèves. Les expressions langagières n'étaient pas toujours celles attendues d'un point de vue théorique, mais les élèves cherchaient à se comprendre et en soi, cela les a aidés à réactiver leurs connaissances antérieures, ce qui était l'objectif principal de cette tâche. De

plus, comme les élèves ont ressorti plusieurs caractéristiques permettant de reconnaître chaque fonction dans un registre donné, cela leur a permis d'approfondir leur compréhension de ces objets mathématiques. Une enseignante a d'ailleurs affirmé qu'elle avait apprécié être en posture d'observatrice pour ainsi apprécier l'expression des idées des élèves et par le fait même les éléments considérés pour définir et caractériser chaque fonction. Elle a remarqué quels élèves semblaient plus à l'aise avec les contenus de l'activité et qui éprouvaient plus de difficulté à organiser leurs connaissances.

Au terme de ces deux expérimentations, nous retenons que cette activité est riche, mais que si nous voulons en retirer le maximum, nous pourrions bonifier la consigne à donner aux élèves en y ajoutant des exemples d'éléments qui pourraient se retrouver dans le tableau. Par exemple, pour le graphique, on pourrait voir l'allure de celui-ci, ses particularités, les éléments qui ont un impact sur son apparence en lien avec les paramètres, pour les tables de valeurs, l'emphase pourrait être mise sur les caractéristiques des accroissements des variables et ainsi de suite pour les autres registres. Cette consigne pourrait leur être remise par écrit afin qu'ils puissent s'y référer au moment de l'exécution. Nous pourrions également ajouter que l'enseignante, dans sa présentation de la tâche, aurait à rassurer les élèves en leur mentionnant qu'il est normal qu'il y ait des réponses incomplètes ou imparfaites et que le but de cette activité est justement d'enrichir en groupe leur bagage de connaissances.

Afin d'aider les enseignants à analyser plus rapidement les propos et les productions des élèves pour chacune des fonctions, nous proposons d'ajouter les balises suivantes :

- Cohérence de l'allure de la courbe dans la représentation graphique
- Cohérence des tables de valeurs fournies
- Explicitation de liens entre les données fournies dans la table et la représentation graphique ou entre la règle et la représentation graphique ou entre la règle et les données de la table des valeurs
- Présence d'exemples appropriés présentés en mots

### 6.4.2 Activités de modélisation

L'expérimentation de notre séquence d'enseignement a été l'occasion de constater à quel point les élèves ne semblaient pas savoir comment s'y prendre pour modéliser une situation. Ils avaient toujours de la difficulté à débiter le processus. En effet, dès qu'ils ont eu à faire la première activité de modélisation (Cure-dents 1), nous avons remarqué que les élèves n'avaient pas le réflexe d'utiliser la table de valeurs pour consigner leurs données, l'enseignante a dû faire un retour sur cet aspect lors de la leçon suivante. Nous trouvons important d'insister sur cet élément puisque, comme nous l'avons mentionné dans notre cadre théorique, la table des valeurs est le registre de représentation à privilégier lors de la modélisation de situations semblables<sup>14</sup>. Malgré cette intervention, la difficulté à compléter la table de valeurs à partir de la mise en situation nécessitait toujours l'aide de l'enseignante pour plusieurs élèves.

À la suite de ces observations, différentes raisons peuvent expliquer les difficultés. Remplir la table de valeurs ne pose pas un problème, c'est plutôt le fait d'étudier un phénomène qui est problématique. Les élèves savent qu'ils doivent mettre en relation deux grandeurs, mais ils n'ont pas cet instinct de recueillir les données et de regarder l'évolution d'un phénomène afin d'en dégager un modèle. L'idée de porter un regard covariationnel consiste d'abord à exercer un contrôle sur la progression des valeurs de la variable indépendante (par exemple, consigner des données avec un intervalle constant) et d'observer les conséquences de cette variation sur les valeurs de la variable dépendante, pour ensuite y reconnaître la fonction en jeu. Il s'agit là de deux objets à apprendre, l'un renvoyant au travail de modélisation, l'autre associé à la reconnaissance de la fonction. Il est possible de pousser cette réflexion sur le regard posé sur l'étude du phénomène et sur celui de la fonction. La règle étant à trouver, un élève qui aurait tendance à raisonner par correspondance, éprouverait des difficultés à passer par substitution de valeurs obtenues, ne sachant pas quel modèle de

---

<sup>14</sup> Il serait aussi possible de coordonner la représentation de dessins et de valeurs numériques avec cette intention de mettre en relation les variables en jeu. L'idée est ici de chercher une certaine régularité dans la concomitance de variations aux différentes variables.

fonction exprime la situation. D'ailleurs, dans l'activité « Cure-dents 1 », nous avons observé que les élèves ont interprété la fonction davantage comme un processus d'entrée-sortie. Ils ont assez vite trouvé comment obtenir la valeur de la variable dépendante à partir de la variable indépendante, et ce, sans s'intéresser aux accroissements des variables. L'enseignante a donc dû poser des questions afin de leur faire remarquer des caractéristiques en lien avec la covariation des variables de la situation. Un autre élément intéressant ressort des résultats observés : la forte prégnance d'une façon de nommer les variables en jeu. Lorsque l'enseignante réalisait un exemple, elle demandait quelles étaient les variables en jeu et, à chaque fois, les élèves répondaient  $x$  et  $y$  au lieu des noms des variables selon le contexte. Afin de les aider à développer cette habileté, au début de l'activité « Cure-dents 2 », l'enseignante a eu une discussion avec les élèves après les deux premiers écrans *Desmos*. Elle a tenté de faire verbaliser la situation aux élèves et de leur demander de nommer les grandeurs en présence dans la situation.

Un élément que nous avons observé lors de ces activités de modélisation est que les enseignantes aident tellement les élèves au moment de compléter la table de valeurs qu'elles en viennent presque à faire le travail à leur place. Cela a pour conséquence que les élèves prennent très peu de risque. Ils préfèrent ne rien écrire et attendre que l'enseignante leur donne les réponses. Il faut amener les enseignants à réfléchir au travail mathématique qui ne devient ainsi plus à la charge des élèves et aux différents objets d'apprentissage en jeu. Les activités mathématiques (modélisation, justification et preuve) sont aussi des objets d'apprentissage au même titre que les savoirs mathématiques visés. L'accompagnement des enseignants en lien avec l'animation d'activités semblables à celles proposées invite à la proposition de façons de guider les élèves sans effectuer le travail à leur place. Cet accompagnement exige aussi de ne pas se limiter à l'identification de savoirs mathématiques en jeu, bien qu'il faille étayer davantage les différentes facettes de ces savoirs que l'on suggère d'approfondir dans les retours en grand groupe. Il est suggéré d'ajouter davantage des pistes (questions, reformulations, éléments à mettre en évidence) favorisant l'engagement des élèves dans les différentes activités mathématiques.

Pour ce qui est de la manipulation à l'aide des cure-dents qui était prévue pour les deux premières activités de modélisation, nous ne sommes pas en mesure de décrire comment elle aurait contribué à mieux cerner la situation, reconnaître ce qui varie et ce qui demeure constant, et ainsi potentiellement favoriser la coordination des valeurs numériques entrées dans la table de valeurs à l'association d'un motif donné. Lors des deux expérimentations, les élèves étaient sous un mode d'enseignement en ligne dû aux mesures sanitaires en place liées au Covid-19. Le recours au dessin a été suggéré par l'enseignante.

#### **6.4.3 Activité Menu-math : Coordination de la résolution papier/crayon et sur *Desmos***

D'abord, mentionnons que la tâche Menu-math aurait pu être réalisée uniquement papier/crayon ou uniquement sur *Desmos*. En la réalisant dans la modalité papier/crayon, l'enseignant peut avoir accès aux raisonnements des élèves, mais pour cela, il serait important de prévoir un document papier plus étoffé avec des sections organisées de façon à recueillir les réponses des élèves ainsi que les justifications associées à chaque contrainte. De plus, pour un problème portant sur les fonctions comme la nôtre, il serait également bien de prévoir des zones d'esquisse afin que l'élève puisse en réaliser au besoin. Pour ce qui est de la possibilité de réaliser entièrement sur *Desmos*, il serait aidant pour les élèves de créer la tâche de façon que les contraintes soient placées dans une zone d'esquisse afin de leur permettre d'utiliser le crayon et différentes couleurs lors du processus d'association des contraintes avant de produire leur réponse. De plus, la zone graphique qui se trace dès que l'élève inscrit la règle de sa fonction devrait être substituée par une zone d'esquisse pour éviter que les élèves réalisent la tâche en faisant simplement une suite d'essais-erreurs. Les élèves ne pourraient cependant pas valider leurs réponses.

Nous avons remarqué qu'il est pertinent de coordonner la tâche papier/crayon pour ensuite faire entrer les réponses sur *Desmos*. En effet, cela a permis de voir les stratégies utilisées par les élèves pour regrouper les contraintes pouvant être associées à chaque type de fonction. Plusieurs équipes ont utilisé des surligneurs afin d'identifier chaque contrainte pouvant être satisfaite avec une même fonction. Ils ont par la suite créé chaque fonction en



lien avec les contraintes sélectionnées. L'outil *Desmos* a plutôt servi à valider et à consigner leurs réponses. Cela a permis de s'assurer de faire place à la réflexion et d'éviter les essais-erreurs.

Dans le but de faciliter le retour sur l'activité et de rendre visibles des divergences en lien avec les choix d'association des contraintes, un tableau résumé (Figure 64) pourrait être ajouté à l'activité *Desmos*.

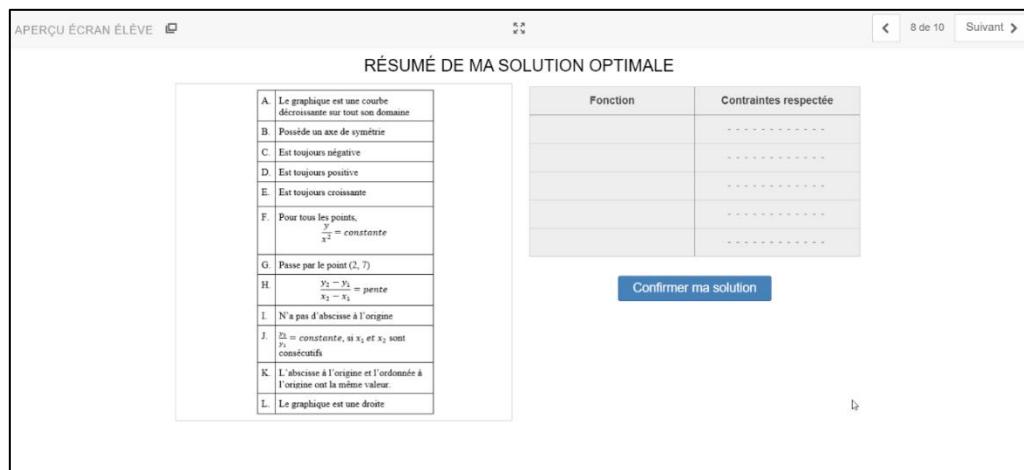


Figure 64. Écran résumé à ajouter

## 6.5 RETOUR SUR L'USAGE DE *DESMOS* À TRAVERS LES DIFFÉRENTES ACTIVITÉS

Dans le cadre de la séquence développée, certaines activités étaient élaborées sur *Desmos*. L'enseignante n'était pas familière aux différentes fonctionnalités lui permettant de gérer le rythme de visualisation des écrans des élèves et n'a pas utilisé le mode « pause » pour offrir des moments de rétroaction aux élèves. Les élèves vivaient eux-mêmes de nouvelles expériences : les tâches proposées et le recours à *Desmos*. L'enseignante a donc dû offrir plus de soutien aux élèves et du même coup, n'avait pas le temps d'analyser les différents écrans des élèves. Ce qui lui aurait permis de planifier le retour en grand groupe en s'appuyant sur les productions des élèves. Elle aurait d'ailleurs pu en sélectionner

certaines en vue de cette phase d'institutionnalisation. Il serait donc judicieux d'ajouter dans la séquence d'écrans d'une activité, certaines questions, plus simples sur les savoirs en jeu, ou encore, des écrans permettant aux élèves d'autoévaluer leur participation ou le sentiment de compréhension. Pendant la réalisation de ces tâches, l'enseignante gagnerait du temps pour analyser les tâches jugées plus importantes pour approfondir les connaissances des élèves. De surcroît, dans le document d'accompagnement qui s'adresse à l'enseignant, il serait judicieux de préciser l'importance d'analyser les productions d'élèves. Ainsi, s'il y a un manque de temps pour faire cette analyse en cours de réalisation, il faudra prévoir le faire entre les deux leçons en vue de faire un retour au début de la leçon suivante.

Étant donné qu'il y avait du temps disponible à la fin de la leçon 3, nous proposons d'ajouter une phase de retour sur les trois types de fonctions comme elle fut réalisée lors de la seconde expérimentation. À ce moment, cette même phase sera retirée de la leçon 4, ce qui donnera plus de temps pour la réalisation de l'activité Menu Math sur les fonctions, incluant le retour en grand groupe.

Pour ce qui est du choix de l'outil technologique, nous sommes satisfaits d'avoir utilisé *Desmos Activity Builder*. Il s'agit d'un avantage de l'application *Desmos* de voir les réponses des élèves en temps réel et ainsi pouvoir leur préciser la consigne pour ajuster. Par exemple, lors de la leçon 5, lorsque les élèves écrivaient  $y=ax^2$  au lieu de  $y=3x^2$ , l'enseignante a pu rapidement observer que la question était mal comprise et préciser ses attentes. Il est souvent plus difficile de faire ce genre d'observation en simultané lorsque les élèves travaillent sur des documents en format papier ou sur des logiciels ou applications dont l'enseignante n'a pas accès aux réponses des élèves en temps réel. De plus, la possibilité de rendre anonymes les réponses des élèves et d'en faire des captures d'écrans fut un avantage pour les retours en grand groupe. Cela permet de s'assurer d'une bonne régulation interactive. La possibilité d'inscrire des rétroactions personnalisées est aussi une force de *Desmos* qui permet de cibler de façon précise les éléments à améliorer. Cet aspect n'a pas été exploité lors de nos expérimentations, mais il serait intéressant de bonifier la séquence en ce sens. Enfin, la possibilité de coordonner les différents registres de représentation en simultané a permis aux

élèves d'avoir une vision plus élargie de chaque situation, et par le fait même, de chaque type de fonction. Pour toutes ces raisons, nous jugeons que *Desmos Activity Builder*, s'il est utilisé selon les principes proposés (voir chapitre 4), est un outil technologique ayant un grand potentiel sur le plan pédagogique et didactique.

## **6.6 RETOUR GLOBAL SUR LA SÉQUENCE**

Nous avons été en mesure d'observer une progression dans le développement du raisonnement des élèves en lien avec la covariation. En effet, au début de la séquence, la majorité ne pensait pas à utiliser la table de valeurs, ils ne savaient pas comment la compléter et en plus ne savaient pas nécessairement quelle information en soutirer. À la fin de la séquence, bien qu'ils éprouvaient encore de la difficulté à trouver les données permettant de modéliser les situations proposées, ils pensaient, pour la plupart, à s'intéresser aux accroissements une fois la table de valeurs complétée et ils savaient comment distinguer chaque type de fonction à partir de celle-ci ou à partir du graphique. De plus, ils ont développé une aisance à s'exprimer oralement et ils osaient davantage prendre des risques.

À la lumière des deux expérimentations, nous croyons que ce ne sont pas les tâches qui sont à améliorer, mais plutôt la façon dont nous souhaitons qu'elles soient pilotées. Nous considérons que la séquence en elle-même n'est pas à remettre en question. Les tâches sont pertinentes, mais si nous voulons aller chercher la richesse et la compréhension en profondeur, il faut accroître les balises proposées aux enseignants pour les aider à mieux intervenir tant sur la progression des objets mathématiques que sur les activités mathématiques elles-mêmes. L'ajout de verbalisations importantes attendues ou encore de sous-questions pour faire progresser les élèves pour certaines erreurs anticipées sont des exemples. Nous jugeons que cela est important d'autant plus que nous sommes dans un contexte où il y a beaucoup de jeunes enseignants, que la charge de travail est grande et que le regard didactique est parfois moins développé chez certains enseignants. Il vaut mieux ajouter des éléments en lien avec le pilotage de ces tâches pour s'assurer de la richesse tant

dans les questions que dans la façon de les mener. Notre lègue serait donc de fournir des leviers pour aider les enseignants à orchestrer des situations et à offrir de la rétroaction.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans le cadre de cette étude, nous nous sommes intéressés à l'enseignement-apprentissage des différents types de fonctions au programme québécois du deuxième cycle du secondaire, de la séquence Culture, société et technique, en intégrant les TIC. Après avoir discuté de l'importance des technologies en éducation et plus particulièrement en mathématiques, nous nous sommes penchés sur les difficultés liées à l'enseignement des fonctions en s'intéressant aux définitions possibles ainsi qu'aux différents regards sous lesquels il est possible de les enseigner. Ensuite, ce sont les problèmes entourant les conditions favorisant l'étude des fonctions qui ont été mises en lumière, plus particulièrement l'exploitation de situations de modélisation ainsi que la signification à développer sous chaque registre de représentation. Afin d'atteindre l'objectif de notre recherche, qui est de concevoir, d'expérimenter et de valider une séquence d'enseignement appuyée sur les technologies visant l'apprentissage de la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle, une question a guidé notre travail. Cette question est : « Quel type de travail didactique appuyé sur les technologies pourrait favoriser l'apprentissage de la distinction entre les fonctions affine, quadratique et exponentielle en quatrième secondaire dans la séquence CST ? » Notre cadre théorique a été construit dans l'optique de répondre à cette question.

Les éléments théoriques développés dans notre étude ont porté principalement sur le concept de fonction, en particulier l'approche covariationnelle à préconiser et le développement de ce type de raisonnement chez les élèves. Un travail portant sur l'enseignement des fonctions devait nécessairement s'intéresser aux registres de représentation puisqu'ils sont indissociables de ces notions. Toujours en lien avec notre problématique, le travail de modélisation mathématique a nécessité des précisions théoriques. Enfin, ce sont les caractéristiques d'une séquence d'enseignement s'appuyant sur les

principes socioconstructivistes de l'apprentissage ainsi que l'utilisation des TIC en mathématiques qui ont été étudiées.

Pour ce qui est de la méthodologie employée, la présente étude s'inscrit sous une approche qualitative. Ce sont les caractéristiques de l'ingénierie didactique (Artigue, 1988) qui ont inspiré nos actions. Dans un premier temps, nous avons procédé à des analyses préalables. Par la suite, dans le but d'atteindre notre objectif, une séquence d'enseignement a été élaborée en tentant de respecter les éléments retenus dans le cadre théorique et l'analyse *a priori* a été réalisée parallèlement. Deux expérimentations différentes réalisées auprès de deux enseignantes de la même région ont eu lieu. La première expérimentation a permis d'améliorer la séquence et la deuxième expérimentation a permis d'évaluer la robustesse des activités proposées, de leur ordre dans la séquence ainsi que de rendre compte des différences alors que les modalités d'enseignement (présence, à distance) n'étaient pas les mêmes. À la suite de ces deux expérimentations, les résultats ont été présentés et l'analyse *a posteriori* a permis de comparer ce qui s'est passé avec ce que nous avons prévu dans l'analyse *a priori*. Enfin, le chapitre discussion a permis de traiter de ce qu'offre la séquence d'enseignement pour atteindre ses visées sur l'apprentissage de la distinction de fonctions au cœur du programme de 4<sup>e</sup> secondaire. Les différentes activités proposées avec intégration ou non des technologies pour apprendre les savoirs en jeu, les manifestations d'engagement observées, les défis associés à la coordination de la résolution papier/crayon et avec la technologie, ainsi que les pistes à explorer pour accroître la portée de la séquence sont discutés.

### **Retombées de cette recherche**

La présente recherche est un apport au niveau des connaissances scientifiques puisque, comme mentionné dans la problématique, à notre connaissance, elle est la première portant sur la distinction entre les différents types de fonctions dans le contexte québécois et auprès d'élèves de 4<sup>e</sup> secondaire de la séquence Culture, société et technique. Le Plan d'action numérique (MEES, 2018) prévoit qu'à tous les ordres d'enseignement, incluant la formation

universitaire, un travail important se doit d'être fait afin d'exploiter davantage le potentiel du numérique pour résoudre de nouveaux problèmes et approcher différemment les situations. L'OCDE (2015) affirme également que les enseignants devront être des acteurs engagés dans ce changement vers le numérique en concevant des activités pédagogiques innovantes qui utilisent les technologies. Cette recherche enrichit les connaissances dans le domaine de l'enseignement des mathématiques intégrant les technologies. Cette recherche appliquée propose une séquence d'enseignement intégrant la technologie et permettant aux enseignants de guider leurs élèves dans l'apprentissage de la distinction entre différents types de fonction selon des pratiques pédagogiques appuyées de propositions issues de recherches. Ce mémoire devient un exemple en soi qui pourrait d'ailleurs alimenter des activités de formation auprès des futurs maîtres où la finalité à retenir ne serait pas d'intégrer le numérique en classe, mais bien de mener un travail de réflexion sur ce que les technologies permettent de différent ou même de mieux pour favoriser l'apprentissage des mathématiques. Il est ainsi utile de saisir les apprentissages visés en termes de progression des savoirs mathématiques, mais aussi aux façons d'engager les élèves dans différentes façons de faire des mathématiques par le biais de différentes activités mathématiques (argumentation, modélisation, généralisation...).

### **Idées pour des recherches à venir**

Comme nous avons mentionné à la section 6.3, la séquence élaborée dans le cadre de cette recherche comportait de nombreux éléments auxquels les élèves n'étaient pas habitués. Dans l'idée de tirer profit au maximum des tâches proposées, il serait intéressant de la tester à nouveau dans une classe où une culture favorisant la réflexion et l'argumentation aurait d'abord été mise en place. Les élèves auraient l'habitude de réaliser des tâches ouvertes<sup>15</sup> qui font place à la justification et l'argumentation, notamment par des tâches de type Menu-math.

---

<sup>15</sup> Par « tâches ouvertes », nous désignons des tâches comportant des problèmes pouvant être résolus de multiples façons et/ou ayant plusieurs solutions possibles.

La collaboration est aussi un élément qui doit être mis en place au sein de la classe afin d'en tirer profit. Si les élèves ne savent pas comment collaborer efficacement, nous pouvons avoir l'impression que la collaboration n'a pas d'avantage. Nous supposons que si tous les aspects favorisant une bonne collaboration étaient mis en place tout au long de l'année plutôt que d'être présenté sur une courte période de cinq leçons, les résultats seraient probablement plus concluants.

Également, un autre aspect auquel une prochaine étude pourrait s'intéresser est l'interdisciplinarité dans le contexte de l'enseignement des fonctions afin d'enseigner à recueillir des données dans un contexte d'expérimentation. L'intention pourrait d'être de faire remarquer que de nombreux modèles existent, mais que la procédure pour modéliser une situation suit toujours sensiblement les mêmes étapes et se rapproche beaucoup de la démarche expérimentale. Plusieurs disciplines pourraient être mises à contribution. Bien sûr, le cours de sciences est sans contredit le premier auquel nous pensons, mais l'éducation physique et l'univers social ont également le potentiel d'être exploités en interdisciplinarité avec les mathématiques. Cela renforcerait l'utilité des mathématiques pour modéliser des phénomènes de diverses natures et donc pouvant servir à faire des prédictions. Cela donnerait donc du sens aux apprentissages. Nous jugeons aussi que d'exploiter l'interdisciplinarité pourrait être une solution au manque de temps souvent évoqué par les enseignants qui vont rapidement expliquer les différents types de fonctions sans prendre le temps de développer une compréhension en profondeur du concept de fonction.

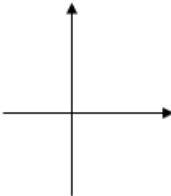
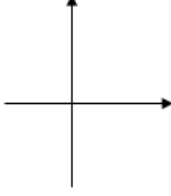
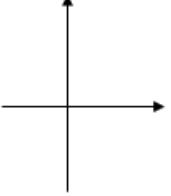




# ANNEXE I

## DEVOIR PRÉALABLE À LA SÉQUENCE

### Devoir Tableau sur les fonctions

	Fonction affine	Fonction quadratique	Fonction exponentielle																														
Règle																																	
Graphique																																	
Table de valeurs	<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th><u>x</u></th> <th><u>y</u></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table>	<u>x</u>	<u>y</u>									<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th><u>x</u></th> <th><u>y</u></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table>	<u>x</u>	<u>y</u>									<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr> <th><u>x</u></th> <th><u>y</u></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table>	<u>x</u>	<u>y</u>								
<u>x</u>	<u>y</u>																																
<u>x</u>	<u>y</u>																																
<u>x</u>	<u>y</u>																																
En mots	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>																														

## ANNEXE II

### SÉQUENCE DEUXIÈME VERSION

**Niveau :** Quatrième secondaire séquence CST

**Durée :** 5 périodes de 75 minutes

**Intention :** Approfondir la distinction des fonctions affine, quadratique et exponentielle en s'appuyant sur les caractéristiques (règles, représentation graphique, reconnaissance dans la table de valeurs)

**Matériel :**

- Espace virtuel en ligne *Desmos*
- Ordinateurs ou iPads, un par élève
- Cure-dents
- Photocopies du tableau à compléter sur les connaissances antérieures
- Post-it géants (25 x 30 po)

Note importante : les extraits présentés en italique sont les verbalisations proposées à l'enseignant.

**Préalable :**

- Avant de réaliser cette séquence, l'étude des fonctions quadratique et exponentielle doit avoir été déjà abordée. La fonction affine a été introduite en 3<sup>e</sup> secondaire. Une révision préalable de celle-ci s'avère pertinente. Voici les éléments de la progression des apprentissages (PDA) du Programme de formation de l'école québécoise en mathématique au secondaire qui devraient donc avoir été enseignés.

**Figure 1**

B. Analyse de situations à l'aide de fonctions réelles <sup>1</sup>						6 <sup>e</sup>	1 <sup>re</sup>	2 <sup>e</sup>	3 <sup>e</sup>	4 <sup>e</sup>	5 <sup>e</sup>
<p><b>Remarque :</b> Les énoncés 1 à 9 s'appliquent aux fonctions énumérées.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Modéliser une situation verbalement, algébriquement, graphiquement, à l'aide d'une table de valeurs ou d'un nuage de points</li> <li>2. Rechercher la règle d'une fonction ou de sa réciproque, selon le contexte</li> <li>3. Représenter et interpréter la réciproque</li> <li>4. Interpréter des paramètres (multiplicatifs ou additifs) et décrire l'effet de leur modification, au besoin</li> <li>5. Décrire les propriétés des fonctions réelles : domaine, image, variation (croissance, décroissance), signe, extrémums, coordonnées à l'origine</li> </ol> <p><b>Note :</b> En 3<sup>e</sup> secondaire, l'élève est initié de façon non formelle à l'étude des propriétés, et ce, toujours en relation avec le contexte. En CST, l'élève se sert d'une représentation graphique pour cette description, et ce, toujours en relation avec le contexte.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>6. Déterminer des valeurs ou des données à l'aide de la résolution d'équations et d'inéquations</li> <li>7. Interpoler et extrapoler des données, s'il y a lieu</li> <li>8. Comparer des situations ou des représentations graphiques</li> <li>9. Prendre des décisions, au besoin, selon le contexte</li> </ol>											
a. Fonctions polynomiales de degré 0 ou du premier degré										★	
b. Fonctions polynomiales du second degré											
i. $f(x) = ax^2$										★	CST
										★	TS
											SN
e. Fonctions exponentielles											
i. $f(x) = ac^x$										★	CST
											TS
											SN

1. Les fonctions sont introduites à partir de contextes adaptés à la 3<sup>e</sup> secondaire et aux séquences, et ce, avec ou sans outils technologiques.

- Les documents de consentement des parents, des élèves et des enseignants auront été remplis.
- L'enseignant doit avoir créé son compte *Desmos* sur l'espace virtuel et avoir chargé les activités proposées. L'enseignant peut aussi se créer une classe pour chacun de ses groupes afin d'y assigner les activités avant chaque leçon de la séquence (la création de classe est facultative).
- Il serait préférable que les élèves aussi aient créé leur compte *Desmos*, mais ce n'est pas une obligation.

## **À la leçon précédant l'introduction de la séquence**

L'enseignant donne en devoir la partie 1 de l'activité de réactivation des connaissances antérieures.

### **Description de l'activité de réactivation des connaissances antérieures**

L'enseignante va demander aux élèves de faire ressortir tout ce dont ils se souviennent concernant ces trois types de fonctions (affine, quadratique et exponentielle).

Cette activité se déroulera en 3 temps, ce devoir est la première partie. Les deux temps suivants se dérouleront lors de la leçon 1 de la séquence.

#### **1<sup>re</sup> partie – introduction de l'activité à réaliser à la maison en individuel**

Matériel à fournir : Document contenant le tableau (Annexe I)

Consignes telles que formulées aux élèves :

- *Complétez le tableau apparaissant sur la feuille que je vous remets. J'aimerais que vous y inscrivez tout ce que vous vous souvenez concernant les caractéristiques des fonctions affine, quadratique et exponentielle. Lorsque je parle des caractéristiques, je parle des différentes représentations qui vous permettent de reconnaître une fonction soit les règles que vous nommez aussi formules, les représentations graphiques, la table de valeurs ou même en mots. Ce n'est pas grave si vous ne vous souvenez pas de tout.*
- *Voici des exemples de questions que vous pourriez vous poser pour vous aider à compléter le tableau :*
  - *Que pouvez-vous dire du graphique de la fonction affine? Représentez des exemples.*
  - *Quelles sont les caractéristiques de la table de valeurs de la fonction affine? Donnez des exemples.*
  - *Quelle est la règle d'une fonction affine? Donnez des exemples.*
  - *Donnez deux exemples de situations de la vie qui peuvent être modélisées à l'aide d'une fonction affine.*
  - *Répondez à ces mêmes quatre questions pour la fonction quadratique et pour la fonction exponentielle.*

Tableau à remettre (avec plus d'espace pour remplir) :

	Fonction affine	Fonction quadratique	Fonction exponentielle
Règle			
Graphique			
Table de valeurs			
En mots			

## **Leçon 1**

### **Introduction de la séquence d'enseignement (5 min)**

La chercheuse s'adressera aux élèves pour leur mentionner les éléments suivants :

- Présentation de la chercheuse : Virginie Filion
- But de la séquence : Approfondir la distinction des fonctions affine, quadratique et exponentielle en utilisant la technologie.
- Rôle des élèves : Insister sur le fait que leur participation active et sérieuse est très importante pour que ce projet de recherche ait de la valeur. Nous devons avoir accès à toutes les réponses, il est donc important de ne pas les modifier en cas d'erreur. Le but n'est pas d'évaluer leurs apprentissages, mais de tester la séquence.
- Bénéfices pour les élèves : Cette séquence devrait être l'occasion de vivre des activités stimulantes. À la fin de cette séquence, ils devraient avoir une meilleure maîtrise des fonctions à l'étude et surtout être plus habiles pour les distinguer.

#### **1. Phase 1- Poursuite de l'activité de réactivation des connaissances antérieures (temps 2 et 3)**

**Intention :** Faire ressortir les connaissances antérieures en lien avec les caractéristiques des fonctions affine (polynomiale de degré 0 ou 1), quadratique et exponentielle.

### Activité de réactivation, temps 2, en équipe de 4 (30 min)

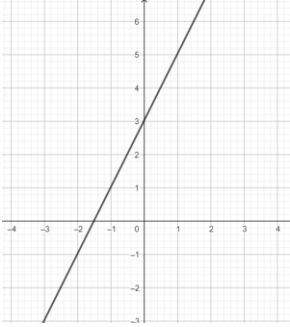
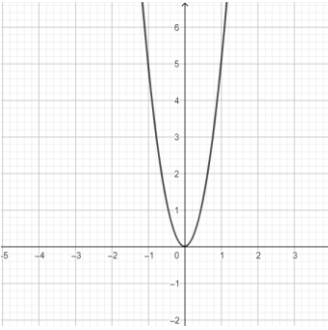
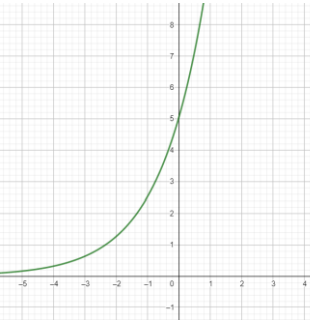
Les équipes sont hétérogènes et formées par l'enseignant.

**Matériel : tableau complété par chaque élève ; 3 Post-it géant par équipe, crayons-feutre de couleur.** (préparer les post-it de chaque équipe en avance)




**Consigne** telle que formulée aux élèves : *À l'aide du tableau que vous avez complété en devoir, j'aimerais qu'à tour de rôle, vous partagiez à vos coéquipiers ce que vous avez trouvé pour décrire chaque fonction. Comparez vos réponses pour chaque registre de représentation. Faites une synthèse qui résume au mieux ce que vous avez trouvé ensemble et consignez toutes vos réponses sur un Post-it géant puis allez le coller autour de la classe. Déterminez un porte-parole au sein de votre équipe.*

#### Exemples de réponses attendues :

	Fonction affine	Fonction quadratique	Fonction exponentielle
Règle	$y=ax+b$ a : le taux de variation b : l'ordonnée à l'origine (valeur initiale) ex : $y=2x+3$	$y=ax^2$ ex : $y=5x^2$	$y = a \cdot b^x$ a : l'ordonnée à l'origine (valeur initiale) b : la base ex : $y = 5 \cdot 2^x$
Graphique	-C'est une droite -Croissante sur tout son domaine ou	-c'est une parabole -c'est une courbe soit toute positive ou toute négative	-c'est une courbe -elle est toujours croissante ou toujours décroissante

	<p>décroissante sur tout son domaine.</p> 	<p>-elle possède un seul axe de symétrie</p> <p>-la moitié est croissante et l'autre moitié est décroissante.</p> 	<p>-elle est toujours positive ou toujours négative.</p> <p>-elle a une asymptote (l'axe des x)</p> 																				
<p>Table de valeurs</p>	<p><math>\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{constante}</math></p> <p>-pour une variation constante de valeurs associées à la variable indépendante, on observe une variation concomitante de la variable dépendante constante (régularité additive).</p>	<p>-Pour tous les points,</p> $\frac{y}{x^2} = \text{constante}$ <p>-la régularité au 2<sup>e</sup> niveau d'accroissement des y est constante</p> <table border="1" data-bbox="678 1270 950 1627"> <thead> <tr> <th><math>x_1</math></th> <th><math>y_1</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>45</td> </tr> </tbody> </table>	$x_1$	$y_1$	0	0	1	5	2	20	3	45	<p><math>\frac{f(x + 1)}{f(x)} = \text{constante}</math></p> <p>-pour des points consécutifs (x, x+1, x+2) il y a une régularité multiplicative.</p> <table border="1" data-bbox="1019 1318 1269 1642"> <thead> <tr> <th><math>x_1</math></th> <th><math>y_1</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>40</td> </tr> </tbody> </table>	$x_1$	$y_1$	0	5	1	10	2	20	3	40
$x_1$	$y_1$																						
0	0																						
1	5																						
2	20																						
3	45																						
$x_1$	$y_1$																						
0	5																						
1	10																						
2	20																						
3	40																						



	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td> <math>y</math></td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>7</td> </tr> </table>	$x$	 $y$	0	3	1	5	2	7		
$x$	 $y$										
0	3										
1	5										
2	7										
En mots	Ex : Dans un taxi, je m'intéresse à la relation entre le coût et la distance parcourue alors qu'on fixe un tarif pour chaque km parcouru (coût \$/km) en plus de charger un montant de départ.	Ex : Je fais refaire mon patio qui est carré et je m'intéresse à la relation entre le coût et la mesure d'un côté du patio alors que le coût est en \$/m <sup>2</sup> .	Ex : Je m'intéresse à la relation entre la valeur de ma maison et le nombre d'années depuis que je l'ai achetée sachant que sa valeur augmente de 2% par année.								

Idée pour les plus rapides : Lorsque les premières équipes terminent, proposer à ces élèves de circuler dans la classe pour regarder les affiches des autres équipes et les comparer avec les leurs.

**Activité de réactivation, temps 3, retour en grand groupe (40 min)**

**Intention** : S'assurer que tous les élèves disposent de l'ensemble des informations.

**Consigne** : L'enseignant invite les élèves à circuler dans la classe et à comparer les cartons des différentes équipes. L'enseignant divisera son tableau en trois sections et questionnera un représentant de chaque équipe, à tour de rôle, afin d'y synthétiser les caractéristiques des différentes fonctions. Tout au long de la synthèse, l'enseignant enrichit les propos des élèves.

Ces derniers sont invités à enrichir ou à corriger, au besoin, leur tableau personnel. L'enseignant précise que cette synthèse pourra être bonifiée à la fin de la séquence et remise aux élèves.

## **Leçon 2**

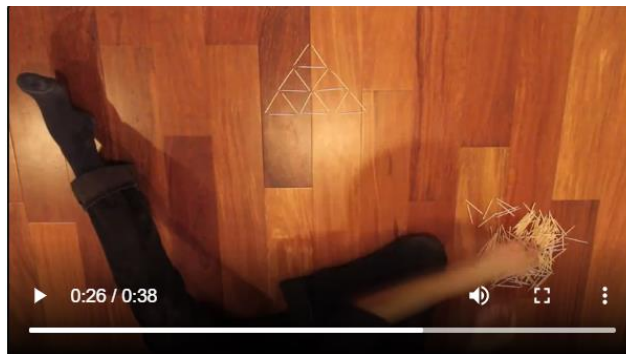
**Intention** : Réinvestir les connaissances en lien avec les caractéristiques des différents types de fonctions (affine, quadratique) à partir d'activités de modélisation en utilisant la technologie.

### **Matériel nécessaire :**

- Canon de projection
- Ordinateur permettant la diffusion de la vidéo disponible à :

[https://cskamloup365-my.sharepoint.com/:v:/g/personal/filionv\\_cskamloup\\_qc\\_ca/EWSx6GijDptDi9Ct-uRBQxIBAVDwMDQG5P3y0wGcP6uCqw?e=wRD7TT](https://cskamloup365-my.sharepoint.com/:v:/g/personal/filionv_cskamloup_qc_ca/EWSx6GijDptDi9Ct-uRBQxIBAVDwMDQG5P3y0wGcP6uCqw?e=wRD7TT)

Extrait visuel de la vidéo :



- Feuille avec les questions pour l'activité cure-dent 1
- Lien *Desmos* vers l'activité « Cure-dents version 2 » :  
<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5eced48e67e76d0f48af771b>

## 1. Situation-problème Cure-dents version 1 (40 min)

**Intention :** Réinvestir la fonction du premier degré par le biais d'une situation de généralisation algébrique présentée sous forme picturale.

### **Phase 1 –5 minutes, grand groupe**

#### **Déroulement avec consignes formulées aux élèves :**

- L'enseignant présente, à toute la classe, la vidéo une première fois.
- Après l'écoute, il pose les questions suivantes aux élèves :
  - *Quelles questions mathématiques croyez-vous qu'on pourrait se poser ?*  
Réponses possibles : combien a-t-il fait de rangées, combien a-t-il de cure-dents ?
  - *Quelles grandeurs sont présentes dans cette situation ?*  
Réponses possibles : nombre de cure-dents, nombre de triangles, nombre de rangées
- *Pour l'activité que je vous propose, nous allons nous intéresser à la relation entre le nombre de cure-dents par rangée. L'enseignant pointe les triangles associés à chaque rangée et identifie la rangée 1, la rangée 2 et la rangée 3.*

### **Phase 2 –10 minutes, individuellement**

- Les élèves sont invités à répondre aux questions suivantes sur la feuille que l'enseignante leur aura remis :
  - Combien a-t-on besoin de cure-dents pour faire la 3<sup>e</sup> rangée ?
  - Combien a-t-on besoin de cure-dents pour faire la 10<sup>e</sup> rangée ?
  - Combien a-t-on besoin de cure-dents pour faire la 100<sup>e</sup> rangée ?

Au besoin, fournir des cure-dents, cela permettra la manipulation et/ou de valider leur compréhension du problème à résoudre. Il est toutefois préférable de privilégier le dessin, car les cure-dents ne devraient pas être nécessaires et ils risquent d'être source de distraction.

**Réponses attendues :**

Pour les différents écrans, nous nous attendons à ce que les élèves construisent une table de valeurs afin d'y noter le nombre de pièces nécessaires des premières rangées. Ils pourront procéder par dénombrement en représentant, à l'aide d'un dessin, la suite de la progression. Ils pourront étudier la variation des récurrences additives pour une augmentation de 1 du rang.

Exemple :

Rangée	Nb. de cure-dents
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15
6	18

Certains élèves vont reconnaître la fonction de premier degré, dû aux accroissements constants et trouveront la règle ( $y = 3x$ ). À partir de cette règle, ils détermineront que 9 cure-dents seront nécessaires pour la 3<sup>e</sup> rangée, que 30 cure-dents seront nécessaires pour la 10<sup>e</sup> rangée et que 300 cure-dents seront nécessaires pour la 100<sup>e</sup> rangée. Il est aussi possible que certains remarquent qu'il s'agit d'une situation de proportionnalité (variation directe). Dans ce dernier cas, ils établiront une proportion et y déduiront la réponse pour chaque cas.

### **Phase 3 – 15 minutes, en grand groupe**

#### **Retour sur l'activité**

**Intention :** Faire ressortir les stratégies utilisées par les élèves pour modéliser une situation. Amener les élèves à comprendre que la table de valeurs est un bon moyen de consigner des résultats et qu'ensuite, en travaillant sur les accroissements, ils peuvent déterminer le type de fonction.

#### **Déroulement :**

Dans un premier temps, l'enseignant présente un portrait des réponses trouvées en utilisant le tableau de bord de l'enseignant dans l'activité *Desmos* (section réservée à l'enseignant pour consulter l'ensemble des réponses des élèves). Celui-ci aura préalablement anonymisé les réponses (un bouton est prévu à cet effet). Ensuite, l'enseignant questionne les équipes sur les stratégies utilisées pour trouver la solution.

#### **Exemples de questions à poser :**

- *Pour la première question (nombre de cure-dents pour la 3<sup>e</sup> rangée), comment avez-vous procédé pour trouver le nombre de cure-dents ?*
- *Pour trouver le nombre de cure-dents de la 10<sup>e</sup> rangée, avez-vous procédé de la même façon ? Pourquoi ?*
- *Y a-t-il d'autres façons de faire que celle qui vient d'être proposée ?*
- *Y a-t-il un avantage à utiliser une table de valeurs ?*
- *Est-ce que le graphique peut être utile ?*
- *Avez-vous identifié de quel type de fonction il s'agit ?*
- *Pensez-vous qu'il est important d'identifier le type de fonction pour répondre à cette question ? Pourquoi ?*

**Réponses attendues :**

Pour la première question, nous croyons que plusieurs auront simplement procédé par dénombrement, cependant comme il devient lourd de dessiner toutes les rangées (surtout pour la 3<sup>e</sup> question qui réfère à la 100<sup>e</sup> rangée), les réponses vont changer par la suite. Certains auront identifié qu'il s'agit d'une fonction du premier degré, certains auront commencé par une table de valeurs, certains auront utilisé le graphique et certains auront considéré qu'il s'agit d'une fonction affine sans se questionner. Ensuite, ils auront trouvé la règle puis le nombre de cure-dents nécessaires. Il est possible que certains n'aient pas utilisé les fonctions puisqu'aucune consigne ne leur aura été donnée à ce sujet. Ils pourraient donc avoir simplement procédé avec le raisonnement proportionnel ou avec la logique qu'un triangle à 3 côtés et qu'on ajoute un triangle à chaque rangée donc la rangée multipliée par 3. Dans ce cas, il faudrait insister sur le fait que cette méthode n'aurait pas fonctionné dans le cas d'une fonction affine ayant un paramètre  $b$  différent de 0.

**Suggestion :**

L'enseignant en profitera pour faire ressortir l'idée d'utiliser les accroissements dans la table de valeurs soit pour trouver une réponse soit pour valider une réponse déjà trouvée afin de s'assurer qu'ils comprennent cette façon de procéder et qu'ils sont à l'aise avec le vocabulaire. Par exemple, l'enseignant pourrait écrire la table de valeurs au tableau et leur demander : À partir d'une table de valeurs, comment fait-on pour identifier le type de fonction ? De cette façon, l'enseignant rappelle le vocabulaire qui sera utile pour la prochaine activité et modélise comment procéder lorsqu'on modélise une situation.

**Approfondissement :**

L'enseignant en profitera aussi pour mettre en évidence que dans cette situation le domaine et le codomaine ne sont pas continus et que nous devrions la représenter graphiquement à l'aide de points, mais ne pas les relier. Il serait bien de demander aux élèves de nommer une situation qui au contraire aurait un domaine et un codomaine continus (exemple la distance parcourue par un cycliste selon le temps ou le prix du sucre en vrac selon la masse).

### Erreurs possibles :

Ne pas répondre à la bonne question (chercher le nombre total de pièces après 100 rangées au lieu de chercher juste la 100<sup>e</sup> rangée), erreur dans le dénombrement des cure-dents pour construire la table de valeurs ou le graphique, mal identifier le type de fonction, erreur dans la règle, erreur de calcul.

### Phase 4 -Activité Cure-dent version 2 (45 min), équipe de deux (faites par l'enseignant)

**Intention :** Réinvestir la fonction du second degré par le biais d'une situation de généralisation algébrique présentée sous forme picturale.

### Déroulement :

- L'enseignant se connecte à l'activité *Desmos* et projette le code de connexion « élève » de l'activité *Desmos*. Il invite les élèves à se connecter sur *student.desmos.com* et projette le code de connexion « élève » de l'activité. Il serait aussi possible de leur partager le lien « élève » de connexion de l'activité sur *Teams*.
- L'enseignant utilisera la fonction « rythme » dans le tableau de bord, ce qui permettra à l'enseignant de dicter le rythme de l'activité. L'enseignant autorise d'abord l'accès aux Écrans 1 à 3 afin d'introduire la situation à modéliser. Les élèves regardent la vidéo, lisent la question et identifient les variables en jeu dans ce problème.

Écran 1 : La vidéo (la même que pour la version 1)

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

1 de 8 Suivant >

#### Les cure-dents

Visionne cette vidéo.  
Dessine la situation dans la zone d'esquisse ci-dessous puis passe à l'écran suivant

0:00 / 0:38

Actions de l'enseignant

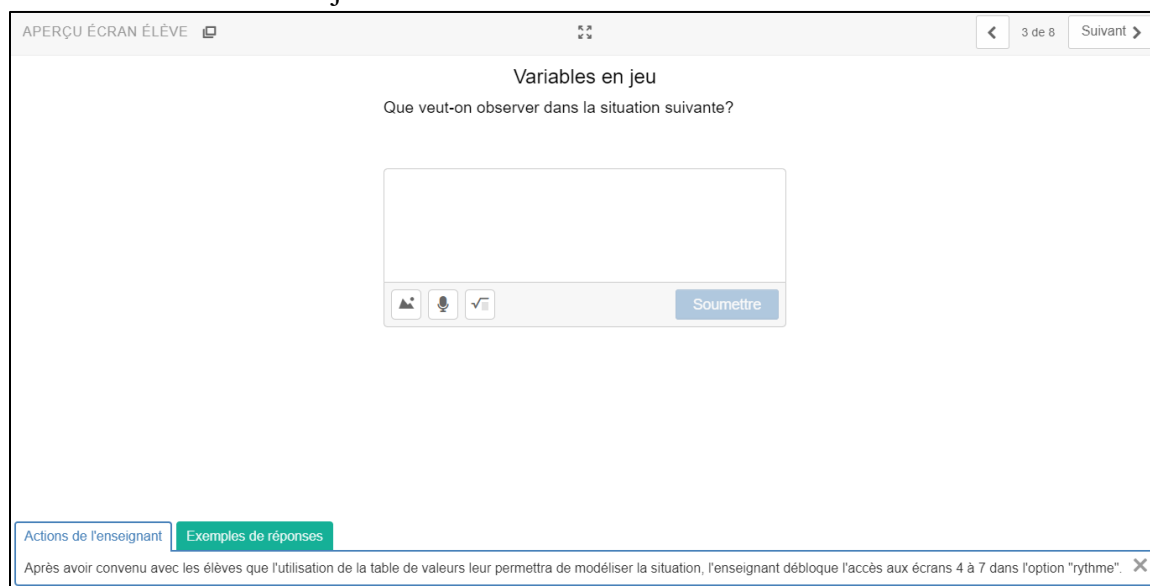
Au début de cette activité, il est conseillé que l'enseignant ne donne accès qu'aux trois premiers écrans en utilisant l'option "rythme". Il pourra ensuite avoir une discussion en grand groupe afin de déterminer les stratégies pour résoudre ce problème. En discutant avec les élèves l'enseignant les guidera vers l'utilisation de la table de valeurs afin de modéliser la situation. L'enseignant doit aussi s'assurer que les élèves identifient les bonnes variables impliquées dans ce problème (nombre de rangées et nombre total de cure-dents).

## Écran 2 : La question



The screenshot shows a digital classroom interface. At the top left, it says "APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE" and "Aperçu du tableau de bord". At the top right, there are navigation buttons: a left arrow, "2 de 8", and a right arrow labeled "Suivant". The main content area is titled "Question?". Below the title, there is a paragraph of text: "Après avoir acheté cette boîte de cure-dents, Olivier pense qu'il pourra faire 15 rangées alors que sa soeur Anaïs pense qu'il n'e aura pas assez. D'après toi qui a raison?". To the left of the text is an image of a package of "Chef Aid" toothpicks, labeled "200 cocktail sticks". Below the text, there are two buttons: "Olivier" and "Anaïs". A mouse cursor is pointing at the "Anaïs" button.

## Écran 3 : les variables en jeu



The screenshot shows a digital classroom interface. At the top left, it says "APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE" and "Aperçu du tableau de bord". At the top right, there are navigation buttons: a left arrow, "3 de 8", and a right arrow labeled "Suivant". The main content area is titled "Variables en jeu". Below the title, there is a question: "Que veut-on observer dans la situation suivante?". Below the question is a large empty rectangular box. At the bottom of this box, there are three small icons: a triangle, a microphone, and a checkmark. To the right of these icons is a blue button labeled "Soumettre". At the bottom of the interface, there is a footer area with two tabs: "Actions de l'enseignant" and "Exemples de réponses". Below the tabs, there is a small text box with a close button (X): "Après avoir convenu avec les élèves que l'utilisation de la table de valeurs leur permettra de modéliser la situation, l'enseignant débloque l'accès aux écrans 4 à 7 dans l'option 'rythme'."

- À la suite de ces trois écrans, l'enseignant questionne les élèves en grand groupe.

Exemples de questions :

- *Est-ce le même problème que dans la première activité ?*
- *Qu'est-ce qui est différent ?*
- *Quelles sont les variables en jeu dans ce problème ?*
- *Comment allez-vous procéder pour répondre à cette question ?*



- *Quelles actions allez-vous prendre ?*

Dans l'ensemble des réponses fournies, l'enseignant guidera donc ses élèves vers l'utilisation de la table de valeurs dans le but de modéliser la situation et de pouvoir identifier le bon type de fonction. Ensuite, il laisse les élèves poursuivre l'activité.

-Lorsqu'ils travailleront avec la **table de valeurs**, nous nous attendons qu'ils calculent les **accroissements** afin de vérifier s'ils sont constants. Le graphique pourra aussi les aider à valider leur choix.

- Pour cette première activité (fonction quadratique), des cure-dents peuvent être fournis aux élèves au besoin afin de leur permettre de visualiser la situation, mais la plupart des élèves seront probablement capables de la représenter par un simple dessin.

- À la suite de la discussion en grand groupe, l'enseignant débloque les Écrans 4 à 7.

Écran 4 : Les élèves complètent la table de valeurs et les points apparaîtront simultanément dans le graphique à mesure que les élèves compléteront la table de valeurs.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

4 de 8 Suivant >

Modélisation de l'expérience vécue

Complète la table de valeurs représentant la situation. Les points apparaîtront dans le graphique au fur et à mesure que tu les ajoutes.

Nombre de rangées	Nombre total de cure-dents

Nombre total de cure-dents

Nombre de rangées

Actions de l'enseignant Exemples de réponses

Au fur et à mesure que l'élève complètera la table de valeurs, les points apparaîtront simultanément dans le graphique.

À l'Écran 5, les élèves doivent expliquer comment ils procèdent pour identifier le type de fonction à partir d'une table de valeurs. À l'Écran 6, après avoir donné leur réponse



Écran 7 : Cet écran sert à valider le type de fonction. Les points du graphique de l'Écran 4 y seront déjà (ceux de la table de valeurs) et en cochant dans le petit cercle à gauche du type de fonction choisi, la fonction passant le plus près de ces points se trace. Ils pourront alors constater que la fonction quadratique passe parfaitement sur ces points.

Clique sur le rond à gauche du type de fonction auquel tu penses que ton expérience correspond afin de valider ton choix

1 (x,y)

2  Fonction affine

3  Fonction quadratique

4  Fonction exponentielle

Nombre total de cure-dents

100

80

60

40

20

0

Actions de l'enseignant

A cet écran, le graphique construit à l'écran 4 apparaît. L'élève pourra valider si sa réponse à l'écran 6, car en cliquant sur les cercles devant le nom des fonctions, il pourra constater quel type de fonction s'ajuste le mieux sur les points dans le graphique. Une fois cette validation effectuée, l'enseignant reprendra la discussion en grand groupe afin de les questionner sur ce qu'ils auraient maintenant besoin pour résoudre le problème. Ils devraient nommer qu'ils ont besoin de la règle. Puisque cette tâche a été conçue pour des élèves de la séquence CST4, l'enseignant donnera la règle :  $y = 1,5(x+0,5)^2 - 0,375$ . L'enseignant peut ensuite débloquer l'accès à l'écran 8, les élèves n'auront qu'à remplacer x par 15 afin de vérifier si le nombre de cure-dents est suffisant.

-L'enseignant doit accompagner les élèves afin qu'ils puissent répondre à la question de l'Écran 8, car la règle contient des paramètres h et k et ce n'est pas au programme de CST de trouver une règle avec tous les paramètres. L'enseignant fournira donc la règle aux élèves :  $y = 1,5(x+0,5)^2 - 0,375$  et ils trouveront la réponse en substituant la variable x par le nombre de la question, soit 15.

Écran 8 :

Les élèves peuvent répondre à la question de départ.

Réponse

Combien de cure-dents Xavier aurait-il besoin pour réaliser 15 rangées?

✓

Soumettre

Pourrait-il y arriver avec la boîte qu'il a achetée?

oui non

Exemples de réponses

Réponse: Il faut 360 cure-dents pour faire 15 rangées.


### Leçon 3

**Intention** : Réinvestir la fonction exponentielle par le biais d'une situation de généralisation algébrique.

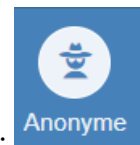
#### **Matériel nécessaire :**

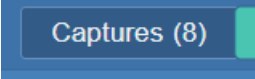
- Canon de projection
- Ordinateurs ou iPads, un par élève
- Lien *Desmos* vers l'activité « Proposition salariale » : <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5ed53da1bacf0a0b2d5c20be>

#### **1. Retour sur l'activité Cure-dents 2, en grand groupe (15 minutes)**

- Entre les deux leçons, l'enseignant fera une analyse des réponses aux Écrans 4, 5 et 6 des élèves afin de prendre des captures d'écrans à l'aide de l'outil capture de *Desmos* 

- L'enseignant après doit anonymiser les réponses des élèves en appuyant sur :



- Il projette ensuite au tableau la section « capture »  de l'activité *Desmos* comprenant tous les écrans qui ont retenu son attention. Cela peut être autant pour montrer de bonnes réponses que pour revenir sur des erreurs commises, des conceptions erronées ou des imprécisions en lien avec le vocabulaire mathématique. Il s'agit d'une occasion de revenir sur le processus de modélisation d'une situation puisque les élèves auront une autre activité de ce type à faire par la suite.

## 2. Activité Proposition salariale (45 min), équipe de deux :

### Déroulement :

- L'enseignant se connecte à l'activité *Desmos* et projette le code de connexion « élève » de l'activité *Desmos*. Il invite les élèves à se connecter sur *student.desmos.com* et projette le code de connexion « élève » de l'activité. Il serait aussi possible de leur partager le lien « élève » de connexion de l'activité sur *Teams*.
- L'enseignant utilisera la fonction « rythme » dans le tableau de bord, ce qui permettra à l'enseignant de dicter le rythme de l'activité. L'enseignant autorise d'abord l'accès aux premiers Écrans 1 à 3. Les élèves regardent la vidéo, lisent la question et identifient les variables en jeu.

### Écrans 1 à 3

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Proposition salariale

Votre employeur qui vous paie normalement 100\$/jour propose de vous payer d'une nouvelle façon telle que présenté dans la vidéo suivante pour les 30 prochains jours. Devriez-vous accepter?

oui non

0:00 / 0:15

Actions de l'enseignant

Au début de cette activité, il est conseillé que l'enseignant ne donne accès qu'aux deux premiers écrans en utilisant l'option "rythme". Il pourra ensuite avoir une discussion en grand groupe afin de déterminer les stratégies pour résoudre ce problème. En discutant avec les élèves l'enseignant les guidera vers l'utilisation de la table de valeurs afin de modéliser la situation. L'enseignant doit aussi s'assurer que les élèves identifient les bonnes variables impliquées dans ce problème (nombre de jours et salaire de la journée).

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Variables en jeu

Que vont-on observer dans la situation suivante?

Partager avec la classe

Exemples de réponses

Nous nous intéressons au salaire/jour selon le nombre de jours.



- L'enseignant questionne les élèves en grand groupe.

Exemples de questions :

- *Pourriez-vous nommer les variables en jeu dans ce problème ?*
- *Comment allez-vous procéder pour répondre à cette question ?*
- *Quelles actions allez-vous prendre ?*

Encore une fois, l'enseignant guidera donc ses élèves vers l'utilisation de la table de valeurs dans le but de modéliser la situation et de pouvoir identifier le bon type de fonction. Ensuite, il laisse les élèves poursuivre l'activité.

- Lorsqu'ils travailleront avec la table de valeurs, nous nous attendons qu'ils calculent les accroissements afin de vérifier s'ils sont constants. Le graphique pourra aussi les aider à valider leur choix.

## Écran 4 :

**Avertissement à donner aux élèves :** Pour les nombres décimaux, il faut utiliser le point et non la virgule.

Les élèves complètent la table de valeurs et les points apparaîtront simultanément dans le graphique à mesure qu'ils complètent la table de valeurs.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Modélisation de l'expérience vécue

Complète la table de valeurs avec les résultats que tu as obtenus. Les points apparaîtront dans le graphique au fur et à mesure que tu les ajoutes.

Nombre de jours	Salaire de la journée

Actions de l'enseignant Exemples de réponses

L'enseignant peut débloquer les écrans 4 à 9. Au fur et à mesure que l'élève complètera la table de valeurs, les points apparaîtront simultanément dans le graphique.  
Avertissement aux élèves: Pour les nombres décimaux, il faut utiliser le point et non la virgule.

## Écran 5

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Type de fonction

Après avoir regardé le graphique, Karine pense qu'il s'agit d'une demi-parabole (fonction quadratique) alors que Pierre dit qu'il s'agit d'une fonction exponentielle. Selon toi, quel type de fonction traduit le mieux la situation ?

Fonction quadratique

Fonction exponentielle

Expliquez pourquoi vous faites ce choix de fonction.

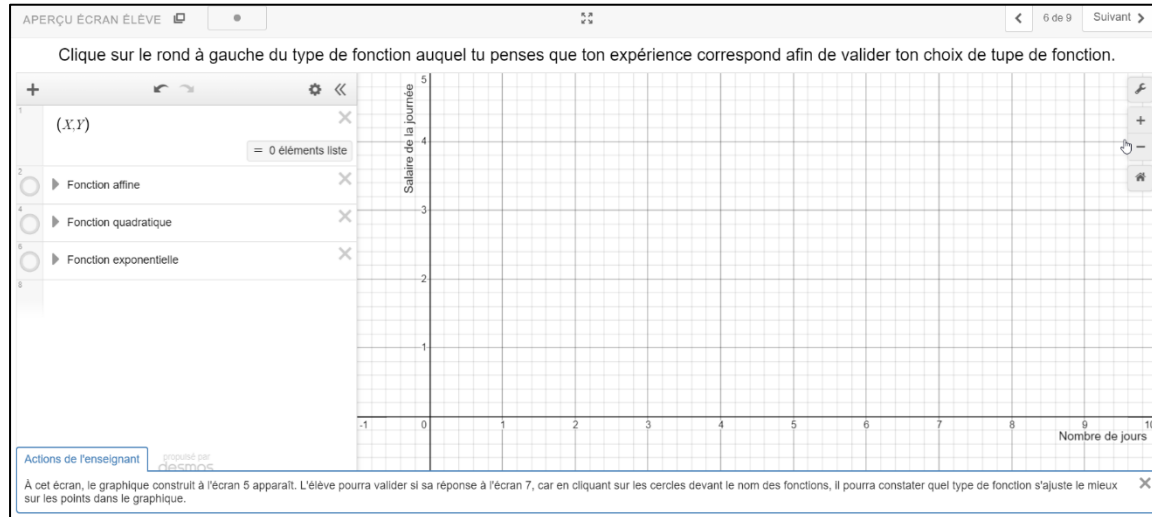
✓ Soumettre

Exemples de réponses

Réponse: Il s'agit d'une fonction exponentielle, car il y a une régularité multiplicative dans les accroissements des ordonnées.

Comme dans l'activité précédente, le prochain écran sert à valider le type de fonction.

## Écran 6



APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

6 de 9 Suivant >

Clique sur le rond à gauche du type de fonction auquel tu penses que ton expérience correspond afin de valider ton choix de type de fonction.

1 (x,y)

2  Fonction affine

4  Fonction quadratique

5  Fonction exponentielle

Salaires de la journée

Nombre de jours

Actions de l'enseignant

À cet écran, le graphique construit à l'écran 5 apparaît. L'élève pourra valider si sa réponse à l'écran 7, car en cliquant sur les cercles devant le nom des fonctions, il pourra constater quel type de fonction s'ajuste le mieux sur les points dans le graphique.

## Écrans 7 à 9



APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

7 de 9 Suivant >

Règle de la fonction

Quelle est la règle modélisant cette fonction?

Soumettre

Exemples de réponses

La règle est:  $y = 0.005 \cdot 2^x$



APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE APERÇU DU TABLEAU DE BORD 8 de 9 Suivant >

**Salaires de la 30e journée**  
 Combien gagnerais-tu à ta 30e journée de travail?

**Exemples de réponses**  
 Le salaire de la 30e journée serait 5 368 709.12\$

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE 9 de 9 Suivant >

**Réponse**  
 Après avoir étudié la situation, penses-tu que tu devrais accepter la proposition?

Expliquez votre raisonnement.

**Exemples de réponses**  
 Oui je devrais accepter, car avec mon salaire actuel de 100\$/jour, je gagnerais au total 3000\$ alors qu'avec cette nouvelle proposition je gagnerais plus de 5 000 000\$ le 30e jour.

**Phase 3 – 15 minutes, en grand groupe**

**Retour sur l'activité.**

L'enseignant animera une discussion en grand groupe afin de questionner les élèves sur ce qu'ils ont retenu cette tâche. Il présentera au tableau quelques écrans d'élèves en utilisant son tableau de bord (réponses anonymes) afin de faire un retour sur certaines explications fournies par les élèves. Il s'intéressera principalement aux écrans concernant le type de fonction et les justifications des élèves.

## **Leçon 4**

**Intention :** Faire résoudre un problème ouvert sur les fonctions en utilisant des caractéristiques de chaque type.

### **Matériel nécessaire :**

- Canon de projection
- Ordinateurs ou iPads, un par élève

Lien *Desmos* vers l'activité « Menu math fonction » :  
<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5f6b655d2116830d12206cc3?lang=fr>

- Feuille avec les contraintes du Menu math sur les fonctions

### **1. Retour sur les activités de modélisation, en grand groupe (10 minutes)**

**Intention :** Institutionnaliser les apprentissages, caractéristiques des différents types de fonctions.

### **Déroulement :**

L'enseignant animera une discussion en grand groupe afin de questionner les élèves sur ce qu'ils ont retenu dans les tâches de modélisation des deux leçons précédentes. L'enseignant reviendra sur le résumé fait à la leçon 1 afin de voir si de nouveaux éléments s'ajoutent aux connaissances sur les caractéristiques des 3 types de fonctions.

### **Exemples de questions :**

*-Qu'avez-vous appris sur les différents types de fonctions en faisant ces activités ?*

*-Y-a-t-il des caractéristiques auxquelles nous n'avions pas pensé dans notre résumé de la leçon 1 qui sont ressorties ?*

*-Quelles stratégies avez-vous utilisées pour modéliser les situations proposées ?*

*-Y-a-t-il des étapes qui sont à faire peu importe le type de fonction ?*

## **2. Menu math sur les fractions**

### **Phase 1 - 15 minutes, en grand groupe :**

**Intention :** Faire vivre aux élèves une activité de type Menu math en grand groupe afin de leur présenter des stratégies utiles pour résoudre ce type de problème en utilisant des notions des années antérieures, les fractions, pour faciliter leur compréhension.

### **Description d'une activité Menu math :**

Le but d'une tâche Menu math est de demander aux élèves de concevoir des objets mathématiques (exemple : fonctions, nombres, figures planes, etc.) respectant un certain nombre de contraintes. La tâche Menu math est donc présentée sous la forme d'une liste non ordonnée de 6 à 10 contraintes. De plus, le Menu math mentionne le type d'objet à concevoir pour satisfaire ces contraintes. La clé de cette tâche est de satisfaire minimalement une fois chaque contrainte, mais la tâche s'avère encore plus riche lorsqu'on demande aux élèves de minimiser le nombre d'objets afin de satisfaire les contraintes. À ce moment, les élèves doivent réfléchir à la possibilité de regrouper des contraintes. Il y a donc un travail d'analyse préalable qui doit être fait par les élèves afin de se demander quelles contraintes peuvent être associées et lesquelles ne peuvent l'être.

### **Déroulement :**

- L'enseignant présente le problème au groupe en le projetant au tableau et leur explique en quoi consiste ce type de tâche.

*Vous devez construire des fractions afin de satisfaire chaque contrainte (A à J) au moins une fois.*

**Tâche Menu Math Fractions:**

Construisez le *moins* de fractions possible afin de satisfaire chaque contrainte au moins une fois.

A.	Est plus petite que 1	B.	A un nombre premier comme dénominateur
C.	A un dénominateur plus grand que 10	D.	A un nombre composé comme numérateur
E.	Est réduite au maximum	F.	Est plus grande que $\frac{2}{3}$
G.	Peut être écrite comme un nombre décimal fini	H.	A un numérateur plus grand que 20
I.	A un numérateur plus grand que le dénominateur	J.	Est équivalente à $\frac{1}{2}$

*Quelles contraintes s'apparient le mieux ?  
 Quelles contraintes ne peuvent pas être appariées ?  
 Est-il possible de résoudre avec 2, 3 ou 4 fractions?*

Décrivez comment et pourquoi vous avez construit chaque fraction.  
 N'oubliez pas d'identifier quelles fractions satisfont quelles contraintes.

*Construisez le moins de fractions possibles sans oublier de satisfaire chaque contrainte au moins une fois.*

**Exemples de questions :**

- *À la lecture de ces contraintes, pensez-vous que certaines d'entre elles peuvent être regroupées afin d'être respectées par une même fraction ?*
- *Y-a-t-il d'autres regroupements possibles ?*
- *Pensez-vous qu'il y a des contraintes qui sont impossibles à regrouper ?*
- *Nommez une fraction respectant la contrainte A.*
- *Est-ce que cette fraction respecte la contrainte B ? Si elle ne la respecte pas, est-ce possible de la changer pour une fraction qui respecterait A et B en même temps ?*

Et poursuivre ce genre de raisonnement jusqu'à la fin de la tâche.

## **Phase 2 – 40 minutes, en équipe de 2**

### **Activité Menu math sur *Desmos***

**Intention :** Faire apprendre les caractéristiques des différents types de fonctions par la résolution de problème afin de mieux les distinguer.

#### **Déroulement :**

- L'enseignant présente le problème dont le tableau de contraintes à respecter afin de s'assurer que tous les élèves comprennent bien chacune des contraintes et les reformulera au besoin.
- Dans un premier temps, les élèves feront la résolution de ce problème sur papier, ensuite ils se connectent à l'activité *Desmos* afin d'y inscrire leurs réponses. Ils pourront par le fait même se valider.
- L'enseignant se connecte à l'activité *Desmos* et projette le code de connexion « élève » de l'activité *Desmos*. Il invite les élèves à se connecter sur ***student.desmos.com***. Il serait aussi possible de leur partager le lien « élève » de connexion de l'activité sur *Teams*.

## Le problème :

Vous devez construire des fonctions affines, quadratiques et/ou exponentielles afin de satisfaire chaque contrainte (A à L) au moins une fois.  
Construisez le *moins* de fonctions possible sans oublier de satisfaire chaque contrainte au moins une fois.

A.	Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine	B.	Possède un axe de symétrie
C.	Est toujours négative	D.	Est toujours positive
E.	Est toujours croissante	F.	Pour tous les points, $\frac{y}{x^2} = \text{constante}$
G.	Passé par le point (2, 7)	H.	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{pente}$
I.	N'a pas d'abscisse à l'origine	J.	$\frac{y_2}{y_1} = \text{constante}$ , si $x_1$ et $x_2$ sont consécutifs
K.	L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ont la même valeur.	L.	Le graphique est une droite

*Quelles contraintes s'apparient le mieux ?  
Quelles contraintes ne peuvent pas être apparées ?  
Est-il possible de résoudre dans 2, 3 ou 4 fonctions ?*

Donnez l'équation de vos fonctions.  
Décrivez comment et pourquoi vous avez construit chaque fonction.  
N'oubliez pas d'identifier quelles fonctions satisfont quelles contraintes.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE 1 de 8    Suivant >

contrainte au moins une fois. Ces fonctions doivent être soit affines, quadratique ou exponentielles. Le but est de construire le *moins* de fonctions possibles tout en satisfaisant chaque contrainte au moins une fois.

A.	Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine	B.	Possède un axe de symétrie
C.	Est toujours négative	D.	Est toujours positive
E.	Est toujours croissante	F.	Pour tous les points, $\frac{y}{x^2} = \text{constante}$
G.	Passé par le point (2, 7)	H.	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \text{pente}$
I.	N'a pas d'abscisse à l'origine	J.	$\frac{y_2}{y_1} = \text{constante}$ , si $x_1$ et $x_2$ sont consécutifs

**Description d'une activité Menu math :**  
Le but d'une tâche menu math est de demander aux élèves de concevoir des objets mathématiques (exemple : fonctions, nombres, figures planes, etc.) respectant un certain nombre de contraintes. La tâche menu math est donc présentée sous la forme d'une liste non ordonnée de contraintes. De plus, le menu math mentionne le type d'objet à concevoir (des fonctions dans ce cas-ci) pour satisfaire ces contraintes. La clé de cette tâche est de satisfaire minimalement une fois chaque contrainte, mais la tâche s'avère encore plus riche lorsqu'on demande aux élèves de minimiser le nombre d'objets afin de satisfaire les contraintes. À ce moment, les élèves doivent réfléchir à la possibilité de regrouper des contraintes. Il y a donc un travail d'analyse préalable qui doit être fait par les élèves afin de se demander quelles contraintes peuvent être associées et lesquelles ne peuvent l'être.  
**Suggestion :** L'enseignant présente le problème dont le tableau de contraintes à respecter afin de s'assurer que tous les élèves comprennent bien chacune des contraintes et les reformulera au besoin.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

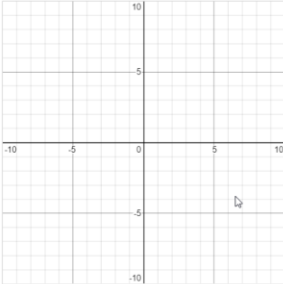
Fonction 1

Quelle est la règle de ta première fonction?

Quels sont les contraintes qui sont respectées avec cette fonction?

(Sélectionnez toutes les réponses appropriées.)

- Le graphique est une courbe décroissante sur tout son domaine
- Possède un axe de symétrie
- Est toujours négative
- Est toujours positive
- Est toujours croissante
- Pour tous les points,  $y/x^2 = \text{constante}$
- Passe par le point (2, 7)
- $(y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = \text{constante}$
- N'a pas d'abscisse à l'origine
- $\frac{y_2}{y_1} = \text{constante}$ , si  $x_1$  et  $x_2$  sont consécutifs
- L'abscisse à l'origine et l'ordonnée à l'origine ont la même valeur



Expliquez pourquoi les contraintes sélectionnées sont bien respectées.

Et ainsi de suite, l'élève peut ajouter autant de fonctions dans les pages suivantes. À partir de l'Écran 3 (2<sup>e</sup> fonction), les contraintes cochées sur les pages précédentes ne réapparaissent pas.

**Suggestion** : Afin d'avoir accès à la façon de procéder des élèves pour former leur fonction, l'enseignante pourrait utiliser l'application Flipgrid et demander aux élèves d'expliquer oralement comment ils ont procédé pour construire leurs fonctions.

### Phase 3- 10 minutes, en grand groupe

**Intention** : Valider la compréhension des élèves et s'assurer que tous ont bien compris les caractéristiques qui pourraient toucher un seul type de fonction ou plusieurs types de fonctions à la fois (ressemblances et différences).

#### Déroulement :

En grand groupe, demander à quelques équipes de présenter leurs solutions proposées et en discuter. Demander aux élèves de partager les différentes méthodes qu'ils ont utilisées pour résoudre le problème qui était de trouver les fonctions permettant de répondre aux contraintes.

### Exemples de questions :

- *Quelles fonctions avez-vous trouvées pour répondre à ces contraintes ?*
- *Comment avez-vous procédé pour créer vos fonctions ?*
- *Pouvez-vous nous dire quelles contraintes avez-vous jumelées ?*
- *Y-a-il des contraintes qu'il était impossible d'associer ?*
- *Est-ce que certaines contraintes pouvaient être associées à un seul type de fonction ? Lesquelles ? Pourquoi ?*
- *Est-ce que certaines contraintes pouvaient être respectées par plusieurs types de fonctions ? Lesquelles ?*

### Leçon 5

Activité révision – 75 minutes, individuellement

**Intention** : Cette activité permettra non seulement de vérifier la compréhension des élèves, mais aussi de valider la robustesse de notre séquence. Elle fournira aussi à l'élève une rétroaction puisque plusieurs exercices sont autocorrectifs.

### Matériel nécessaire :

- Canon de projection
- Ordinateurs ou iPads, un par élève

Lien *Desmos* vers l'activité « Révision fonctions » :  
<https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/5ece7ec6a071fa44a0a8bb8c?lang=fr>

### Déroulement :

- L'enseignant se connecte à l'activité *Desmos* et projette le code de connexion « élève » de l'activité *Desmos*. Il invite les élèves à se connecter sur *student.desmos.com*. Il serait aussi possible de leur partager le lien « élève » de connexion de l'activité sur *Teams*.



- Cette activité offre de la rétroaction à l'élève puisque lorsqu'il soumet sa réponse à chaque écran, un message apparaît pour lui dire si elle est bonne ou non.

**Avertissement à donner aux élèves :** Les nombres décimaux doivent être écrits avec un point et non une virgule (exemple : on doit écrire 2.45 et non 2,45).

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs

x	y
2	10
3	22.5
4	40
5	62.5

Si tu veux savoir de quel type de fonction il s'agit, que regardes-tu?

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

Pour savoir de quel type de fonction il s'agit, il faut regarder les accroissements des ordonnées. Puisque les abscisses dans la table de valeurs sont des entiers consécutifs, nous pouvons regarder s'il y a une régularité additive entre les ordonnées (fonction affine) ou une régularité additive seulement au 2e niveau des accroissements de ordonnées (fonction quadratique) ou une régularité multiplicative entre les ordonnées (fonction exponentielle). Dans ce cas-ci, il s'agit d'une fonction quadratique puisque la régularité additive apparaît seulement au 2e niveau.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Passage de la table de valeurs à la règle

x	y
2	10
3	22.5
4	40
5	62.5

Quelle est la règle de cette fonction?

Soumettre

Exemples de réponses

La règle est  $y = 2.5x^2$

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

3 de 22

Suivant >

### Passage d'une situation en mots à la table de valeurs

On laisse tomber une balle du toit d'un édifice de 15m de haut. À chaque rebond, elle rebondit à 40% de sa hauteur précédente. On s'intéresse à la hauteur du rebond selon le nombre de rebond. Complète la table de valeurs modélisant cette situation.

Une fois la table de valeurs complétée, tu peux passer à l'écran suivant.

Nombre de rebonds	Hauteur

Exemples de réponses

Exemples de points à placer dans la table de valeurs: (0, 15), (1, 6), (2, 2.4), (3, 0.96)

La table de valeurs remplie à l'Écran 3 réapparaîtra complétée aux Écrans 4 et 5.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

4 de 22

Suivant >

### Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs

Nombre de rebonds	Hauteur

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine

Quadratique

Exponentielle

Justifie ton choix.

✓

Partager avec la classe

Exemples de réponses

Il s'agit d'une fonction exponentielle, car il y a une régularité multiplicative entre les ordonnées ( $\times 0.4$ )

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

5 de 22

Suivant >

### Passage de la table de valeurs à la règle

Nombre de rebonds	Hauteur

Quelle est la règle de cette fonction?

Soumettre

Exemples de réponses

La règle est  $y = 15 \cdot 0.4^x$

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

6 de 22

Suivant >

### Passage d'une situation en mots à la table de valeurs

Lors de la rénovation de sa salle de bain, René fait appel aux services d'un poseur de céramique de la compagnie Dupont et Dupont.

Celui-ci lui dit que ses honoraires sont de  $60\$/m^2$ . Comme René envisage faire sa salle de bain carrée, il veut calculer les différents coûts possible selon la longueur d'un mur de cette pièce.

Complète la table de valeurs représentant les coûts du plancher selon la mesure du côté du mur s'il fait affaire avec Dupont et Dupont.

Conseil: Utilise des nombres entiers comme mesures de côté (mur)

Une fois la table de valeurs complétée, tu peux passer à l'écran suivant.

Mesure du côté du mur (m)	Coût (\$)

Exemples de réponses

Exemples de points à placer dans la table de valeurs: (2, 240), (3, 540), (4, 960), (5, 1500).

La table de valeurs remplie à l'Écran 6 apparaîtra déjà complétée aux Écrans 7 et 8.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

7 de 22

Suivant >

### Reconnaître le type de fonction à partir de la table de valeurs

Mesure du côté du mur (m)	Coût (\$)

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine

Quadratique

Exponentielle

Justifie ton choix.

✓

Soumettre

Exemples de réponses

C'est une fonction quadratique, car il y a une régularité additive entre au 2e niveau d'accroissements des ordonnées ou parce pour calculer la valeur de y, nous devons toujours mettre le x au carré avant de multiplier par 60.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

8 de 22

Suivant >

### Passage de la table de valeurs à la règle

Mesure du côté du mur (m)	Coût (\$)

Quelle est la règle de cette fonction?

Soumettre

Exemples de réponses

La règle est  $y = 60x^2$

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs

Lorsqu'on vous présente une table de valeurs, comment procédez-vous pour identifier s'il s'agit d'une fonction affine, quadratique ou exponentielle?

✓

Soumettre

Exemples de réponses

Pour savoir de quel type de fonction il s'agit, il faut regarder les accroissements des ordonnées. Si les abscisses dans la table de valeurs sont des entiers consécutifs, nous pouvons regarder s'il y a une régularité additive entre les ordonnées (fonction affine) ou une régularité additive seulement au 2e niveau des accroissements de ordonnées (fonction quadratique) ou une régularité multiplicative entre les ordonnées (fonction exponentielle). Si les abscisses ne sont pas des entiers consécutifs, alors il faut chercher d'autres indices. Par exemple, passer au mode de représentation graphique pourrait nous aider à avoir une vue d'ensemble de l'objet mathématique. Le passage à la règle pourrait aussi être envisagé.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir du graphique

Lorsqu'on vous présente un graphique, comment procédez-vous pour identifier s'il s'agit d'une fonction affine, quadratique ou exponentielle?

✓

Partager avec la classe

Exemples de réponses

S'il s'agit d'une fonction affine, le graphique sera une droite croissante ou décroissante. S'il s'agit d'une fonction quadratique, le graphique sera une parabole (courbe symétrique) passant par (0,0). S'il s'agit d'une fonction exponentielle, le graphique aura l'allure d'une courbe croissant (ou décroissant) sur tout son domaine ne passant pas par (0,0) et ayant l'axe des abscisses comme asymptote.

## Différenciation pédagogique :

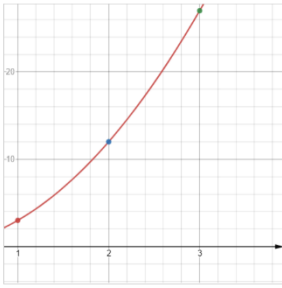
L'activité se termine à l'écran 10. Les autres écrans permettent aux élèves plus rapides d'approfondir leurs connaissances, mais ne sont pas obligatoires.

Dans l'écran 11, nous avons volontairement caché une partie du graphique afin que l'élève ne puisse se fier seulement à l'allure du graphique.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

11 de 21 Suivant >

### Reconnaitre le type de fonction à partir du graphique



De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Soumettre

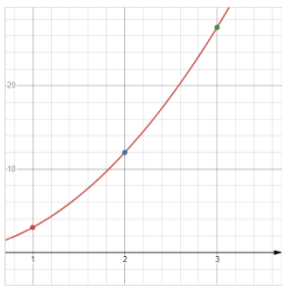
Exemples de réponses

Il s'agit d'une fonction quadratique. Pour le savoir nous procédons par élimination. Puisqu'il s'agit d'une courbe et non d'une droite, nous savons qu'il ne s'agit pas d'une fonction affine et puisqu'il n'y a pas de régularité multiplicative entre les ordonnées, nous savons qu'il ne s'agit pas d'une fonction exponentielle. Afin de se valider, nous pouvons trouver la règle de la fonction quadratique passant par un des points afin de vérifier si cette règle s'applique à tous les points visibles de la courbe.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

12 de 21 Suivant >

### Passage du graphique à la règle



Quelle est la règle de cette fonction?

Soumettre


Exemples de réponses

La règle est  $y = 3x^2$

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

13 de 21 Suivant >

### Reconnaitre le type de fonction à partir du graphique



De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Soumettre

Exemples de réponses

C'est une fonction exponentielle, car c'est une courbe et non une droite (donc pas une fonction affine) et elle ne passe pas par l'origine (donc pas une fonction quadratique).

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

14 de 21 Suivant

### Passage du graphique à la règle

Quelle est la règle de cette fonction?

Soumettre

Exemples de réponses

La règle est  $y = 5 - 0.8^x$

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

16 de 21 Suivant

### Reconnaître le type de fonction à partir de la table de valeurs ou du graphique

x	y
-3	27
-1	3
0	0
1	3
3	27

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

✓ Soumettre

Exemples de réponses

C'est une fonction quadratique, car c'est une courbe symétrique ayant un seul axe de symétrie et ayant la forme d'une parabole. De plus, elle passe par (0, 0).

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

15 de 21 Suivant

### Reconnaître le type de fonction à partir de la table de valeurs ou du graphique

x	y
-1	5
0	7
2	11
5	17

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

C'est une fonction affine, car en plaçant les points dans le graphique, nous pouvons voir qu'ils sont alignés de façon à être reliés par une droite.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs ou du graphique

x	y
-2	1.6
-1	4
0	10
2	62.5

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

Il s'agit d'une fonction exponentielle. En plaçant les points dans le graphique, nous constatons que le graphique sera une courbe croissante qui ne passe pas par (0,0). De plus, en observant les ordonnées de trois premiers points qui sont consécutifs, nous pouvons observer qu'il y a une régularité multiplicative.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs ou du graphique

x	y
-1	5
0	7
2	11
5	17

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

C'est une fonction affine, car en plaçant les points dans le graphique, nous pouvons voir qu'ils sont alignés de façon à être reliés par une droite.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

Reconnaitre le type de fonction à partir de la table de valeurs ou du graphique

x	y
-2	1.6
-1	4
0	10
2	62.5

De quel type de fonction s'agit-il?

Affine  
 Quadratique  
 Exponentielle

Justifie ton choix.

Exemples de réponses

Il s'agit d'une fonction exponentielle. En plaçant les points dans le graphique, nous constatons que le graphique sera une courbe croissante qui ne passe pas par (0,0). De plus, en observant les ordonnées de trois premiers points qui sont consécutifs, nous pouvons observer qu'il y a une régularité multiplicative.

Dans l'écran 19, l'élève doit associer chaque table de valeurs avec le bon type.

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

19 de 21 Suivant

Associe chaque table de valeurs avec le bon type de fonction (clique sur les tables de valeurs pour les agrandir au besoin)

fonction exponentielle

Fonction affine

fonction quadratique

x	y
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

x	y
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

x	y
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25

APERÇU ÉCRAN ÉLÈVE

20 de 21 Suivant

Essai #	Message

Clique sur le bouton pour voir combien de cartes sont bien agencées.

Essai #1



Voici le corrigé :

▼ 3 CARTES	
Fonction affine	
x	y
3	50
4	65
5	80
6	95
7	110

x	y
-2	3.2
-1	6.4
0	9.6
1	12.8
2	16

▼ 4 CARTES	
fonction quadratique	
x	y
3	36
4	64
5	100
6	144
7	196

x	y
-2	-10
-1	-2.5
0	0
1	-2.5
2	-10

x	y
30	1.28
30	2.88
40	5.12
50	8
60	11.52

▼ 4 CARTES	
fonction exponentielle	
x	y
0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{2}$
2	1
3	2
4	4

x	y
-2	$\frac{1}{4}$
-1	$\frac{1}{2}$
0	$\frac{1}{1}$
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$

x	y
3	32
4	64
5	128
6	256
7	512

Puisque cette tâche prendra toute la durée de la leçon, il n'y aura pas de temps pour un retour en grand groupe. Cependant, à la leçon suivante, l'enseignant pourrait prévoir un retour sur cette tâche de révision, en particulier sur les Écrans 17 et 18.



## ANNEXE III

### VERBATIM

#### Verbatim et Résultats d'expérimentation

#### **Première expérimentation**

#### **Leçon 2 (10 mars en ligne)**

Note : La leçon 2 se déroule en ligne due à la situation de la Covid-19, les élèves en zone orange sont en alternance école-maison un jour sur deux.

1) Retour sur l'activité cure-dent 1 (25 minutes)

L'enseignante présente la vidéo pour qu'ils se remémorent le problème. Elle demande ensuite : « Est-ce que quelqu'un peut me dire qu'est-ce qu'on voulait analyser dans ce problème ? » Elle dessine les trois premières rangées de la situation.

**Élève1** : « Combien de cure-dents dans ça... »

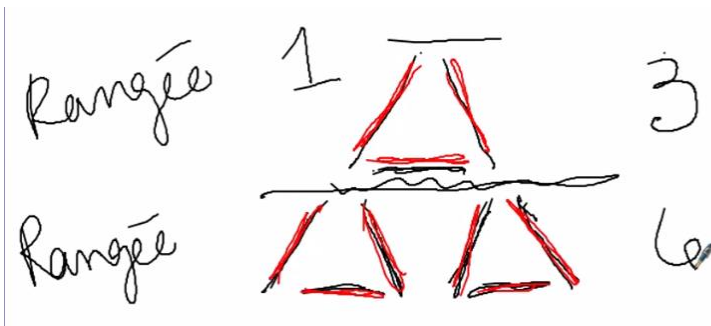
**Enseignante** : « On travaillait sur la relation entre le nombre de cure-dents par rangée selon la rangée. »

**Enseignante** : « Combien y a-t-il de cure-dents dans la rangée 1 ? »

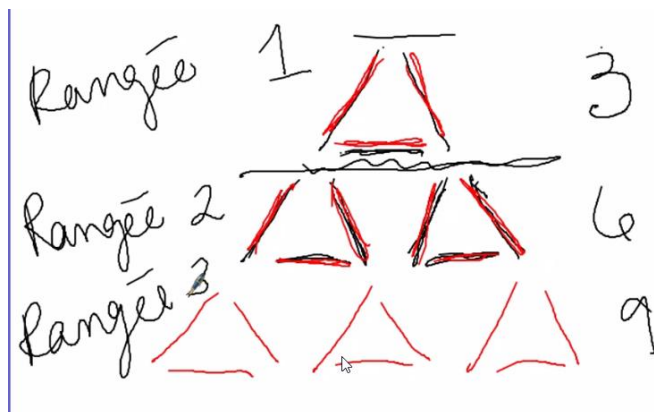
**Élève1** : « 1 »

Elle dessine en couleur les trois cure-dents en les comptant « 1-2-3 » et elle écrit la réponse à droite.

Elle continue avec la rangée 2 et écrit la réponse (6) à droite.



**Enseignante** : « Ensuite, nous nous étions posé la question combien y aura-t-il de cure-dents dans la rangée 3 et différentes réponses sont ressorties. On est arrivé à la rangée 3 on ajoutait 1-2-3-4-5-6-7-8-9 cure-dents » et elle les dessine en même temps qu'elle les compte.



**Enseignante** : « Quel est l'outil pour consigner ces résultats ? Comment pourrions-nous consigner ces résultats ? Dans quoi pourrions-nous consigner ces informations-là ? »

**Élève1** se propose : « Tu dessines tes 10 rangées et ensuite tu calcules. »

**L'enseignante** : « Est-ce qu'il y a d'autres élèves qui ont d'autres propositions ? »

**Élève13** : « Comme c'est des bonds de 3. 3-6-9, donc tu fais ça jusqu'à 10. »

L'enseignante écrit à la verticale les résultats et demande à Élève13 de dire combien à la 4<sup>e</sup> et à la 5<sup>e</sup>.

**Élève13** donne les bonnes réponses : « (12, 15) »

1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

**L'enseignante** demande : « À quoi tu trouves que cela ressemble ce que j'ai fait, de la manière dont j'ai placé mes données ? »

**Élève3** : « une table des valeurs »

**L'enseignant** : « Oui, la table de valeurs sera notre outil pour consigner nos données. La table de valeurs est vraiment très utile pour consigner les données. Qu'est-ce qu'il manquerait pour que ce soit une vraie table de valeurs ? »

**Élève3** : « un x et un y »

**L'enseignante** : « mais que représentera mon x et mon y dans la situation actuelle ? »

**Élève3** : « le nombre de rangées et le nombre de cure-dents. »

[...]

le nombre de rangées	le nombre y du lune-dents
1	3
2	6
3	9
4	12
5	15

**Enseignante :** « Est-ce qu'il y en a qui ont pensé faire autrement pour trouver la 10<sup>e</sup> rangée ? »

**Élève3 :** « Ben on pourrait juste faire  $3 \times 10$  ? »

**Enseignante :** « Pourquoi on peut faire ça ? »

**Élève3 :** « Ben dans chacune des rangées, il y en a trois »

**L'enseignante** dit : « Ben ce n'est pas qu'il y en a 3 à chaque rangée, mais plutôt qu'il y a un ajout de 3 à chaque rangée » Et elle écrit les +3 à droite de la 2<sup>e</sup> colonne. Elle demande ensuite de quel type de fonction il s'agit.

le nombre de rangées	y du
1	3
2	6 $\downarrow +3$
3	9 $\downarrow +3$
4	12 $\downarrow +3$
5	15

**Élève3 :** « exponentielle »

L'enseignante demande s'il y a d'autres réponses. Comme personne ne répond, elle pige un nom, celui de Élève4 et elle lui demande s'il s'agit d'une fonction exponentielle.

**Élève4** : « Euh, ché pas, non, non. »

**Enseignante** : « Pourquoi ? »

**Élève4** : « Ben exponentielle est-ce que c'est elle qui ne touche jamais (0, 0). »

**L'enseignant** : « Oui c'est ça. »

**Élève4** : « Bon ben c'est pas elle. »

**L'enseignante** : « OK quelle indication peut aussi nous dire que ce n'est pas une fonction exponentielle ? »

**Élève4** : « Ça fait toujours des bonds de 3. »

**L'enseignante** : « Donc ce serait quelle fonction ? »

**Élève4** : « affine »

**L'enseignante** : « C'est bon, maintenant je vous laisse quelques minutes pour trouver combien il y aura de cure-dents à la 100<sup>e</sup> rangée. »

**Élève10** : « ben 300 »

L'enseignante demande aux élèves d'écrire leur réponse dans le clavardage, ils écrivent 300

Elle demande à Élève5 comment il a fait pour trouver son 300.

**Élève5** : 10 et 30 allaient ensemble donc 100 et 300 vont ensemble, car on sait qu'on doit faire  $\times 3$ . Parce que c'est un bond de 3.

L'enseignante attire leur attention que ce n'est pas toujours  $\times 3$  même si le bond est de  $+3$ . Elle donne un autre exemple de table de valeurs dont la régularité est  $+3$ , mais qui n'est pas une situation proportionnelle ( $b \neq 0$ ).

x	3	4	5	6
y	2	5	8	12

**Enseignante** : « S'agit-il d'une fonction affine ? »

Après avoir pigé un nom, elle demande à Élève12.

**Élève12** : « Oui »

**L'enseignante** : « Pourquoi ? »

**Élève12** : « J'ai pas de raison, je pense juste que c'est affine. »

**L'enseignante** : « OK, mais pourquoi ce n'est pas quadratique ou exponentielle ? »

**Élève12** : « Euh parce que les x ne font pas plus que des bonds de 1 »

**L'enseignante** précise que les x peuvent augmenter de 1 peu importe le type de fonction. Ce n'est pas suffisant pour justifier qu'il s'agit d'une fonction affine. « Qu'est-ce que j'ai regardé tantôt ? »

Elle pige le nom d'Élève1 lui demande qu'est-ce que je peux regarder autre que le bond de  $x$ .

**Élève1** : « Euh le bond de  $y$  ? »

**Enseignante** : « OK et que remarques-tu ? »



**Élève1** : « Il monte de 3. »

**L'enseignante** : « le bond est régulier et additif »

Élève1 fait remarquer à l'enseignante qu'il y a un problème dans l'exemple. Ce devrait être 11 et non 12 le dernier y. L'enseignante confirme et corrige son erreur.

**Élève8** : « J'avais une autre façon de trouver le 300. J'ai fait le produit des moyens égale le produit des extrêmes. »

L'enseignante confirme que cela fonctionne dans la situation cure-dents 1, car la première fonction est une situation proportionnelle (elle passe par (0,0)), mais ce ne sont pas toutes les fonctions affines qui sont proportionnelles, elles peuvent être partielles. Elle leur fait remarquer que le  $b$  peut être différent de 0 et que cela ne fonctionne pas dans tous les cas dont dans l'exemple de la 2<sup>e</sup> table de valeurs écrite. Elle leur demande comment nous pourrions procéder pour trouver la valeur quand  $x=100$  dans ce cas.

Personne ne répond.

**L'enseignante** demande : « Est-ce que le graphique peut nous être utile ? Est-ce que la règle peut nous être utile ? »

**Élève13** : « J'ai peut-être une idée, si on remplace par un point dans la règle, on peut trouver le  $b$ . »

L'enseignante approuve.

Elle leur fait remarquer qu'ils avaient trouvé en quelque sorte la règle dans la situation des cure-dents et que cette règle était  $f(x)=3x$  et qu'ils utilisaient la règle en faisant  $3 \times 10$  et  $3 \times 100$ .

Elle leur demande ensuite de trouver la règle de la 2<sup>e</sup> table de valeurs.

Après avoir laissé du temps, elle pige un nom et questionne Élève9.

**Élève9** : « J'étais mêlée et je ne savais pas de quel type de fonction il s'agit d'une affine ou une exponentielle. »

**Enseignante** : « C'est une très bonne question, regarde c'est +3 donc c'est quoi ? »

**Élève9** : « euh exponentielle »

**Enseignante** : « Non, c'est affine, car c'est un bond additif »

L'enseignante précise que le fait que nous avons une régularité additive confirme qu'il s'agit d'une fonction linéaire (note : l'enseignante utilise souvent fonction linéaire au lieu d'affine ce qui est un problème, car la fonction linéaire réfère uniquement aux situations directes et non partielles).

L'enseignante fait l'exemple avec l'aide de Élève9 pour trouver la règle. Élève13 vient l'aider en proposant de trouver le taux de variation  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  ou d'utiliser le bond. Et elle termine de trouver le b.  $f(x) = 3x - 7$ . L'enseignante demande quoi faire pour trouver si  $x=100$  et Élève13 affirme de remplacer x par 100. Donc  $3 \times 100 - 7 = 293$ .

## 2) Inscription dans *Desmos* (5 minutes)

L'enseignante explique comment créer leur compte avec leur adresse de la cs.

Modification à apporter : Pour la 2<sup>e</sup> expérimentation, nous demanderons que cette étape soit faite avant le début de la séquence.

## 3) Activité cure-dents 2

L'enseignante a dicté le rythme de l'activité comme prévu en permettant seulement de faire les deux premiers écrans.

À l'Écran 2, les élèves se questionnent si ça fonctionne leur réponse puisqu'il ne se passe rien quand il clique sur le nom de la personne choisie.

**Modification possible** : Voir s'il y aurait moyen que ça leur dise un message comme de quoi ils ont répondu.

L'enseignante demande si c'est la même question que dans la première situation.

**Élève13** : « Ils veulent savoir si on a assez de 200 cure-dents pour faire 15 rangées. »

**L'enseignante** : « Est-ce la même chose que ce qu'on a fait tantôt ? »

**Élève13** : « Ben ça se ressemble parce que tantôt c'était pour 10 rangées. »

**Enseignante** : « Qu'est-ce qui est différent de tantôt dans ce problème-là ? »

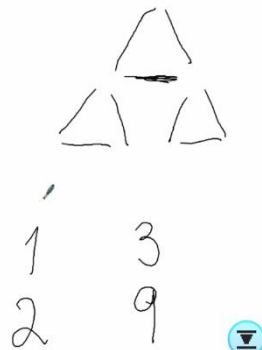
**Élève13** : « Je ne sais pas. »

**L'enseignante** : « Élève9, qu'est-ce qui est différent ? »

**Élève13** : « Tantôt c'était le nombre de cure-dents pour faire LA 100<sup>e</sup> rangée et là c'est le nombre de cure-dents pour faire 15 rangées au total. »

**Enseignante** : « Excellent ! »

L'enseignante fait le dessin des deux premières rangées. Elle écrit que pour une rangée, c'est 3 cure-dents et demande combien pour la 2<sup>e</sup> rangée.



Elle questionne Élève4 qui ne répond pas (on se demande s'il est encore parmi nous.)

Élève5 a levé la main et répond.

**Enseignante** : « Au total ? »

**Élève4** : « Non au total 9. »

**Enseignante** : « Comment pourrait-on nommer les variables en jeu ? »

**Élève5** : « En table de valeurs avec  $x$  et  $y$  ? »

**Enseignante** : «  $x$  représenterait quoi et  $y$  représenterait quoi ? »

**Élève5** : «  $x$  le nombre de rangées et  $y$  le nombre de cure-dents »

**Enseignante** : « Élève6 comment tu procéderais pour répondre à la question de la page 2 ? »

**Élève6** : « Euh je ne comprends pas votre question madame. »

L'enseignante lui partage la question et lui repose la question.

**Élève6** : « Déjà là il a 15 cure-dents et un triangle il y genre 3 cure-dents fait qu'il ne pourra pas faire 15 rangées avec. »

**Enseignante** : « Est-ce qu'il a 15 cure-dents ? »

**Élève6** : « Ben j'pense que oui. »

**Enseignante** : « Le 15 moi je le mets avec les rangées. »

**Élève6** : « Ah désolé »

**Enseignante** : « Ben non c'est correct, car c'est important que ce soit clair avant de commencer. Le 15 c'est vraiment les rangées et au total j'ai combien de cure-dents ? »

**Élève6** : « Je ne sais pas »

**Enseignante** : « Et où on pourrait trouver ça ? »

**Élève6** : « Dans la vidéo ? »

**Enseignante** : « Regarde bien l'image de la page 2. »

**Élève6** : « Ah il y en a 200 »

**Enseignante** : « Donc tu veux vérifier est-ce qu'on a assez de 200 cure-dents pour faire 15 rangées. Comment on pourrait procéder ? »

**Élève6** : « Je ne sais pas »

**Enseignante** : « Est-ce que quelqu'un peut répondre ? »

**Élève12** : « C'est quoi votre question madame ? »

**Enseignante** : « Comment va-t-on faire pour répondre à la question de la page 2 à savoir est-ce qu'on aura assez de 200 cure-dents pour faire 15 rangées. »

**Élève12** : « Ben on va faire comme tantôt y2... la fonction affine quelque chose de même. »

**Enseignante** : « Est-ce une fonction affine ici ? »

**Élève12** : « J pense que oui. »

**Enseignante** : « Mais comment le savoir ? »

**Élève12** : « Ben ça je ne sais pas et ça m'énerve un peu parce que je ne sais pas comment savoir si ça en est une. »

**Enseignante** : « Ok t'es embêté à savoir comment savoir si c'est une fonction affine ou une exponentielle ou une quadratique. C'est correct et je te remercie de le nommer je suis certaine que tu n'es pas le seul dans cette situation-là. »

**Élève9**: « Je ne sais pas si c'est bon, mais j'ai juste fait des bonds de 3 jusqu'à 15. 3, 6, 9, 12, 15, ... et ça donne 45 quand c'est à 15. »

**Enseignante** : « OK tu as écrit : »

1	3
2	6
3	9
4	12

Donc à la 4<sup>e</sup> rangée ça te prend 12 cure-dents, mais combien tu en auras utilisé en tout après 4 rangées ?

**Élève9** : « J'ai additionné 3, 6, 9, 12. »

**Enseignante** : « OK donc 1<sup>ere</sup> rangée 3, 2<sup>e</sup>, ça donne 9 au total. »

1	3
2	9
3	
4	

**Élève9** : « Madame, mettons pour la 2<sup>e</sup> rangée est-ce qu'il faut compter le nombre de cure-dents en tout ou le nombre de cure-dents en tout ? »

**Enseignante** : « En tout c'est vraiment important, c'est vraiment le total. Parce que la question est, est-ce qu'il a assez de cure-dents pour faire 15 rangées et non pour faire la 15<sup>e</sup> rangée. »

**Élève12** : « OK »

15 minutes juste pour les Écrans 1 et 2

**Élève6** : « Madame, je ne comprends pas ce que je dois faire à l'Écran 3. »

**Enseignante** : « À la question 3 on te demande quel titre on pourrait donner à la première colonne de la table de valeurs. C'est quoi la variable indépendante ? x ou y ? »

**Élève6** : « x »

**Enseignante** : « OK et à quoi correspond notre x dans ce problème ? »

**Élève6** : « le nombre de rangées »

**Enseignante** : « Exact donc tu écris ça. »

L'enseignante interroge les deux élèves qui ne sont pas connectés (Élève7 et Élève11)

**Élève8** : « Je ne comprends pas à question 3, on n'est pas capable d'écrire dans la première colonne. »

**Enseignante** : « Tu dois écrire dans la boîte de réponse en bas. »

**Élève1** : « OK je dois écrire dans la case en bas et ça va se mettre dans la table de valeurs ? »

**Enseignante** : « oui »

**Élève10** : « Madame je ne comprends pas ce que je dois mettre à la question 3, est-ce x et y ? »

**Enseignante** : « Non tu dois mettre ce que représente x et y dans cette situation. »

Élève7 aussi demande des explications pour l'Écran 3.

**Enseignante** : « Élève1 es-tu encore là ? As-tu des questions ? »

**Élève1** : « Je suis tout mêlé... »

L'enseignante tente de le démêler...

Après 35 minutes tous les élèves ayant complété tous les écrans sauf celui de la réponse peuvent quitter. Nous reprendrons la dernière question au début du prochain

cours pour permettre à tous de se rendre à la validation du type de fonction. Les derniers finissent après 45 minutes.

### **Leçon 3 (12 mars, en ligne)**

- 1) 4 min accueil et présences
- 2) 20 min Retour sur l'activité cure-dent 2

**Enseignante** : « Qu'est-ce qui a été un défi pour vous dans l'activité du dernier cours ? Qu'est-ce que vous avez trouvé difficile ? »

**Élève13** : « D'identifier ce qu'est  $x$  et  $y$  »

L'enseignante lui demande de renommer les variables qui étaient impliquées dans la situation des cure-dents 2 et elle les nomme bien.

Elle demande s'il y a eu d'autres difficultés.

**Élève1** : « Compléter la table des valeurs. »

L'enseignante en profite pour faire le retour sur les tables de valeurs sélectionnées avec l'outil capture de *Desmos*.

Après avoir montré la diversité des tables de valeurs,

**l'enseignante demande aux élèves** : « Où est-ce qu'on était supposé de trouver ces valeurs à mettre dans la table des valeurs ? Où les avez-vous pris vos données ? »

Elle pige Élève13 et lui demande où elle les a pris.

Élève13 lui dit qu'elle les a comptés et qu'elle a fait  $\times 3$  parce qu'il y a 3 de plus à chaque rangée.

L'enseignant fait le dessin des trois premières rangées et demande à Élève13 combien de cure-dents au total faut-il pour faire 2 rangées ? Puis pour 3 rangées ? et Élève13 répond 9 puis 18. L'enseignante note les réponses à droite du dessin et demande où



est-ce qu'on peut inscrire ses données qu'on trouve et Élève13 répond dans la table des valeurs.



Nbr rangées	Nbr total de cure-dents
1 <sup>re</sup>	3
2	9
3	18
4	

L'enseignante fait ensuite la table de valeurs en questionnant des élèves qui lui redonnent les réponses.

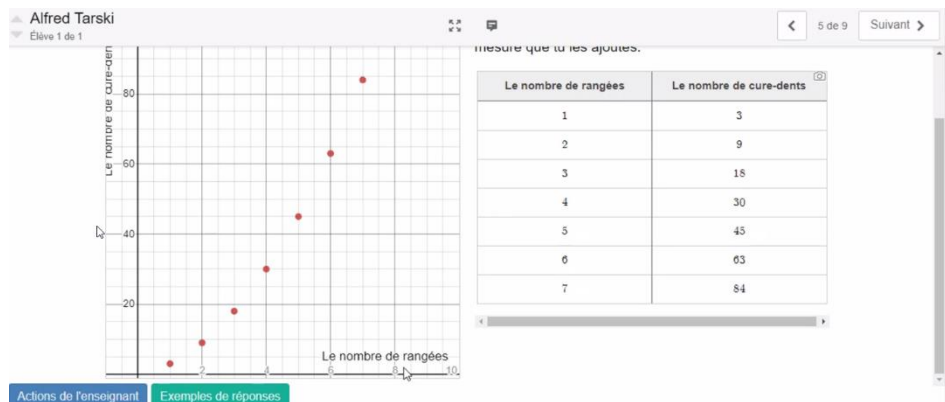
Rendu à 4, elle demande à un élève (Élève7) comment on pourrait faire pour savoir pour la rangée 4 et il lui répond (produit des moyens = produit des extrêmes).

L'enseignante dit que pour faire ça il faut que ce soit proportionnel et elle lui demande comment on pourrait savoir si c'est proportionnel. Élève7 ne sait pas. Elle demande ensuite à Élève9 et elle ne sait pas non plus. Elle demande ensuite Élève11 et il lui propose de la dessiner.

L'enseignante lui demande s'il parle de la dessiner avec les cure-dents ou dans un graphique ?

**Élève11** : avec les cure-dents.

**Enseignante** : OK, on peut aussi regarder l'allure du graphique qui s'est dessiné quand on complète la table de valeur dans l'activité *Desmos*. Est-ce que l'allure que vous voyez présentement peut vous aider à identifier le type de fonction ?



**Enseignante** : « Élève7 à quoi ressemblerait le graphique d'une fonction directe ? »

**Élève7** : « Ce serait une courbe. »

**Enseignante** : « Une fonction directe c'est courbe ? »

**Élève7** : « non droite »

**Enseignante** : « Oui c'est droit et ça passe par (0,0). Ici, elle a l'air de passer par (0,0), mais elle n'est pas droite. Donc ce n'est pas une proportionnelle. »

Ensuite, l'enseignante revient sur son tableau blanc (activ) avec la table de valeurs de la situation.

Elle fait remarquer qu'elle a un bond unitaire en x. Elle écrit ensuite les bonds entre chaque y (+6, +9, +12) et leur dit que le fait que ce bond n'est pas régulier est un indice que cette fonction n'est pas affine.

**Enseignante** : « Quelle fonction puis-je éliminer des choix si le bond additif n'est pas régulier ? »

**Élève6** : « la quadratique ? » (Très hésitant)

**Enseignante** : « non »

**Élève3** : « la affine »

**Enseignante** : « Qu'est-ce qu'il nous reste comme choix ? »

**Élève3** : « La quadratique pis l'autre que je me rappelle plus. »

**Enseignante** : « la quadratique et l'exponentielle »

**Enseignante** : « Qu'est-ce que je peux regarder pour savoir si c'est une quadratique ou une exponentielle ? »

**Élève3** : « Ben allé voir le graphique pour voir son allure. »

L'enseignante utilise l'écran de validation de l'outil *Desmos* pour regarder avec eux quelle courbe s'ajuste le mieux aux points du graphique.

Élève3 remarque que la quadratique passe parfaitement sur les points alors que pour l'exponentielle, c'est proche, mais pas parfait.

**Enseignante** : « Donc ici celle qui modélise le mieux c'est la quadratique. »

L'enseignante leur donne la règle puis la réponse à la dernière question qui demandait combien de cure-dents pour 15 rangées.

L'enseignante revient ensuite à la table de valeurs pour leur faire remarquer que les bonds du 2<sup>e</sup> niveau sont constants.

**Enseignante** : « Donc une 2<sup>e</sup> degré c'est son 2e bond qui est régulier. »

L'enseignante termine en leur disant que finalement lorsqu'on modélise une situation, les données ne sont pas dans le problème, c'est à eux de les trouver (par exemple en comptant les cure-dents) et de les mettre dans une table de valeurs pour ensuite calculer ce qu'ils cherchent.

10 min. Retour sur les tables de valeurs des 3 types de fonctions (cette étape devait être faite à la fin du cours, mais comme un élève pose la question, elle y répond)

Élève12 demande comment se démêler avec les tables de valeurs pour reconnaître le type de fonction.

L'enseignante fait trois tables de valeurs (une de chaque type) afin de leur montrer les particularités de chacune. Elle reprend les deux tables de valeurs des deux activités Cure-dents 1 et 2 et invente une pour la fct exponentielle.

L'enseignante parle de bonds réguliers et Élève12 demande qu'est-ce que ça veut dire un bond régulier ? L'enseignante lui explique que c'est la régularité.

L'enseignante questionne les élèves afin de faire ressortir les caractéristiques de chacune.

The image shows three handwritten tables of values for different functions. Each table has columns for 'x' and 'y'.

x	y
1	3
2	6
3	9
4	12

Bond additif régulier  
Affine

x	y
1	3
2	9
3	18
4	30

2<sup>e</sup> bond additif régulier  
Quadratique

x	y
1	3
2	9
3	27
4	81

Bond multiplicatif régulier  
Exponentielle

30 min. Activité Proposition salariale

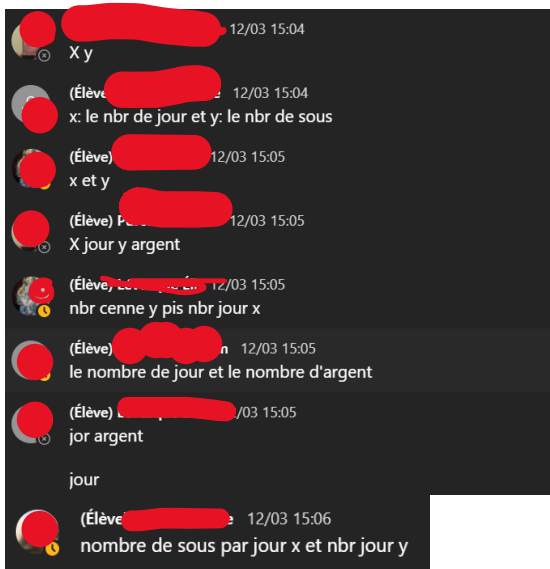
L'enseignante ouvre l'activité, lit la question de l'Écran 1 et leur fait visionner la vidéo aux élèves et donne accès aux Écrans 1 et 2.

**Élève6** : « Est-ce que c'est 100\$ ou 100 cents par jours ? »

**Enseignante** : « 100\$. »

L'enseignante demande aux élèves d'écrire dans le clavardage de *Teams*, quelles sont les deux variables qui sont à mettre en relation dans ce problème.

Réponses :



Les 5 autres ne répondent pas.

**Enseignante** : « Petite question pour vous. 1 sous = combien de \$ ? »

**Élève10** : « 0,01 »

**Enseignante** : « Parfait »

Elle prend le temps de l'écrire.

$$0,01\$ = 1¢$$

L'enseignante reformule que  $x$  est le nombre de jours et  $y$  est le salaire.

L'enseignante débloque le reste de l'activité.

**Élève6** : « À la question où on demande la règle (Écran 6), faut-il donner la règle avec  $a$  et  $c$  ou avec les nombres ? »

**Enseignante** : « Il faut vraiment donner la règle spécifique. Bonne question, car je constate que plusieurs ont répondu  $f(x)=a \cdot c^x$ . Ceux qui ont fait cela, vous pouvez aller le modifier. L'enseignante nomme même personnellement tous ceux qui ont mal écrit la règle pour leur dire de modifier leur réponse. »

10 min retour sur la tâche

L'enseignante montre l'ensemble des réponses à l'Écran 5 avec son tableau de bord.

Elle nomme que certains élèves avaient nommé plus tôt que ça double chaque jour. Elle leur demande donc de quel type de fonction il s'agit lorsqu'on a un bond multiplicatif régulier.

Un élève répond exponentielle.

L'enseignante leur montre à trouver la règle.

Elle écrit  $f(x)=a \cdot c^x$

Elle demande à Élève1 ce que représente le  $a$

**Élève1** répond : « la pente »

**Enseignante** : « Est-ce une fonction affine ou exponentielle ? »

**Élève1** : « exponentielle »

**Enseignante** : « Le  $a$  est la pente dans la fonction affine, dans la fonction exponentielle, il s'agit de l'ordonnée à l'origine, la valeur initiale, au départ. Ici, je pars avec combien ? »

**Élève12** : « 0,005 »

**Enseignante** : « oui »

Et elle refait la table de valeurs pour leur montrer comment la trouver.

**Enseignante** : « Le  $c$  est le bond multiplicatif. »

Elle demande à Élève6, il est de combien mon bond ?

**Élève4** : « 0,01 »

**Élève6** : « C'est 2 »

**Enseignante** : « Regarde Élève4, nous avons identifié qu'il s'agit d'une fonction exponentielle et une fonction exponentielle on s'intéresse au bond multiplicatif. C'est vrai qu'on fait +0,01, mais moi je cherche on fait fois quoi ? »

**Élève4** : « x 2 »

**Enseignante** : « Donc le  $c$  vaut combien ? »

**Élève4** : « 2 »

**Enseignante** : Donc la règle est quoi ?

**Élève4** : je ne sais pas trop.

L'enseignante écrit la règle finale.

**Enseignante** : à quoi servait la règle ?

**Élève4** : pour trouver dans 30 jours

**Enseignante** : OK trouve-moi combien il gagne après 30 jours.

**Élève4** : je ne suis pas capable avec la calculatrice de mon cell de mettre des exposants.

**Élève13** : Ça m'a donné 5 368 709,12 ?

**Élève6** : euh madame ça c'est tu des cents ?

**Enseignante** : non des \$

Il est vraiment surpris !!!

**Enseignante** : Y-a-t-il des questions ?

**Enseignante** : Moi ce qui m'a mêlé c'est les \$ au lieu des cents. Mes résultats n'ont pas fonctionné.

**Enseignante** : Est-ce que tu comprends pourquoi on a fait notre calcul en \$ et non en cents ?

**Élève12** : non

**Enseignante** : La proposition initiale, le salaire habituel est en quelle unité ?

**Élève12** : en \$

**Enseignante** : N'oubliez pas de comparer dans les mêmes unités.

Fin du cours



#### Leçon 4 (15 mars, en présence)

Note : L'enseignante a dû s'absenter cette journée-là, c'est donc moi (la chercheure) qui a animé la période même si une suppléante était présente.

1) Menu math fraction (11 minutes) en grand groupe

La chercheure explique en quoi consiste une tâche menu math.

**Chercheure** : Est-ce que quelqu'un peut me donner une fraction qui est plus petite que 1 ?

**Élève 1** :  $\frac{1}{2}$

**Élève2** : 0,5

**Chercheure** : 0,5 est un nombre décimal, ici on veut une fraction plus petite que 1, est-ce que  $\frac{1}{2}$  est la seule réponse ?

**Élève3** :  $\frac{3}{4}$

**Élève4** :  $\frac{2}{3}$

**Élève10** :  $\frac{20}{40}$

**Chercheure** : C'est intéressant, car tu as cherché à satisfaire une autre contrainte qui est celle d'être équivalente à  $\frac{1}{2}$ . C'est ça ?

La chercheure encercle les contraintes satisfaites avec cette première fraction.

**Élève10** : oui et aussi le numérateur est plus grand que 20.

**Chercheure** : Est-ce que 20 est plus grand que 20 ?

**Élève10** : Non, on peut prendre  $\frac{21}{42}$  alors.

**Chercheure** : OK est-ce qu'il y en a une autre contrainte qui est satisfaite par  $\frac{21}{42}$  ?

**Élève6** : a un dénominateur plus grand que 10

**Chercheure** : « Oui, si je lis la suivante, a un nombre premier comme dénominateur, est-ce satisfait ? »

**Élève10** : « C'est tu as un zéro ça un nombre premier ? »

**Chercheure** : « Bonne question, qu'est-ce qu'un nombre premier ? »

**Élève7** : « C'est un nombre impair »

**Chercheure** : « C'est presque toujours impair, mais il en existe un pair. »

**Élève10** : « C'est 2 »

**Élève ?** : « Ça se divise par un et lui-même. »

**Élève ?** : « Ah oui c'est vrai »

**Élève10** : « Ça marche alors, car 42 divisé par 42, ça donne 1. »

**Chercheure** : « Oui, mais 42 se divise aussi par 6 et 7. Il faut que ça se divise uniquement par 1 et lui-même. Mais n'oubliez pas que peut-être qu'on ne peut pas satisfaire toutes les contraintes avec une même fraction. J'ai bien dit qu'il faut qu'il y ait le moins de réponses possibles, je n'ai pas dit qu'il faut qu'il y en ait juste une.

Donc, on demande que le dénominateur soit un nombre premier, est-ce que ça se peut en même temps que équivalente à  $\frac{1}{2}$  ? »

**Élève10** : « Non, car il faut que ça se divise pour arriver à  $\frac{1}{2}$ . »

**Chercheure** : « Exactement, car pour être équivalente à  $\frac{1}{2}$ , il faut toujours que le dénominateur soit le double du numérateur, ça ne peut donc pas être un nombre premier.

Donc pouvez-vous me proposer une autre fraction dont le dénominateur serait un nombre premier ? Le dénominateur est-ce en haut ou en bas ? »

**Élève** : « en bas »

**Chercheure** : « OK et pouvez-vous m'en donner un ? »

**Élèves** : « 3,2,31 »

**Chercheure** : « OK, mettons qu'on y va avec 3. Qu'est-ce qu'on pourrait mettre en haut ? »

**Élèves** : « 1, 2 »

**Élève10** : « Il faut que ça soit plus grand que  $\frac{2}{3}$  donc ça ne marche pas. »

**Chercheure** : « OK parce que là tu es en train de la jumeler avec une autre contrainte ? »

**Élève10** : « Ben oui, si on met 5 à la place du 3 ça marcherait. »

**Chercheure** : «  $\frac{1}{5}$  ? »

**Élève ?** : « Non  $\frac{4}{5}$  »

**Chercheure** : « OK, quelle contrainte on vient de satisfaire avec  $\frac{4}{5}$  ? Je vais utiliser un autre code » (les premières contraintes avaient été encerclées, je fais alors des x)

**Élève10** : « le plus grand que  $\frac{2}{3}$  »

**Chercheure** : « Est-ce que  $\frac{4}{5}$  est plus grand que  $\frac{2}{3}$  ? »

**Élève 10** : « Sûrement »

**Chercheure** : « Pourquoi ? »

**Élève ?** : « Si on mange  $\frac{2}{3}$  d'une pizza il va en rester moins que si on mange  $\frac{4}{5}$ . »

La chercheure dessine les deux pizzas et les deux fractions et les élèves s'obstinent un peu et finissent par s'entendre que  $\frac{4}{5}$  est plus grande.

La chercheuse affirme ensuite avoir vu un élève sortir sa calculatrice et demande comment ils auraient pu trouver laquelle est plus grand avec la calculatrice.

**Élève7** : « On la met sur 100. »

**Chercheuse** : « Ce n'est pas facile de mettre  $\frac{2}{3}$  sur 100. »

**Élève10** : « 4 divisé par 5 et 2 divisé par 3. »

**Enseignante** : « Exactement. En les mettant en nombres décimaux. 4 divisé par 5 = 0,8 et 2 divisé par 3 = 0,66666. Donc  $\frac{4}{5}$  est plus grand. »

**Élève6** : « On a aussi : peut être écrite comme un nombre décimal fini, alors... »

**Élève10** : « Réduit au maximum aussi est bon. »

**Chercheuse** : « Est-ce que notre première fraction aurait aussi pu répondre à cette contrainte d'un nombre de décimales fini ? »

**Élèves** : « Oui, non »

**Chercheuse** : « Qu'est-ce que  $\frac{21}{42}$  en nombre décimal »

**Élève7** : « 0,5 »

**Chercheuse** : « Donc nous avons déjà satisfait cette contrainte avec la première fraction. Est-ce que  $\frac{4}{5}$  est réduite au maximum ? »

**Élève10** : « A un numérateur plus grand que le dénominateur, il va falloir en faire une autre. »

**Chercheuse** : « Est-ce qu'il y en a une qu'on pourrait modifier à la place ? »

**Élève10** : « non »

**Élève ?** : « On aurait pu mettre  $\frac{5}{4}$  »

**Chercheure** : «  $5/4$  ? »

**Élève ?** : « Ah non le dénominateur ne sera plus un nombre premier. »

**Élève10** : «  $7/5$  »

**Chercheure** : « Si on utilise  $7/5$ , est-ce qu'on a encore réduite au maximum ? »

**Élèves** : « oui »

**Chercheure** : « Est-ce qu'on a encore un nombre premier au dénominateur ? »

**Élèves** : « oui »

**Chercheure** : « Est-ce qu'on est encore plus grand que  $2/3$  ? »

**Élèves** : « oui »

**Chercheure** : « Donc il est préférable de remplacer  $4/5$  par  $7/5$ . Il reste donc « a un nombre composé comme numérateur ». C'est quoi un nombre composé ? C'est le contraire d'un nombre ... ? »

**Élève ?** : « premier »

**Chercheure** : « Le numérateur de  $21/42$  est-ce un nombre composé ? »

**Élèves** : « oui »

**Chercheure** : « Donc nous l'avons déjà satisfait avec la première fraction. »

**Élève10** : « On l'a eu avec juste 2 fractions. »

**Chercheure** : « En effet, nous avons réussi à réduire le nombre de solutions à 2 fractions. Remarquez donc que si nous n'avions pas fait attention pour modifier les fractions de façon à satisfaire le maximum de contraintes, nous aurions eu beaucoup plus de réponses. Par exemple avec le  $4/5$ . Vous comprenez bien l'idée ? »

**Élèves** : « Oui, vraiment ! »

## 2) Menu-math fonctions

Présentation de l'activité (10 min en incluant la formation des équipes et l'ouverture des ordis)

Équipes :

Élève13 et Élève1

Élève12 et Élève9

Élève6 et Élève2

Élève4 et Élève10

Élève3 et Élève11

Élève7 et Élève8

**Chercheuse** : « Maintenant nous allons faire la même chose, mais avec les fonctions. Je vais vous présenter la tâche pour m'assurer que vous comprenez bien les contraintes. Les fonctions, vous allez les écrire comment vos réponses ? »

**Élèves** : « avec la règle »

## **Leçon 5 (18 mars, en ligne sur Teams)**

5 min du début (présences + messages de l'enseignante)

### 1) Retour sur l'activité Menu math (15 minutes)

Tel que convenu l'enseignante présente les réponses pour la quadratique des deux équipes sélectionnées après la leçon 4.

Elle inscrit les deux règles des quadratiques et encercle dans le tableau de contraintes, les contraintes respectées par la première équipe en rouge puis celles respectées par l'équipe 2 en bleu.

Elle leur fait remarquer que certaines contraintes sont respectées par les deux équipes alors que d'autres le sont juste par une des deux équipes.

**Enseignante** : « Élève9 est-ce que tu sais pourquoi certaines contraintes communes et qu'il y en a des différentes ? »

**Élève9** : « Je ne sais pas »

**Enseignante** : « Est-ce que tu penses qu'il y a des contraintes qui vont toujours être respectées par la fonction quadratique ? »

**Élève9** : « oui »

**Enseignante** : « Lesquelles ? »

**Élève9** : « le K »

**Enseignante** : « Oui en effet elle sera toujours respectée par la fonction quadratique. Est-ce qu'il y a un autre type de fonction qui pourrait respecter cette contrainte ? »

**Élève9** : « Je ne suis pas sûre, mais est-ce que ça toujours un axe de symétrie une fonction quadratique ? »

**Enseignante** : « Qu'est-ce que t'en penses ? C'est quoi un axe de symétrie ? Est-ce que tu penses qu'elle a toujours un axe de symétrie ? »

**Élève9** : « Ben oui »

L'enseignante surligne en jaune les deux contraintes nommées.

**L'enseignante** : « Est-ce qu'il y en a une autre ? »

**Élève9** : « Je ne sais pas »

**L'enseignante** : « En levant la main, est-ce que quelqu'un peut me dire s'il y en a une autre qui est toujours respectée par la quadratique ? »

**Élève4** : « Est toujours négative. »

**Enseignante** : « Si on regarde celle de la première équipe est toujours négative en effet, mais celle de deuxième équipe est toujours positive. Est-ce toutes les deux ce sont des fonctions quadratiques ? »

**Élève4** : « oui »

**Enseignante** : « Donc est-ce qu'une fonction quadratique est toujours négative ? »

**Élève4** : « non »

**Enseignante** : « Qu'est-ce qui influence si la parabole est positive ou négative ? C'est quel paramètre qui influence si elle est positive ou négative, t'en souviens-tu Élève4 ? »

**Élève4** : « Euh le  $a$  »

**Enseignante** : « En effet, si le  $a$  est négatif, la fonction est négative et si le  $a$  est positif, la fonction sera positive. (Et elle surligne en jaune le  $a$  de la règle et montre le graphique à côté en faisant le signe de la fonction au marqueur). »

Il y a aussi une autre contrainte qui a été respectée ?

**Élève13** : « Ben la F, pour tous les points  $y/x^2 = \text{constante}$  »

**Enseignante** : « Donc oui celle-ci aussi. »



**Enseignante** : « Est-ce qu'il y a des contraintes qui étaient impossibles d'associer à d'autres fonctions que la fonction quadratique ? »

**Élève2** : « le B et F »

**Enseignante** : « En effet, l'exponentielle et la affine ne peuvent satisfaire ces deux contraintes. »

**Enseignante** : « Maintenant, je veux revenir avec vous sur les justifications, car on vous demandait de justifier pourquoi. Nous allons vous présenter quelques justifications qui ont retenu notre attention. »

on a fait une table des valeurs avec des nombres du graphique et remplacer dans la règle par la suite	remplacer les point dans la règle trouver la pente cest une droite croissante car la pente est positive
On n'a commencer par inventé le 2 pour le a et on na remplacer dans la règle par le point (2,7) pour trouver le c.	On n'a commencer par inventé le 2 pour le a et on na remplacer dans la règle par le point (2,7) pour trouver le c.

L'enseignante lit la première explication en haut à gauche, puis celle juste en dessous. Elle précise que l'on comprend ici que c'est l'explication pour la contrainte « passe par (2,7) ». Ensuite elle lit celle en haut à droite. Elle affirme qu'on voit qu'il y a plus d'explication.

Elle affirme ensuite que dans leur justification on aurait dû porter sur ce qu'ils ont fait.

**Enseignante** : « Par exemple pour l'axe de symétrie, vous auriez pu dire : parce qu'il y a seulement la fonction quadratique qui a seulement un axe de symétrie. »

Le *Teams* de l'enseignante a bogué. Je finis donc de leur expliquer ce qu'ils pourraient faire la prochaine fois et je leur avoue aussi que je n'avais probablement pas assez expliqué ce que j'attendais d'eux en lien avec cette explication.

Je leur partage ensuite le lien vers l'activité *Desmos* de révision dans le clavardage de *Teams* en attendant que l'enseignante se reconnecte.

**Chercheure** : « Cette activité est une révision donc si vous avez des questions vous pouvez nous les poser. Aussi, vous allez constater qu'il y a une forme de rétroaction dans cette activité, c'est-à-dire que vous verrez un message vous disant si votre réponse est bien ou non. »

**Enseignante** : « Également, pour les nombres décimaux, vous devez utiliser le point et non la virgule. »

#### **Activité Révision fonctions CST4**

Élève11 dit après plusieurs minutes (30 minutes) qu'il ne sait pas comment identifier le bon type de fonction.

L'enseignante regarde les accroissements avec lui et le guide par ses questions afin de trouver le bon type de fonction. Le bond additif pas régulier, donc pas affine, ... bond multiplicatif pas régulier donc pas exponentielle, ...

Elle lui fait prendre des notes du résumé de ces 3 types de fonctions selon la table de valeurs.

**Enseignante** : « Attention l'Écran 2 quand on demande la règle, on veut la règle avec les valeurs des paramètres, pas la règle générale. J'ai d'ailleurs remarqué que vous avez de la difficulté à comprendre la différence entre les deux. »

En effet, plusieurs élèves avaient répondu  $y=ax^2$  et à la suite de l'intervention de l'enseignante, ils ont corrigé leur règle.

Il s'agit vraiment d'un avantage de la plateforme *Desmos* de pouvoir voir les réponses des élèves en temps réel et ainsi pouvoir leur préciser la consigne pour ajuster.

Écran 3

Question de **Élève8** : « Dans le fond à la question 3, le rebond à 40%, est-ce qu'il s'applique à la dernière hauteur ? »

**Enseignante** : « Oui au fond si elle part à 5m, elle rebondira à 40% de 5m et ensuite ce sera à 40% de ce résultat-là. Est-ce que ça répond à ta question ? »

**Élève7** : « oui »

Et on peut voir par sa réponse qu'elle a bien compris.

**Élève9** : « Au numéro 3 avec la balle qu'il faut qu'on lance d'un édifice, est-ce qu'il faut qu'on lance la balle d'un édifice, est-ce qu'on se trouve à choisir le premier point nous-mêmes ? »

**Enseignante** : « Au départ, la balle va être à quelle hauteur ? »

**Élève9** : « Ils disent qu'on lance la balle à 15m, mais ils ne disent pas ça rebondit jusqu'où. »

**Enseignante** : « Non, mais ton rebondissement c'est la hauteur. Donc au départ elle est à quelle hauteur ? »

**Élève9** : « Elle est à 15m. »

**Enseignante** : « Ça s'est après 0 rebond. »

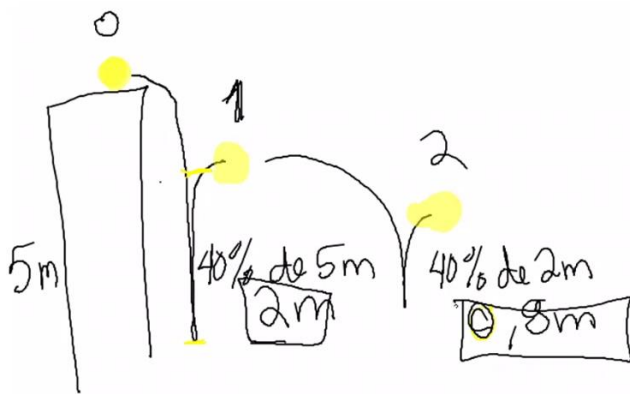
**Élève6** : « C'est aussi le numéro 3 que je ne comprends pas. »

**Enseignante** : « OK je vais faire un partage d'écran pour vous expliquer. »

**Chercheure** : « À regarder les réponses, je pense que plusieurs ne comprennent pas même s'ils ne lèvent pas la main pour poser la question. »

L'enseignante fait un dessin avec des mesures différentes pour les aider à comprendre la situation.

On constate encore une fois que les élèves ont beaucoup de difficulté à modéliser une situation. La plupart des élèves bloquent sur l'Écran 3.



Un élève constate qu'il divisait au lieu de multiplier.

Élève1 pose ensuite la même question. L'enseignante lui réexplique avec son dessin en construisant une table de valeurs.

Rebonds	Hauteur
0	5
1	2
2	0,8

40% de 5

Écran 4

Question de Élève1 qui n'arrive pas à identifier le type de fonction. L'enseignante lui réexplique avec le même tableau qu'elle a fait plus tôt pour expliquer à Élève11.

L'enseignante fait ensuite le lien avec la situation de l'Écran 4.

On remarque qu'il ne sait pas quoi faire pour trouver le bond additif, car il donne toujours des mauvaises réponses et il ne sait pas non plus comment trouver le bond multiplicatif. Cela explique pourquoi il a autant de difficulté.

On peut remarquer dans sa réponse que le choix de fonction est bon, mais l'explication est encore incorrecte. En plus, il dit que ça monte alors que ça descend...

Écran 5

**Élève12** : « Pour trouver la règle de la fonction, est-ce qu'on doit prendre le « a », l'ordonnée à l'origine, le 15 est-ce qu'il faut le prendre ? »

**Enseignante** : « oui »

Un peu plus tard, Élève6 demande comment faire pour trouver le  $a$ .

**L'enseignante** lui dit : « Regarde dans tes notes de cours en qui consiste le  $a$ . »

**Élève** : « ordonnée à l'origine »

Écran 6

**Élève12** : « Numéro 6, je ne comprends pas. »

L'enseignante lit le problème et lui demande ce qu'il comprend et partage son écran pour écrire sur son tableau blanc.

**Élève12** : « Que ça coûte 60\$/m<sup>2</sup> et qu'il veut faire une salle de bain qui est carrée. »

L'enseignante écrit ses informations et dessine un carré.

**Enseignante** : « Qu'est-ce que ça a de particulier un carré ? »

**Élève12** : « 4 angles droits »

**Enseignante** : « Oui et quoi d'autre ? »

**Élève12** : « Euh je ne sais pas. »

**Enseignante** : « Si le côté ici mesure 6m, ... »

**Élève12** : « Ben les autres vont aussi mesurer 6m, car c'est tout égal. »

**Enseignante** : « Qu'est-ce qu'on va faire dans cette salle de bain ? »

**Élève12** : « de la céramique au plancher »

**Enseignante** : « OK et c'est quoi qu'on veut dans la table de valeurs ? »

**Élève12** : « la mesure du côté et les coûts »

L'enseignante dessine la table de valeurs.

**Enseignante** : « OK et si on prend mon dessin, quelles seront les valeurs que nous allons mettre dans la table de valeurs ? »

**Élève12** : « 6 et 60 x 6, donc 360 »

**Enseignante** : « OK qu'est-ce que t'as fait ? »

**Élève12** : « Ah non ça ne marche pas parce que c'est des mètres carrés. »

**Enseignante** : « OK comment je vais faire pour trouver en m<sup>2</sup> ? »

**Élève12** : « Je dois faire 6<sup>2</sup> ? »

**Enseignante** : « Oui, donc ça fait combien ? »

**Élève12** : « 36 »

**Enseignante** : « Oui,  $36\text{m}^2$  et comment je fais pour trouver le coût ? »

**Élève12** : «  $60 * 36$  »

**Enseignante** : « Oui »

**Élève12** : « OK, mais elle sert à quoi la table de valeurs alors ? »

**Enseignante** : « Commence par me donner la valeur. »

**Élève12** : « OK c'est 2160. »

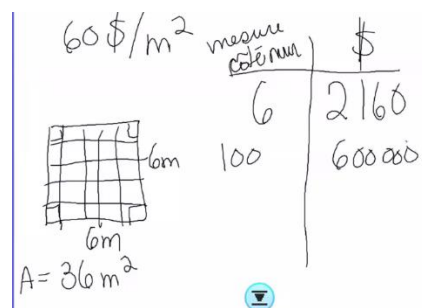
**Enseignante** : « La table de valeurs sert à consigner que quand mon mur mesure 6m, ça coûte 2160\$ et si mon mur mesure 100, ça va me coûter combien ? »

**Élève12** : « Euh beaucoup plus »

**Enseignante** : « Tu vas faire comment ? »

**Élève12** : « 100 au carré ça donne 10 000 et après on fait fois 60 et ça donne 600 000. »

L'enseignante note cela.



**Enseignante** : « OK, donc la table de valeurs sert à entrer des données et d'après toi de quel type de fonction il s'agit ? »

**Élève12** : « Euh, je ne sais pas trop. »

**Enseignante** : « Qu'est-ce que tu peux faire pour identifier de quelle fonction il s'agit ? C'est quoi qu'on faisait pour le savoir ? »

**Élève12** : « Ben on avait que soit que c'était des bonds multiplicatifs, soit que c'était des bonds additifs. »

**Enseignante** : « OK, là on a tu assez de données dans notre table de valeurs pour savoir c'est quoi le type de bond ? »

**Élève12** : « Non »

**Enseignante** : « Qu'est-ce qu'il faudrait faire ? »

**Élève12** : « Trouver une autre donnée avec une autre mesure. »

**Enseignante** : « Est-ce que mon 100 est intéressant dans ce contexte-là ? »

**Élève12** : « non »

**Enseignante** : « On serait mieux de trouver pour 7, 8, 9, ... Donc c'est à ça qu'elle sert la table de valeurs. Comprends-tu mieux ? »

**Élève12** : « Oui je comprends madame. »

mesure coté mur	\$
6	2160
7	
8	
9	

**Élève12** : « Dans le fond pour nos calculs, on peut prendre la mesure qu'on veut ? »



**Enseignante** : « Exactement, quand on se construit une table de valeurs, on vient se faire une représentation d'une situation. Moi j'ai choisi 6, j'aurais pu prendre 5, j'aurais pu prendre 1. Et la table de valeurs sert à consigner les valeurs. Quand c'est consigné, je peux faire une analyse des régularités et ensuite je peux généraliser et affirmer que c'est ce type de fonction là et après je peux trouver la règle. »

**Élève12** : « OK »

**Enseignante** : « Donc on part de quelque chose de spécifique pour généraliser ensuite. »

**Élève12** : « Ok c'est beau. »

Remarque : Encore une fois, il s'agit d'une difficulté à modéliser.

## **Expérimentation #2**

### **Leçon 1 (29 mars, en ligne)**

**Enseignante** :

« Je vous explique le fonctionnement. Ce qu'on va faire, on va vous partager en salle, en sous-groupe de quatre personnes, et en sous-groupe de quatre vous allez devoir faire une synthèse, un résumé de la matière. C'est un peu le tableau que vous avez fait en devoir, mais là vous allez devoir collaborer pour tout mettre ça ensemble puis par la suite, il y aura une présentation à faire. Donc pour la période d'aujourd'hui vous allez devoir cibler une personne par équipe, une fois qu'on va vous avoir *dispatché* dans les équipes, donc vous allez cibler une personne par équipe qui va se charger de faire la présentation quand ce sera le temps. Comment on va fonctionner ? Vous allez utiliser le tableau blanc, donc l'outil tableau blanc qui se retrouve dans le partage d'écran. Donc quand vous allez être en sous-groupe, je tiens à vous rassurer, moi et Virginie, on va se promener dans les salles pour être sûres que vous

savez comment vous enligner. On va vous guider, inquiétez-vous pas. Donc quand vous allez être en sous-groupe en salle, il y a une personne qui va partager son écran et vous allez avoir accès à ce moment à l'outil tableau blanc. C'est un outil collaboratif, donc chacun peut écrire et ça apparaît sur l'écran de tout le monde. Est-ce que vous avez déjà utilisé ça dans un autre cours ? Ça vous dit tu quelque chose ? »

Un élève fait signe que non avec sa tête.

**Enseignante :** Non, je vois des signes, des têtes qui bougent. OK, ben il n'est pas trop tard pour apprendre. On va l'apprendre. Donc vous allez utiliser cet outil collaboratif là. Ce qui est intéressant, c'est qu'il va s'enregistrer et moi après je vais être capable d'y avoir accès. OK ? Donc par la suite, moi je vais le faire afficher à l'écran, puis la personne va le présenter, une personne par équipe.

Ensuite, elle leur demande de vérifier s'ils voient bien le bouton pour faire afficher le tableau blanc.

Un élève demande ensuite, qu'est-ce qu'il faut écrire sur le tableau blanc.

**L'enseignante** répond :

« Ce que vous allez faire, vous allez reprendre les notes que vous avez fait dans le devoir. Donc vous allez reprendre ce que vous avez fait ressortir concernant la droite, la fonction quadratique et la fonction exponentielle. Vous allez mettre ça en commun et vous allez me faire une synthèse. Donc c'est-à-dire, je veux que tu fasses ressortir les équations, ça c'est certain. Après ça l'allure du graphique, les particularités dans le graphique, des éléments importants à remarquer justement dans le graphique, s'il y a des points aussi importants, les faire ressortir. Après ça, la table de valeurs, la table de valeurs tu peux aussi faire ressortir s'il y a des liens multiplicatifs, s'il y a des bonds équivalents, donc ces choses-là tu me fais ressortir ça. Et dans la description en mots en circulant dans les devoirs, je suis allez fouiner un peu pour voir ce que vous aviez fait. En mots ce qu'on veut c'est davantage, par exemple

si je te donne un texte, un problème écrit, une situation problème, qu'est-ce qui pourrait faire en sorte que tu constaterais que c'est une fonction plutôt qu'une autre dans le texte en mots. Par exemple, si je te dis, je ne sais pas moi, euh je me rends à vélo à l'école, je roule à 5 km à l'heure donc ce serait quoi l'équation qui me permettrait de calculer la distance selon le temps de vélo parcouru. Donc là-dedans, dans cette situation-là, est-ce qu'il y a quelque chose qui te ferait remarquer que c'est une fonction affine (une droite), une quadratique ou bien une exponentielle ? Est-ce qu'il y en aurait une plus qu'une autre ? Donc c'est le genre de situation comme ça. Donc là par exemple, dans la situation que je viens de vous dire, est-ce que vous avez une petite idée ? »

Il a pris 10 minutes à l'enseignante pour expliquer aux élèves la tâche à faire et le fonctionnement des salles et du tableau blanc collaboratif. Puisque le devoir avait été remis sur *Teams*, certains élèves n'ont pas été capables de le réutiliser pour s'aider dans la tâche.

30 minutes prévues et ...

L'enregistrement de la leçon sur *Teams* a bogué après 45 minutes, soit au moment où le retour en grand groupe commençait.

Élève4 demande qui fait les graphiques. Élève2 pense qu'on fait juste écrire dans nos mots et Élève1 pense qu'il faut faire comme dans le devoir.

Élève1, l'élève forte, avoue ne pas avoir bien compris la consigne, car elle garde un jeune de 4<sup>e</sup> année qui fait aussi ses cours en ligne et elle a dû l'aider pendant les explications.

Après 7 minutes à s'approprier l'outil et à refaire un genre de tableau.

**Élève2 :** « Ok Élève4, qu'est-ce que tu sais de la fonction exponentielle ? »

**Élève 1** : « Moi je pense que je sais ce qu'est la formule. Quadratique c'est  $ax^2$  et exponentielle c'est  $ac^x$ . »

Élève 2 écrit ce qu'elle lui dit.

Élève 2 affirme avoir appris l'exponentielle, mais il manque la quadratique.

Il affirme être d'accord avec la règle proposée par Élève1 pour la fonction exponentielle.

Élève 1 affirme ensuite que affine c'est seulement une droite donc  $y = mx+b$  et Élève 2 confirme que c'est aussi ce qu'il pense.

Après 15 minutes, je demande si les deux personnes sont là. Les gars confirment qu'ils n'ont pas encore entendu Élève 3.

Élève1 demande s'ils doivent faire le graphique et comme je réponds oui. Élève2 se propose pour faire l'exponentielle et Élève1 affirme qu'elle fera la quadratique. Élève2 dit il me semble que l'exponentielle est celle qui ne touche jamais les x et quadratique est celle qui me semble pouvait se replier sur elle-même.

Je leur suggère aussi de mettre des exemples de tables des valeurs.

**Élève 2** : « Est-ce que quelqu'un aurait un exemple pour la table de valeurs d'une exponentielle ? »

**Élève 1** : « Tu peux prendre la même que dans le devoir. »

Mais elle n'y a pas accès....

L'enregistrement du retour en grand groupe a stoppé au moment que l'enseignante allait commencer à présenter les résultats.

## **Leçon 2 (31 mars, en ligne)**

**Enseignante :**

« La règle pour la fonction affine on avait sorti que c'est  $y=mx+b$ . Est-ce qu'on pourrait compléter quelque chose là-dessus ? »

**Un élève :** « Ben non, c'est ça la règle. »

**Enseignante :** « Le  $m$  ce serait quoi ? »

Pas de réponse

**Enseignante :** « Si on voulait préciser les différents paramètres de l'équation de la droite, qu'est-ce qu'on pourrait dire à propos du  $m$  ? »

**Une élève :** « taux de variation »

**Enseignante :** « oui. Taux de variation qu'on appelle aussi la... »

**Une élève :** « valeur initiale »

**Un autre élève :** « pente »

**Enseignante :** « la pente, merci. OK, on a parlé que le  $b$  ça représente quoi dans l'équation de la droite ? »

**Deux élèves en même temps :** « la valeur initiale »

**Enseignante :** « La valeur initiale, comment on l'appelle aussi ? »

**Une élève :** « L'ordonnée à l'origine »

**Enseignante :** « Oui, exact. Est-ce que quelqu'un pourrait me donner un exemple d'équation de droite ? »

**Une élève :** «  $y=3x+5$  »

**Enseignante :** « OK, inspiration du moment c'est parfait. On y va avec la fonction quadratique, vous avez sorti  $ax^2$ , pour trouver  $a$  il faut remplacer  $x$  et  $y$ . Ça c'est excellent, j'ai pas d'autre chose à ajouter là-dessus. Pour la fonction exponentielle :  $y=a(c)^x$ ,  $a$  : ordonnée à l'origine (valeur initiale),  $c$  : facteur multiplicatif,  $c=y_2/y_1$ , ça c'est excellent aussi. Rien à rajouter, vous aviez fait ressortir tous les éléments. C'était très bien. Bravo !

Bon, concernant le graphique, vous aviez identifié, il y a une équipe qui avait sorti que le domaine c'était de moins l'infini à plus l'infini, c'était très bien. C'est une droite, donc on a mis un exemple de ce que vous aviez donné comme droite. C'était correct aussi. Par contre, il y a une équipe qui avait écrit : droite qui ne passe pas par  $(0,0)$ . Donc ça c'est faux. Ça pourrait passer par  $(0,0)$ . Si je trace une droite, je pourrais la faire comme ça (elle trace une droite décroissante passant par  $(0,0)$ ) pis c'est quand même une droite et elle passe par  $(0,0)$ . OK ? Donc c'est pas obligé que ça passe par un point différent de zéro, ça peut passer par 0. OK ? Donc ça c'était pas bon. Concernant la droite, on aurait aussi pu dire que c'est toujours croissant ou toujours décroissant selon le cas. (Elle passe à la fonction quadratique) Donc parabole, symétrique, passe toujours par  $(0,0)$ , c'est parfait. Est-ce qu'on aurait pu la dessiner autrement ? Là vous l'avez tous dessiné comme ça (elle réfère au fait que l'ouverture est vers le haut). »

**Une élève :** « On aurait pu la dessiner par en bas ou sur le côté. »

**Enseignante :** « Par en bas oui, mais sur le côté non parce que c'est pu... Si je la dessine sur le côté, c'est la réciproque de la parabole, c'est pu une fonction à ce moment-là. D'accord ? Donc je peux la faire vers le bas, je peux la faire plus ouverte, moins ouverte, mais je ne peux pas la faire sur le côté. D'accord ? »

**Une élève :** « ok »

**Enseignante :** « Donc ça ressemble à ça. Elle est soit tout en haut de l'axe des  $x$  ou tout en bas de l'axe des  $x$ . Donc c'est, soit un ou soit l'autre. Ça complète pas mal ce qu'on avait à dire là-dessus. L'ouverture bien elle est définie par le  $a$  bien sûr. À quel moment elle est tournée vers le bas déjà ? C'est quand le  $a$  est... »

**Un élève :** « négatif »

**Enseignante :** « C'est ça. Excellent (nom de l'élève), a négatif vers le bas et a positif vers le haut. Concernant la fonction exponentielle, on a mis les deux modèles que vous aviez mis comme exemple. Il y a des équipes qui l'ont mis comme ça et d'autres comme ça. Est-ce qu'on aurait pu la tracer autrement ? »

Personne ne répond.

**Enseignante :** « Est-ce que j'aurais pu la faire comme ça ? (courbe positive croissante)

**Un élève :** « oui »

**Enseignante :** « Oui et j'aurais pu la faire dans l'autre sens aussi. (Courbe négative croissante). Il en existe comme 4 modèles. Donc, on peut les faire de plein de façons. Vous aviez fait sortir que ça ne touchait jamais à l'axe des x, c'était parfait, que c'est impossible qu'elle passe par (0,0), c'était parfait aussi. Donc elle est toujours croissante ou décroissante, ça aussi ça aurait pu être ajouté. Table de valeurs, c'est là-dessus que je vais insister un peu plus, parce qu'on voit que le problème est un peu ici. En mots aussi, mais ça on y reviendra au pire plus tard, mais les tables de valeurs ça va bien tomber parce que c'est vraiment sur ça qu'on va travailler aujourd'hui un peu plus, pour mieux comprendre les tables de valeurs. Donc, si je poursuis ici, « taux de variation équivalent », oui ça c'est bien, par contre « bonds équivalents », l'équipe qui a marqué ça, est-ce que vous vouliez dire que c'était des taux équivalents ? On aimerait avoir plus de précision. »

Personne ne répond...

**Enseignante :** « Est-ce que vous saviez qui avait marqué ça ? »

Silence

**Enseignante :** « Non ? »

**Chercheuse :** « C'est l'équipe 5. Je ne sais pas s'ils se reconnaissent. »

**Enseignante** : « OK, équipe 5, est-ce que vous vous rappelez c'était qui ? »

**Une élève** : « Moi je pense avec ... » (elle nomme un autre élève).

**Enseignante** : « OK oui, alors qu'est-ce que vous avez voulu dire quand vous avez marqué « bonds équivalents » ? »

**L'autre élève de cette équipe** : « Que les bonds sont égales. »

**Enseignante** : « Euh, les bonds, tu veux dire les bonds en  $y$  ? »

**L'Élève** : « Oui »

**Enseignante** : « Il faut faire attention parce que oui ici (elle désigne la première table de valeurs) les bonds, on voit que ça fait +1, +1, par contre, des bonds équivalents, ça aurait pu être aussi fois(x), par exemple ici (elle désigne la 3<sup>e</sup> table de valeurs, ben on fait fois, fois 2, alors les bonds sont aussi équivalents. Par contre si je parle de taux de variation équivalent, là ça veut dire plus là ici ou bien il aurait fallu peut-être ajouter bonds additifs. On aurait pu dire ça. Mais on préfère l'utilisation du mot « taux de variation équivalent ». D'accord ? Quand on parle de +. D'accord ? Donc, quand  $x$  augmente de 2,  $y$  augmente de 1 (elle réfère à la 1<sup>ere</sup> table de valeurs). Donc ça ça vous donne en effet votre taux de variation. OK ? Attention ici elle réfère à la 3<sup>e</sup> table de valeurs) les bonds ici on fait fois 2 par bonds de 1 (elle écrit le +1 à gauche de la colonne de gauche) sont quand même équivalents, mélangez, confondez pas ça. OK ? Les bonds ici sont quand même équivalents, mais ils sont multiplicatifs. C'est pas la même sorte de bonds qu'ici. Euh, je pense que je n'insisterai pas sur le reste. Je reviendrai plus tard sur comment la reconnaître dans une fonction quadratique. »

Phase 1 de la 2<sup>e</sup> leçon

Activité cure-dents 1



Tel que prévu dans la séquence, l'enseignante leur présente la vidéo déclencheur du problème. Elle leur donne ensuite le lien vers l'activité *Desmos* sans leur poser de question.

**Enseignante** : « Donc ce qu'on va faire pour la prochaine activité, donc je vais vous présenter un vidéo que vous allez écouter et par la suite, vous allez répondre à trois petites questions, trois, quatre petites questions-là résumées dans un petit *Desmos* que je vais vous envoyer par la suite. OK ? Donc écoutez le vidéo, vous pouvez peut-être réfléchir tout de suite à quelle question mathématique vous pourriez vous poser en regardant ça. OK ? Donc réfléchissez à ça en écoutant le vidéo. Donc je pars ça à l'instant. »

Elle fait écouter la vidéo.

**Enseignante** : « Donc voilà c'est fait. Donc déjà vous devriez vous poser quelques petites questions par rapport à ça. Et je vous envoie le lien dans le clavardage pour le petit *Desmos*. Donc vous cliquez sur le lien. Vous devriez le recevoir à l'instant. Est-ce que vous avez le lien ? »

**Un élève** : « Oui on l'a. »

**Enseignante** : « Good ! Donc cliquez là-dessus. »

**Chercheuse** : « Avant de répondre, on peut peut-être s'assurer qu'ils savent ce qu'on voulait qu'ils observent. »

**Enseignante** : « OK donc, est-ce que vous avez compris ce qu'on voulait que vous observiez ? »

**Une élève** : « Ben les triangles, les cure-dents. »

**Enseignante** : « OK, pis quoi par rapport aux cure-dents ? »

**Une élève** : « Si sont tout placés pareil, ben je ne sais pas comment dire. »

**Enseignante** : « OK, puis qu'est-ce qu'on va vouloir compter peut-être ? Avez-vous une idée ? »

**Une élève** : « Combien il y en a ? »

**Enseignante** : « Plus précisément peut-être ? »

**Une élève** : « Combien il va en avoir quand on va avoir fini la figure ? Combien il y en a dans le paquet ? »

**Enseignante** : « OK »

**Un autre élève** : « Mettons le nombre de triangles à chaque rangée mettons. »

**Enseignante** : « OK »

**Élève** : « Mettons on part avec un triangle, il va rien que en avoir un, tu descends... »

**Une élève** l'interrompt et dit : « 2, 3, 4 »

**L'élève** : « Il va toujours en avoir de plus en plus. »

**Enseignante** : « OK et on s'intéresse peut-être moins au nombre de triangles. On pourrait vouloir compter quoi plus ? Mais oui par rapport aux triangles, mais c'est quoi qu'on va observer ? »

**Une élève** : « le nombre de cure-dents »

**Un autre élève** : « C'est ça, le nombre de cure-dents. »

**Enseignante** : « Ok vous êtes sur la bonne piste. On va s'intéresser au nombre de cure-dents par... ? »

**Deux élèves en même temps** : « rangée »

**Enseignante** : « Yes ! Bravo ! Donc allez-y, faites le *Desmos*. »

Il était initialement prévu dans la séquence que l'enseignante poserait deux questions aux élèves :

- *Quelle question mathématique croyez-vous qu'on pourrait se poser ?*
- *Quelles grandeurs sont présentes dans cette situation ?*

Ensuite, elle devait leur exposer le problème à résoudre.

- *Pour l'activité que je vous propose, nous allons nous intéresser à la relation entre le nombre de cure-dents par rangée.*

Les trois questions à répondre étant :

- Combien a-t-on besoin de cure-dents pour faire la 3<sup>e</sup> rangée ?
- Combien a-t-on besoin de cure-dents pour faire la 10<sup>e</sup> rangée ?
- Combien a-t-on besoin de cure-dents pour faire la 100<sup>e</sup> rangée ?

Nous avons prévu qu'ils répondraient sur une feuille, mais puisque le cours est en ligne, nous avons convenu que les élèves pourraient répondre sur l'activité *Desmos* créée pour la première expérimentation.

Pendant la tâche :

**Un élève** : « Quand ils disent le nombre de cure-dents pour telle rangée, est-ce en tout ou juste pour la rangée ? »

**Enseignante** : « Juste pour la rangée. »

Un peu plus tard...

**Un autre élève** : « La question c'est combien va-t-il falloir de cure-dents pour la 3<sup>e</sup>, alors la question c'est combien de cure-dents Sur la 3<sup>e</sup> ? »

**Enseignante** : « Oui »

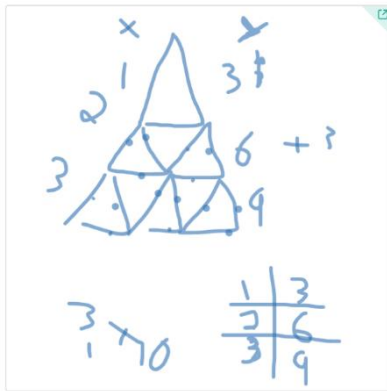
Un peu plus tard...

**Enseignante** : « N'ayez pas peur de dessiner pour vous aider à représenter la situation. »

Réponses des élèves ciblés

Capture pour retour sur la tâche

Retour sur Écran 2



Retour en grand groupe :

L'enseignante présente cette image et affirme que tout le monde a pu trouver qu'il y avait 9 cure-dents à la 3<sup>e</sup> rangée. Ensuite elle les questionne.

**Enseignante** : « Comment avez-vous fait pour trouver qu'à la 10<sup>e</sup> rangée il y en aurait 30 ? »

**Élève18** : « C'est  $3 \times 10$ . »

**Enseignante** : «  $3 \times 10 = 30$  donc oui c'est excellent. Puis même avec 100 beaucoup avez trouvé que c'était 300. Vous avez donc fait  $100 \times 3$ . Sauf que derrière tout ça il faut comprendre c'est quoi la régularité. C'est quoi qui se passe, qu'est-ce que vous observez. Donc sur cette image qu'est-ce que vous observez ? Ici, ça... » (elle pointe le +3 sur le dessin).

**Élève 18** : « Ben ça fait toujours des bonds égaux. »

**Enseignante** : « De combien ? »

**Élève 18** : « 3 »

**Enseignante** : « Oui, de +3. Le +3 est important.  $3+3=6$ ,  $6+3=9$ . Donc on suppose qu'à chaque fois qu'on va ajouter une rangée, on va ajouter 3 cure-dents. C'est bien ça.

Donc si on regarde, il y a même une petite table de valeurs qui a été ajoutée. C'est merveilleux ça. »

L'enseignante se dirige ensuite à l'Écran 5 de l'activité *Desmos*.

**Enseignante** : « Donc si on regarde maintenant la justification. Là on a des questions à se poser. »

Elle présente les résultats : 4 ont dit qu'ils ne savent pas de quel type de fonction il s'agit, 4 ont dit que c'est une fonction affine et 5 ont dit que c'est une fonction exponentielle.

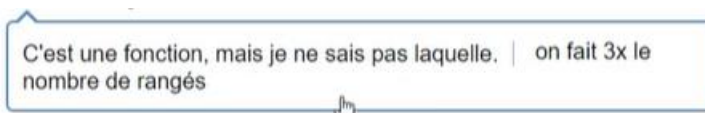
**Enseignante** : « Allons voir les commentaires. Ici,



C'est une fonction, mais je ne sais pas laquelle. | c tjr plus 3 pr chaque rangée donc tu prend ta ranger et tu fait fois 3

Ici la justification est bonne, sauf que là il faudrait comprendre ça démontre c'est quel le type de fonction. Ce qui est écrit ici.

Même chose ici :

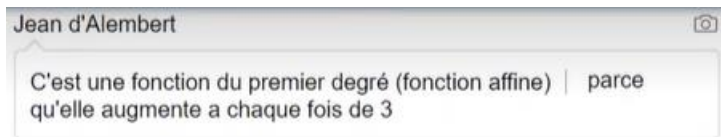


C'est une fonction, mais je ne sais pas laquelle. | on fait 3x le nombre de rangés

Ça marche cette explication, donc ça correspond à quel type de fonction ? »

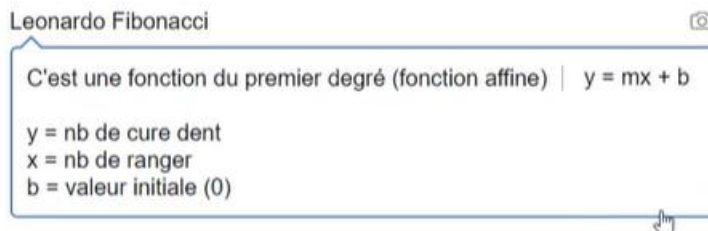
**Élève ?** : Je ne sais pas madame, c'est ça que j'ai de la misère.

**Enseignante** : « Si on prend « Jean d'Alembert », il a une pas pire explication. Il dit :



Ça tu du bon sens ça ?

Et regarde ici :



Ça aurait tu du sens-là ? »

**Élève 16** : « oui »

**Enseignante** : « À ce moment-là le taux de variation ce serait quoi ?  $m$  ? »

**Élève 16** : « 3 »

**Enseignante** : « Excellent. 3 fois le nombre de rangées plus au début on en a 0. »

**Chercheure** : « Est-ce possible qu'il y a eu confusion avec l'exponentielle à cause que c'est la rangée fois 3. Donc il faut faire attention de ne pas confondre quand c'est le x fois 3 et quand c'est les y qui sont multipliés par 3 d'une rangée à l'autre. »

Exemple de réponse : Richard Dedekind

C'est une fonction exponentielle | car a chaque ranger on fait fois 3

**Enseignante** : « Oui c'est le bond de plus 3 qu'il faut faire attention de ne pas mélanger avec le  $m$  qui est fois 3. »

**L'enseignante lit ensuite** :

Aristotle

C'est une fonction du premier degré (fonction affine) | Toujours le meme bond +3 pour chaque rangée

Et elle ajoute que c'est excellent.

**Enseignante** : « Donc ceux qui avaient écrit exponentielle, il faut revoir notre théorie, car ici le  $(0,0)$  existe donc si je n'ai pas de rangée, je n'ai pas de cure-dent donc ce n'est pas une fonction exponentielle. Donc, qu'est-ce qu'on peut conclure de tout ça ? Quelqu'un veut me faire un petit résumé de tout ça ? De tout ce qu'on vient de dire ? »

**Élève 17** : « Ben qu'à cause que ça peut passer par  $(0,0)$ , c'est pas une fonction exponentielle. »

**Enseignante** : « Oui et surtout pourquoi c'est une fonction affine? C'est plus ça qui m'intéresse. »

**Élève 17** : « Ben à cause qu'il y a une valeur initiale, je sais pas trop comment le dire. »

**Enseignante**: « Quelqu'un veut l'aider à compléter? »

**Élève 12** : « Ben les bonds c'est des additions et non des multiplications. »

**Enseignante** : « Oui. Donc ça augmente à un rythme constant de ... Comment on pourrait dire cela dans le contexte ? Ça augmente à quel rythme le nombre de cure-dents ? »

**Élève 16** : « Ça augmente toujours de 3. »

**Enseignante** : « Donc les bonds sont constants donc pour chaque rangée supplémentaire, le nombre de cure-dents augmente de 3 c'est pourquoi c'est une fonction affine. OK donc, ça va ça ? »

Certains élèves répondent oui (ceux ayant participé à la discussion).

#### Cure-dents 2 (après 30 min du début)

**Enseignante** : « On passe à la deuxième activité et vous allez voir c'est très similaire sauf que cette fois-ci nous ne voulons pas savoir le nombre de cure-dents par rangée, mais plutôt le nombre de cure-dents au total. D'accord ? Donc le nombre total de cure-dents utilisés après une rangée, deux rangées, trois rangées. »

Commentaire : Elle donne cette info avant même de leur avoir présenté la tâche.... Peut-être pas le temps de dire cela tout de suite.

Elle leur partage ensuite le lien.

Je lui rappelle qu'elle doit dicter le rythme en limitant aux Écrans 1-2-3.

**Enseignante** : « OK à la question 2 j'ai autant de personnes qui ont donné comme réponse que Olivier a raison que Anaïs. On va voir à la fin qui a raison. Donc les variables, je vais dire en gros ce qui est ressorti. Qu'est-ce qui est différent avec l'autre situation tout le monde ? Est-ce que c'est pareil ? »

**Élève 16** : « Ben on connaît le nombre de cure-dents qu'ils ont au départ. »

**Élève 12** : « À chaque rangée on ne prend pas juste ce qu'il y a sur cette rangée, on prend aussi ce qu'il y a avant. »



**Enseignante** : « Très bonne déduction. Donc qu'est-ce qu'on observe ? Ce serait quoi les variables ? »

**Élève 18** : « C'est pas les cure-dents en fonction des rangées ? »

**Enseignante** : « pas tout à fait »

**Chercheure** : « En fait il manque de précision dans ce que tu viens de dire. »

**Élève 18** : « Je ne sais pas. »

**Enseignante** : « Il manque juste un mot. »

**Élève 18** : « Combien de cure-dents en fonction des rangées ? »

**Élève 19** : « Dépend ? Le nombre de cure-dents dépend du nombre de rangées. »

**Enseignante** : « C'est combien il y a de cure-dents en TOUT, au total selon le nombre de rangées. C'est le nombre total de cure-dents selon le nombre de rangées. Donc combien de cure-dents si j'ai une rangée, si j'ai deux rangées... Donc pour y il faudrait préciser le nombre total de cure-dents. Le mot total fait toute la différence dans l'histoire ici. Et le  $x$  sera le nombre de rangées. »

**Chercheure** : « Si on prend 2 rangées, est-ce que quelqu'un pourrait nous dire combien sera le nombre total de cure-dents ? »

**Élève 18** : « 6 »

**Élève 16** : « 9 »

**Chercheure** : « C'est ça. »

**Enseignante** : « Donc vous vous referez un petit dessin au besoin. Maintenant je vous débloque les écrans suivants et à l'Écran 4 on vous invite à faire une table de valeurs. Au pire prenez un bout de papier et faites une esquisse de la situation. »

**Élève 19** : « Mettons pour le nombre de rangées, on commence à 1 ? »

**Enseignante** : « Oui tu peux. »

**Chercheure** (après 2 minutes) : « Il y a 4 personnes qui sont encore à l'Écran 3, est-ce parce que vous avez des questions ? »

**Enseignante** : « Attention, il y en a quelques-uns que je constate dans leur table de valeurs qui comptent encore le nombre de cure-dents dans la rangée au lieu du nombre de cure-dents total. Donc après deux rangées ce n'est pas 6 qu'il faut écrire, c'est le total. »

[...]

**Enseignante** : « Je répète on ne compte pas le nombre de cure-dents de la rangée 2.

**Chercheure** : « C'est ça il faut compter le nombre de cure-dents de la rangée 1 + la rangée 2. »

[...]

**Enseignante** : « Je vous invite à vous refaire un dessin, car il y a encore des gens pour qui les valeurs ne sont pas bonnes dans la table de valeurs. »

**Enseignante** : « Élève9 est-ce que ça va ? »

**Élève 9** : « oui »

**Enseignante** : « OK parce que ça ne se peut pas qu'il y en ait 50 à chaque rangée. »

[...]

**Enseignante** : « OK au départ si on trace un premier triangle il y aura 3 cure-dents en tout. Après deux triangles donc dis-moi combien tu vas avoir utilisé de cure-dents en tout. Euh 2 rangées pas deux triangles. »

**Enseignante** : « Là je vois en vérifiant que ça se gâte à partir de la 3<sup>e</sup> rangée. Et la 4<sup>e</sup>. Donc je vous invite à vous refaire un petit dessin. N'hésitez pas à vous prendre un bout de papier puis dessinez au pire la 3<sup>e</sup> rangée et comptez le nombre de cure-dents en tout. »

[...]

**Chercheure** : « Je vous invite aussi à être précis dans vos réponses. Si je regarde ceux qui sont dans l'Écran 5. Qu'est-ce qu'on regarde. Il y en a qui ont répondu le graphique, mais qu'est-ce qu'on regarde dans le graphique ? Sur quoi vous attirez votre attention si vous regardez le graphique. »

[...]

**Enseignante** : « Élève14 est-ce que ça va ? »

**Élève 14** : « oui »

**Enseignante** : « OK parce que je vois que ta table de valeurs n'est pas encore complétée. Est-ce que tu as des questions ? »

**Élève 14** : « non »

**Élève 18** : « Moi j'en ai une question. Je suis encore à la table de valeurs et je ne suis pas sûr de comprendre. »

**Enseignante** : « OK donc tu as trouvé qu'après 2 rangées tu n'avais 9. Au lieu de sauter ensuite à 4, tu aurais pu passer par 3, ça aurait peut-être été plus facile. Si tu avais commencé avec 1,2,3,4 je pense que ça aurait simplifié tes affaires un peu. »

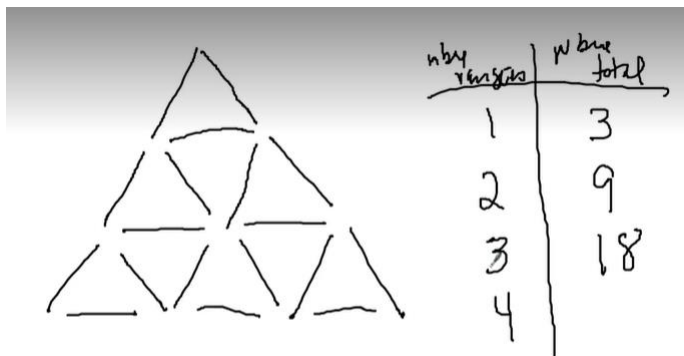
**Élève 18** : « OK »

**Enseignante** : « Tu pourrais commencer avec 1 rangée, 3 cure-dents. »

**Chercheure** : « Tu peux partager ton écran et lui montrer comment les compter en faisant le dessin. »

L'enseignante partage alors son écran et dessine tout en complétant la table.

**Enseignante** : « OK pour ceux qui ont de la difficulté. Après 1 rangée, il y en a 3. OK. Après ça pour la 2<sup>e</sup> rangée, j'en avais 3, j'en ajoute 1-2-3-4-5-6. On en avait 3 on en a ajouté 6, on est donc rendu à 9 (et elle inscrit (2,9) dans la table). Donc là après 3 rangées, on est à 9 donc (en dessinant elle compte) 10-11-12-13-14-15-16-17-18. Pour 4, ben là il faudrait voir ce qui se passe à chaque rangée. Il faut essayer de trouver ce qu'il se passe. OK ? Donc là peut-être que vous en avez assez pour remplir votre table de valeurs. Ça prendrait idéalement la 4<sup>e</sup> rangée. Est-ce que ça va aller ? »



**Élève 12** : « Comment on valide à la question 7 ? »

**Chercheuse** : « Dans la question 7, il n'y a pas de réponse à donner. Tu vois les ronds à gauche où c'est marqué les types de fonctions ? »

**Élève 12** : « oui »

**Chercheuse** : « Donc tu cliques dans un rond et tu regardes si ça passe par tes points qui sont dans le graphique. »

**Élève 12** : « oui »

**Chercheuse** : « Ensuite tu peux l'enlever et vérifier avec un autre type pour trouver lequel des trois qui passe le plus parfaitement par tes points. »

**Élève 12** : « OK »

**Chercheure** : « C'est simplement une façon de valider ta réponse à l'Écran 6. »

**Élève 12** : « OK »

Retour sur l'Activité :

**Élève 19** : « On fait quoi quand on a fini la 7 ? »

**Enseignante** : « On va faire un retour et après vous pourrez répondre à la dernière question et savoir qui avait raison entre Olivier et Anaïs. Donc justement j'y vais, car il est déjà l'heure de le faire. » (54 minutes après le début de la leçon)

**Enseignante** : « On va regarder vite vite vos réponses. Si on regarde à l'Écran 4. »

**Chercheure** : « Si je peux me permettre, j'aimerais dire que puisque rien de cela n'est évalué, veuillez ne pas changer vos réponses suite à ce que votre enseignante va présenter, car j'ai besoin de voir vos vraies réponses. »

**Enseignante** : « Donc ici plusieurs avez réussi à compléter correctement. Vous avez trouvé qu'à 1 rangée, c'était 3, après 2, 4, après 3, c'était 18. Donc déjà pour plusieurs, on voyait l'allure de la fonction. Donc à l'Écran 5 on demande « que pourrais-tu regarder pour vérifier de quel type s'agit-il ? Euh (elle montre une première réponse : le taux de variation, ce n'était peut-être pas l'idéal comme réponse.

le taux de variation

Puis elle présente une 2<sup>e</sup>)

on regarde dans le graphique si ça passe par le point 0,0 ou si ça fait un genre de u pour voir c'est quoi la fonction



**Enseignante** : « Oui c'est une bonne idée, si ça fait un genre de U, ça va vouloir dire une certaine chose. »

la courbe le graphique

**Enseignante** : « Donc ici oui c'est sûr qu'en regardant le graphique on voit que c'est une courbe donc il vous reste deux possibilités : exponentielle et quadratique. »

si il passe par 0,0

**Enseignante** : « Euh oui ici on voit, on voit pas qu'elle passe par (0,0). On ne l'avait pas spécifié dans la table de valeurs, est-ce qu'on aurait pu le trouver ? Est-ce qu'on pourrait le trouver, c'est combien de cure-dents après aucune rangée ? »

**Élève 18** : « Oui c'est 0. »

**Enseignante** : « Oui c'est ça c'est 0. Donc on aurait pu déduire qu'elle passe par (0, 0).

**Enseignante** : « Ensuite à l'écran suivant on demande de quel type de fonction il s'agit et là il y a quand même 8 qui ont répondu quadratique, 3 affine et 5 quand même exponentielle. J'imagine que c'est parce que vous ne saviez pas si elle passait par 0. Est-ce que c'est pour ça ? »

[...]

**Enseignante** : « On va regarder vos réponses pour voir vos explications alors. »

**Chercheuse** : « Ils ont marqué : à cause de de la courbe ou de la forme de la courbe. »

**Enseignante** : « OK et ici :

Fonction exponentielle | Le graphique monte irrégulièrement en courbe et ne touche pas l'axe de x

Ouain ici c'est parce qu'on avait fait exprès pour ne pas commencer à 0.

... la forme de la courbe. OK ? »

**Chercheure** : « Une chose qui est à faire attention est que peut-être que vous mentionnez la forme de la courbe, car ça ne fait pas un U, mais c'est normal, car on ne voit que la moitié positive de la fonction. »

L'enseignante change pour l'Écran 7.

**Enseignante** : « Donc ici si on regarde un peu votre courbe, il y en a pour qui ça fonctionné. J'avais eu une idée, mais je ne sais plus trop où je m'en allais. »

**Élève 18** : « Madame ? »

**Enseignante** : « oui »

**Élève 18** : « Moi j'ai de la misère à démêler les courbes. Je ne sais pas trop quelle va à quelle. Affine c'est une droite ? »

**Enseignante** : « oui »

**Élève 18** : « Exponentielle c'est... Le U c'est quoi ? C'est tu genre la quadratique justement ? »

**Enseignante** : « oui »

**Élève 18** : « Le U c'est la quadratique et l'exponentielle c'est une courbe aussi ? »

**Enseignante** : « oui »

**Élève 18** : « Mais elle, elle ne touche jamais à 0 ? »

**Enseignante** : « C'est ça. »

**Élève 18** : « Parfait »

**Enseignante** : « Excellent. Et dans la table de valeurs, il y a aussi quelque chose qui aurait pu vous aider à voir si c'est une exponentielle ou une quadratique. On s'en ait déjà parlé. Dans la table de valeurs, comment faire pour observer si c'est une fonction plus qu'une autre. Est-ce que vous vous rappelez comment faire ? »

[...] personne ne répond.

Elle retourne donc à l'Écran 4 avec les tables de valeurs.

**Enseignante** : « Par exemple ici, est-ce que vous remarquez quelque chose ? Ou non ? »

**Élève 18** : « Ben je ne vois pas assez. » (car on ne voyait que le début des tables de valeurs)

**Enseignante** : « Ok attendez je vais en montrer une au complet. Ici est-ce que vous êtes capable de déduire une régularité ? »

**Élève 18** : « Ben moi ce que j'ai fait... J'ai fait à mettons, la première c'est 3. Ben j'ai fait  $3 \times 2$  ça m'a donné 6 et je l'ai additionné avec mon 3, ça m'a donné 9. Pis j'ai fait ça à chaque pour trouver toutes mes réponses. »

**Enseignante** : « OK »

Elle écrit son calcul.

**Enseignante** : « OK, mais il y aurait eu une autre façon de le calculer. »

**Élève 18** : « Je sais, mais moi j'ai fait ça de même. »

**Enseignante** : « Les autres est-ce que vous avez trouvé une autre façon de le calculer ? Ou comment on aurait pu éliminer la fonction exponentielle ? Pour montrer que ce n'est pas une



fonction exponentielle ? Je pense que vous allez être plus en mesure de répondre à cette question-là. »

**Élève 12** : « Ben c'est déjà pas une addition. »

**Enseignante** : « Bon, déjà que ce n'est pas une addition, on vient d'éliminer la fonction quoi ? On vient d'éliminer la fonction affine. Ça c'est quand les bonds plus quelque chose ne fonctionne pas. On voit que c'est +6, +9, donc ça marche pas. Maintenant, la fonction exponentielle c'est quoi déjà ? Qu'est-ce qu'il faut regarder quand  $x$  monte de plus 1 pour la fonction exponentielle ?... Au lieu d'être + c'est quoi ?... You ouh on dirait que vous avez comme oublié... Normalement pour une fonction exponentielle les bonds sont... »

**Élève18** : « Ben sont équivalents »

**Enseignante** : « sont multiplicatifs. C'est comme une fois. Est-ce qu'on remarque que c'est tout le temps fois la même affaire ?  $3 \times$  quoi donne 9 ? »

**Élève 18** : « 3 »

**Enseignante** : « OK et  $9 \times$  quoi donne 18 ? »

**Élève 12** : « 2 »

**Enseignante** : « 2 donc ici les bonds multiplicatifs ne fonctionnent pas. Donc automatiquement on vient d'éliminer fonction affine et fonction exponentielle. Donc il nous resterait la quadratique. Donc on avait vu l'équation de la fonction quadratique qui est sous la forme  $f(x)=ax^2$ . OK ? Donc là il faudrait se demander est-ce que vous auriez pu trouver la règle ? À partir de vos points que vous avez là ? Comment on fait ? »

**Élève 18** : « Moi je ne sais pas en tout cas, je ne me souviens plus. »

**Enseignante** : « Qu'est-ce qu'on fait si je veux trouver le  $a$  ? Il y en a qui l'avait écrit dans leur résumé du dernier cours. »

**Élève 12** : « On remplace par des valeurs. »

**Enseignante** : « Oui on remplace par un point excellent. Oui donc si vous voulez trouver pour la 15<sup>e</sup> rangée, ça serait pas pire d'avoir la règle. »

La chercheuse interrompt l'enseignante pour lui rappeler qu'on ne peut pas trouver la règle sous cette forme pour ce problème, car il y a un h et k. Il faut donc la fournir aux élèves. Donc elle propose qu'on s'arrête là, car le temps est dépassé et nous reprendrons avec cela au début du prochain cours. L'Enseignante est d'accord.

### Retour sur la leçon 2 avec enseignante

Au cours suivant, prendre le temps de faire un retour sur l'activité. De donner la formule pour trouver la réponse.

L'enseignante me dit que normalement elle montrait aux élèves de trouver le type de fonction en vérifiant si c'est affine, puis exponentielle et sinon c'était quadratique. Elle y allait par élimination et n'a jamais parlé des accroissements. Je lui dis que ce n'est pas grave, mais que ce serait intéressant de le faire remarquer pour leur donner un outil de plus.

Je lui propose donc de simplement faire remarquer le 2<sup>e</sup> niveau d'accroissement et répondre à la question.

Pour l'activité Proposition salariale, on décide de les laisser individuels puisque l'enseignante pense qu'ils travailleront mieux seuls.

Je lui demande si je devrais modifier la vidéo pour avoir jour 0 : 0,01\$ au lieu de jour 1. Elle confirme que c'est une bonne idée. (Cette modification a-t-elle été inscrite dans les modifications suite au cours 3 de la première expérimentation ?)

J'ai peur qu'on ait trop de temps pour le prochain cours. L'enseignante me dit qu'elle a des documents en classe au besoin. Je lui propose de revenir sur le résumé et ajouter des exemples en mots... Ou travailler sur un aide-mémoire.

### **Leçon 3 (6 avril, en présence pour élèves et enseignante, mais chercheure en ligne)**

Les élèves sont en classe et la chercheure est en ligne sur *Teams*.

Deux élèves absents (une a complété l'activité à la maison) et un élève n'a pas d'ordi.

**Enseignante** : « Il y a une table de valeurs qui est bonne là-dedans, laquelle ? »

**Un élève** : « En haut à droite »

**Enseignante** : « En haut à droite. Êtes-vous d'accord avec cela tout le monde ? »

**Enseignante** : « OK donc une fois qu'on a placé la 2<sup>e</sup> rangée, il ne faut pas oublier de compter les cure-dents de la 1<sup>ere</sup> rangée. Hein ? Donc c'était ça, ça prenait 6 cure-dents pour la rangée 2 et on en avait 3 pour la rangée 1, on était rendu à 9. Pour la rangée 3, ça en prenait 9, on ajoute les 9 des deux autres étages d'avant. On était rendu à 18. Etc. Maintenant ce que je veux que l'on comprenne, c'est qu'avec la table de valeurs, donc là on avait découvert que c'était une fonction quadratique. Je veux qu'on essaie de comprendre, qu'est-ce qui se passe. On a des bonds particuliers et j'aimerais qu'on essaie de voir c'est quoi le lien parce que je n'ai pas insisté du tout sur cela pendant que j'expliquais la fonction quadratique. J'en n'avais pas vraiment parlé. Ici les bonds ça fait +3 +3 +3, mais ce n'était pas la bonne. Donc si on regarde celle en haut à droite. Donc si on compare les valeurs de y, les bonds, qu'est-ce que vous êtes capables de voir ? Qu'est-ce qui se passe ? 3, 9, 18, 30 et 45. Donc là est-ce qu'on fait toujours fois quelque chose ? On avait dit si on fait toujours fois quelque chose... Non ça ne marche pas. On voit ici que le x3 ne se répète pas. Donc si on regarde les bonds additifs, est-ce que les bonds additifs sont équivalents ? Donc ici +6, de 9 à 18 ? +9. De 18 à 30 ? +12.

De 30 à 45 ? +15. (Elle écrit cela sur le tableau en même temps). Donc là ici, les bonds ne sont pas équivalents, donc ce n'est pas une droite. Parce que comme les  $x$  montent de 1, si on avait toujours fait + la même affaire, on aurait eu des bonds équivalents, qu'on appelle taux de variation. Ici les taux ne sont pas équivalents donc ce n'est pas une droite. Et ce n'est pas non plus une fonction exponentielle, car ce n'est pas toujours fois la même affaire, il n'y a pas de bonds multiplicatifs ici donc ce n'est pas une fonction exponentielle, c'est une fonction quadratique. Maintenant comment on peut observer que c'en est une. Maintenant que j'ai calculé les bonds de premier niveau, essayé de voir c'est quoi le lien entre 6, 9, 12 et 15. C'est quoi? »

Un élève répond, mais on n'entend pas.

**Enseignante** : « Ah oui, regardez ici le 2<sup>e</sup> niveau (et elle écrit au tableau, on présume qu'elle écrit +3). On appelle ça aussi les accroissements de 2<sup>e</sup> niveau et ça c'est un truc dans la table de valeurs pour reconnaître la fonction quadratique. Des fois à première vue, les bonds ici ne sont pas équivalents, ça ne marche pas, ça n'additionne pas toujours la même affaire sauf que quand on ajoute une étape de plus, qu'on appelle les accroissements de 2<sup>e</sup> niveau, là on se rend compte qu'ils sont pareils. »

On entend les élèves qui posent des questions et l'enseignante leur répond que tous les documents sont sur *Teams* en ligne.

**Enseignante** : « Donc ça c'est ce que je voulais que l'on constate aujourd'hui. Les bonds de 2<sup>e</sup> niveau sont constants parce que ça c'est une fonction quadratique et rappelez-vous que la fonction quadratique, le modèle de l'équation de base  $y=ax^2$ , bond de 2<sup>e</sup> niveau, faites le lien avec exposant 2. Ça vient de là. Comment on pourrait faire pour trouver  $a$  ? En principe quand on a cette forme-là ? »

Un élève répond, mais on n'entend pas.

**Enseignante** : « Oui on remplace par un point et on trouve le  $a$ . Là ici par contre, on avait terminé comme ça l'activité parce que je m'apprêtais à le faire, mais finalement, j'étais en

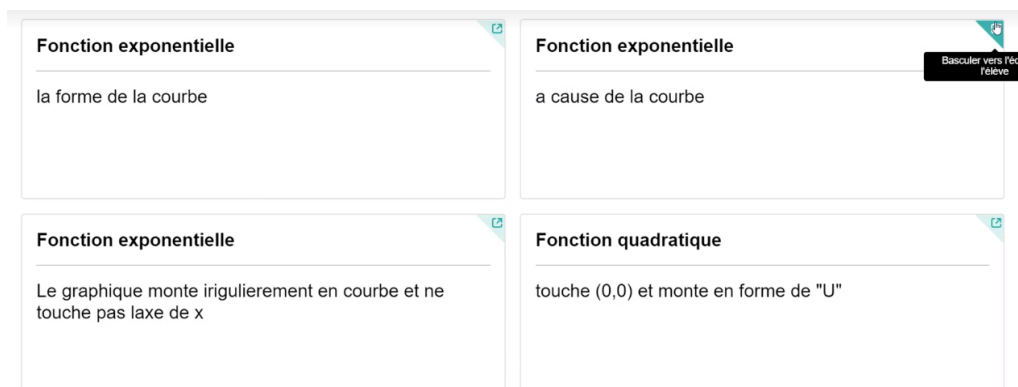
train de vous induire en erreur parce que cette fonction quadratique qui était utilisée dans l'activité qu'on a fait, c'est pas une fonction dont le centre est à  $(0,0)$ . C'est une fonction dont je vous donne la règle. Je vais faire le tour des autres diapos de vos réponses vite vite. Ici ça demandait comment on peut identifier le type de fonction. »



Elle lit ce qui est écrit.

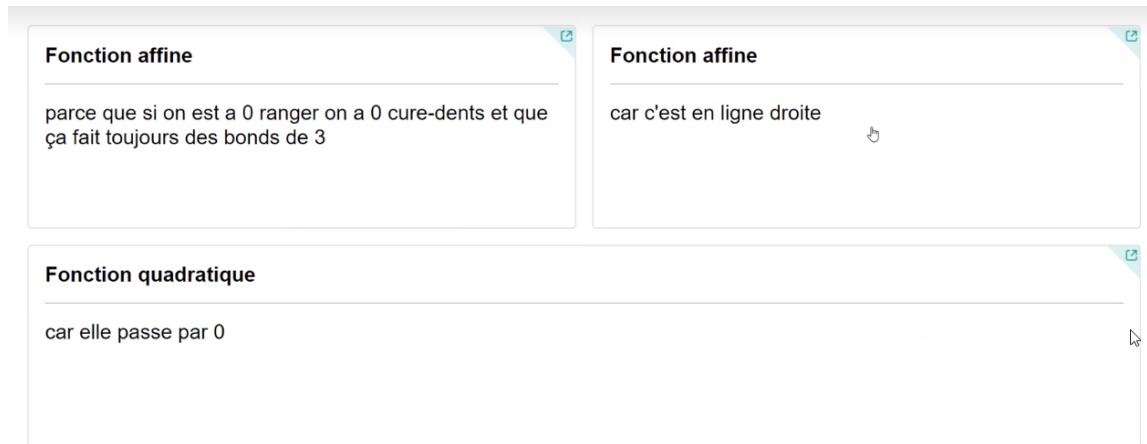
Elle précise pour la 4<sup>e</sup> réponse :

**Enseignante** : « Ici c'est bon, c'est excellent, sauf qu'attention des fois le U on ne le voit pas. On va voir juste une branche. Comme là dans l'activité, on voyait juste une patte, on ne voyait pas l'autre bord. Cela fait que des fois faites attention, oui des fois ça forme un genre de U, mais des fois on le voit pas tout le U et on peut penser que c'est une fonction exponentielle quand c'en est pas une. OK, donc attention à ça. Si on poursuit, il y en a quand on avait demandé quel type de fonction, il y en a qui ont répondu fonction exponentielle à cause de la forme de la courbe. Faut faire attention ce n'était pas ça ici. »



Elle lit ensuite celui en bas à gauche.

**Enseignante** : Oui, mais ici c'est parce qu'on ne la voyait pas toute donc ce n'est pas une exponentielle.



**Enseignante** : « Ceux qui avait répondu affine, c'est parce que la table de valeurs était en erreur. Même chose ici. Si elle est en ligne droite, c'est parce qu'il y avait une erreur dans la table de valeurs. Dans le fond ici, ça passe par 0, c'est (0,0) qu'il aurait fallu écrire et non juste 0. Donc ça fait le tour des petites diapos. Je reviens à l'activité à la page ici. »

Elle se place à l'Écran 6, coche fonction quadratique et cherche la règle. La chercheuse lui propose de lui donner la règle. L'enseignante accepte. La chercheuse donne la règle. L'enseignante la note et mentionne qu'il faut simplement remplacer le x par 15. Elle leur mentionne aussi qu'ils n'auront jamais à trouver ce genre de règle. Elle fait le calcul avec eux et leur dit que ça donne 360. Donc comme il y avait 200 cure-dents dans le paquet. La réponse est non.

### Activité Proposition salariale

L'enseignante donne les consignes pour la prochaine activité *Desmos* (Proposition salariale) dont elle place le lien dans *Teams*.

Tel que prévu, elle donne accès seulement aux trois premiers écrans pour commencer. Elle présente la vidéo et leur lit la question.

Elle questionne le groupe sur les variables en jeu (Écran 2) et sur la façon de vérifier si la proposition est intéressante ou non, mais on n'entend pas les réponses des élèves sur les enregistrements.

Après avoir laissé le temps aux élèves de répondre aux trois premiers écrans (sauf 4 qui sont encore à l'Écran 2).

**Enseignante** : « Donc quelles sont les variables en jeu ? »

**Un élève** : «  $x$  et  $y$  »

**Enseignante** : «  $x$ ,  $y$  je le sais, mais ce n'est pas ça. C'est quoi qu'on veut observer et en fonction de quoi ? »

Les élèves parlent, mais on n'entend pas.

**Enseignante** : « Le salaire, mais quel type de salaire ? Le salaire par semaine, par mois par année ? »

Les élèves parlent, mais on n'entend pas.

**Enseignante** : « Le salaire par jour, oui, et selon ? Le nombre de jours. C'est donc le salaire par jour selon le nombre de jours donc il faut faire attention ici parce que ce qu'on va observer c'est vraiment le montant reçu après la 30<sup>e</sup> journée et pas l'addition de tous les jours. Ok il faut faire attention, c'est le salaire qu'on va avoir à la 30<sup>e</sup> journée. D'accord ? Il faut faire la distinction. On ne radditionne pas le montant du 1<sup>er</sup> jour + le 2<sup>e</sup> + le 3<sup>e</sup> ainsi de suite. C'est vraiment le montant de la 30<sup>e</sup> journée que l'employeur va vous donner. »

L'enseignante ne fait pas de retour sur l'Écran 3 et débloque le reste de l'activité.

## Retour sur la tâche

**Enseignante** : « Est-ce que la proposition de l'employeur était intéressante finalement ? »

[...] (on n'entend pas les élèves répondre)

**Enseignante** : « Ben oui. Il y en a qui l'ont calculé et je pense que ça donne un joli montant. Si on regarde la table de valeurs que vous étiez supposé obtenir qui était le salaire journalier selon le nombre de jours. Donc on se rendait compte qu'au début un avait un cent. Qu'est-ce qui arrive après une journée ? On est rendu à 2 cents. Deux jours, 4, après 3, 8. Après 4, 16... (Elle écrit le tout dans une table de valeurs qu'elle fait au tableau.) Ici si on regarde les bonds, de quel type de bonds il s'agit ? Est-ce des bonds additifs ou multiplicatifs ? »

Les élèves répondent, mais on n'entend pas sur l'enregistrement.

**Enseignante** : « Multiplicatifs, donc on se rend compte que c'est fois 2 à chaque fois. OK ? Donc ça double et quand on a parlé de la fonction exponentielle, le modèle  $f(x)=a \cdot c^x$ . Et les bonds multiplicatifs, le facteur multiplicatif, est-ce le  $a$  ou le  $c$  ? »

Les élèves répondent, mais on n'entend pas sur l'enregistrement.

**Enseignante** : « Le  $c$ . Ici le  $c$ , c'est votre fois 2. Donc ici on a  $f(x)=a \cdot 2^x$ . Ça ici c'est votre facteur multiplicatif. Maintenant, le  $a$ , c'est quoi déjà le  $a$  ? »

Les élèves répondent, mais on n'entend pas sur l'enregistrement.

**Enseignante** : « C'est la quantité initiale. On commence avec 1 cent. Donc ça c'est votre quantité initiale. Quand  $x$  est à 0, on avait combien ? Un cent au départ pour commencer donc ce qui veut dire que votre règle c'est quoi ? C'est  $f(x)=0,01 \cdot 2^x$ . Le  $a$  quantité initiale toujours. OK ? Le  $c$  facteur multiplicatif. (Elle écrit tout cela au tableau). Donc ça c'est à savoir vraiment par cœur. Maintenant si on veut calculer après 30 jours, qu'est-ce qu'on va faire ? On va remplacer  $x$  par 30. OK ? Donc on aura  $0,01 \cdot 2^{30}$ . Selon la priorité des opérations, qu'est-ce qu'on va faire en premier ? Est-ce que je fais  $0,01 \times 2$  ou je fais le 2 à la 30 ? »



[...]

**Enseignante** : « Le 2 à la 30. Donc imaginez le 2 à la 30 c'est quoi ? C'est  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \dots$  30 fois. 30 fois, c'est pas mal... après ça on va faire  $\times 0.01$ , mais n'empêche que ça va faire quand même un très gros chiffre. Ceux qui l'on calculé, ça donnait quel montant ? »

Un élève donne le montant que l'enseignante inscrit au tableau.

Donc entre 100\$ par jour ou ça, je pense que je vais prendre ça. C'est mieux que la loto 6/49. Ça va pour ça ?

### Rappel des autres types de fonctions

L'enseignante reprend le résumé de la leçon 1 afin de faire un retour sur les 3 fonctions.

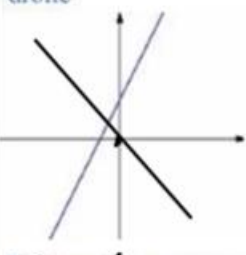
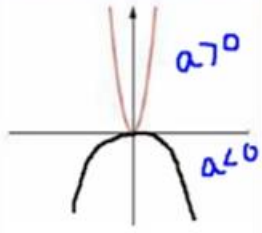
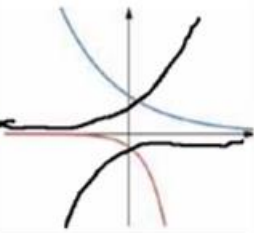
**Enseignante** : « Regardez, ça c'est ce que vous aviez sorti comme informations au début de la séquence. Donc, ce qu'on a vu, là on va ajouter des éléments. Puisque j'ai un problème avec mon tableau, je ne peux pas les ajouter sur le document alors je vais les écrire ici sur le tableau vert. »

L'enseignante relis les informations relatives à la règle de la fonction affine. Comme elles étaient déjà complètes, elle n'ajoute rien. Elle fait de même pour la quadratique et l'exponentielle. Ensuite elle relis aussi les descriptions des trois types de fonctions pour la représentation graphique. Pour la fonction exponentielle elle insiste davantage puisque c'est cette fonction qui a été travaillée dans l'activité de cette leçon.

**Enseignante** : « Elle ne touche jamais à l'axe des x. Impossible qu'elle touche à (0,0). Donc ça tantôt quand on vous demandait qu'est-ce qui permet de dire si c'est une exponentielle ou pas, oui elle ne touche pas aux axes (erreur ici dans la formulation), c'est une courbe soit croissante ou décroissante. Après ça il y en a qui ont sorti d'autre chose tout à l'heure... qu'est-ce que vous aviez sorti pour identifier que c'était une fonction exponentielle dans l'activité *Desmos*. »

Les élèves répondent, mais on n'entend pas.

**Enseignante** : « C'est pas mal ça. »

	Fonction affine	Fonction quadratique	Fonction exponentielle
Règle	$y=mx+b$ <i>m</i> : taux de variation (pente) <i>b</i> : valeur initiale, ordonnée à l'origine Ex : $y = 3x + 5$	$y = ax^2$ Pour trouver <i>a</i> , il faut remplacer par <i>x</i> et <i>y</i> .	$y=a(c)^x$ <i>a</i> : ordonnée à l'origine (valeur initiale) <i>c</i> : facteur multiplicatif $c = \frac{y_2}{y_1}$
Graphique	Dom : $]-\infty, +\infty[$ droite  Droite qui ne passe pas par (0,0)	parabole symétrique passe toujours par (0,0) 	ne touche jamais à l'axe des <i>x</i> impossible qu'elle passe par (0,0) 

**Enseignante** : « Dans la table de valeurs, à remarquer ici .... (on perd le son)... et ici on aurait pu ajouter que pour trouver le *c*, on fait  $y_2/y_1$  et si les bonds de *x* sont différents de 1, ben là on va faire par exemple *c* à la 2 pis après ça on va faire la racine pour le trouver la valeur de *c* (et elle note ces informations au tableau.) Par exemple ici les bonds de *x* sont de 2 donc ici si au lieu de +1 ça avait été +2, ben là on se rappelle le *c* est exposant 2 et après on fera la racine pour trouver notre *c*. On a vu ça également. Ça c'est les particularités dans la table de valeurs. »

Table de valeurs	Taux de variation équivalent																														
	additifs Bonds équivalents... (à préciser)																														
<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	x	y	0	1	2	2	4	3	6	4	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>2</td><td>16</td></tr> <tr><td>3</td><td>36</td></tr> <tr><td>4</td><td>64</td></tr> </tbody> </table>	x	y	1	4	2	16	3	36	4	64	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>-6</td></tr> <tr><td>2</td><td>-12</td></tr> <tr><td>3</td><td>-24</td></tr> </tbody> </table>	x	y	1	-6	2	-12	3	-24	} +1 } +1 } +1 } x2 } x2
x	y																														
0	1																														
2	2																														
4	3																														
6	4																														
x	y																														
1	4																														
2	16																														
3	36																														
4	64																														
x	y																														
1	-6																														
2	-12																														
3	-24																														

**Enseignante** : « En mots, qu'est-ce qui pourrait m'indiquer que j'ai une fonction exponentielle ? »

... Les élèves parlent, mais on ne les entend pas.

**Enseignante** : « Des mots clés observés pour trouver que c'est une fonction exponentielle ? Ça double, ça triple. Après ça ? La moitié, un pourcentage. C'est bon ça. Quand ça parle de pourcentage, c'est une fonction exponentielle. Le tableau résumé avec tout tout tout complété, je pourrai vous le fournir. »

Pour les 10 dernières minutes, l'enseignante les fait travailler dans un document de révision.

Captures d'écrans utilisées pour le retour sur la tâche :

The screenshots contain the following text:

- Fonction exponentielle**  
parce qu'il passe près de 0 mais ne lui touche jamais
- Fonction exponentielle**  
car elle touche pas a laxe des x
- Fonction exponentielle**  
elle ne touche pas a (0,0) et elle fait toujours fois deux
- Fonction exponentielle**  
car la courbe ne touche jamais l'axe des x  
ordonné a l'origine est different de 0
- $$f(x) = 0.01 \cdot 2^x$$
- $$f(x) = a(c)^2$$
- $$f(x) = a \cdot c^x$$

**Leçon 4 (8 avril, en présence pour les élèves et l'enseignante, mais chercheure en ligne)**

L'enseignante n'a pas enregistré le début de la période (30 premières minutes). Elle a corrigé un devoir avant de faire ce qui était prévu. Nous n'avons pas d'enregistrement en lien avec la présentation de Menu math avec fraction.

Menu math fonctions

L'enseignante lit les contraintes à voix haute et elle leur demande de lui dire s'il y en a qu'ils ne comprennent pas.

**Un élève** : « Je ne comprends pas le mot "constante". »

**Enseignante** : « Égal à un chiffre, un nombre »

Tel que prévu elle demande de le faire papier avant de le faire sur *Desmos*.

10 minutes après le début :

**Enseignante** : « OK tout le monde, la contrainte qui parle de  $y/x^2$  pensez à la fonction qui a  $x^2$  dans sa règle. »

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Almarode, J., Fisher, D., Thunder, K., Hattie, J. & Frey, N. (2019). *Teaching Mathematics in the Visible Learning Classroom, Grades K-2*. Corwin Press.
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9(3), 281-308.
- Artigue, M. (2002). Ingénierie didactique : quel rôle dans la recherche didactique aujourd'hui ? *Les dossiers des sciences de l'éducation*, 8(1), 59-72.
- Artigue, M. (2013). L'impact curriculaire des technologies sur l'éducation mathématique. *Em Teia | Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 4(1). Repéré à <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/2236>
- Bernier, J.-F., Mercier, P., Cléroux, J., Pascu, E., Vallée, M.-F., Dumas, Y. (2017) *Sommet-2<sup>e</sup> cycle (3<sup>e</sup> secondaire)*. Cahier d'apprentissage. Chenelière Éducation
- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative mathematics, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9 (9.3), 309 - 336.
- Brousseau, G. (1998). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 4(2), 115-160.
- Carlson, M. (1998). A cross-sectional investigation of the development of the function concept. *CBMS Issues in Mathematics Education*, volume 7. American Mathematical Society.
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., et Hsu, E. (2002). Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 352-378.
- Carlson, M., et Oehrtman, M. (2005). *Research Sampler 9: Key aspects of knowing and learning the concept of function*. Repéré à <https://www.maa.org/programs/faculty-and-departments/curriculum-department-guidelines-recommendations/teaching-and-learning/9-key-aspects-of-knowing-and-learning-the-concept-of-function>  
Washington: Mathematical Association of America.

- Charnay, R. (1996) *Pourquoi des mathématiques à l'école ?* Paris, France : ESF Éditeur.
- Charnay, R., Douaire, J., Valentin, D. et Guillaume, J.-C. (2005). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes* : CP cycle 2. Paris, France : Hatier.
- Confrey, J., et Smith, E. (1995). Splitting, covariation, and their role in the development of exponential functions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 66-86.
- Dagenais, (2019). La technologie au service de la pédagogie. *Revue Envol-GRMS*, (174), 9-13.
- DeBlois, L. (2014). *Enseigner les mathématiques* (4e tirage). Québec, Canada : Les Presses de l'Université Laval.
- Delvolvé, N. (2006). Métacognition et réussite des élèves. *Les Cahiers pédagogiques*, Décembre. Repéré à : [http://pedagogie.ac-toulouse.fr/ien09-pamiers/IMG/pdf/Metacognition et reussite des eleves.pdf](http://pedagogie.ac-toulouse.fr/ien09-pamiers/IMG/pdf/Metacognition_et_reussite_des_eleves.pdf)
- Dolz Joaquim, Lacelle Nathalie. L'innovation en didactique : de la conception à l'évaluation des dispositifs. In: La Lettre de l'AIRDF, n°62, 2017, 5-9;
- Doorman, M., Drijvers, P., Gravemeijer, K., Boon, P., et Reed, H. (2012). Tool use and the development of the function concept: From repeated calculations to functional thinking. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 10(6), 1243-1267. Repéré à doi:10.1007/s10763-012-9329-0
- Douady, R. (1994). Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir. *Repères IREM*, 15, 37-61.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In *Annales de didactique et de sciences cognitives* (Vol. 5, No. 1, 37-65).
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational studies in mathematics*, 61(1), 103-131.
- Falcade, R. (2002). L'environnement Cabri-géomètre outil de médiation sémiotique pour la notion de graphe d'une fonction. *Petit x*, 58, 47-81.
- Falcade, R. (2006). *Théorie des situations, médiation sémiotique et discussions collectives dans des séquences d'enseignement avec Cabri-géomètre pour la construction des notions de fonction et graphe de fonction*. [Thèse de doctorat]. Université. J. Fourier-Grenoble I.
- Fontaine, S. (2021). *Analyse de manuels scolaires québécois du début du secondaire : Étude du regard covariationnel comme précurseur au concept de fonction* [Mémoire de maîtrise]. Université du Québec à Montréal.

- Fortin, M.-F. et Gagnon, J. (2016). *Fondements et étapes du processus de recherche. Méthodes quantitatives et qualitatives*. Montréal, Québec : Chenelière Éducation.
- Gauthier, M. (2014). Perceptions des élèves du secondaire par rapport à la résolution de problèmes en algèbre à l'aide d'un logiciel dynamique et la stratégie Prédire – investiguer – expliquer. *Éducation et francophonie*, 42(2), 190-214.
- Giroux, J. (2013). Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire: problématique et repères didactiques. *Éducation et didactique*, 7(7-1), 59-86.
- Hitt, F., & Morasse, C. (2009, July). Développement du concept de covariation et de fonction en 3ème secondaire dans un contexte de modélisation mathématique et de résolution de situations problèmes. In *Proceedings CIEAEM* (Vol. 61, 208-216).
- Hitt, F., & González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational studies in mathematics*, 88(2), 201-219.
- Hitt, F., & Quiroz Rivera, S. (2019). Formation et évolution des représentations fonctionnelles-spontanées à travers un apprentissage socioculturel. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. Revue internationale de didactique des mathématiques*, (24), 75-106.
- Janvier, B. et Pelletier, F. (2003). *Banque de situations fonctionnelles issue du cours Didactique de la variable et des Fonctions*. Recueil inédit, Université du Québec à Montréal.
- Janvier, C. (1983). Représentation et compréhension. Un exemple : Le concept de fonction. *Bulletin de l'association mathématique du Québec III*, 22-28.
- Kalchman, M. et Koedinger, K.R. (2005). Teaching and Learning Functions. Dans S. Donovan et J. D. Bransford (dirs.), *How Students Learn: History, Mathematics, and Science in the Classroom*, Washington, DC: The National Academies Press, 351-393.
- Karsenti, T. et Bugmann, J. (2017). *Enseigner et apprendre avec le numérique*. Montréal, Québec : Les Presses de l'Université de Montréal
- Laferrière, T. (2017). DE L'ENSEIGNANT ET DES ÉLÈVES. *Intégrer les TIC dans l'activité enseignante : Quelle formation ? Quels savoirs ? Quelle pédagogie ?* 161.
- Loiselle, J. et Harvey, S. (2007). La recherche développement en éducation : fondements, apports et limites. *Recherches qualitatives*, 27(1), 40-59.
- Mary, C. et Squalli, H. (2021). Miser sur le potentiel mathématique des élèves en difficulté : fondements épistémologiques et didactiques. Dans P. Marchand, A. Adihou, J.

Koudogbo, D. Gauthier et C. Bisson (dir), *La recherche en didactique des mathématiques et les élèves en difficulté : Quels enjeux et quelles perspectives ?* Les Éditions JFD inc., 13-33.

Meyer, D., (2010, 6 mars), *Math class need a makeover* [Communication orale]. Conférence TEDxNYED Repéré à [https://www.ted.com/talks/dan\\_meyer\\_math\\_class\\_needs\\_a\\_makeover?language=fr-ca](https://www.ted.com/talks/dan_meyer_math_class_needs_a_makeover?language=fr-ca)

Meyer, D. (2015). *Functionary : Learning to communicate mathematically in online environments* [thèse de doctorat]. Stanford University.

Minh, T. K. (2011). *Apprentissage des fonctions au lycée avec un environnement logiciel : situations d'apprentissage et genèse instrumentale des élèves*. (Thèse de doctorat inédite) Université Paris-Diderot-Paris VII.

Ministère de l'éducation des Loisirs et du Sport (2007). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, 2<sup>e</sup> cycle, Domaine de la mathématique*, Québec, Canada : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'éducation des Loisirs et du Sport (2010). *Progression des apprentissages au secondaire*. Québec, Canada : Gouvernement du Québec.

Ministère de l'éducation et de l'enseignement supérieur (2018). *Plan d'action numérique en éducation et en enseignement supérieur*. Québec, Canada : Gouvernement du Québec.

Monk, S. (1992). Students' understanding of a function given by a physical model. In *The Concept of Function. Aspects of Epistemology and Pedagogy*. (Vol. 25, 175-194). E. Dubinsky and G. Harel.

OCDE (2015). *Connecté pour apprendre ? Les élèves et les nouvelles technologies*. Repéré à <https://www.oecd.org/fr/education/scolaire/Connectes-pour-apprendre-les-eleves-et-les-nouvelles-technologies-principaux-resultats.pdf>

OCDE (2016) PISA *Tous égaux face aux équations ? Rendre les mathématiques accessibles à tous*. Repéré à <http://www.oecd.org/fr/emploi/tous-egaux-face-aux-equations-9789264259294-fr.htm>

OCDE (2022), *Compétences en mathématiques (PISA)* (indicateur). doi: 10.1787/6d1f74ca-fr (consulté le 20 octobre 2022)

Oehrtman, M., Carlson, M., et Thompson, P. W. (2008). Foundational Reasoning Abilities that Promote Coherence in Students' function Understanding. In *Making the connection: Research and practice in undergraduate mathematics* (Mathematical Association of America, 27-42). Washington, DC: M.P. Carlson et C. Rasmussen.



- Passaro, V., (2007). *Étude expérimentale sur le développement du concept de covariation entre deux grandeurs révélé par une analyse des représentations spontanées d'élèves du premier cycle du secondaire* [Mémoire de maîtrise]. Université du Québec à Montréal.
- Passaro, V. (2015). *Analyse du raisonnement covariationnel favorisant le passage de la fonction à la dérivée et des situations qui en sollicitent le déploiement chez des élèves de 15 à 18 ans*. [Thèse de doctorat]. Université de Montréal.
- Perrin-Glorian, M. J., & Bellemain, P. M. B. (2019). L'ingénierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maîtres. *Caminhos da Educação Matemática em Revista (On-line)*, 9(1, 2019–ISSN 2358-4750), 45-82.
- Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains*, Armand Colin.
- Radford, L., Demers, S. et Miranda, I. (2009). *Processus d'abstraction en mathématiques : Repères pratiques et conceptuels*. Dans Ontario, Canada : Ministère de l'Éducation. Repéré à <http://www.edu.gov.on.ca/fre/teachers/studentsuccess/abstraction.pdf>
- René de Cotret, S. (1988). Une étude sur les représentations graphiques du mouvement comme moyen d'accéder au concept de fonction ou de variable dépendante. *Petit x*, 17, 5-27.
- Rogalski, M. (2013). Quelques points sur l'histoire et l'épistémologie des fonctions, pouvant éclairer certaines questions didactiques sur leur enseignement. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 6(1).
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational studies in mathematics*, 22(1), 1-36.
- Sierpiska, A. (1992). On understanding the notion of function. In *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*, (Vol. 25, 23-58). E. Dubinsky and G. Harel.
- Soury-Lavergne, S., et Bessot, A. (2012). Modélisation de phénomènes variables à l'aide de la géométrie dynamique.742-753. Récupéré de [https://hal.archivesouvertes.fr/hal-00988743/file/Soury-Lavergne\\_Bessot\\_EMF2012GT5.pdf](https://hal.archivesouvertes.fr/hal-00988743/file/Soury-Lavergne_Bessot_EMF2012GT5.pdf)
- Thouin, M. (2014). *Réaliser une recherche en didactique*. Montréal, Québec : Éditions Multimondes.
- Tremblay, M. (2019). Les TICS en MATH : une réflexion sur la richesse des activités mathématiques visées. Communication présentée au 44<sup>e</sup> congrès de l'ITA, Montréal, Québec. Résumé repéré à <http://institutta.com/wp-content/uploads/2019/03/Conference-190306-Fr.pdf>

Tremblay, M. et Dumas, B. (2012). Quand interroger l'activité mathématique à privilégier dans la classe contribue à développer les compétences, *Vie pédagogique*, no.160, 64-69.

Tremblay, M. et Le Nabec, M. (2019). Développement et usage de technologies avancées : réflexion sur les apprentissages possibles en mathématique. Dans T. Laferrière (dir.), *Courants numériques et vents québécois : Les utilisations du numérique en éducation*. Québec : CTREQ, 1-9.

Trouche, L. (2007). Environnements informatisés d'apprentissage : quelle assistance didactique pour la construction des instruments mathématiques ? *Environnements Informatiques, Enjeux Pour l'Enseignement Des Mathématiques*, 19-38.

Voogt, J., Knezek, G., Christensen, R. et Kwok-Wing, L. (2019). *Second handbook of information technology in primary and secondary education*. Springer Science & Business Media.



