

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI

**L'EFFET DU COUPLAGE D'UN MODÈLE SPECTRAL DE VAGUES DE SURFACE
ET D'UN MODÈLE OCÉANIQUE SIMPLIFIÉ SUR LA DYNAMIQUE DE
SURFACE EN HAUTE MER**

MÉMOIRE PRÉSENTÉ

dans le cadre du programme de maîtrise en océanographie
en vue de l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

PAR

©[CHARLES-ÉDOUARD LIZOTTE]

Janvier 2023

Composition du jury :

Dany Dumont, président du jury, université du Québec à Rimouski (UQAR-ISMER)

Louis-Philippe Nadeau, directeur de recherche, Université du Québec à Rimouski (UQAR-ISMER)

David Straub, examinateur externe, Université McGill

Dépôt initial le 29 avril 2022

Dépôt final le 13 janvier 2023

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI

Service de la bibliothèque

Avertissement

La diffusion de ce mémoire ou de cette thèse se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire « *Autorisation de reproduire et de diffuser un rapport, un mémoire ou une thèse* ». En signant ce formulaire, l'auteur concède à l'Université du Québec à Rimouski une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de son travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, l'auteur autorise l'Université du Québec à Rimouski à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de son travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits moraux ni à ses droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, l'auteur conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont il possède un exemplaire.

*Qu'il est inapproprié d'appeler cette planète
«Terre» quand, très clairement, elle devrait porter
le nom d'«Océan».*

- Arthur C. Clarke

REMERCIEMENTS

En premier lieu, je tiens à remercier mon directeur de recherche, Louis-Philippe Nadeau, pour m’avoir formé dans de nombreuses disciplines secondaires à l’océanographie physique. Au long de mon parcours, j’en aurai appris plus sur la physique numérique que pendant tout mon baccalauréat en physique. Bref... sans ce gars de Sillery, j’en serais encore à ma première simulation.

Dans le même ordre d’idée, je tiens aussi à offrir un gigantesque remerciement à M. James Caveen, qui a quitté l’ISMER pour la retraite en 2020. Avec son aide, j’ai développé un amour excessif des systèmes *open source*, de la recherche libre et des distributions Linux.

De plus, je tiens à donner de titanesques remerciements à mes colocataires de Rimouski, aussi appelés les « Bons Samaritains » de la rue « Saint-Andrer » : soit Jérôme Lemelin, Xavier Chartrand et АНТОН ЖЕКОВ, ainsi qu’à mon amoureuse, Laura Daigneault, qui m’ont donné le courage nécessaire dans les moments indéchiffrables. Et pourquoi pas Jean-François Beaudoin, maintenant père d’un enfant dans la dernière année, qui méritera aussi toujours le titre de « Bon Samaritain ».

Malgré tout cela, ces remerciements n’existeraient tout simplement pas sans le travail incalculable et acharné de Martine Belzile, qui m’a orienté dans les dédales bureaucratiques de la « maison qui rend fou » (Goscinny and Uderzo, 1976) pendant plus de trois ans.

Merci à toutes et à tous.

RÉSUMÉ

À ce jour, notre compréhension de l'effet des vagues de surface sur les transferts d'énergie depuis l'atmosphère vers la circulation océanique est plutôt limitée. Ainsi, nous couplons un modèle spectral de prévision des vagues avec un modèle de circulation océanique simplifié en eau peu profonde à deux couches dans le but d'étudier l'impact des vagues sur la circulation à méso-échelle en haute-mer. Nous comparons par la suite le couplage avec notre modèle de circulation simplifié non-couplé pour deux cas limites, soit (i) un vent statique et (ii) un vent dynamique variant à 1% de son amplitude et à la fréquence inertielle. L'ajout de la dérive de Stokes dans les équations du modèle induit des changements raisonnables lorsque le vent est statique. En contrepartie, la dérive de Stokes vient stimuler les termes non-linéaires associés à la couche d'Ekman lorsque cette dernière est forcée avec un vent de nature dynamique. Il en résulte ainsi la prolifération d'ondes inertielles dans la zone anticyclonique du modèle couplé aux vagues. Ces dernières viennent limiter la circulation géostrophique dans ce sous-domaine et faire diminuer l'énergie associée à la circulation dans les couches inférieures du modèle en eau peu profonde.

Mots clés : Couche d'Ekman, circulation géostrophique, vagues de surface, dérive de Stokes, transfert d'énergie, couche limite, Wavewatch III

ABSTRACT

As of today, our understanding of atmosphere-ocean energy transfers through surface waves is quite insufficient, which makes us consider the impact of surface waves on these processes. We couple a third generation spectral wave model with a simplified 2 layer shallow-water model to inquire the impact of surface waves on mesoscale currents. We then compare this coupling with our simplified circulation model for two limit cases, (i) a static wind and (ii) a dynamic wind which varies around 1% of its amplitude at a frequency equal to the Coriolis frequency (f). The addition of Stokes drift in our equations induces reasonably significant changes in our static set-up. On the other hand, the addition of Stokes drift significantly stimulates non-linear terms in the Ekman layer for our dynamic set-up. This results in a build up of inertial waves in the anti-cyclonic part of our Ekman layer, which in turn is transferred to the interior dynamic of the shallow-water model. Near-inertial waves interact with the interior geostrophic circulation and in turn decrease the kinetic energy of the domain.

Keywords : Ekman layer, geostrophic circulation, Stokes' drift, air-sea processes, surface waves, Wavewatch III.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	vi
RÉSUMÉ	vii
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	ix
LISTE DES TABLEAUX	xi
LISTE DES FIGURES	xii
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
CHAPITRE I	
CADRE THÉORIQUE	4
1.1 L'effet des vagues sur les équations du mouvement	4
1.2 La dynamique interne d'un modèle à couche imbriquée	6
1.3 Discrétisation numérique du modèle en eau peu profonde et solution du gradient de pression à la surface	9
1.4 L'ajout de la dérive de Stokes sur les équations en eau peu profondes munies d'une couche d'Ekman imbriquée	12
1.5 La contrainte de cisaillement de l'atmosphère	16
1.5.1 Contrainte de cisaillement quadratique	17
1.5.2 Modulation du coefficient de traînée par les vagues	18
1.6 Aperçu théorique des modèles spectraux de génération de vagues	19
CHAPITRE II	
MÉTHODOLOGIE DU COUPLAGE	22
2.1 Mise en Contexte	22
2.2 Ajout de points fantôme aux frontières est-ouest de Wavewatch III	22
2.3 Extraction de la tendance zonale des quantités fournies par Wavewatch III	24
2.4 Continuité de la frontière nord-sud	26
2.5 Interprétation du pas de temps numérique du couplage	27
CHAPITRE III	

MÉTHODOLOGIE DES EXPÉRIENCES	28
3.1 Introduction	28
3.2 Comparaisons des modèles à l'étude	28
3.3 Paramètres des expérimentations et quasi-géostrophie	31
3.4 Forçages	31
3.5 Début du couplage	33
CHAPITRE IV	
ANALYSE DES RÉSULTATS	35
4.1 Effet du couplage sur l'énergie cinétique tourbillonnaire (EKE)	35
4.1.1 Effets sur l'énergie cinétique tourbillonnaire pour un vent statique ($\epsilon = 0\%$)	35
4.1.2 Effets sur l'énergie cinétique tourbillonnaire pour un vent variable ($\epsilon = 1\%$)	38
4.2 Propagations d'ondes dans les première et seconde couches	40
4.3 Échelle temporelle des structures observées dans la première et seconde couches	42
4.4 Conclusion et critique des résultats	44
CONCLUSION GÉNÉRALE	48
RÉFÉRENCES	50

LISTE DES TABLEAUX

1	<i>Tableau résumant l'ensemble des paramètres utilisés pour la création des conditions initiales au couplage en comparaison avec les expériences de Chen et al. (2021)</i>	30
---	--	----

LISTE DES FIGURES

1	<i>Mesures de radiances prises par satellite aux alentours du Gulf Stream. Tirée de l'article de Rascle et al. (2016).</i>	2
2	<i>Représentation en coupe verticale du modèle à couche imbriquée à l'intérieur du modèle en eau peu profonde.</i>	6
3	<i>Représentation du schéma numérique du modèle en eau peu profonde. Type de grille Arakawa-C.</i>	9
4	<i>Schéma conceptuel du couplage entre le modèle spectral de génération de vagues Wavewatch III et notre modèle en eau peu profonde</i>	23
5	<i>Illustration des domaines couverts par les deux modèles numériques. Les parties est et ouest du domaine de Wavewatch III reçoivent une copie du courant dans les zones ouest et est fournis par le modèle en eau peu profonde. Une figure instantanée du courant longitudinal de la première couche fut prise pour illustrer le processus menant à la continuité des frontières est et ouest.</i> .	24
6	<i>Figure instantanée d'une tranche zonale de la transformation appliquée à U_s.</i>	25
7	<i>Illustration de la fenêtre $\alpha(y)$ avant et après son application sur le transport de Stokes méridional, soit la quantité la plus affectée par cette discontinuité. Au milieu, fenêtre α</i>	27
8	<i>Schéma numérique du couplage MPI entre le modèle à couche imbriquée et le modèle de prévision de vagues Wavewatch III</i>	27
9	<i>Diagramme de Hovmöller associé au champ initial pré-couplage. En haut, divergence de la couche d'Ekman (w_{Ek}); au milieu, vorticité relative de la première couche (ζ_1); en bas, figures instantanées de w_{Ek} à différent moments du «spin-up» pour un vent stable ($\epsilon = 0\%$). L'axe vertical est soumis à une décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées.</i>	33
10	<i>À gauche, du haut vers le bas, séries temporelles des moyennes spatiales de l'énergie cinétique tourbillonnaire pour la couche imbriquée puis pour les première et seconde couches du modèle en eau peu profonde. À droite, figures instantanées des mêmes quantités.</i>	36

- 11 *Du haut vers le bas, champs associés à w_{Eff} , à l'énergie cinétique de la première couche et à l'énergie cinétique de la seconde couche pour les deux modèles dans le cas $\epsilon = 0.0\%$. À droite, transformés de Fourier spatiales associées aux mêmes quantités. À noter, l'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées. 37*
- 12 *À gauche, du haut vers le bas, séries temporelles des moyennes spatiales de l'énergie cinétique tourbillonnaire pour la couche d'Ekman, pour la couche supérieure et inférieure. À droite, figures instantanées des mêmes quantités respectives. 38*
- 13 *Du haut vers le bas, champs associés à w_{Eff} , à l'énergie cinétique de la première couche et à l'énergie cinétique de la seconde couche pour les deux modèles dans le cas $\epsilon = 1.0\%$. À droite, transformés de Fourier spatiales associées aux mêmes quantités. À noter, l'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées. 39*
- 14 *À gauche, divergence de la première et de la seconde couche pour les modèles non-couplé (SW) et couplé. À droite, transformées de Fourier spatiales associées aux mêmes quantités. À noter, l'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées. 41*
- 15 *À gauche, rotationnel de la première (ζ_1) et de la seconde couche (ζ_2) pour les modèles non-couplés (SW) et couplés. À droite, transformées de Fourier spatiales associées aux mêmes quantités. À noter, l'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées. 42*
- 16 *De gauche à droite, résultats des filtres haute-fréquence, basses-fréquences et image instantanée de la divergence de la première couche pour les modèles couplé et non-couplé. À noter, l'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées. 43*
- 17 *De gauche à droite, résultats des filtres haute-fréquence, basses-fréquences et image instantanée de la vorticité relative de la première couche pour les modèles couplé et non-couplé. À noter, l'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées. 45*

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Introduction générale - section 1

Les ondes de surface jouent un rôle important dans le transfert de quantité de mouvement et de traceurs entre l'atmosphère et l'océan (voir Cavaleri et al., 2012, pour un résumé). Dans les dernières décennies, il a été démontré que les vagues ont non-seulement un effet important sur la circulation océanique (McWilliams and Restrepo, 1999; McWilliams, 2018), mais aussi sur la circulation atmosphérique et le climat (Shimura et al., 2017; Breivik et al., 2015; Hui and Xu, 2016). À l'échelle des bassins océaniques, McWilliams and Restrepo (1999) ont aussi démontré que l'effet de ces dernières sur la dynamique de la couche de surface pourrait être comparable à celui des courants d'Ekman induits par le vent. Aux petites échelles, plusieurs études ont d'ailleurs été réalisées sur l'influence des vagues en rapport avec les phénomènes turbulents de la couche supérieure, tels que la circulation de Langmuir et les fronts (Craik and Leibovich, 1976; Leibovich, 1980; McWilliams, 2018). De plus, la dynamique induite par ces phénomènes sur la couche de surface a pu être observée directement par satellite (Hui and Xu, 2016).

Les vagues de surface ont des structures spatiales bien plus fines et des vitesses de propagation beaucoup plus élevées que la plupart des autres phénomènes océaniques sous-jacents. Ainsi, les vagues de surface sont très difficiles à résoudre numériquement et ne sont donc traditionnellement pas résolues explicitement dans les modèles océaniques aux grandes échelles (échelle des bassins océaniques). On utilise ainsi souvent une représentation visuelle de la contrainte de cisaillement de l'atmosphère sur l'océan, plutôt qu'une représentation faisant état de ce dernier (Voir section 1.5 du chapitre 1 pour un meilleur résumé).

Par contre, depuis le début des années 1990, il existe des modèles spectraux pour obtenir des prévisions de vagues de surface dans le contexte de modèles régionaux (par exemple WAVEWATCH (Tolman, 2007) et WAM (The Wamdi Group, 1988).) En général, ces modèles ne rétroagissent pas avec les modèles atmosphérique et océanique qui les soutiennent, et sont utilisés à des fins de prévision uniquement. Des études récentes ont tenté d'évaluer l'effet des vagues en couplant de façon interactive ces modèles de vagues avec des modèles océanique et atmosphérique (Breivik et al., 2015; Shimura et al., 2017, par exemple). D'un point de vue océanique, ces études démontrent un effet important des vagues de surface sur le mélange vertical des traceurs (température, salinité, éléments chimiques) dans les couches supérieures de l'océan global (Breivik et al., 2015).

Toutefois, ces modèles globaux ne résolvant pas explicitement les tourbillons aux méso-échelles caractéristiques de la turbulence géostrophique, il est donc difficile d'évaluer l'influence des vagues sur le bilan de quantité de mouvement et le bilan d'énergie cinétique de l'océan.

Illustrées à la figure 1, des mesures de radiance prises au alentours du *Gulf Stream* par Rascle et al. (2016) semblent démontrer qu'il existe un lien direct entre la rugosité de la surface (et donc les vagues) et les courants sous-jacents. C'est pourquoi nous voulons voir si les vagues peuvent aussi elles-même interagir avec la dynamique sous-jacente et ainsi modifier le bilan énergétique de cette dernière.

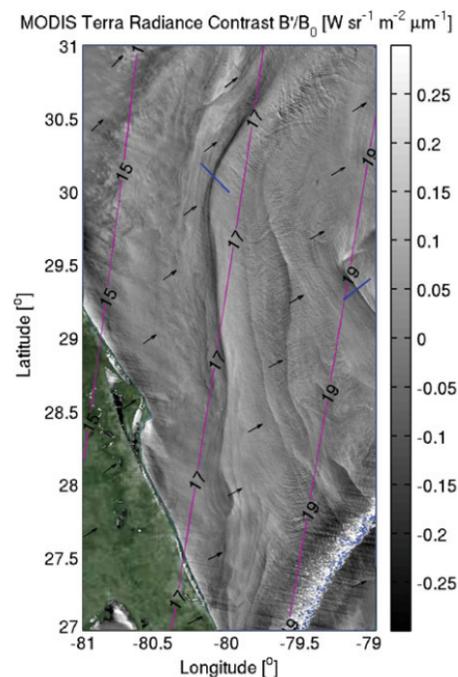


FIGURE 1: *Mesures de radiances prises par satellite aux alentours du Gulf Stream. Tirée de l'article de Rascle et al. (2016).*

Le but de ce projet de recherche consiste donc à coupler un modèle spectral de prévision des vagues avec un modèle en eau peu profonde et d'observer les effets sur la dynamique et le bilan énergétique de celui-ci. Pour se faire, nous réutilisons un modèle en eau peu profonde muni d'une couche d'Ekman non-linéaire indépendante développé dans le cadre de l'article de Chen et al. (2021). Nous faisons évoluer ce modèle pendant quelques années, en considérant les ressources numériques à notre disposition.

Ce mémoire est principalement divisé en quatre chapitres. Dans le premier chapitre, il sera question du cadre théorique entourant l'effet des vagues sur la dynamique du modèle en eau peu profonde et des océans en général. Ensuite, au second chapitre, nous ferons état des techniques employées pour coupler les deux modèles. Bien que cette section soit davantage orientée vers les défis techniques du couplage, j'y ai porté une attention particulière considérant le temps colossal que cette étape a représentée entre le début et la fin de ma maîtrise. Au troisième chapitre, nous parlerons de la méthodologie des expériences réalisées. Il est à mentionner que bien plus d'expériences ont été réalisées que celles présentées dans ce mémoire, mais nous présentons ultimement les plus intéressantes. Finalement, au quatrième chapitre, nous présentons notre analyse ainsi qu'une critique de nos résultats.

CHAPITRE I

CADRE THÉORIQUE

1.1 L'effet des vagues sur les équations du mouvement

Sans considérer l'effet des ondes à la surface, les équations du mouvement horizontales pour un système Boussinesq (Vallis, 2006) peuvent être écrites selon le système d'équations

$$\underbrace{\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}}_{\text{Évolution}} + \underbrace{(f + \zeta) \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}}_{\text{Coriolis \& Advection}} = \underbrace{-\nabla B}_{\text{Bernouilli}} + \underbrace{\mathbf{D}}_{\text{Dissipation}} + \underbrace{\frac{\boldsymbol{\tau}_a}{\rho_0 H}}_{\text{Vent}}, \quad (1.1)$$

où $\mathbf{u} = u\hat{\mathbf{i}} + v\hat{\mathbf{j}}$ est la vitesse horizontale, f est le paramètre de Coriolis et $\zeta = \hat{\mathbf{k}} \cdot \nabla \times \mathbf{u}$ est la vorticité relative. Du côté droit, le terme $-\nabla B$ représente le gradient de la fonction de Bernouilli. Cette dernière, qui illustre la relation entre l'énergie cinétique et la pression à l'intérieur du fluide p , est exprimée selon $B = p/\rho_0 + \mathbf{u}^2/2$ où p est la pression dans la colonne d'eau. Le paramètre ρ_0 représente la densité du fluide océanique. Le vecteur \mathbf{D} est un terme qui réunit tous les termes de dissipation, telle que la viscosité et le frottement au fond de l'eau, par exemple. Le dernier terme à droite de 1.1 représente le forçage extérieur associé au vent de sorte que $\boldsymbol{\tau}_a = c_d |\mathbf{u}_{10} - \mathbf{u}| (\mathbf{u}_{10} - \mathbf{u})$ est une contrainte de cisaillement où \mathbf{u}_{10} est la vitesse du vent à 10m au dessus de la surface de l'eau et c_d est un coefficient de traînée qui dépend entre autres de la rugosité de la surface. D'autres représentations de la contrainte de cisaillement atmosphérique existent, comme nous le verrons à la section 1.5. Notons qu'au long de ce mémoire, les annotations « S » seront utilisées pour associer les variables, telles que le courant, à la dérive de Stokes.

L'introduction des vagues influence les équations du mouvement de deux manières : (i) en introduisant une dérive de Stokes, \mathbf{u}_S et (ii) en modifiant la contrainte du vent à la surface,

τ_a . En considérant ces deux effets, on note l'ajout de trois termes à l'équation 1.1, ainsi qu'un changement dans le transfert de momentum associé au vent,

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (f + \zeta) \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u} + \underbrace{f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S}_{\text{Stokes-Coriolis}} + \underbrace{\zeta \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S}_{\text{Craig-Leibovich}} = -\nabla B_S + \underbrace{\frac{\tau_{oc}}{\rho_0 H}}_{\text{Vent}} + \mathbf{D}. \quad (1.2)$$

L'ajout de la dérive de Stokes \mathbf{u}_S vient en premier lieu introduire un terme de dérive de Stokes dans notre fonction de Bernoulli, de sorte que la nouvelle fonction de Bernoulli (B_S) s'exprime par $B_S = B + \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}_S + \mathbf{u}_S^2/2$. Deuxièmement, on voit l'ajout des termes de Stokes-Coriolis (Hasselmann, 1970) et Craig-Leibovich (Craig and Leibovich, 1976; Leibovich, 1980). Notons que les termes $\zeta_s \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}$ et $\zeta_s \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S$ sont habituellement négligés dans l'équation 1.2. Pour sa part, la contrainte de cisaillement du vent τ_a est modifiée à son tour par deux effets (Breivik et al., 2015) : (i) la rugosité de la surface induite par les vagues modifie la contrainte atmosphère-ocean, τ_a et (ii) le déferlement des vagues modifie la contrainte atmosphère-vagues et vagues-océan, $\tau_{in} + \tau_{ds}$. La contrainte atmosphère-vagues (τ_{in}) est le transfert de momentum induite dans le champ de vagues et la contrainte vagues-océan (τ_{ds}) représente la dissipation de cette énergie dans la circulation sous-jacente. Ensemble, ces deux effets modifient la contrainte atmosphérique de sorte que

$$\tau_{oc} = \tau_a - \tau_{in} - \tau_{ds}, \quad (1.3)$$

où τ_{ds} est défini comme une quantité purement négative.

En somme, notre étude concerne trois effets principaux des vagues : (i) la rugosité de la surface, (ii) le déferlement des vagues et (iii) la dérive de Stokes.

1.2 La dynamique interne d'un modèle à couche imbriquée

Le principal défi méthodologique de ce projet de recherche consiste à coupler de manière rétroactive un modèle de circulation océanique et un modèle spectral de prévision des vagues. Au cours de cette section, il sera donc question du fonctionnement du modèle à couche imbriquée utilisé pour le couplage avec Wavewatch III. Mentionnons que certaines subtilités seront absentes de cette description. Une description explicite du modèle à couche imbriquée est présentée dans le mémoire de maîtrise de madame Yanxu Chen (Chen, 2019, p.16-27).

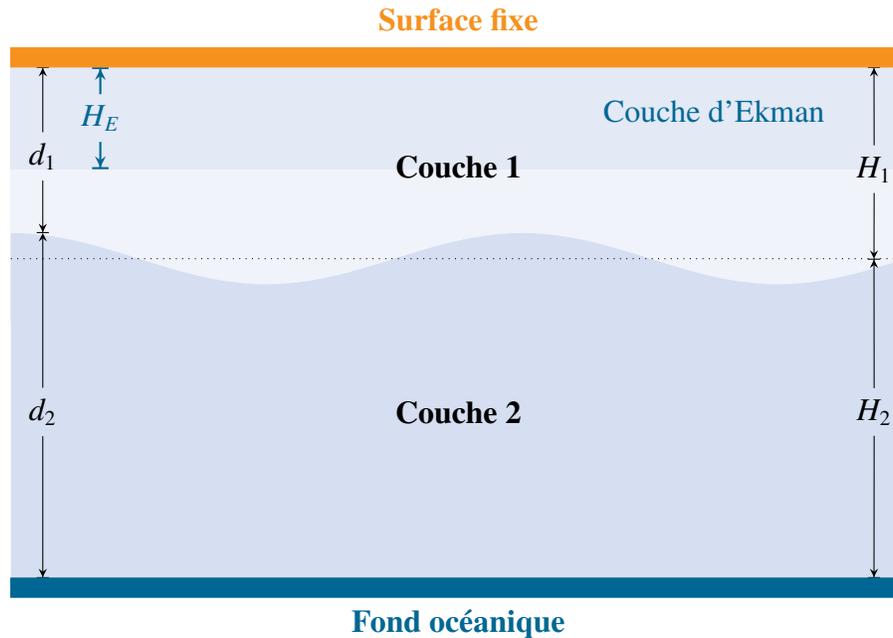


FIGURE 2: Représentation en coupe verticale du modèle à couche imbriquée à l'intérieur du modèle en eau peu profonde.

Concrètement, le modèle de circulation océanique utilisé est un modèle en eau peu profonde (traduction francophone de *shallow water model*) à deux couches couplé par l'équation de masse à une couche d'Ekman imbriquée dans la couche de surface. Ce dernier a été développé par les auteurs de Chen et al. (2021) en construisant sur les travaux de Weller (1982)

et Wenegrat et al. (2018). Le mot *slab* réfère justement à cette couche imbriquée dans la première couche du modèle, comme illustré dans un schéma en coupe verticale à la figure 2.

La couche imbriquée est une interprétation directe de la couche d'Ekman. C'est donc elle qui subit l'effet direct du vent, des vagues ou de toutes autres forces qui pourraient s'appliquer à la surface de l'océan. C'est pourquoi, au long du texte, nous ferons régulièrement mention de cette couche comme étant la couche d'Ekman ; les annotations « E » dénoteront qu'une variable est justement associée à cette couche.

Les deux autres couches, soit les couche 1 et 2 du modèle en eau peu profonde, représentent la circulation océanique sous-jacente. Comme la couche d'Ekman possède une épaisseur fixe ($H_E = 50\text{m}$), cette dernière n'a pas la possibilité d'interagir avec la première couche par la variation d'une interface η_E , contrairement aux couches 1 et 2 du modèle en eau peu profonde. C'est pourquoi, dans un modèle à couche imbriquée, la couche d'Ekman interagit seulement avec la première couche à partir de l'équation de masse (équation 1.7 plus bas). Mathématiquement, l'équation du mouvement pour la couche d'Ekman est illustrée par le mode S2 de l'article de Chen et al. (2021), ce qui signifie concrètement qu'il y a la présence de termes d'auto-advection de la couche d'Ekman. Ainsi,

$$\frac{\partial \mathbf{U}_E}{\partial t} + \underbrace{\frac{1}{H_E} (\mathbf{U}_E \cdot \nabla) \mathbf{U}_E + (\mathbf{U}_E \cdot \nabla) \mathbf{u}_1 + (\mathbf{u}_1 \cdot \nabla) \mathbf{U}_E}_{\text{Auto-advection}} + f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{U}_E = \frac{\boldsymbol{\tau}_a}{\rho_o} + \mathbf{D}_E, \quad (1.4)$$

où, \mathbf{U}_E représente le transport associé au courant dans la couche d'Ekman, \mathbf{u}_1 est la vitesse du courant dans la première couche du modèle en eau peu profonde, $\boldsymbol{\tau}_a$ représente la contrainte de cisaillement atmosphérique à la surface, ρ_o est la densité de l'eau et \mathbf{D}_E est un vecteur qui réunit tous les termes de dissipation.

De leur coté, les couches 1 et 2 du modèle en eau peu profonde satisfont les équations

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} = -(f + \zeta_1) \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_1 - \frac{1}{2} \nabla(\mathbf{u}_1^2) + \mathbf{D}_1 - \nabla\phi_1, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial t} = -(f + \zeta_2) \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_2 - \frac{1}{2} \nabla(\mathbf{u}_2^2) + \mathbf{D}_2 - \nabla\phi_2, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} d_1 + \nabla \cdot (d_1 \mathbf{u}_1) = -(\nabla \cdot \mathbf{U}_E), \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} d_2 + \nabla \cdot (d_2 \mathbf{u}_2) = 0. \quad (1.8)$$

Dans les équations précédentes, $\nabla\phi_1$ et $\nabla\phi_2$ représentent respectivement les gradients de pression aux interfaces, soit $\phi_1 = \rho_0^{-1} p_s$ pour la surface fixe et $\phi_2 = \phi_1 + g'\eta$ pour l'interface entre les couches 1 et 2. La variable p_s dénote le champ de pression à la surface et g' est la gravité réduite à l'interface entre les couches 1 et 2. Rappelons que la surface de la première couche est fixe (comme illustré à la figure 2). Concrètement, l'ajout de cette surface fixe se traduit mathématiquement par

$$\underbrace{d_1 + d_2}_{\text{Variables}} = H = \underbrace{H_1 + H_2}_{\text{Constante}}, \quad (1.9)$$

où les variables $d_{1,2}$ dénotent l'épaisseur en constante évolution des deux couches du modèle en eau peu profonde, tandis que les paramètres $H_{1,2}$ dénotent l'épaisseur de référence des mêmes couches. Finalement, la variable associée à la pression de surface $\nabla\rho_0^{-1} p_s$ vient remplacer le gradient de pression associé à la variation de l'interface normalement associée aux modèles en eau peu profonde dans l'équation 1.5, soit $g\nabla\eta_1$. En effet, pour limiter les mouvements verticaux de la première couche, le plafond exerce une force sur la surface (Vallis, 2006, p.108), ce qui se traduit par le gradient de pression $\nabla\phi_1 = \rho_0^{-1} \nabla p_s$.

Notons que le transport d'Ekman intervient directement dans le côté droit de l'équation 1.7. Rappelons donc que c'est par l'équation de masse que la couche d'Ekman est couplée aux couches sous-jacentes.

1.3 Discrétisation numérique du modèle en eau peu profonde et solution du gradient de pression à la surface

Dans cette section, il sera question du fonctionnement numérique du modèle en eau peu profonde et de son comportement avec la couche d'Ekman imbriquée à sa surface. Bien que largement différente, la documentation du MITgcm offre un bref aperçu du fonctionnement d'un modèle en eau peu profonde, c'est pourquoi une bonne partie de cette section en est inspirée (MITgcm group, 2018).

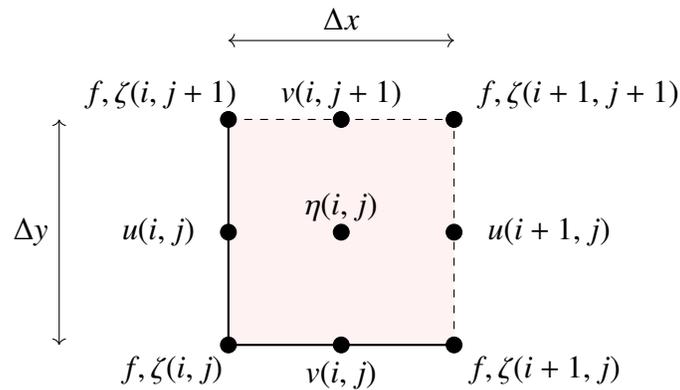


FIGURE 3: Représentation du schéma numérique du modèle en eau peu profonde. Type de grille Arakawa-C.

Le modèle numérique en eau peu profonde proposé dans l'article de Chen et al. (2021) emploie une grille de type Arakawa-C (figure 3). Numériquement, les éléments des équations du mouvement 1.5 et 1.6, ainsi que l'équation de continuité pour le système (1.7) peuvent être

discrétisées selon le système d'équations

$$\text{(Couche 1)} \quad \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right) = G_{1,u}, \quad \left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right) = G_{1,v}; \quad (1.10a)$$

$$\text{(Couche 2)} \quad \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right) = G_{2,u}, \quad \left(\frac{\partial v_2}{\partial t} + \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \right) = G_{2,v}; \quad (1.10b)$$

$$\text{(Continuité)} \quad \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) = \frac{-1}{H_E} \underbrace{\left(\frac{\partial U_E}{\partial x} + \frac{\partial V_E}{\partial y} \right)}_{w_{Ek}}, \quad (1.10c)$$

où ϕ_1 est relié au champ de pression à la surface par $\phi_1 = \rho_o^{-1} p_s$. On note la présence de ϕ_1 dans les équations pour les deux couches (1.10a et 1.10b), car il est toujours possible d'extraire le champ de pression à la surface à l'aide de $\phi_2 = \phi_1 + g'\eta$. De leur côté, les variables $G_{u,v}$ sont des termes valise qui incorporent tous les autres termes qui seront pris en charge de manière explicite (donc Coriolis, advection, Bernouilli, viscosité, etc). Les variables U_E et V_E représentent les transports associés à la couche d'Ekman. Mentionnons que la divergence horizontale de \mathbf{U}_E se traduit par un w_{Ek} , comme illustré à l'équation 1.10c.

Il est possible d'intégrer l'équation de continuité (1.10c) sur toute la colonne d'eau pour obtenir une équation qui décrit le comportement du transport dans chaque couche, soit

$$\left(\frac{\partial(d_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(d_2 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial U_E}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial(d_1 v_1)}{\partial y} + \frac{\partial(d_2 v_2)}{\partial y} + \frac{\partial V_E}{\partial y} \right) = 0. \quad (1.11)$$

Maintenant, on peut représenter les équations 1.10a, 1.10b et 1.11 sous la forme numérique d'un système d'équations explicites à l'aide de la méthode des différences finies, soit

$$(C1) \quad u_1^{t+1} + \Delta t \frac{\partial}{\partial x}(\phi_1^{t+1}) = u_1^t + \Delta t G_{1,u}^{t+1/2}, \quad v_1^{t+1} + \Delta t \frac{\partial}{\partial y}(\phi_1^{t+1}) = v_1^t + \Delta t G_{1,v}^{t+1/2}; \quad (1.12a)$$

$$(C2) \quad u_2^{t+1} + \Delta t \frac{\partial}{\partial x}(\phi_1^{t+1}) = u_2^t + \Delta t G_{2,u}^{t+1/2}, \quad v_2^{t+1} + \Delta t \frac{\partial}{\partial y}(\phi_1^{t+1}) = v_2^t + \Delta t G_{2,v}^{t+1/2}; \quad (1.12b)$$

$$(Cont.) \quad \frac{\partial}{\partial x}(d_1^{t+1}u_1^{t+1} + d_2^{t+1}u_2^{t+1} + U_E^{t+1}) + \frac{\partial}{\partial y}(d_1^{t+1}v_1^{t+1} + d_2^{t+1}v_2^{t+1} + V_E^{t+1}) = 0. \quad (1.12c)$$

Précisons que l'exposant décrit la position dans le temps selon t , tandis que la valeur au pied décrit le numéro de la couche. Mentionnons aussi que U_E^{t+1} et V_E^{t+1} ont été préalablement propagés de manière eulérienne à l'aide de l'équation 1.4. Pour simplifier la notation, nous ferons référence aux termes calculés de manière implicite par $\widehat{u}_1, \widehat{v}_1, \widehat{u}_2$ et \widehat{v}_2 , soit

$$(Couche 1) \quad \widehat{u}_1 = u_1^t + \Delta t G_{1,u}^{t+1/2}, \quad \widehat{v}_1 = v_1^t + \Delta t G_{1,v}^{t+1/2}, \quad (1.13a)$$

$$(Couche 2) \quad \widehat{u}_2 = u_2^t + \Delta t G_{2,u}^{t+1/2}, \quad \widehat{v}_2 = v_2^t + \Delta t G_{2,v}^{t+1/2}. \quad (1.13b)$$

En substituant les équations 1.12a et 1.12b dans 1.12c, nous parvenons enfin à la forme elliptique désirée, soit

$$\overbrace{\Delta t \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\phi_1^{t+1}) + \Delta t \frac{\partial^2}{\partial y^2}(\phi_1^{t+1})}^{Inconnu} = \overbrace{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x}(d_1^t \widehat{u}_1 + d_2^t \widehat{u}_2 + U_E^{t+1}) + \frac{\partial}{\partial y}(d_1^t \widehat{v}_1 + d_2^t \widehat{v}_2 + V_E^{t+1}) \right)}^{Connu}. \quad (1.14)$$

L'équation 1.14 est une équation partielle différentielle de second ordre. Plus précisément, c'est une équation de Poisson, faisant partie de la famille des équations elliptiques. Sachant cette information, il est possible de trouver la valeur de ϕ_1^{t+1} à l'aide d'un solveur d'équations elliptiques. Une fois trouvée, on obtient finalement le champs de vitesse $t + 1$ en faisant l'opération inverse (équations 1.12a et 1.12b), soit

$$(Couche 1) \quad u_1^{t+1} = \widehat{u}_1 - \Delta t \frac{\partial}{\partial x} \phi_1^{t+1}; \quad v_1^{t+1} = \widehat{v}_1 - \Delta t \frac{\partial}{\partial y} \phi_1^{t+1}. \quad (1.15a)$$

$$(Couche 2) \quad u_2^{t+1} = \widehat{u}_2 - \Delta t \frac{\partial}{\partial x} \phi_2^{t+1}; \quad v_2^{t+1} = \widehat{v}_2 - \Delta t \frac{\partial}{\partial y} \phi_2^{t+1}. \quad (1.15b)$$

Les 4 étapes de l'intégration semi-explicite de nos équations du mouvement peuvent être résumées comme suit :

1. En premier lieu, on calcule de manière explicite $\widehat{u}_1, \widehat{v}_1, \widehat{u}_2$ et \widehat{v}_2 ;
2. Par la suite, on peut déterminer le côté droit de l'équation 1.14 ;
3. On trouve la valeur du gradient de pression $\nabla\phi_1$ en tous points à l'aide du solveur elliptique ;
4. On recombine avec les équations 1.15a et 1.15b pour trouver $u_1^{t+1}, v_1^{t+1}, u_2^{t+1}$ et v_2^{t+1} .

1.4 L'ajout de la dérive de Stokes sur les équations en eau peu profondes munies d'une couche d'Ekman imbriquée

Le résumé de Suzuki and Fox-Kemper (2016) *Understanding Stokes forces in the wave-averaged equations* offre une très belle interprétation des différents forçages associés à la dérive de Stokes sur les équations du mouvement. Dans cette section, nous utiliserons les travaux de ces derniers pour représenter de manière légitime l'impact des vagues sur les équations du mouvement en eau peu profonde sous l'effet d'une couche d'Ekman imbriquée. En premier lieu, nous visiterons les équations Boussinesq associées aux vagues proposées par Suzuki and Fox-Kemper (2016) et nous retrouverons le système d'équations 1.2. Ensuite, nous développerons ces dernières dans le but d'obtenir un système d'équations en eau peu profonde muni des vagues. Finalement, les équations seront séparées entre différentes couches de manière à obtenir, d'un côté, les équations pour la couche d'Ekman et de l'autre les équations du modèle en eau peu profonde.

Suzuki and Fox-Kemper (2016) proposent d'utiliser le même système d'équations Boussinesq qu'à l'équation (1.1), mais avec l'ajout de propriétés émergentes associées aux vagues. Deux éléments sont importants pour légitimer l'utilisation de ce système d'équations :

- (i) Les équations sont moyennées sur de courtes périodes, de l'ordre de celle des vagues.

Pour un spectre de vagues en mer bien développé, on parle de périodes oscillant généralement entre 10 et 13 secondes (Pierson Jr and Moskowitz, 1964). Par conséquent, nos équations ne subissent pas vraiment l'effet des vagues en tant que tel, mais plutôt leur propriétés émergentes. Cette approximation est particulièrement efficace lorsqu'on étudie la haute mer, en opposition au rivage où les effets non-linéaires sont bien plus importants et les périodes caractéristiques sont moins longues ;

- (ii) Ensuite, l'ajout de la dérive de Stokes est vue comme une correction lagrangienne de notre écoulement lorsque moyennée sur de petites périodes (de l'ordre de celles des vagues) (Suzuki and Fox-Kemper, 2016). Mathématiquement, ceci se traduit par la relation

$$\mathbf{u}_L = \mathbf{u} + \mathbf{u}_S, \quad (1.16)$$

où \mathbf{u}_L est la vitesse lagrangienne, \mathbf{u} la vitesse eulérienne de notre écoulement et \mathbf{u}_S est la dérive de Stokes moyennée sur la période des vagues. Pour s'en convaincre, le lecteur est invité à lire le développement offert par Leibovich (1980) et Holm (1996). Ce dernier fait un intéressant parallèle avec les fluide sous forme de plasma subissant l'influence de champs magnétiques et les cellules de Langmuir sous l'effet de la dérive de Stokes.

Ces deux constats nous permettent de poser les équations Boussinesq moyennées sur la période des vagues, communément appelé par l'acronyme *WAB* pour *Wave-Averaged Boussinesq equations* (Suzuki and Fox-Kemper, 2016; Holm, 1996; Leibovich, 1980). Ces dernières sont illustrées par

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (f\hat{\mathbf{k}} + \nabla \times \mathbf{u}) \times \mathbf{u}_L = -\nabla B + \frac{\tau_{oc}}{\rho H_E} + \mathbf{D}, \quad \text{où} \quad B_S = \frac{1}{\rho_o} p + \frac{1}{2} |\mathbf{u}_L|^2. \quad (1.17)$$

On note essentiellement deux différences par rapport à l'équation 1.1, soit l'ajout de \mathbf{u}_L dans le terme de rotation et dans le terme de la fonction de Bernouilli. Comme nos équations décrivent un écoulement en deux dimensions et pour épargner un peu d'encre à l'UQAR, le rotationnel du courant $\nabla \times \mathbf{u}$ sera remplacé par $\zeta \hat{\mathbf{k}}$, dans les équations suivantes. Notons

qu'en raison de la différence d'échelle, on peut assumer que le terme $\nabla \times \mathbf{u}_L \sim \nabla \times \mathbf{u}$ dans l'équation 1.17. Cette approximation est faite pendant le développement des équations du mouvement associé à la dérive de Stokes par Leibovich (1980). Il en résulte qu'aucun terme en $\zeta_S \hat{\mathbf{k}}$ n'apparaîtra dans les équations suivantes.

Commençons par développer (1.17) à l'aide de la relation (1.16). L'équation 1.17 devient

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (f + \zeta) \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u} + f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S + \zeta \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S = -\nabla B_S + \frac{\tau_{oc}}{\rho H_E} + \mathbf{D}, \quad (1.18)$$

$$\text{où } B_S = \frac{1}{\rho_o} p + \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2 + \frac{1}{2} |\mathbf{u}_S|^2 + \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}_S.$$

Un lecteur avisé reconnaîtrait ici l'équation 1.2 présentée à la section 1.1.

Maintenant, il est prioritaire de pouvoir passer d'un système Boussinesq à un système d'équations en eau peu profonde. Dans un système en eau peu profonde, la pression est divisée en deux composantes : une composante verticale, donnée par l'intégrale de l'équation hydrostatique, et une composante horizontale (Vallis, 2006, p.106). Soit

$$\int^H \left[\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_o g \right] dz \longrightarrow p(x, y, z, t) = -\rho_o g z + p_h(x, y, t). \quad (1.19)$$

où p_h est la composante horizontale de la pression. Généralement, le gradient de pression horizontal ∇p_h serait donné par les déplacements verticaux de l'interface (η_s) de sorte que $\nabla p_h = \rho_o g \nabla_h \eta_s$, mais nous appliquons une surface fixe sur la limite supérieure de notre modèle (voir figure 2). Par conséquent, il doit y avoir un gradient de pression à la surface qui pousse sur la colonne d'eau pour s'assurer que $\eta_s(x, y, t) = 0$ en tout point (Vallis, 2006, p.108). Ceci se traduit par

$$p(x, y, z, t) = -\rho_o g z + p_s(x, y, t), \quad (1.20)$$

où p_s est tout simplement la pression exercée à la surface. Finalement, la composante verticale de la pression viendra annuler le terme de flottabilité pour l'équation en z en définit par $b = \frac{\partial p}{\partial z}$. On obtient donc les équations en eau peu profonde munies de la dérive de Stokes, soit

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (f + \zeta) \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u} + f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S + \zeta \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S = -\nabla B_S + \frac{\boldsymbol{\tau}_{oc}}{\rho_o H_E} + \mathbf{D}, \quad (1.21)$$

$$\text{où } B_S = \frac{1}{\rho_o} p_s + \frac{1}{2} |\mathbf{u}|^2 + \frac{1}{2} |\mathbf{u}_S|^2 + \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}_S.$$

Maintenant, pour obtenir un système d'équations similaire à celui de Chen et al. (2021), il faut décomposer notre écoulement en deux parties, la première sera associée à l'écoulement de la première couche du modèle en eau peu profonde (\mathbf{u}_1) et la seconde à l'écoulement dans la couche d'Ekman (\mathbf{U}_E),

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{U}_E/H_E. \quad (1.22)$$

Commençons par substituer (1.22) dans (1.21). Après une démarche laborieuse, on obtient les équations du mouvement suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} + \left(\frac{1}{H_E} \right) \frac{\partial \mathbf{U}_E}{\partial t} &= -[\nabla \times (\mathbf{u}_1 + \mathbf{U}_E/H_E)] \times \mathbf{u}_S - (\nabla \times \mathbf{u}_1) \times \mathbf{u}_1 \\ &\quad - (\nabla \times \mathbf{U}_E/H_E) \times \mathbf{u}_1 - (\nabla \times \mathbf{u}_1) \times \mathbf{U}_E/H_E - (\nabla \times \mathbf{U}_E/H_E) \times \mathbf{U}_E/H_E \\ &\quad - f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_1 - f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{U}_E/H_E - f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_S \\ &\quad - \frac{1}{2} \nabla \left(\mathbf{u}_1^2 + \mathbf{U}_E^2/H_E^2 + \mathbf{u}_S^2 + 2(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_S) + 2(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{U}_E/H_E) + 2(\mathbf{u}_S \cdot \mathbf{U}_E/H_E) \right) \\ &\quad + \mathbf{D} + \frac{\boldsymbol{\tau}_{oc}}{\rho_o H_E} - \frac{1}{\rho_o} \nabla p_s. \end{aligned} \quad (1.23)$$

À l'équation 1.23, on retrouve en **bleu** tous les termes liés au transport dans la couche d'Ekman (\mathbf{U}_E); en **orange**, tous les termes liés à la dérive de Stokes (\mathbf{u}_S) et en **noir**, tous les termes principalement reliés à la première couche.

Nous pouvons séparer (1.23) en deux équations de manière à retrouver tous les termes

associés à la couche d'Ekman et la dérive de Stokes d'un côté (1.24) et tous les termes associés à la première couche de l'autre (1.25). Par définition, le transport de Stokes est relié à la dérive de Stokes par $\mathbf{U}_S = H_E \mathbf{u}_S$, on obtient donc le système d'équations

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{U}_E}{\partial t} = & - (\nabla \times \mathbf{U}_E) \times \mathbf{u}_1 - (\nabla \times \mathbf{u}_1) \times \mathbf{U}_E - (\nabla \times \mathbf{U}_E/H_E) \times \mathbf{U}_E - [\nabla \times (\mathbf{u}_1 + \mathbf{U}_E/H_E)] \times \mathbf{U}_S \\ & - \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{U}_E^2/H_E + 2(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{U}_E)) - \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{U}_S^2/H_E + 2(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{U}_S) + 2(\mathbf{U}_S \cdot \mathbf{U}_E/H_E)) \\ & - f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{U}_E - f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{U}_S + \frac{\tau_{oc}}{\rho_o H_E} + \mathbf{D}_E, \end{aligned} \quad (1.24)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} = - (\nabla \times \mathbf{u}_1) \times \mathbf{u}_1 - f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_1 - \frac{1}{2} \nabla (\mathbf{u}_1^2) + \mathbf{D}_1 - \frac{1}{\rho_o} \nabla p_s. \quad (1.25)$$

L'équation de la couche d'Ekman (1.24) contient ainsi tous les termes de l'équation 1.4, soit le mode S2 de l'article de Chen et al. (2021) (en bleu) en plus des termes associés à la dérive de Stokes (en orange). De son côté, l'équation 1.25 (en noir) est exactement la même que celle de la première couche (1.5) pour les mêmes auteurs. Le résultat est un système d'équation à la fois adapté à l'inclusion des vagues par la dérive de Stokes et à la fois très similaire au mode S2 proposé dans l'article. Nous ferons référence aux trois termes identifiés en orange dans l'équation 1.24 par la dénomination

$$\text{(Craik-Leibovich)} \quad - [\nabla \times (\mathbf{u}_1 + \mathbf{U}_E/H_E)] \times \mathbf{U}_S, \quad (1.26a)$$

$$\text{(Stokes-Coriolis)} \quad - f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{U}_S, \quad (1.26b)$$

$$\text{(Bernouilli couplée)} \quad - (1/2) \nabla \cdot (\mathbf{U}_S^2/H_E + (\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{U}_S) + 2(\mathbf{U}_S \cdot \mathbf{U}_E/H_E)). \quad (1.26c)$$

1.5 La contrainte de cisaillement de l'atmosphère

Plusieurs méthodes sont généralement considérées comme adéquates pour estimer la contrainte de cisaillement de l'atmosphère à la surface de l'océan (τ_a). Par contre, le but de ce projet de recherche sera d'aller légèrement plus loin que les méthodes traditionnellement employées. Nous ferons donc une revue des méthodes précédemment employés pour simuler

ou paramétrer l'effet des vagues.

1.5.1 Contrainte de cisaillement quadratique

Traditionnellement, l'apport de quantité de mouvement par l'atmosphère vers l'océan était estimé à l'aide de l'approximation quadratique suivante,

$$\boldsymbol{\tau}_a = \rho_a c_d |\mathbf{u}_{10} - \mathbf{u}_o| (\mathbf{u}_{10} - \mathbf{u}_o), \quad (1.27)$$

où \mathbf{u}_{10} est la vitesse du vent à $z = 10$ m; \mathbf{u}_o , la vitesse de surface de l'océan; ρ_a , la densité atmosphérique et c_d (environ 1.1×10^{-3}), le coefficient de traînée (*drag coefficient*). La contrainte de cisaillement (1.27) abandonne tous les effets qui pourraient être liés aux ondes gravitationnelles de surface, car elle ne reflète que les effets associés au frottement visqueux à l'interface. En moyenne, il est raisonnable de mentionner que les vitesses atmosphériques sont bien plus grandes que celles de l'océan, il est donc convenable d'assumer que $\mathbf{u}_{10} \gg \mathbf{u}_o \Rightarrow (\mathbf{u}_{10} - \mathbf{u}_o) \sim \mathbf{u}_{10}$. Ainsi, l'équation 1.27 se simplifie sous la forme proposée par Gill (1982)[p.29],

$$\boldsymbol{\tau}_a = \rho_a c_d |\mathbf{u}_{10}| \mathbf{u}_{10}. \quad (1.28)$$

Malgré tout, Duhaut and Straub (2006) ont démontré qu'on obtient des résultats significativement différents sur le transfert d'énergie à long terme en prenant une contrainte de cisaillement dépendante du courant (1.27) en opposition avec une contrainte uniquement basée sur le vent (1.28). C'est pourquoi, l'utilisation d'un modèle de génération de vagues, qui prend en compte cet écart, devient intéressant.

Dans plusieurs domaines, particulièrement en ingénierie, il est judicieux d'employer un coefficient de traînée statique disponible publiquement dans des tables de calcul. Par contre, pour ce qui est de l'étude des vagues, un coefficient de traînée dynamique doit prendre en

compte l'effet de l'entraînement des vagues par le vent. Pour des vitesses au-delà de 6 m/s, Gill (1982) [p.29] propose donc un coefficient de traînée c_d donnée par la relation empirique

$$10^3 c_d = 0.61 + 0.063|\mathbf{u}_{10}|. \quad (1.29)$$

1.5.2 Modulation du coefficient de traînée par les vagues

Historiquement, le coefficient de traînée s'est complexifié pour mieux encadrer les données empiriques lors de conditions extrêmes (ouragans, typhons, etc). Dans le même ouvrage, Gill (1982) [p.30] illustre le coefficient de traînée à l'aide de la rugosité de l'interface z_0 (traduction francophone de *Roughness Length*), d'où les équations

$$c_d = \left[\frac{\kappa}{\ln(10/z_0)} \right]^2 \quad \text{et} \quad z_0 = \frac{\gamma_{\text{ch}} c_d |\mathbf{u}_{10}|^2}{g}, \quad (1.30)$$

où κ est la constante de Von Karman, γ_{ch} est le coefficient de Charnock (estimé à ~ 0.0185 à l'époque). La rugosité de l'interface z_0 est considérée comme une mesure de la rugosité de l'interface océan-atmosphère. Il est aussi possible d'interpréter la valeur de cette variable comme étant la hauteur à partir de l'interface à laquelle la vitesse du vent serait nulle comme cette dernière suit un profil logarithmique en z , de la forme

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[\frac{z}{z_0} \right], \quad (1.31)$$

comme proposé par Charnock (1955). À noter, dans (1.30), c_d est dépendant de lui-même, ce qui impose l'évaluation de cette équation transcendante par méthode numérique (Gill, 1982; Wu, 1982).

De ces derniers concepts, il est possible d'en tirer la notion de vitesse de frottement \mathbf{u}_* (*friction velocity*), qui représente plus intuitivement la relation entre le cisaillement des vitesses et l'effet des vagues. De cette manière, la contrainte de cisaillement atmosphérique

peut être ré-écrite par la forme

$$\boxed{\boldsymbol{\tau}_a = \rho_a \mathbf{u}_* |\mathbf{u}_*|} \quad \text{où} \quad \mathbf{u}_* = \sqrt{c_d} \mathbf{u}_{10}. \quad (1.32)$$

Comme Breivik et al. (2015), c'est la forme que nous utilisons pour notre modélisation. À l'interne, Wavewatch III trouve la vitesse de frottement à l'aide des équations

$$\mathbf{u}_*^2 = \frac{z_0}{\gamma_{ch}} g \quad \text{où} \quad \gamma_{ch} = \frac{\tilde{\gamma}_{ch}}{\sqrt{1 - \tau_{in}/\tau_{ds}}}, \quad (1.33)$$

où $\tilde{\gamma}_{ch}$ est environ 0.006 et γ_{ch} est maintenant dépendant de l'activité du champ de vagues (Breivik et al., 2015).

Comme la vitesse de frottement \mathbf{u}_* est dépendante de l'état du champ de vagues par τ_{in}/τ_{ds} , le coefficient c_d est aussi dépendant des courants sous-jacents de manière indirecte, soit par l'advection et la dispersion des vagues par un modèle numérique tel que Wavewatch III. Le modèle de vagues vient moduler τ_{in} et τ_{ds} en fonction de l'état du champ de vagues qui, à son tour, a été modulé par la circulation sous-jacente, ce qui illustre la nécessité du modèle Wavewatch III pour réaliser ces calculs.

1.6 Aperçu théorique des modèles spectraux de génération de vagues

Les modèles spectraux de génération de vagues assignent un spectre d'énergie à tous les points d'un domaine et font évoluer cette quantité dans le temps en terme de propagation, dispersion et de forçage. Le modèle Wavewatch III fait évoluer l'action du champ de vagues (*wave action density spectrum*) qui représente le spectre d'énergie divisé par la fréquence relative en radian (σ), soit $N(\mathbf{x}, t, k, \theta, \sigma)$ (Tolman, 2007). Les vagues satisfont la relation de dispersion

$$\sigma^2 = gk \tan(kd), \quad (1.34)$$

où d est la profondeur de l'eau et k est la valeur du nombre d'onde. Lorsque la profondeur de l'eau d est très grande par rapport à la taille des vagues, comme dans le cas de cette étude, on peut dire que

$$d \gg |k| \Rightarrow \lim_{d \rightarrow \infty} \sigma^2 = gk. \quad (1.35)$$

Ce qui nous permet d'éliminer la fréquence comme variable indépendante dans $N(\mathbf{x}, t, k, \theta, \sigma)$ pour avoir $N(\mathbf{x}, t, k, \theta)$. La fréquence absolue est plutôt donnée par

$$\omega = \sigma + \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}', \quad (1.36)$$

où \mathbf{U}' est la vitesse du courant moyennée en temps et profondeur sur l'échelle des vagues individuelles (Tolman, 2007). Comme mentionné plus tôt, on parle d'échelle entre 10 et 13 seconde pour un spectre de vagues de Pearson-Moscowitz en haute mer (Pierson Jr and Moskowitz, 1964).

L'équation d'évolution de l'action des vagues est donnée par

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \underbrace{\nabla_x \cdot (\dot{\mathbf{x}}N)}_{\text{Propagation physique}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial k}(\dot{k}N)}_{\text{Dispersion frontale}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial \theta}(\dot{\theta}N)}_{\text{Dispersion latérale}} = \underbrace{\frac{S}{\sigma}}_{\text{Termes source}}, \quad (1.37)$$

où les variables sont définies par

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{c}_g + \mathbf{U}', \quad (1.38a)$$

$$\dot{k} = -\frac{\partial \sigma}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial d} - \mathbf{k} \cdot \frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial s}, \quad (1.38b)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{1}{k} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\partial d}{\partial m} + \mathbf{k} \cdot \frac{\partial \mathbf{U}'}{\partial m} \right]. \quad (1.38c)$$

Ici, la variable « s » est définie comme une coordonnée perpendiculaire au front d'onde, tandis que m est alignée avec le front d'onde. La variable d représente la profondeur, \mathbf{k} est le vecteur de nombre d'onde, \mathbf{c}_g est le vecteur de vitesse de groupe et S représente l'ensemble

des termes source qu'on pourrait rajouter à Wavewatch III, telle que la dispersion par les glaces, un forçage supplémentaire ou des interactions non-linéaires, par exemple. Dans le cas qui nous intéresse, nous retrouvons ainsi dans les termes sources les interactions associées au *whitecapping*, à l'injection d'énergie dans le champ de vagues, à la dissipation de l'énergie par le champ de vagues et aux interactions non-linéaires entre les vagues elles-mêmes.

CHAPITRE II

MÉTHODOLOGIE DU COUPLAGE

2.1 Mise en Contexte

Le modèle Wavewatch III fournit deux quantités importantes au modèle à couche imbriquée, soit le transport associé à la dérive de Stokes \mathbf{U}_S et la nouvelle contrainte de cisaillement atmosphérique τ_{oc} . Comme mentionné précédemment, τ_{oc} représente le cisaillement atmosphérique τ_a modifiée par l'action des vagues. En contrepartie, le modèle en eau peu profonde offrira au modèle de vagues la valeur du courant à la surface, nominalement $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_E$ (figure 4).

Comme il a été construit, le modèle en eau peu profonde est périodique dans les deux dimensions, contrairement au modèle Wavewatch III. C'est pourquoi nous devons utiliser quelques artifices numériques dans le but de simuler la périodicité du modèle de propagation de vagues à la surface de notre modèle à couche imbriquée.

2.2 Ajout de points fantôme aux frontières est-ouest de Wavewatch III

Comme mentionné précédemment, le modèle Wavewatch crée et propage des vagues. Par contre, l'intervalle de croissance maximale d'une vague se produit à partir d'un certain *fetch*. Au cours de ce texte, j'utiliserai le terme *fetch*, car il n'existe pas vraiment d'équivalent en langue française. S'il fallait proposer une alternative au terme, j'utiliserais le mot « course » qui fait à la fois référence à une distance et à un déplacement, je laisserai le choix aux futures générations d'océanographes physiciens et physiciennes. Comme le *fetch* est défini comme la distance parcourue par le vent sans rencontrer d'obstacles, les vagues naissent à partir d'une

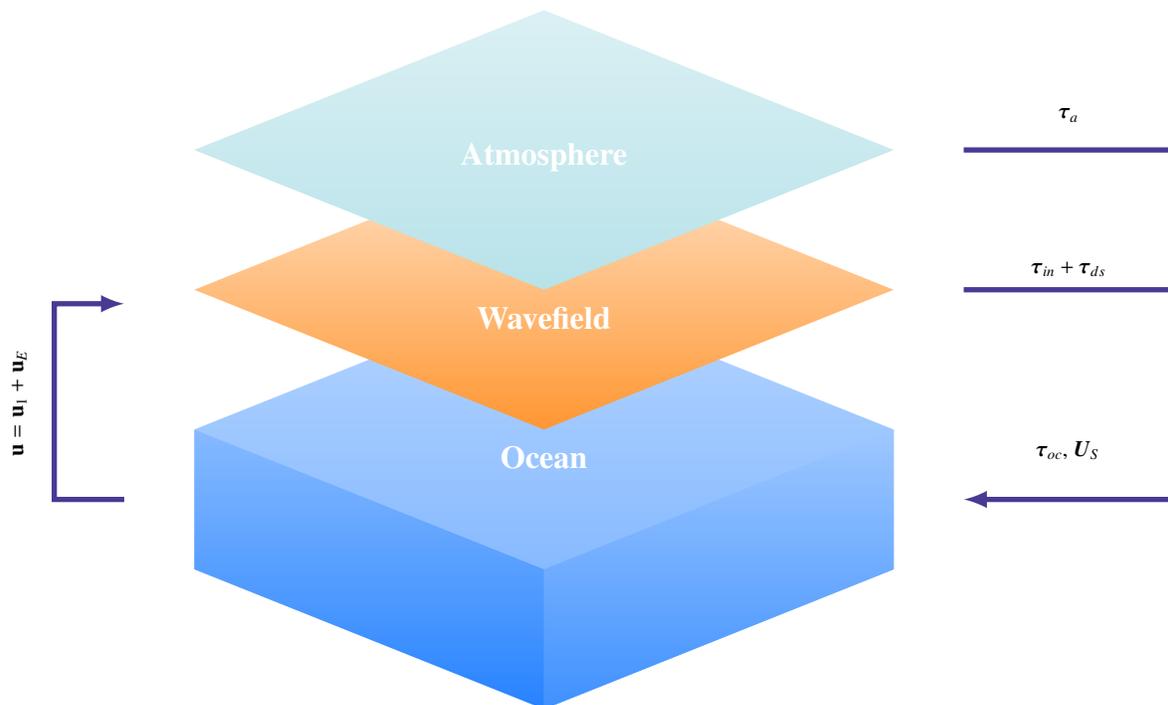


FIGURE 4: Schéma conceptuel du couplage entre le modèle spectral de génération de vagues Wavewatch III et notre modèle en eau peu profonde

certaine distance des frontières de notre grille numérique, même si le vent serait le même sur un ligne zonale.

Comme solution à ce problème, il est possible d'ajouter des points fantômes (communément appelés *ghost points*) au modèle Wavewatch III. De cette manière, les vagues peuvent naître et passer par leur période de croissance maximale à l'extérieur du domaine du modèle en eau peu profonde pour y entrer avec une amplitude déjà respectable aux frontières. Les points fantômes sont définis comme une extension du domaine du modèle Wavewatch où la dynamique des vagues ne s'applique donc pas sur la dynamique du modèle *slab*. Le modèle *slab* reçoit donc uniquement les données d'un sous-domaine du modèle Wavewatch III sans les zones de production primaires de vagues. En contrepartie, les points fantômes reçoivent une copie exacte des courants à la surface de la part du modèle peu profonde, tout en respectant la continuité des frontières. Ce concept est directement illustré à la figure 5, ci-dessous.

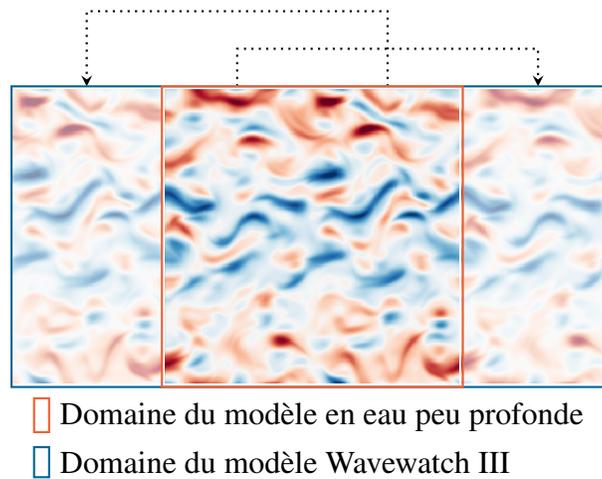


FIGURE 5: *Illustration des domaines couverts par les deux modèles numériques. Les parties est et ouest du domaine de Wavewatch III reçoivent une copie du courant dans les zones ouest et est fournis par le modèle en eau peu profonde. Une figure instantanée du courant longitudinal de la première couche fut prise pour illustrer le processus menant à la continuité des frontières est et ouest.*

Cet artifice nous permet donc

1. d'exclure des zones primaires de génération de vagues dans le référentiel du modèle en eau peu profonde ;
2. d'assurer la continuité aux frontières du courant dans le référentiel du modèle Wavewatch III.

2.3 Extraction de la tendance zonale des quantités fournies par Wavewatch III

Une fois produites dans les zones de points fantômes, les vagues vont toujours croître et prendre de l'amplitude au dessus du domaine du modèle *shallow water*. Ainsi, le transport de Stokes (\mathbf{U}_S) et la contrainte de cisaillement atmosphérique (τ_{oc}) à la surface auront des valeurs différentes aux frontières est et ouest, considérant que notre vent s'applique de manière zonale. Ceci implique que les forçages s'appliquant sur modèle en eau peu profonde seront discontinus aux frontières est et ouest, comme illustré dans le panneau de gauche de la figure

6.

Pour pallier à ce problème, il est nécessaire d'extraire la tendance de ces forçages dans le but de les ramener à une valeur moyenne uniforme (U'_S et τ'_{oc}) et ainsi assurer la continuité aux frontières. Les écarts entre nos frontières est et ouest sont définis par les deux vecteurs zonaux

$$\Delta U_S = U_S \Big|_{x=-1000km}^{x=1000km} \quad \text{et} \quad \Delta \tau_{oc} = \tau_{oc} \Big|_{x=-1000km}^{x=1000km}. \quad (2.1)$$

On peut donc définir notre nouveau transport de Stokes sans la tendance par

$$U'_S = U_S - \left(\frac{\Delta U_S}{L_x} \right) x + \left(\frac{\Delta U_S}{2} \right), \quad (2.2)$$

$$\tau'_{oc} = \tau_{oc} - \left(\frac{\Delta \tau_{oc}}{L_x} \right) x + \left(\frac{\Delta \tau_{oc}}{2} \right) \quad (2.3)$$

où L_x est la longueur physique du domaine de modèle *shallow water*, soit 2000 kilomètres. nous appliquons cette transformation sur toutes les tranches zonales du modèle. Au final, pour ces deux quantités, ces tranches zonales deviendront continues, comme illustrée dans le panneau de droite de la figure 6.

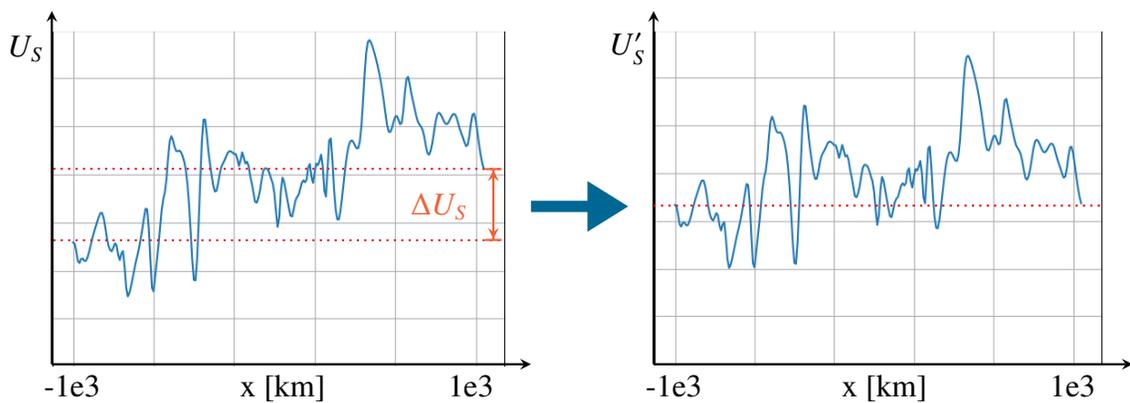


FIGURE 6: Figure instantanée d'une tranche zonale de la transformation appliquée à U_S .

2.4 Continuité de la frontière nord-sud

Finalemment, les vagues ont la possibilité d'interagir entre-elles à l'équateur du modèle Wavewatch III, mais n'ont malheureusement pas cette liberté aux frontières nord et sud. Il en résulte une nouvelle discontinuité aux nord et au sud sur les forçages fournis par Wavewatch III au modèle en eau peu profonde. Bien qu'il aurait aussi été possible de rajouter des points fantôme à ces endroits, nous avons plutôt opté pour une solution moins coûteuse en ressources numériques.

Ainsi, nous avons choisi de multiplier ces forçages par une fenêtre méridionale imitant le comportement du modèle Wavewatch III à l'équateur du modèle. Cette fenêtre $\alpha(y)$, définie par une atténuation quadratique au nord et au sud, peut être exprimée mathématiquement par

$$\alpha(y) = \begin{cases} 1 - [(y - 64\Delta x)/(64\Delta x)]^2 & \text{pour } y \in [0, 64\Delta x [\\ 1 & \text{pour } y \in [64\Delta x, 448\Delta x [\\ 1 - [(y - 448\Delta x)/(64\Delta x)]^2 & \text{pour } y \in [448\Delta x, 512\Delta x [\end{cases} \quad (2.4)$$

On applique ainsi cette fenêtre sur le domaine des quantités couplées depuis Wavewatch III vers le modèle en eau peu profonde, de sorte que

$$\mathbf{U}'_S = \alpha(y) \mathbf{U}_S \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\tau}'_{oc} = \alpha(y) \boldsymbol{\tau}_{oc}, \quad (2.5)$$

L'effet direct de cette fenêtre peut être observé sur les valeurs méridionales du transport de Stokes à la figure 7.

Il est à mentionner que la valeur de 64 points n'a pas été choisie au hasard, en effet cette dernière correspond au 1/8 du domaine couvert par le modèle en eau peu profonde, soit 512 par 512 points. Ces valeurs correspondent aux maxima des valeurs associées au transport de Stokes méridional, comme illustré dans les instantanés fournis à la figure (7).

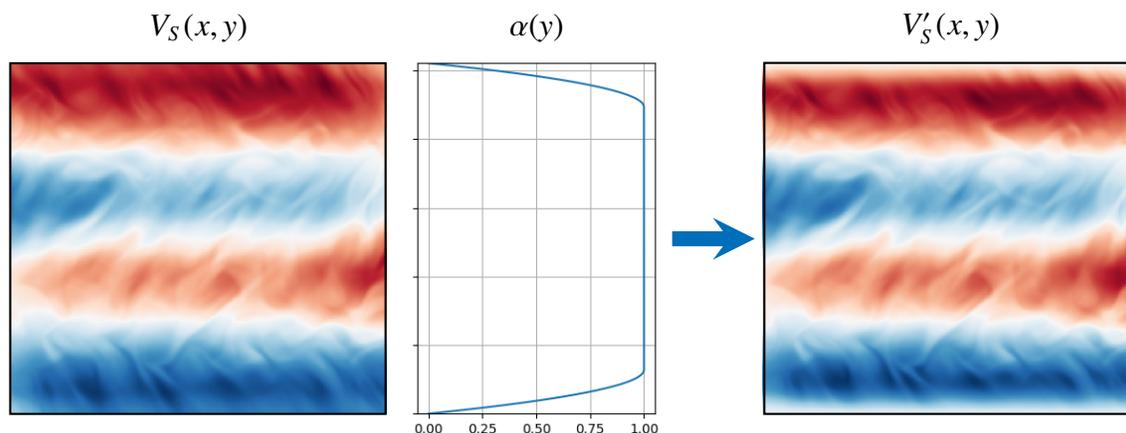


FIGURE 7: Illustration de la fenêtre $\alpha(y)$ avant et après son application sur le transport de Stokes méridional, soit la quantité la plus affectée par cette discontinuité. Au milieu, fenêtre α

2.5 Interprétation du pas de temps numérique du couplage

Comme illustré à la figure 8, les deux modèles sont couplés de façon à s'échanger leurs champs respectifs avant la réalisation du pas de temps de chacun. De cette manière, Wavewatch III calcule toujours une prévision du champ de vagues à partir des courants (\mathbf{u}_L) au présent. Il en est de même avec le modèle en eau peu profonde.

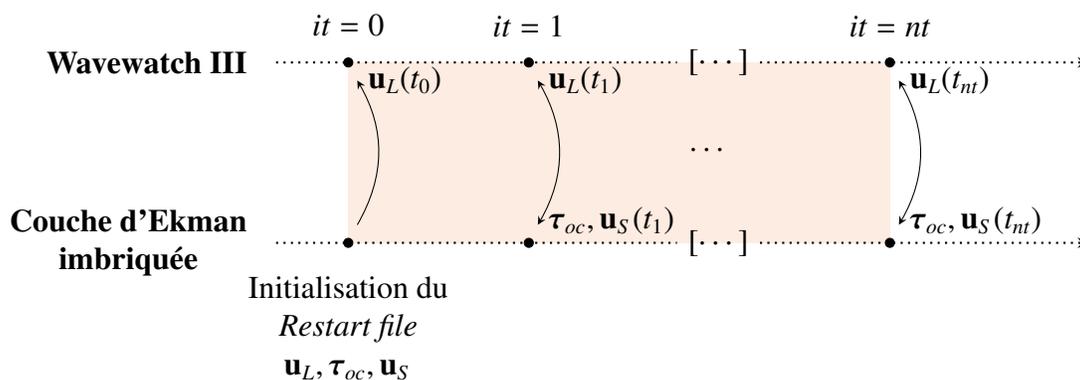


FIGURE 8: Schéma numérique du couplage MPI entre le modèle à couche imbriquée et le modèle de prévision de vagues Wavewatch III

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE DES EXPÉRIENCES

3.1 Introduction

N'oublions pas que l'objectif principal de ce projet de recherche consiste à comparer l'effet de la dynamique des vagues sur le bilan énergétique de l'océan. D'un côté, nous utilisons donc un modèle de référence non-couplé exactement identique à celui proposé par le mode S2 de l'article de Chen et al. (2021) et, de l'autre, le même modèle couplé au modèle Wavewatch III. Par la suite, il est possible de comparer l'effet de vagues sur différentes propriétés émergentes telles que l'énergie cinétique tourbillonnaire (traduction francophone de *eddies kinetic energy*), la vorticité ou la divergence et caractériser l'origine et le comportement des disparités observées.

En premier lieu, nous parlerons des disparités entre les deux modèles, de l'importance des paramètres choisis, des forçages et finalement des conditions initiales pour le couplage. Quatre configurations seront à l'étude, soit deux couplées et deux non-couplées. Tout d'abord, les deux modèles seront exposés à un forçage statique, puis par la suite à un forçage modulé dans le temps à la fréquence fondamentale.

3.2 Comparaisons des modèles à l'étude

Les deux modèles doivent toujours satisfaire les équations développées précédemment (1.24 et 1.25), mais avec l'ajout d'un paramètre $\delta_C = \{0, 1\}$. $\delta_C = 1$ dans le cas couplé et $\delta_C = 0$ dans le cas non couplé. Ainsi, la dynamique de la couche d'Ekman est caractérisée

par

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \mathbf{U}_E}{\partial t} = & -(\nabla \times \mathbf{U}_E) \times \mathbf{u}_1 - [\nabla \times (\mathbf{u}_1 + \mathbf{U}_E/H_E)] \times \mathbf{U}_E - \delta_C [\nabla \times (\mathbf{u}_1 + \mathbf{U}_E/H_E)] \times \mathbf{U}_S \\
& - \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mathbf{U}_E^2/H_E + 2(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{U}_E)) - \delta_C \left[\frac{1}{2} \nabla \cdot (\mathbf{U}_S^2/H_E + 2(\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{U}_S) + 2(\mathbf{U}_S \cdot \mathbf{U}_E/H_E)) \right] \\
& - f\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{U}_E - \delta_C [f\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{U}_S] + \frac{\delta_C \tau_{oc} + (1 - \delta_C) \tau_a}{\rho_{oc}} + \mathbf{D}_E, \tag{3.1}
\end{aligned}$$

où, on le rappelle, \mathbf{U}_E est le transport dans la couche d'Ekman, \mathbf{U}_S est le transport associé à la dérive de Stokes, H_E est l'épaisseur de la couche d'Ekman et \mathbf{u}_1 est le courant dans la première couche. τ_a et τ_{oc} représentent respectivement les forçages des modèles non-couplé et couplé (plus d'information dans la section 3.4).

Dans les couches inférieures, rien ne change, les équations d'évolution restent donc toujours les mêmes dans le cas couplé et non-couplé aux vagues, soit

$$\frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} = -(\nabla \times \mathbf{u}_1) \times \mathbf{u}_1 - f\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_1 - \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mathbf{u}_1^2) - \nabla \phi_1 + \mathbf{D}_1, \tag{3.2a}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial t} = -(\nabla \times \mathbf{u}_2) \times \mathbf{u}_2 - f\hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{u}_2 - \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mathbf{u}_2^2) - \nabla \phi_2 + \mathbf{D}_2, \tag{3.2b}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} d_1 + \nabla \cdot (d_1 \mathbf{u}_1) = -\nabla \cdot (\mathbf{U}_E + \mathbf{U}_S) = -\nabla \cdot \mathbf{U}_{Eff}, \tag{3.3a}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} d_2 + \nabla \cdot (d_2 \mathbf{u}_2) = 0, \tag{3.3b}$$

à la seule différence qu'il faut maintenant inclure le transport associé à la dérive de Stokes (\mathbf{U}_S) dans l'équation de masse de la première couche (3.3a). Dans les sections suivantes, nous ferons référence au transport effectif (\mathbf{U}_{Eff}) comme étant la somme du transport dans la couche d'Ekman et du transport de Stokes ($\mathbf{U}_{Eff} = \mathbf{U}_E + \mathbf{U}_S$). Comme la dérive de Stokes fait partie des mouvements dans la couche d'Ekman, c'est \mathbf{U}_{Eff} qui force les couches inférieures du modèle en eau peu profonde dans le cas du modèle couplé ($\delta_C = 1$). Les termes de

dissipation sont respectivement donnés par

$$\mathbf{D}_E = -A_{\text{bh}} \nabla^4 \mathbf{U}_E, \quad (3.4a)$$

$$\mathbf{D}_1 = -A_{\text{bh}} \nabla^4 \mathbf{u}_1 + r_{\text{invLap}} \nabla^{-2} \mathbf{u}_1, \quad (3.4b)$$

$$\mathbf{D}_2 = -A_{\text{bh}} \nabla^4 \mathbf{u}_2 + r_{\text{invLap}} \nabla^{-2} \mathbf{u}_2 - r_{\text{drag}} \mathbf{u}_2. \quad (3.4c)$$

Le coefficient A_{bh} est associé à une hyperviscosité biharmonique horizontale utilisée pour dissiper les variations aux petites échelles dans les trois couches. De son côté, le coefficient r_{invLap} est associé à un laplacien inverse qui sert à enlever l'énergie qui s'accumule aux grandes échelles à cause de la cascade inverse. Finalement, une friction proportionnelle au courant a été ajoutée dans la couche inférieure. Ces coefficients sont donnés par $r_{\text{invLap}} = \kappa_0^2 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ et $r_{\text{drag}} = 10^{-7}$, où κ_0 est le plus petit nombre d'onde horizontal. Le coefficient biharmonique est donné par $A_{\text{bh}} = dx^4 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, où dx est la séparation de notre grille numérique (Chen et al., 2021).

Paramètres	Symboles	Notre étude
Taille du domaine	$L_x = L_y$	2000 km
Taille de la grille numérique	$n_x = n_y$	512
Pas de temps	Δt	300 sec
Paramètre de Coriolis	f	$7 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
Amplitude du vent statique	τ_0	0.1 N m^{-2}
Coefficient de viscosité biharmonique	A_{bh}	$dx^4 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$
Coefficient de frottement du fond	r_{drag}	$1 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$
Coefficient de dispersion du laplacien inverse	r_{invLap}	$(2\pi/L_y)^2 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$
Épaisseur de la <i>slab</i>	H_s	50 m
Épaisseur de la couche supérieure	H_1	1000 m
Épaisseur de la couche inférieure	H_2	3000 m
Vitesse des ondes gravitationnelles internes	c_{bc}	2 m s^{-1}

TABLEAU 1: Tableau résumant l'ensemble des paramètres utilisés pour la création des conditions initiales au couplage en comparaison avec les expériences de Chen et al. (2021)

3.3 Paramètres des expérimentations et quasi-géostrophie

Nous reprenons essentiellement les mêmes paramètres que dans l'expérience de Chen et al. (2021) dans le but d'avoir une intuition des processus en jeu. Les valeurs des paramètres sont mis en évidence dans le tableau 1. Nous utilisons une grille numérique de 512×512 points sur un domaine de $2000 \times 2000 \text{ km}^2$ et périodique dans les deux dimensions. Ceci nous laisse une séparation numérique de $dx = dy \approx 3.9 \text{ km}$, ce qui nous donne un rayon de déformation de $L_d = c_{bc}/f \approx 28.6 \text{ km}$, donc assez pour observer les structures à méso-échelle avec une résolution raisonnable.

Bien que le modèle utilisé soit construit avec les équations en eau peu profonde, les valeurs des paramètres du tableau 1 ont principalement été choisies dans le but de créer un environnement où les structures à méso-échelles sont abondantes, soit un régime plutôt quasi-géostrophique (QG), à ne pas confondre avec un modèle dit quasi-géostrophique. Les régimes QG sont caractérisés par deux conditions (Vallis, 2006, p.55) :

1. L'échelle du mouvement n'est pas significativement plus grand que le rayon de déformation, ce qui laisse l'écoulement géostrophique et les structures à méso-échelle cohabiter et interagir ensemble ;
2. Le paramètre de Coriolis varie très peu sur le domaine. Dans notre cas, il ne varie pas du tout. La périodicité spatiale du modèle nous empêche de définir un β qui satisferait ces conditions.

3.4 Forçages

Nous forçons les deux modèles avec un vent zonal qui imite un cisaillement des vents avec un profil sinusoïdal entre 0 et 2π . Ceci nous assure que les frontières du forçage sont essentiellement périodiques. Ainsi, la contrainte de cisaillement horizontale τ_a est défini par

l'équation suivante,

$$\tau_a = \underbrace{\left(\frac{1}{100}\right)[(100 + \epsilon \sin(ft))]}_{\text{Variation temporelle}} \cdot \underbrace{\tau_0 \sin(2\pi y/L_y)}_{\text{Variation spatiale}} \hat{\mathbf{i}}, \quad (3.5)$$

où $y \in \{0, L_y\}$ et ϵ est défini comme le pourcentage de l'amplitude qu'on fait varier ($\epsilon \in [0, 100]$). Le paramètre τ_0 est défini comme 0.1 Nm^{-2} , ce qui est une valeur raisonnablement près de la moyenne observée à la surface des océans.

Notre forçage diffère de l'étude de Chen et al. (2021) pour des vents variables. En effet, ces derniers et dernières ont utilisé un processus stochastique sur plusieurs échelles temporelles pour stimuler leur modèle. De notre côté, nous y allons pour un forçage intermittent par simplicité. De plus, étant donné qu'on force à la fréquence fondamentale, nous nous assurons du maximum d'interaction entre les ondes inertielles et notre forçage.

De son côté, le modèle Wavewatch III prend comme données entrantes la vitesse du vent à 10 mètres au-dessus de la surface (\mathbf{u}_{10}) et non la contrainte de cisaillement atmosphérique τ_a . Il est donc nécessaire de faire les transformations associées à la section 1.5.2, soit les transformations associées au profil logarithmique inverse (Charnock, 1955; Gill, 1982) pour obtenir u_{10} .

$$|u_{10}| = \pm \sqrt{\frac{|\tau_a|}{\rho_a c_d}}, \quad c_d = \left[\frac{\kappa}{\ln(10.0/z_0)} \right], \quad z_0 = \frac{\gamma_{\text{ch}} \tau_a}{\rho_a g}, \quad (3.6)$$

où, on le rappelle, γ_{ch} est le coefficient de Charnok, z_0 est la rugosité de l'interface (*roughness length*), κ est la constante de Von Karman et $|u_{10}|$ est la vitesse absolue du vent à 10 mètres de la surface de l'océan.

Au final, les deux modèles sont testés pour $\epsilon = 0$ et 1% , ce qui nous fait un grand total de 4 expériences différentes.

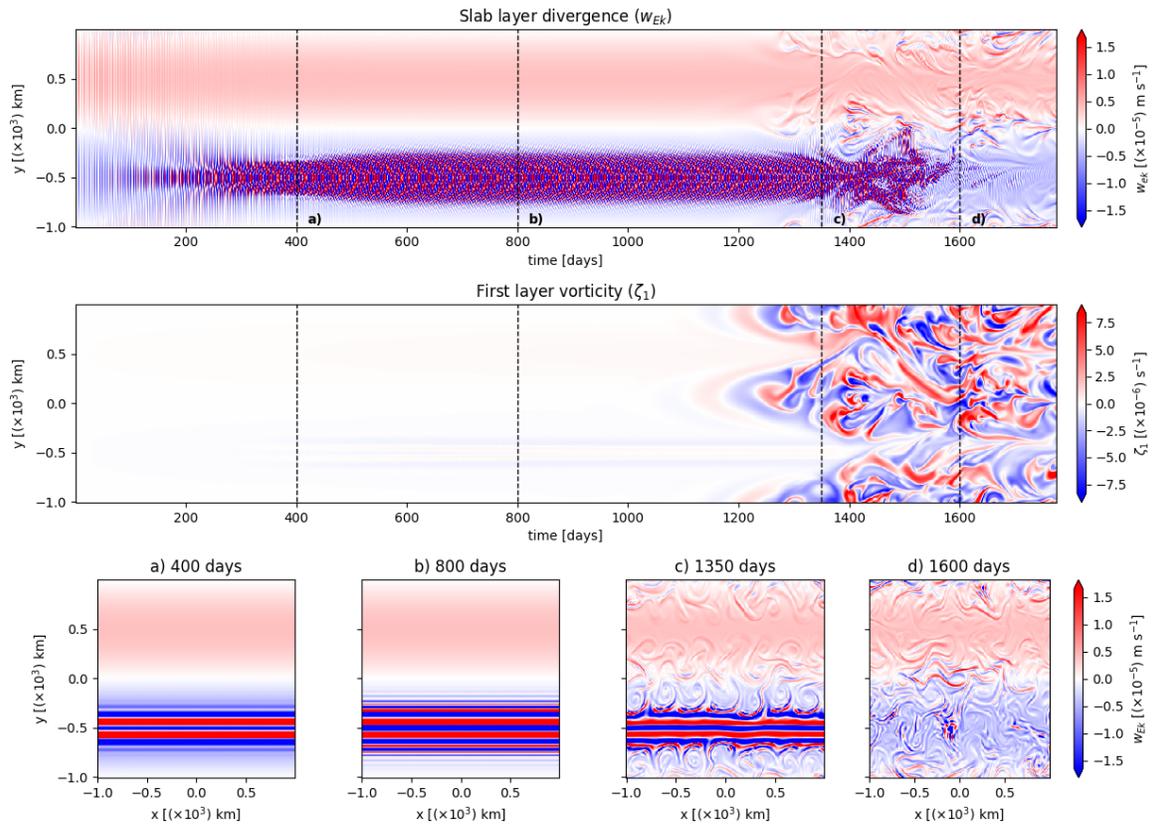


FIGURE 9: Diagramme de Hovmöller associé au champ initial pré-couplage. En haut, divergence de la couche d'Ekman (w_{Ek}); au milieu, vorticité relative de la première couche (ζ_1); en bas, figures instantanées de w_{Ek} à différents moments du «spin-up» pour un vent stable ($\epsilon = 0\%$). L'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anticyclonique au bas des figures instantanées.

3.5 Début du couplage

Comme point de départ des expériences couplées, nous faisons rouler le modèle en eau peu profonde munit de la couche imbriquée avec un vent statique pendant 10 ans, mais sans les vagues ($\delta_C = 0$). Ceci, nous permet d'obtenir un milieu riche en tourbillons dans le but de représenter la dynamique de la méso-échelle, comme illustré par les diagrammes de Hovmöller à la figure 9. Par la suite, les quatre expériences sont lancées au même moment, soit dès le jour 3650. Ceci nous permet principalement d'éviter tous les processus qui pourraient être liés

à un emballement initial de l'énergie (un *spin-up*) et de sauver du temps de calcul. L'étude de cet emballement initial de l'énergie associé à un régime quasi-géostrophique muni de vagues et de termes non-linéaires pourra faire partie d'une autre étude.

CHAPITRE IV

ANALYSE DES RÉSULTATS

Dans cette section, nous regarderons l'effet du couplage avec le modèle de vagues selon plusieurs quantités émergentes, soit l'énergie cinétique tourbillonnaire, la divergence et le rotationnel de chaque couches. Le tout sera suivi d'une légère critique des résultats.

4.1 Effet du couplage sur l'énergie cinétique tourbillonnaire (EKE)

L'énergie cinétique tourbillonnaire, que nous abrègerons par l'acronyme « EKE » pour *eddy kinetic energy* se définit par une mesure de l'énergie cinétique du domaine sans la tendance zonale. C'est donc une mesure de l'énergie de l'anomalie énergétique zonale qui est définie par

$$EKE = (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}_x)^2, \quad (4.1)$$

où \mathbf{u} représente n'importe quel courant à l'étude.

4.1.1 Effets sur l'énergie cinétique tourbillonnaire pour un vent statique ($\epsilon = 0\%$)

Sur le long terme et avec un vent complètement statique ($\epsilon = 0\%$), l'effet ressenti sur la EKE des trois couches à l'étude est très faible pour les cas couplé et non-couplé. Cette similarité entre les deux modèles est illustrée à la figure 10. Comme mentionné précédemment, le couplage s'active à partir du jour 3650, soit après 10 ans, ce qui coïncide avec l'apparition des courbes oranges dans les séries temporelles illustrées à gauche de la figure 10. Du haut vers les bas, on observe donc les séries temporelles de la EKE moyennée spatialement (sur tout le domaine) ainsi qu'une image instantanée de la EKE pour la couche d'Ekman, la première et la seconde couche.

Mentionnons de nouveau qu'il y a toujours un emballement de l'énergie au moment du couplage qui est dû à l'apparition du transport associé à la dérive de Stokes dans les équations 3.1. Par contre, le modèle couplé retrouve rapidement l'équilibre à partir d'environ 200 jours. Par la suite, les courbes orange et bleues vont en moyenne se confondre pour les 4 années suivantes.

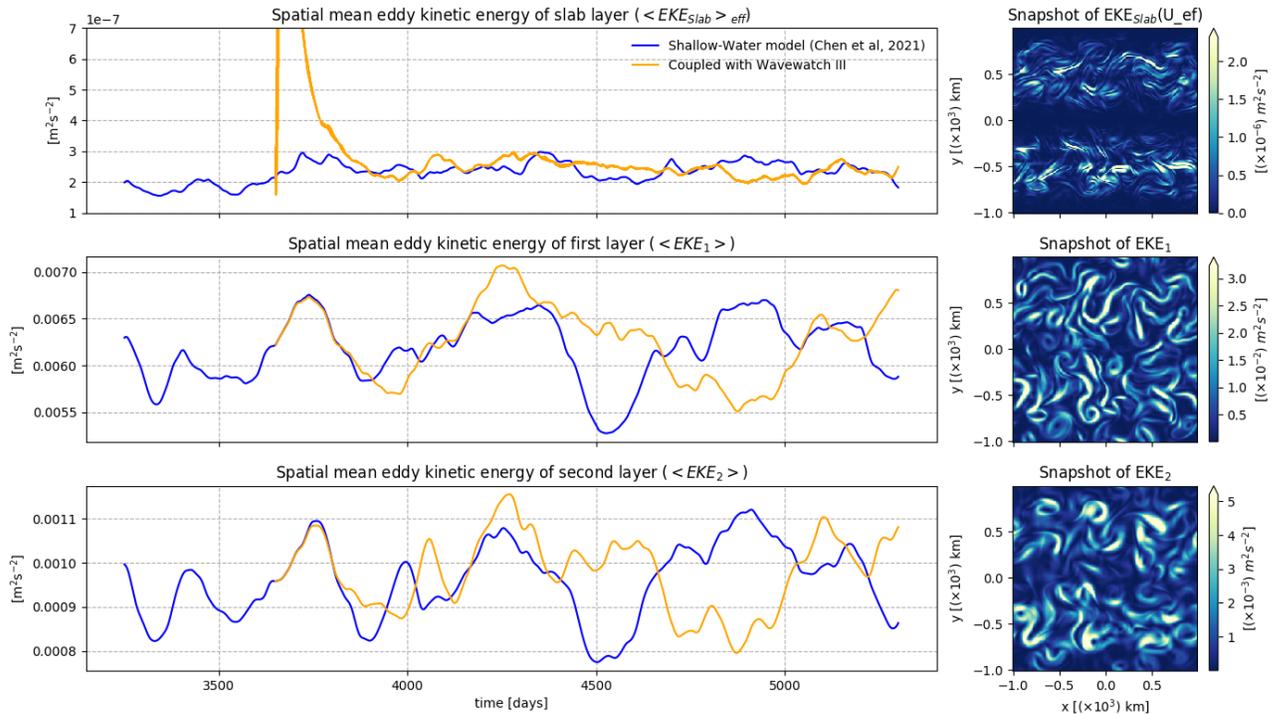


FIGURE 10: À gauche, du haut vers le bas, séries temporelles des moyennes spatiales de l'énergie cinétique tourbillonnaire pour la couche imbriquée puis pour les première et seconde couches du modèle en eau peu profonde. À droite, figures instantanées des mêmes quantités.

L'énergie cinétique associée aux tourbillons (EKE) reste aussi très semblable dans les première et seconde couche du modèle après le couplage. Ainsi, si l'on compare les forçages sur la première couche du modèle en eau peu profonde (donné par $w_{Eff} = \nabla \cdot (\mathbf{U}_E + \mathbf{U}_S)$ dans le cas du modèle couplé), on s'aperçoit que w_{Eff} reste similaire dans les deux cas (figure 11). À gauche, on peut observer des instantanés de w_{Ek} et w_{Eff} pour les modèles non-couplé et couplé, ainsi que leur densité spectrales spatiales, que nous abrègerons par PSD pour *power*

density spectrum. Cette dernière quantité nous donne une idée de la taille des structures se propageant sur le domaine. On observe que ces PSD spatiales de l'énergie cinétique (KE) sont pratiquement identiques pour les première et seconde couches, comme en font aussi état les images instantanées à gauche.

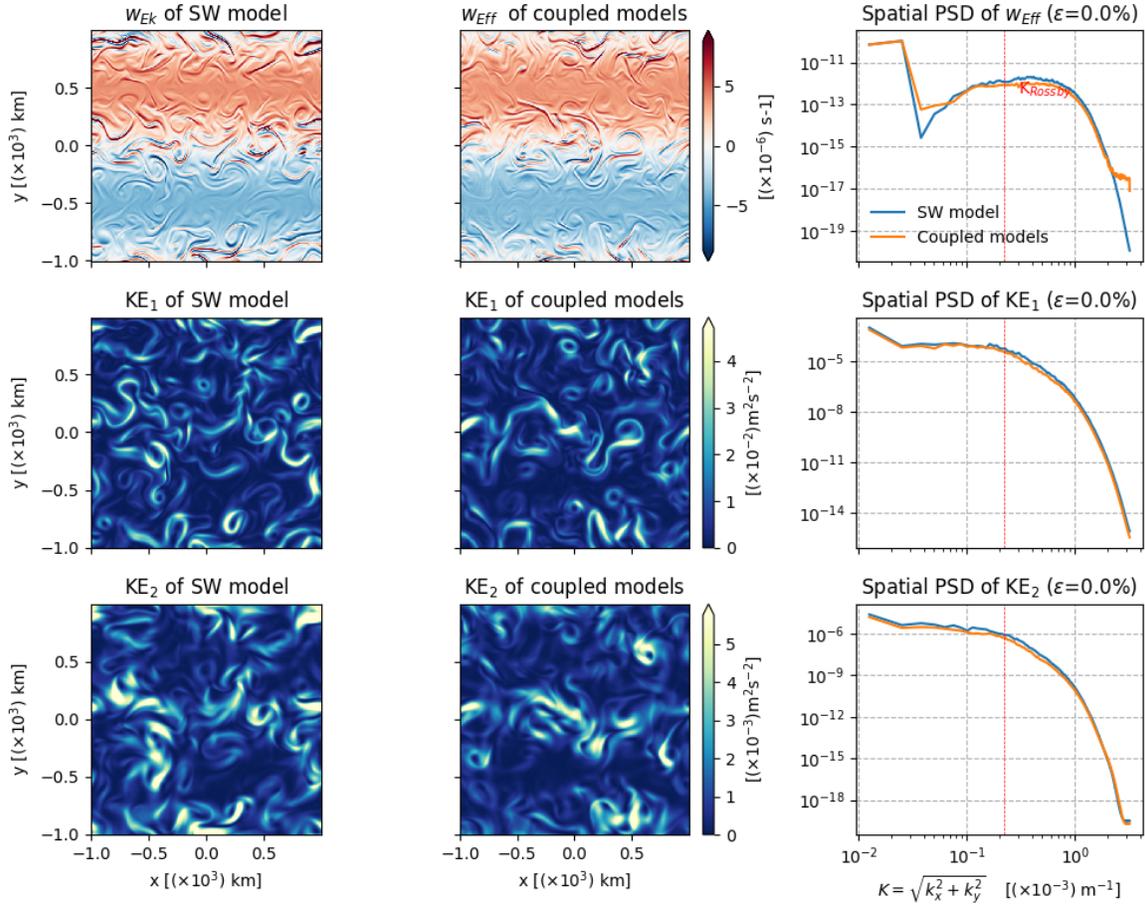


FIGURE 11: Du haut vers le bas, champs associés à w_{Eff} , à l'énergie cinétique de la première couche et à l'énergie cinétique de la seconde couche pour les deux modèles dans le cas $\epsilon = 0.0\%$. À droite, transformés de Fourier spatiales associées aux mêmes quantités. À noter, l'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées.

4.1.2 Effets sur l'énergie cinétique tourbillonnaire pour un vent variable ($\epsilon = 1\%$)

On observe une dynamique complètement différente lorsqu'on fait évoluer le vent à $\epsilon = 1\%$ de son amplitude et à la fréquence fondamentale. Comme illustré à la figure 12, on voit que la EKE associée à la couche d'Ekman croit de manière significative pour le modèle couplé, en opposition au modèle en eau peu profonde non-couplé. Cette hausse d'énergie dans la couche d'Ekman est en contrepartie reliée à une baisse de la EKE dans les couches 1 et 2. À l'instar des cas à vents statiques ($\epsilon = 0\%$), la EKE de la couche d'Ekman se confine dans la zone anticyclonique, soit entre les jets du forçage.

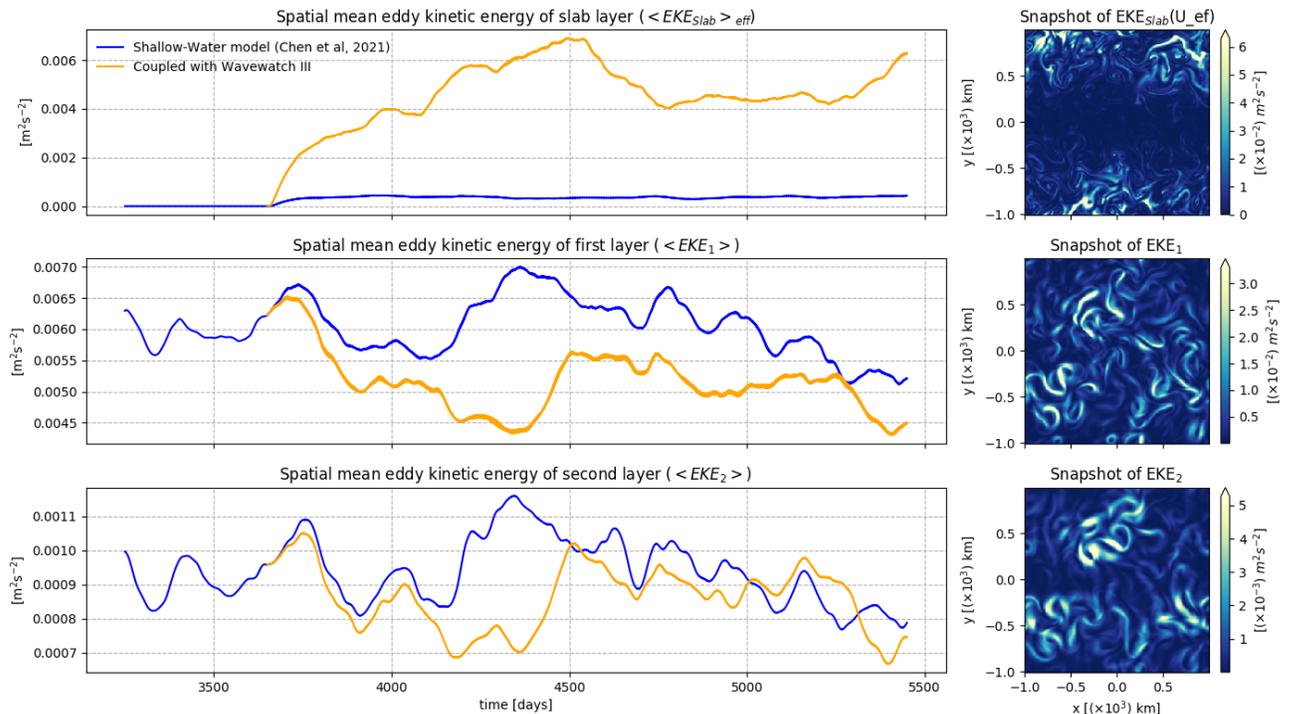


FIGURE 12: À gauche, du haut vers le bas, séries temporelles des moyennes spatiales de l'énergie cinétique tourbillonnaire pour la couche d'Ekman, pour la couche supérieure et inférieure. À droite, figures instantanées des mêmes quantités respectives.

Pour mieux comprendre la réponse du forçage w_{Eff} , il est intéressant de regarder l'effet de celui-ci sur la première couche du modèle en eau peu profonde, comme illustré à la figure

13. Dans l'article de Chen et al. (2021), les termes non-linéaires viennent créer une asymétrie entre les zones cycloniques et anticycloniques. L'advection du transport d'Ekman avec lui-même crée donc une forte divergence non-nulle dans la partie anti-cyclonique, soit la partie du bas. C'est essentiellement ce qu'on peut voir dans le panneau en haut à gauche de la figure 13 pour le modèle non-couplé.

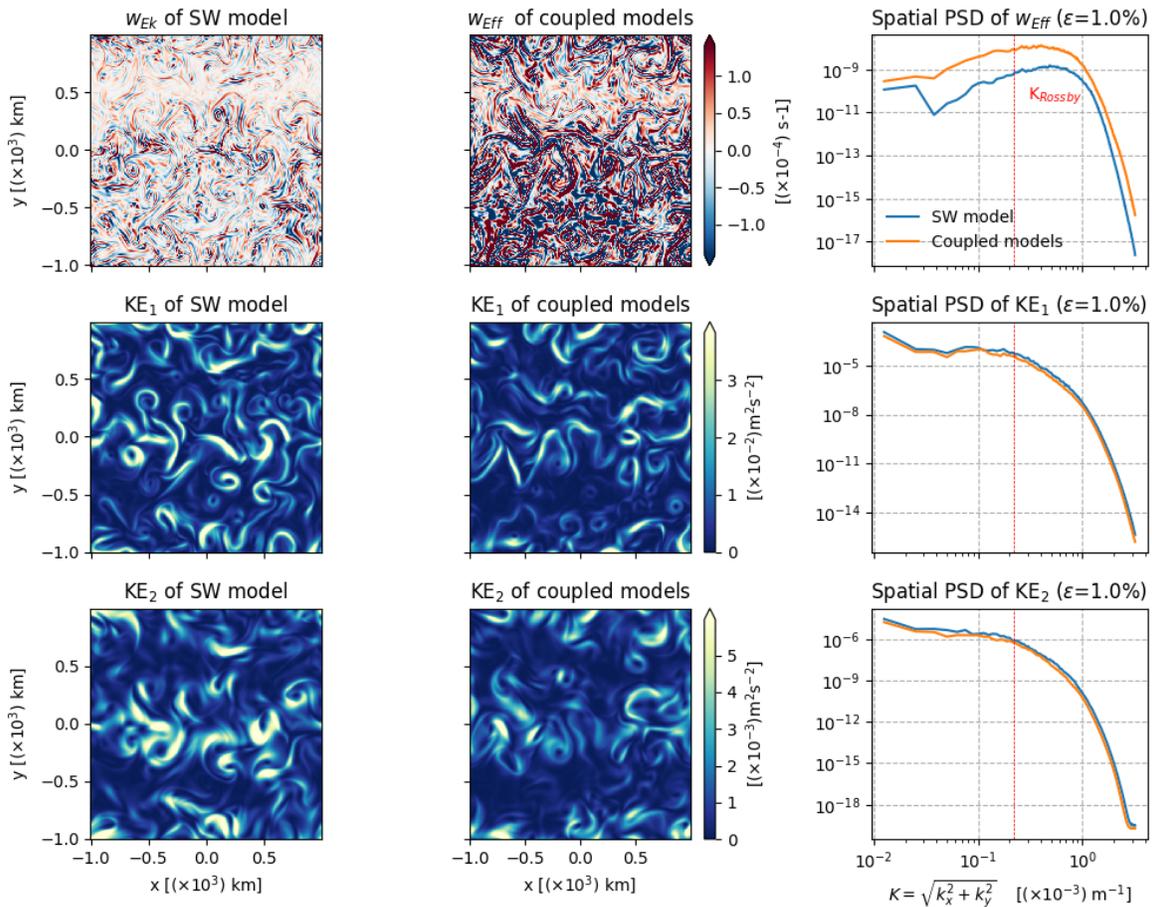


FIGURE 13: Du haut vers le bas, champs associés à w_{Eff} , à l'énergie cinétique de la première couche et à l'énergie cinétique de la seconde couche pour les deux modèles dans le cas $\epsilon = 1.0\%$. À droite, transformés de Fourier spatiales associées aux mêmes quantités. À noter, l'axe vertical est soumis à une décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées.

Dans le panneau associé à w_{Eff} pour le cas couplé (en haut, au centre), on voit que

ces effets non-linéaires viennent complètement dominer la partie anti-cyclonique (le bas). Ceci résulte donc en un w_{Eff} environ 4 fois plus fort dans le cas du modèle couplé avec les vagues. Pourtant, bien que le forçage soit plus fort, on n’observe que très peu de variation dans la forme que prend l’énergie cinétique des couches 1 et 2, sinon que cette dernière est légèrement plus faible.

Pour expliquer ce phénomène, il est à mentionner que cette énergie se transmet principalement sous-forme d’ondes inertielles à haute fréquences dans les couches 1 et 2, ce qui vient au final faire diminuer l’énergie cinétique dans ces dernières. Bien que ceci ne soit que très peu visible dans la figure 13, nous en parlerons amplement dans la section suivante.

4.2 Propagations d’ondes dans les première et seconde couches

Pour se convaincre du phénomène, il est pertinent de décomposer notre écoulement en deux parties : (i) sa vorticité relative ($\zeta_{1,2}$) et (ii) sa divergence ($\nabla \cdot \mathbf{u}_{1,2}$) pour ensuite comparer les modèles couplé et non-couplé.

Si l’on observe en premier lieu les divergences de nos écoulements pour les couches 1 et 2 illustrées à la figure 14, on remarque aisément qu’il y a une signature associée aux ondes inertielles transmises par la couche d’Ekman. Cette signature est particulièrement visible sur les images instantanées du modèle couplé et sur les PSD spatiales de la divergence. Un pic d’énergie est particulièrement visible à droite du nombre d’onde de Rossby (K_{Rossby}), soit aux longueurs d’onde plus faibles que ce dernier dans les panneaux de droite de la figure 14.

À l’inverse, lorsqu’on observe la vorticité relative de notre écoulement pour les couches 1 et 2 ($\zeta_{1,2}$) à la figure 15, on note que cette différence est bien moins marquée, au même titre que la EKE. Ce résultat est attendu car le rotationnel est principalement associé à un

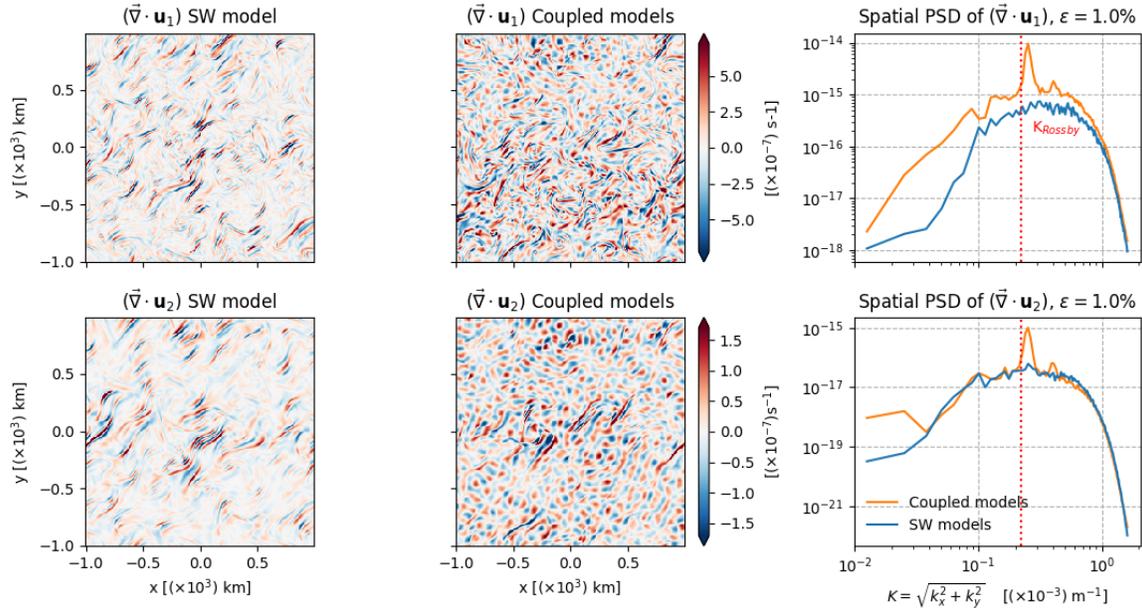


FIGURE 14: À gauche, divergence de la première et de la seconde couche pour les modèles non-couplé (SW) et couplé. À droite, transformées de Fourier spatiales associées aux mêmes quantités. À noter, l'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées.

écoulement aux basse fréquences, contrairement à la divergence qui est surtout associé à un écoulement à haute fréquence.

Malgré tout, même si les $\zeta_{1,2}$ des deux modèles sont quasi-identiques, il est possible de voir l'effet des ondes sur le rotationnel dans la partie anti-cyclonique du modèle couplé (ζ_1 *Coupled models*) dans la figure 15. Des structures à bien plus petite échelle viennent s'y développer et mettre à mal la circulation géostrophique. Essentiellement, ce phénomène explique pourquoi les PSD spatiales du modèle couplé aux vagues de la figure 15 ont légèrement moins d'énergie.

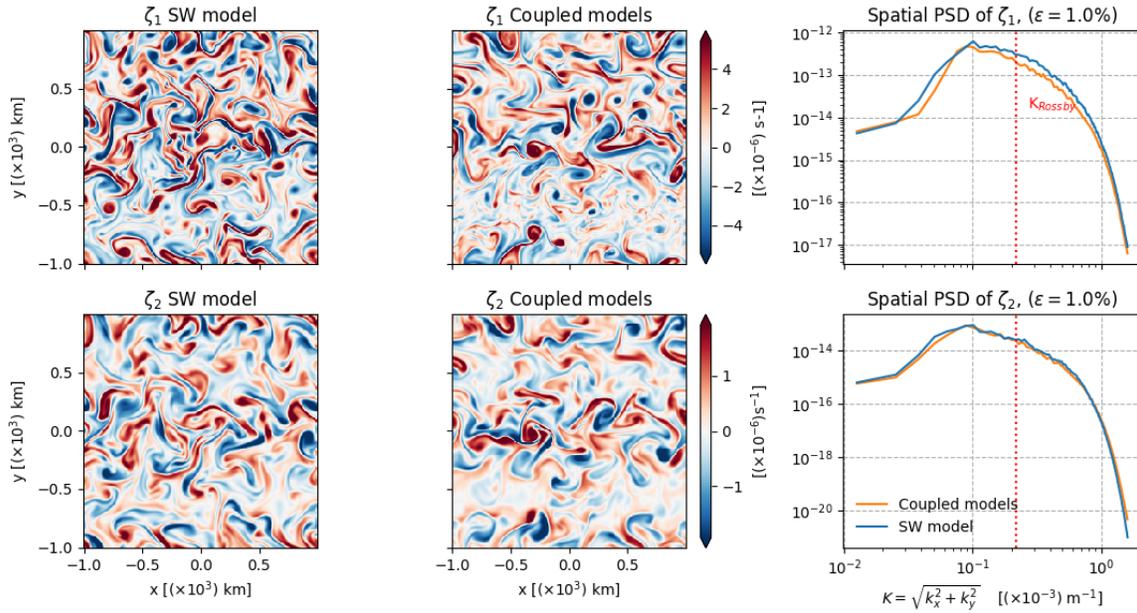


FIGURE 15: À gauche, rotationnel de la première (ζ_1) et de la seconde couche (ζ_2) pour les modèles non-couplés (SW) et couplés. À droite, transformées de Fourier spatiales associées aux mêmes quantités. À noter, l'axe vertical est soumis à un décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées.

4.3 Échelle temporelle des structures observées dans la première et seconde couches

De nouveau, il est possible de diviser notre écoulement en deux parties, soit une partie à hautes fréquences et une partie à basses fréquences. Pour se faire, on applique un filtre aux basses fréquences suivant un profil gaussien normalisé sur 8 jours à nos courants. Mathématiquement, ce filtre est défini par

$$\mathbf{u}_{\text{Lowpass}} = \sum_{it=1}^{2304} \frac{\phi(it) \cdot \mathbf{u}(it)}{A}, \quad (4.2a)$$

$$\phi(it) = \exp\left\{-\left(\frac{it \cdot \Delta t - t_0}{1.1 \cdot 86400}\right)^2\right\}, \quad (4.2b)$$

où $it \in \mathbb{N}$ et $A \sim 561.512451$.

it décrit le nombre d'incrément du pas de temps, Δt est la valeur du pas de temps, t_0 est le temps associé au champ en plein milieu du filtre, soit à $it = 1653$ et A est une constant de normalisation de sorte que $\sum_{it=1}^{2304} \phi(it)/A = 1$. Par la suite, on peut soustraire la version basse fréquence des courants à un instantané pris au milieu (t_0) dans le but d'obtenir obtenir le champ à hautes fréquences.

$$\mathbf{u}_{\text{highpass}} = \mathbf{u}(t_0) - \mathbf{u}_{\text{Lowpass}}. \quad (4.3)$$

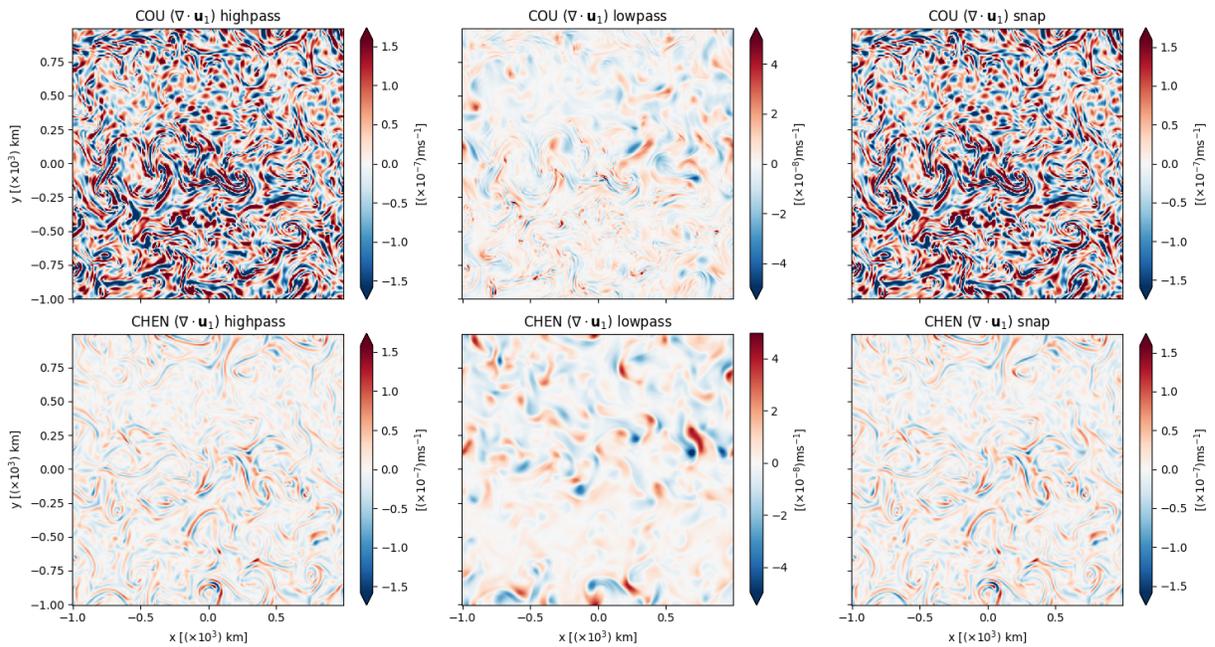


FIGURE 16: De gauche à droite, résultats des filtres haute-fréquence, basses-fréquences et image instantanée de la divergence de la première couche pour les modèles couplé et non-couplé. À noter, l'axe vertical est soumis à une décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées.

Observons maintenant l'effet de ce filtre aux basses fréquences sur la divergence de la première couche (figure 16). Sur cette même figure sont représentées les divergences aux hautes fréquences, aux basse fréquences et à t_0 pour les deux modèles. Comme on peut le voir, les hautes fréquences – soit les champs de gauches – dominant dans les deux cas, car ils sont

presque identiques aux champs au temps t_0 , tandis que les basses fréquences sont retranchées à environ un ordre de grandeur plus bas pour les deux modèles. De nouveau, on observe que les hautes-fréquences sont dominées par les ondes inertielles causées par le forçage de w_{Eff} , soit la signature de ce couplage.

Pour ce qui est de la vorticité relative de la première couche (ζ_1), les basses fréquences, soit les champs du centre de la figure 17, sont dominantes et les hautes fréquences sont retranchées à un ordre de grandeur en dessous de celles-ci. En effet, la vorticité relative est principalement reliée à un écoulement géostrophique, ce qui explique pourquoi les basses fréquences dominant. Il est aussi intéressant de constater que malgré tout, les ondes inertielles sont aussi présentes dans la partie anti-cyclonique de la vorticité relative du modèle couplé. Contrairement au modèle non-couplé, on voit de nouveau y apparaître des structures aux petites échelles qui viennent mettre à mal les structures géostrophiques dans le panneau central du haut de la figure 17.

4.4 Conclusion et critique des résultats

Pour l'essentiel, l'ajout de la dérive de Stokes vient principalement interagir avec les termes d'auto-advection de la couche d'Ekman ($[\nabla \times \mathbf{U}_E] \times \mathbf{U}_E/H_{Ek}$ et $-(1/2)\nabla \mathbf{U}_E^2/H_{Ek}$). En effet, la couche d'Ekman vient être modifiée par les trois termes de Stokes et ces dernier viennent exciter la partie anti-cyclonique du domaine à des niveaux bien plus importants que dans l'article de Chen et al. (2021). Les termes d'auto-advection propagent les ondes cr e es vers la zone anticyclonique. Ces ondes se propagent de manière spatiale, mais ne se dispersent pas suffisamment dans les autres fréquences pour qu'on observe une cascade d'énergie. L'accumulation de ces structures à haute fréquence vient advecter les structures à basse fréquence et faire diminuer l'énergie de ces dernières. Au final, l'ajout d'une énorme quantité d'ondes aux hautes fréquences vient ainsi mettre à mal les basses fréquences, soit les modes

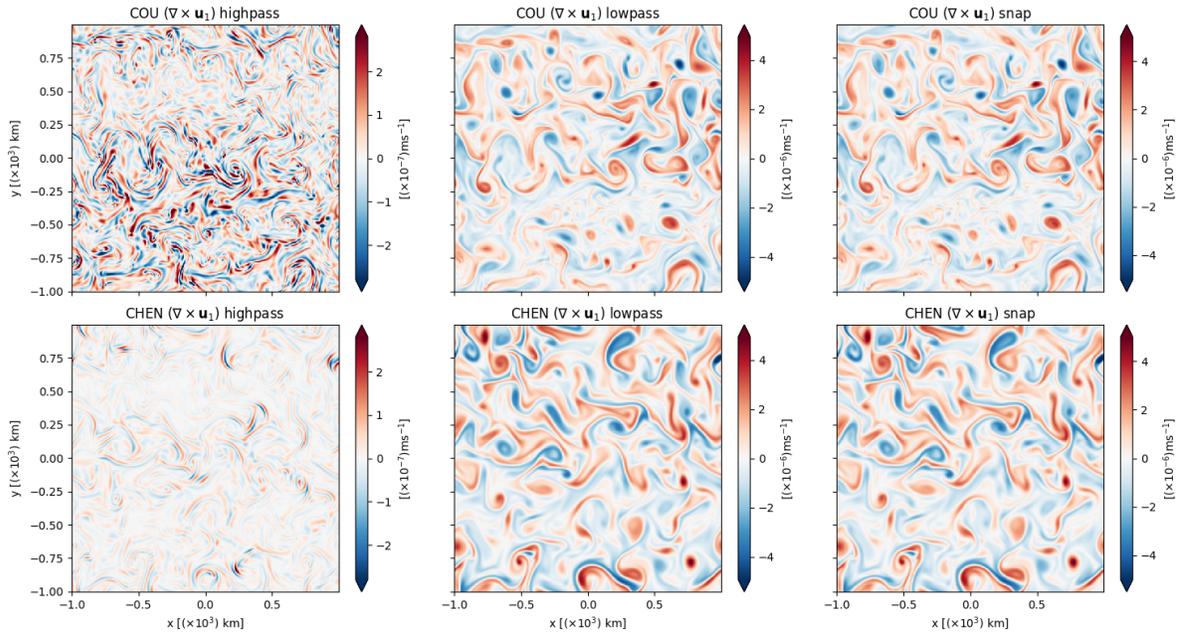


FIGURE 17: De gauche à droite, résultats des filtres haute-fréquence, basses-fréquences et image instantanée de la vorticité relative de la première couche pour les modèles couplé et non-couplé. À noter, l'axe vertical est soumis à une décalage de $\pi/2$ pour mieux observer la zone anti-cyclonique au bas des figures instantanées.

géostrophiques, comme en fait état la légère différence entre les ζ_1 des deux modèles dans la première couche observable à la figure 17. Le résultat direct revient donc à faire diminuer l'énergie cinétique tourbillonnaire.

Bien qu'on analyse un cas limite, il faut être très méfiant des résultats obtenus avec le couplage, car l'effet direct sur le w_{Eff} est beaucoup trop grand. Nous sommes malheureusement convaincus que le régime étudié ne représente pas vraiment la réalité. N'oublions pas que nous faisons varier l'amplitude du vent à seulement 1% de sa valeur initiale et que nous obtenons des résultats extrêmement différents de ceux de Chen et al. (2021).

Les raisons peuvent être multiples, en premier lieu nous avons assumé que l'épais-

seur de la couche d'Ekman et de la profondeur de pénétration de la dérive de Stokes étaient semblables comme première approximation, soit $H_{Ek} = 50$ m. La dérive de Stokes est généralement absente à des profondeurs plus grandes que 30 mètres et souffre aussi des effets de la stratification (Ardhuin et al., 2009). Par contre le fait de diminuer cette épaisseur dans nos expériences aurait accentué les effets observés précédemment, c'est pourquoi nous avons conservé la valeur de 50 mètres. Finalement, le modèle Wavewatch III nous donnait directement le transport associé à la dérive de Stokes. Par simplicité, nous avons donc conservé cette quantité et pris ce que Wavewatch III nous offrait.

En second lieu, le modèle en eau peu profonde utilisé n'avait que deux couches pour illustrer la circulation intérieure. Un modèle avec beaucoup plus de couches aurait permis aux ondes créées dans la couche d'Ekman de mieux se disperser dans les couches inférieures. Sans la possibilité de se disperser verticalement, ces ondes viennent s'accumuler dans nos deux couches intérieures et y rester de manière permanente au lieu de cascader vers les petites échelles à chaque couches. Un modèle comme le MITgcm proposé initialement aurait pu bien mieux représenter ce phénomène. Par manque de temps, un projet d'une telle ampleur aurait malheureusement été impossible à réaliser au cours d'une maîtrise.

Une autre solution proposée par David Straub de l'université McGill aurait été de mettre un plafond au forçage de w_{Eff} sur les couches inférieures ou une espèce de force de rappel simulant l'effet du mélange aux endroits concernés. Il aurait été possible de modifier la densité de l'eau à ces endroits pour simuler le mélange sans vraiment abimer les structures à méso-échelle. Au final, introduire une forme de paramétrisation du mélange dans notre modèle réduirait l'impact des ondes inertielles sur les couches inférieures. Essentiellement, nos problèmes viennent du fait que le modèle en eau peu profonde est fait pour résoudre les structures à méso-échelle, mais est dépourvu d'une bonne représentation intrinsèque des structures à petite échelle. Il faudrait en fait que la couche imbriquée devienne une vraie couche avec

une épaisseur variable, mais avec un moyen de l'empêcher d'avoir une épaisseur nulle.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Nos connaissances des processus en lien avec le transfert d'énergie depuis l'atmosphère vers l'écoulement à l'échelle des bassins océaniques par les vagues de surface sont encore très limitées (Cavaleri et al., 2012). Entre-autre, certaines des réponses à nos questions pourraient se retrouver dans le comportement de l'interface entre ces deux milieux. Principalement, il est intéressant d'observer les interactions entre la méso-échelle (les tourbillons barocliniques) et les processus associés aux vagues (la dérive de Stokes et la modulation de la rugosité de l'interface).

Nous avons ainsi couplé deux modèles numériques, soit un modèle de circulation océanique simplifié simulant une couche d'Ekman non-linéaire et la circulation intérieure en deux couches (Chen et al., 2021), ainsi qu'un modèle de prévision de vagues nommé Wavewatch III (Tolman, 2007). En se fiant sur les travaux de Suzuki and Fox-Kemper (2016), nous avons relié les deux modèles à l'aide de la dérive de Stokes (\mathbf{u}_S) et du transfert de momentum associé à la contrainte de cisaillement modulé par le champ de vagues (τ_{oc}). Par la suite, nous comparons le modèle de circulation couplé au modèle non-couplé. Deux cas limites sont à l'étude, soit un vent statique et un vent variable à la fréquence fondamentale autour de 1% de son amplitude, totalisant quatre expériences distinctes.

Dans le cas des expériences à vent statique, les écarts entre les quantités étudiées pour les deux modèles sont raisonnables malgré que les deux modèles semblent prendre des parcours très semblables dans leur évolution, soit celui proposé dans (Chen et al., 2021).

Pour ce qui est des expériences à vents variables, on note un écart frappant entre les deux modèles à l'étude. Lorsqu'on soumet le modèle couplé à un vent intermittent à la fréquence fondamentale f , on observe une accumulation d'ondes et de structures aux petites échelles dans la couche d'Ekman. Ces ondes se transmettent dans les couches inférieures par

l'entremise de l'équation de masse et viennent s'attaquer à la circulation géostrophique au grande échelles. Ce processus rend difficile la production de structures à l'échelle géostrophique dans les couches 1 et 2 et fait donc diminuer l'énergie cinétique tourbillonnaire sur le domaine à l'étude.

Bien que les résultats affichés dans ce projet de maîtrise ne soient probablement pas très réalistes, il est à mentionner que nous étudions un cas limite et que ce genre d'interactions pourrait se produire à moindre échelle dans le monde réel. Cette accumulation d'ondes dans les couches 1 et 2 ne devrait pas vraiment avoir lieu, ce qui nous fait en partie douter des résultats obtenus. Normalement, les ondes devraient se transmettre et s'atténuer de manière verticale entre les différentes couches du modèle. Une solution simple aurait été de coupler Wavewatch à une modèles de circulation océanique avec beaucoup plus que 2 couches (comme le MITgcm par exemple), laissant la chance aux ondes de se dissiper à chaque étage. Il serait aussi possible de paramétrer l'effet du mélange induit par ces ondes aux fréquences inertielles, forçant ainsi ces dernières à former une cascade d'énergie plus réaliste entre la couche d'Ekman et la première couche, tout en limitant que l'épaisseur de la couche d'Ekamn ne devienne nulle.

RÉFÉRENCES

- Ardhuin, F., Marié, L., Rasclé, N., Forget, P., Roland, A., 2009. Observation and estimation of Lagrangian, Stokes, and Eulerian currents induced by wind and waves at the sea surface. *Journal of Physical Oceanography* 39, 2820–2838.
- Breivik, Ø., Mogensén, K., Bidlot, J.R., Balmaseda, M.A., Janssen, P.A., 2015. Surface wave effects in the NEMO ocean model : Forced and coupled experiments. *Journal of Geophysical Research : Oceans* 120, 2973–2992.
- Cavaleri, L., Fox-Kemper, B., Hemer, M., 2012. Wind waves in the coupled climate system. *Bulletin of the American Meteorological Society* 93, 1651–1661.
- Charnock, H., 1955. Wind stress on a water surface. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 81, 639–640.
- Chen, Y., 2019. Flow-Dependent Ekman Theory. Mémoire de maîtrise, McGill University (Québec, Canada).
- Chen, Y., Straub, D., Nadeau, L.P., 2021. Interaction of nonlinear Ekman pumping, near-inertial oscillations, and geostrophic turbulence in an idealized coupled model. *Journal of Physical Oceanography* 51, 975–987.
- Craik, A.D., Leibovich, S., 1976. A rational model for Langmuir circulations. *Journal of Fluid Mechanics* 73, 401–426.
- Duhaut, T.H., Straub, D.N., 2006. Wind stress dependence on ocean surface velocity : Implications for mechanical energy input to ocean circulation. *Journal of Physical Oceanography* 36, 202–211.
- Gill, A.E., 1982. *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press : Elsevier.
- Goscinny, R., Uderzo, A., 1976. *Les Douze Travaux d’Astérix*. France : Studios Idéfix.
Production : Macdonald, A. et Reich, A., **Scénario** : Tchernia, P., Goscinny, R. et Uderzo, A.
- Hasselmann, K., 1970. Wave-driven inertial oscillations. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics* 1, 463–502.
- Holm, D.D., 1996. The ideal Craik-Leibovich equations. *Physica D : Nonlinear Phenomena* 98, 415–441.
- Hui, Z., Xu, Y., 2016. The impact of wave-induced Coriolis-Stokes forcing on satellite-derived ocean surface currents. *Journal of Geophysical Research : Oceans* 121, 410–426.
- Leibovich, S., 1980. On wave-current interaction theories of Langmuir circulations. *Journal of Fluid Mechanics* 99, 715–724.

- McWilliams, J.C., 2018. Surface wave effects on submesoscale fronts and filaments. *Journal of Fluid Mechanics* 843, 479–517.
- McWilliams, J.C., Restrepo, J.M., 1999. The wave-driven ocean circulation. *Journal of Physical Oceanography* 29, 2523–2540.
- MITgcm group, 2018. MITgcm documentation : Pressure method with rigid lid. http://mitgcm.org/public/r2_manual/final/online_documents/node33.html. Dernier accès : 2023-01-06, Dernières modifications : 2018-01-23.
- Pierson Jr, W.J., Moskowitz, L., 1964. A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of SA Kitaigorodskii. *Journal of Geophysical Research* 69, 5181–5190.
- Rasclé, N., Noguier, F., Chapron, B., Mouche, A., Ponte, A., 2016. Surface roughness changes by finescale current gradients : Properties at multiple azimuth view angles. *Journal of Physical Oceanography* 46, 3681–3694.
- Shimura, T., Mori, N., Takemi, T., Mizuta, R., 2017. Long-term impacts of ocean wave-dependent roughness on global climate systems. *Journal of Geophysical Research : Oceans* 122, 1995–2011.
- Suzuki, N., Fox-Kemper, B., 2016. Understanding Stokes forces in the wave-averaged equations. *Journal of Geophysical Research : Oceans* 121, 3579–3596.
- The Wamdi Group, 1988. The WAM model : A third generation ocean wave prediction model. *Journal of Physical Oceanography* 18, 1775–1810.
- Tolman, H.L., 2007. The 2007 release of Wavewatch III, in : Proc. 10th Int. Workshop of Wave Hindcasting and Forecasting.
- Vallis, G.K., 2006. *Atmospheric and oceanic Fluid Dynamic : Fundamentals and Large-scale Circulation*. Première ed., Cambridge University Press, The Edinburg Building, Cambridge CB2 2RU, Royaume-Uni.
- Weller, R.A., 1982. The relation of near-inertial motions observed in the mixed layer during the JASIN (1978) experiment to the local wind stress and to the quasi-geostrophic flow field. *Journal of Physical Oceanography* 12, 1122–1136.
- Wenegrat, J.O., Thomas, L.N., Gula, J., McWilliams, J.C., 2018. Effects of the submesoscale on the potential vorticity budget of ocean mode waters. *Journal of Physical Oceanography* 48, 2141–2165.
- Wu, J., 1982. Wind-stress coefficients over sea surface from breeze to hurricane. *Journal of Geophysical Research : Oceans* 87, 9704–9706.