

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI

**CONTRIBUTION DES ONDES INTERNES DE HAUTE FRÉQUENCE DANS UN
MODÈLE D'OSCILLATION QUASI BIENNALE**

MÉMOIRE PRÉSENTÉ

dans le cadre du programme de maîtrise en océanographie

en vue de l'obtention du grade de *maître ès sciences*

PAR

©XAVIER CHARTRAND

Juin 2022

Composition du jury :

Cédric Chavanne, président du jury, UQAR/ISMER

Louis-Philippe Nadeau, directeur de recherche, UQAR/ISMER

Antoine Venaille, examinateur externe, ENS de Lyon

Dépôt initial le 20 décembre 2021

Dépôt final le 14 juin 2022

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI

Service de la bibliothèque

Avertissement

La diffusion de ce mémoire ou de cette thèse se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire « *Autorisation de reproduire et de diffuser un rapport, un mémoire ou une thèse* ». En signant ce formulaire, l'auteur concède à l'Université du Québec à Rimouski une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de son travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, l'auteur autorise l'Université du Québec à Rimouski à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de son travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits moraux ni à ses droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, l'auteur conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont il possède un exemplaire.

" Tough time never last. Only
tough people last..."
- Bo Demi Demi

REMERCIEMENTS

Je remercie tous celles et ceux qui ont pris le temps de me supporter tout au long de cette maîtrise. D'abord, mon directeur de recherche Louis-Philippe Nadeau pour sa présence exemplaire, mais aussi pour sa capacité de travailler à l'aveuglette parce qu'« on voit absolument rien ! » Puis, à un nouveau mentor, Antoine Venaille qui a contribué de façon inégalée à ce projet et m'a aussi permis de vivre un séjour enrichissant à l'ENS de Lyon. J'aimerais souligner le travail des analystes en informatique pour leur aide précieuse : toute l'équipe du PSMN / Centre Blaise Pascal, et notre analyste maison James Caveens. Nous lui souhaitons une excellente retraite ! Enfin, je ne saurai trouver les mots pour remercier mes parents qui m'ont et continueront de m'endosser dans mes études et projets futurs.

RÉSUMÉ

Les ondes équatoriales générées en basse stratosphère se propagent verticalement et gouvernent les renversements des vents équatoriaux, sur des cycles d'environ 28 mois. Plusieurs études ont simulé avec succès les interactions ondes–courant-moyen pour reproduire le comportement oscillatoire de l'écoulement équatorial stratosphérique. Dans les modèles les plus simples forcés par un seul type d'onde, il est possible de simuler une riche variété de modes de renversements, dont le mode périodique similaire à la QBO. Étonnamment, dans les modèles plus réalistes et forcés par une combinaison d'ondes, des renversements relativement réguliers sont obtenus. Le consensus actuel est que les ondes planétaires de Kelvin et Rossby sont les principales contributrices de ces renversements quasi biennaux. Malgré tout, les observations montrent qu'une partie significative du bilan de quantité de mouvement est attribuée aux contributions des ondes internes de gravité aux plus petites échelles. Le rôle des différents types d'ondes équatoriales sur l'émergence de l'oscillation quasi biennale reste toujours mal compris. Dans le but de donner une meilleure description des mécanismes physiques associés aux contributions des ondes internes aux plus petites échelles, nous étudions l'influence du ratio de la longueur d'atténuation des ondes sur la profondeur du domaine, en montrant que ce paramètre est essentiel pour caractériser les propriétés des renversements modélisés. Nous montrons que, dans la limite où ce paramètre est faible, les renversements sont davantage réguliers et lents. Dans ce contexte, le ratio de la longueur d'atténuation des ondes sur la profondeur du domaine est important lorsque les ondes de haute fréquence gouvernent les renversements. D'emblée, d'autres simulations sont réalisées dans une configuration forcée par deux ondes symétriques et contrapropagatives pour étudier l'influence d'une onde de haute fréquence sur des renversements gouvernés par des ondes de basse fréquence. Comme le mécanisme physique important est le déferlement des ondes en couche critique, celles avec une vitesse de phase plus petite que le courant moyen sont absorbées et contribuent à l'accélération vers le bas de l'écoulement. À l'inverse, les ondes avec une vitesse de phase supérieure et une grande longueur d'atténuation n'interagissent pas avec le courant moyen et ses propriétés ne sont pas modifiées. Ceci suggère que les ondes équatoriales de petite vitesse de phase soient propices à modifier le forçage effectif de l'oscillation équatoriale et d'accentuer la fréquence des renversements de l'écoulement moyen.

Mots clés : oscillation quasi biennale, renversements, ondes équatoriales, ondes internes, stratosphère, fluides stratifiés.

ABSTRACT

Equatorial waves generated in the lower stratosphere propagate vertically and govern periodic reversals of equatorial winds in cycles of about 28 months. Many studies successfully simulated waves–mean-flow interactions to reproduce the oscillatory behaviour of the equatorial stratospheric flow. In simple models forced by a single type of wave, a rich variety of dynamical regimes is captured, including the periodic regime similar to the QBO. Surprisingly, in realistic models where the forcing is composed of many types of waves, fairly periodic reversals are obtained. The actual consensus is that Kelvin and Rossby planetary waves are the main contributors to those quasi-biennial reversals. However, observations show that a significant part of the momentum budget is provided by small-scale internal gravity waves. The role of those different types of equatorial waves on the emergence of the quasi-biennial oscillation is still poorly understood. To better describe physical mechanisms associated with contributions of small-scale internal waves, we study the influence of the ratio between the characteristic attenuation length of a wave and the domain's thickness, showing this parameter is essential to characterize properties of reversals modelled. We show that reversals are more regular and slow when this parameter is small. In this context, the ratio of the wave attenuation length over the domain's thickness is important when the system is governed by high-frequency waves. More simulations are carried out in a configuration forced by two sets of symmetrical counterpropagative waves to study the influence of a high-frequency wave onto reversals driven by low-frequency waves. Since the key physical mechanism is wave-breaking in critical layers, waves with a smaller phase velocity than the mean flow are absorbed and contribute to the downward acceleration of the flow. Conversely, waves with a greater phase velocity and attenuation length are not interacting with the mean flow, and its properties are left unchanged. This suggests that equatorial waves with a small phase velocity are most likely to influence the equatorial oscillation and increase the frequency of reversals.

Keywords : quasi-biennial oscillation, reversals, equatorial waves, internal waves, stratosphere, stratified fluids.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS	vi
RÉSUMÉ	vii
ABSTRACT	viii
TABLE DES MATIÈRES	ix
LISTE DES TABLEAUX	xi
LISTE DES FIGURES	xii
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
1.1 La structure thermique de l’atmosphère	1
1.2 Les ondes équatoriales	3
1.3 Écoulement induit par les ondes	5
1.4 Phénoménologie de l’oscillation quasi biennale	9
1.5 Problématique et travaux antérieurs	12
1.6 Hypothèses et objectifs	13
1.7 Méthodologie	15
ARTICLE I	
SMALL-SCALE GRAVITY WAVES INFLUENCE ON AN IDEALIZED QUASI-BIENNIAL OSCILLATION	20
ABSTRACT	21
2.1 Introduction	21
2.2 Modelling mean flow reversals	23
2.2.1 Numerical experiments	25
2.3 Results	26
2.3.1 The H/Λ parameter	26
2.3.2 QBO state perturbed by high-frequency counterpropagative waves	29
2.3.3 Small-scale gravity waves in 2D Navier-Stokes simulations	31
2.4 Discussion	34
CONCLUSION GÉNÉRALE	37

ANNEXE A	
MODÈLE QUASI LINÉAIRE	39
ANNEXE B	
SIMULATIONS STRATOSPHERIQUES AVEC ROTATION	47
ANNEXE C	
SOLUTIONS STATIONNAIRES DU MODÈLE DE PLUMB	50
RÉFÉRENCES	52

LISTE DES TABLEAUX

1	Paramètres des expériences avec deux ondes contrapropagatives pour évaluer l'effet de H/Λ	17
2	Paramètres des expériences avec deux ensembles d'ondes contrapropagatives.	18
3	Paramètres utilisés dans le modèle 2D du MITgcm.	19
4	Variables des équations non Boussinesq et hydrostatique dans un système atmosphérique.	48

LISTE DES FIGURES

- 1 Illustration de la structure thermique des différentes couches de l'atmosphère (image disponible en accès libre et adaptée selon les permissions accordées par la licence *GNU FDL v1.2*). Le gradient de température T , positif en stratosphère, confère une forte stratification de fréquence de Brunt-Väisala N approximativement constante. La densité ρ décroît de façon exponentielle avec l'altitude pour devenir très faible à la stratopause. 2
- 2 Les différents types d'ondes équatoriales observés en stratosphère (adapté de Vallis (2017)). **a** Illustration du mouvement ondulatoire du courant moyen de vitesse de groupe positive, lorsque la phase est négative (gauche) et positive (droite). **b**. Relations de dispersion théoriques des différents modes équatoriaux et de leurs harmoniques. Les nombres d'onde verticaux \hat{m} et horizontaux \hat{k} sont redimensionnés en fonction de la fréquence angulaire ω , des nombres d'onde réels k et m , et des autres paramètres du système. Les ondes planétaires de Rossby sont observées à des échelles beaucoup plus grandes (\hat{k} et \hat{m} petits) que les ondes de gravité. On note également que la phase des ondes de Rossby est strictement négative ($\hat{k} < 0$), que celle des ondes de Kelvin est positive ($\hat{k} > 0$), et que celle des ondes de Poincaré n'est pas contrainte ($\hat{k} \in \mathbb{R}$). 4
- 3 Quantité de mouvement horizontale transportée sur la verticale par une onde en fonction de sa longueur d'atténuation, dans un système au repos. La décroissance (c.-à-d. le dépôt de quantité de mouvement) est exponentielle : elle est déposée plus rapidement lorsque Λ est petit. Si Λ est suffisamment grand que $\overline{u'w'} \neq 0$ à $z = H$, la quantité de mouvement résiduelle n'est généralement pas déposée dans le système. 7
- 4 Dynamique des couches critiques (adapté de Renaud and Venaille (2020)). **a** Schématisation du déferlement d'une onde de vitesse de phase c près d'une couche critique $\bar{u} = c$. On constate que la direction de propagation devient horizontale à l'approche de la couche critique, ce qui empêche l'onde de se propager au-delà ce niveau. **b** Accélération du courant moyen vers le bas. L'échelle de couleur indique le stade d'évolution de la couche critique. Au temps $\tau = 0$, aucune couche critique n'est formée. Au temps $\tau = 1$, la couche critique atteint son amplitude maximale \bar{u}_{\max} près de la frontière inférieure. On constate que $\bar{u}_{\max}(\tau, z)$ arrive à un niveau z plus faible au fur et à mesure que τ augmente, ce qui met en évidence la descente du front. 8

- 5 Évolution du courant moyen sous l'action superposée d'un flux de moment symétrique vers l'est et l'ouest (tiré de [Renaud \(2018\)](#)). **a** Composante bidimensionnelle totale du champ d'ondes. La moyenne du courant est indiquée par la courbe noire. **b** Composante négative du champ d'ondes. La courbe bleue montre que le flux de moment est totalement déposé dans la couche critique $\bar{u} = -1$. **c** *Idem* à **b**, mais la composante positive est illustrée. 9
- 6 L'oscillation quasi biennale. **a** Observations du courant moyen en stratosphère équatoriale depuis 1980 jusqu'en 2021. Le signal s'apparente à un mode périodique dont la phase se propage vers le bas. L'amplitude moyenne du courant vers l'est est d'environ 25 m/s alors que la phase ouest atteint en moyenne 35 m/s . **b** Schématisation des interactions entre le courant zonal moyen à l'équateur, et les ondes de Kelvin (rouge) et de Rossby (bleue) générées à la tropopause (tiré de [Renaud \(2018\)](#)). Ces ondes contribuent respectivement à l'accélération du courant moyen vers l'est et l'ouest. 11
- 7 Varying the H/Λ ratio in quasi-linear simulations. **a** Bifurcation diagram for $H/\Lambda = 1.05$. **b** *Id.* with $H/\Lambda = 2.8$. The bifurcation diagram shows at which values of \bar{u} the phase space attractor cross the Poincaré section, for all values of Re simulated. **c** Number of populated bins of the Poincaré section in the parameter space $(Re, H/\Lambda)$. The dashed black line marks the evolution with H/Λ of the first bifurcation occurring at Re_c . Vertical black lines indicated recorded bifurcation diagrams at **a** and **b** panels, for respective values of $H/\Lambda = 1.05$ and 2.8 . **d** Frequency of reversals at the vertical level $\zeta = H/(20\Lambda)$ in the parameter space $(Re, H/\Lambda)$. The frequency in term of F_0 is $f_{F_0} = 1/\tau$. White values indicate null frequencies. **e** *Id.* in the parameter space $(F_0, H/\Lambda)$, where $f_{Re} = Re/(\Lambda\tau)$. Dashed line plotted for constant values of Reynolds number, $Re = 50, 100$ and 150 are mapped here, following $F_0 = Re/\Lambda$, to show the linear transformation from the parameter space $(Re, H/\Lambda)$ to $(F_0, H/\Lambda)$ 28
- 8 Varying c_2/c_1 in two-scale wave forcing simulations. **a** to **c** Frequency of reversals in the parameter space $(F_{tot}, F_2/F_{tot})$. White values indicate null frequencies for $c_2/c_1 = 2, 1$ and 0.25 respectively. **d** to **f** Number of populated bins of the Poincaré section in the parameter space $(F_{tot}, F_2/F_{tot})$. **g** to **i** Maximum velocity resolved, *i.e* the magnitude of critical layers, normalized by the phase velocity of the reference wave c_1 . Pale green color is mapped to $\bar{u}_{max} = 1$, indicating when the system is governed by the reference mode. 31

- 9 Time-frequency analysis of the zonal velocity field. **a** and **b** Hovmoller diagram of the mean flow for $A_h = 10^6$ and $A_h = 10^4$ respectively. In both simulations, the wave forcing amplitude is $U_0 = 40$. The dashed line indicates the 75 hPa pressure level which is taken for the time-frequency spectrogram presented in **c** and **d**. Panel **c** presents an example of a laminar flow regime. We observe the strong presence of the forced mode at $f = f_0$ and its superior harmonics. Wave-breaking in critical layers are observed twice, approximately at 20 and 50 months. During these events the Doppler shifting of the wave and turbulent attenuation are responsible for spreading the energy all over the frequency spectrum. Conversely, panel **d** shows a turbulent regime where small-scale gravity waves are generated by Kelvin-Helmholtz instabilities over the full-frequency spectrum. **e** and **f** present snapshots of the zonal velocity for experiments **a** and **b**. The presence of small-scale gravity waves is important when A_h is smaller. The associated Richardson number $Ri = N^2(\rho g \partial_p u)^{-2}$ is presented in **g** and **h**. We can see $Ri < 1/4$ above the forcing layer due to strong shear, which indicates Kelvin-Helmholtz instabilities may occur in this region. 32
- 10 2D Navier-Stokes simulations with varying forcing magnitude and zonal viscosity. **a** Snapshot of the resolved zonal velocity on a $x - p$ slice, for $U_0 = 40$ and $A_h = 10^6$. **b** *Id.* with $A_h = 10^4$. **c** $\omega - k$ spectrum of $u'w'$ taken at $p = 100$ hPa in the forcing layer, for $U_0 = 40$ and $A_h = 10^6$. The dashed line is to indicate the region of phase velocity $c_0 = \omega_0/k_0 = 1$. **d** *Id.* with $A_h = 10^4$. **e** Frequency of reversals taken at $p = 80$ hPa, in the parameter space (U_0, A_h) . **f** Number of populated bins of the Poincaré section in the parameter space (U_0, A_h) 34
- 11 Différents régimes dynamiques obtenus en faisant varier le nombre de Reynolds dans le modèle de Plumb (tiré de [Renaud \(2018\)](#)). **a** Diagrammes d'Hovmoller du courant moyen pour un forçage des ondes qui augmente de façon monotone de i à v . De nouveaux modes de renversement peuvent émerger si le forçage des ondes devient suffisamment important. **b** i à v Spectres de puissance du courant moyen près du fond, associés aux expériences **a** i à v respectivement. Dans le régime périodique, on observe une seule fréquence $f/f_0 = 1$ avec $f_0 = \tau^{-1}$. Au fur et à mesure que le forçage augmente, la transition vers de nouveaux régimes dynamiques est marquée par l'émergence de nouveaux modes de renversement. La bifurcation associée aux changements de régime est une bifurcation de Hopf, marquée ici par un triplement de période. Dans le régime chaotique, le spectre de puissance est plutôt bruité et il est difficile de distinguer précisément les fréquences des renversements. . . . 45

- 12 Évolution de l'espace des phases du modèle Plumb en fonction du forçage des ondes (tiré de [Renaud \(2018\)](#)). **a** *i* à *v* Diagrammes d'Hovmoller du courant moyen pour différents forçages des ondes. **b** Estimation de l'espace des phases du système avec deux séries temporelles du courant moyen \bar{u}_1 au bas, et \bar{u}_2 près de la surface, pour chaque expérience en **a**. Lorsque le régime est périodique (*i*), la trajectoire de l'espace des phases est un attracteur de cycle 1. Pour les régimes *frequency-locked*, le cycle de l'attracteur est triplé de 1 à 3 (*iii*), de 3 à 9 (*v*) et ainsi de suite. Dans les cas quasi périodique et chaotique, la trajectoire est dédoublée à multiples reprises et le cycle de l'attracteur tend vers l'infini. **c** Diagramme de bifurcation montrant l'évolution de l'espace des phases du système lorsque le forçage des ondes augmente. Le diagramme de bifurcation est construit à partir de l'ensemble $\mathbb{O}_{Re} = \{U_2(z, t) | U_1(z, t) = 0\}$. Ce type de diagramme permet de visualiser pour quelles valeurs du forçage le système rencontre une *bifurcation*, c'est-à-dire un changement du mode de renversement. Le nombre de valeurs de U_2 enregistrés correspond au double du cycle de l'attracteur de l'espace des phases du système. 46
- 13 Courant zonal moyen résolu dans le modèle atmosphérique, avec une rotation $f = f_0/10$ où f_0 est la fréquence de Coriolis à l'équateur. Le courant est moyenné de -18 à 18 degrés de latitude. On constate une asymétrie induite par la rotation entre les phases est et ouest du signal. 49

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1.1 La structure thermique de l'atmosphère

Les premières observations de la haute atmosphère réalisées vers la fin des années 1800 avec les premiers prototypes de ballons météorologiques ont permis à Léon Teisserenc de Bort de révéler un fait inattendu à l'époque : la température de l'air décroît jusqu'à une certaine altitude, pour ensuite se maintenir et augmenter à nouveau. Léon Teisserenc de Bort propose alors une division simple de l'atmosphère basée sur sa structure thermique. Il dénomme la première couche la *troposphère*, du grec *tropos* (« tour ») faisant référence aux mouvements turbulents, convectifs et rotatoires des masses d'air troposphériques, qui sont responsables de générer un profil de température décroissant en altitude. En effet, comme le sol terrestre absorbe une majorité du rayonnement solaire, les couches profondes se réchauffent davantage, montant en altitude pour se refroidir de plus en plus et éventuellement redescendre vers le bas. En contraste, il attribue le nom de *stratosphère* à la deuxième couche supérieure pour mettre en valeur le caractère stratifié du milieu, où la radiation solaire est responsable de maintenir un profil de température stable qui croît en altitude de façon approximativement linéaire. Il est important de mentionner que la troposphère est elle aussi globalement stable, et ce, malgré la présence des cellules turbulentes et des perturbations locales causées par la formation de nuages. Quoique faible, la stratification de la température potentielle est suffisante pour assurer le maintien de sa structure thermique (voir Figure 1).

La transition entre la troposphère et la stratosphère est marquée par la présence d'une zone dont les variations de la température sont faibles, voire nulles, où l'air froid amené par la convection troposphérique rencontre l'air réchauffé par le rayonnement solaire à plus haute altitude. Cette couche marquant la fin de la troposphère et le début de la stratosphère est mieux connue comme la *tropopause*. L'amplitude des processus dynamiques en troposphère indique approximativement à quelle altitude cet équilibre convectif-radiatif est atteint. Ainsi,

la hauteur de la tropopause est maximale à l'équateur, puis elle diminue graduellement vers les pôles étant donné que la température au sol y est plus froide.

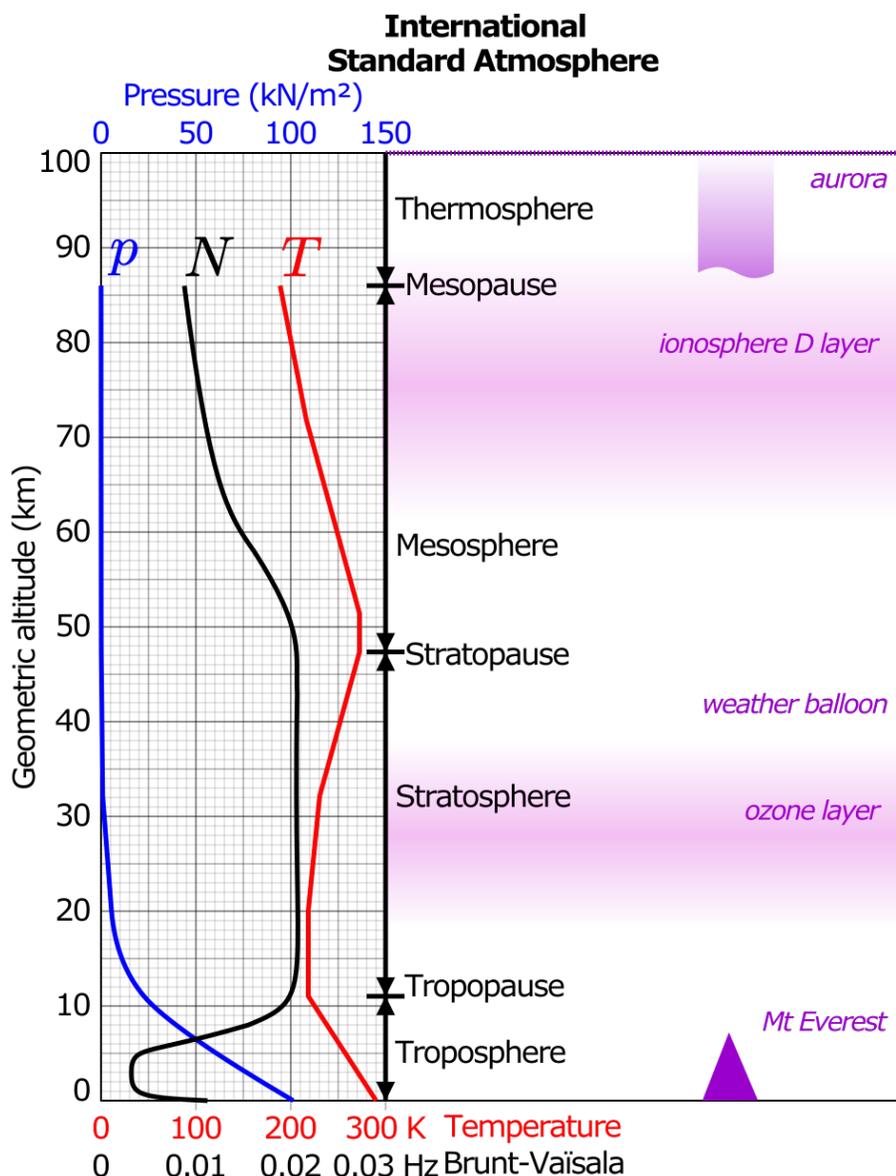


Figure 1: Illustration de la structure thermique des différentes couches de l'atmosphère (image disponible en accès libre et adaptée selon les permissions accordées par la licence *GNU FDL v1.2*). Le gradient de température T , positif en stratosphère, confère une forte stratification de fréquence de Brunt-Väisala N approximativement constante. La densité ρ décroît de façon exponentielle avec l'altitude pour devenir très faible à la stratopause.

1.2 Les ondes équatoriales

Les ondes internes sont omniprésentes dans les milieux stratifiés et elles contribuent à la variabilité des fluides géophysiques. Dans certaines géométries particulières, elles peuvent converger vers une ou plusieurs trajectoires appelées *guide d'ondes* (modes réguliers piégés) ou *attracteur d'ondes* (modes singuliers avec une énergie infiniment concentrée) (Heifetz et al., 2020). À l'échelle du globe, comme la force de Coriolis augmente vers les pôles, l'équateur agit comme un guide d'ondes. L'amplitude des ondes emprisonnées décroît rapidement en latitude, donc elles sont contraintes à se propager dans les directions longitudinale et verticale. On parle alors d'**ondes équatoriales** qui sont autant observées dans l'atmosphère que dans l'océan. En stratosphère équatoriale, les ondes internes sont excitées par les variations de la hauteur de la tropopause induites par la convection troposphérique et les instabilités baroclines influencées par le relâchement adiabatique de chaleur lors de la condensation de la vapeur d'eau et la formation des nuages (Hualand and Spengler, 2021). On dénote généralement quatre types : les ondes de Rossby, de Poincaré (inertiel-gravité), de Yanai (Rossby-gravité) et de Kelvin. De façon générale, les ondes planétaires (p. ex. Rossby) se propagent sur des échelles beaucoup plus grandes, alors que les ondes de gravité sont les plus petites. La Figure 2 b montre les relations de dispersion de ces différents modes, dérivées à partir des équations Boussinesq sur un plan β équatorial avec stratification N constante.

Les ondes transportent et déposent leur quantité de mouvement dans le système lorsqu'elles sont atténuées ou déferlées par un processus physique en particulier. De toutes les ondes générées à la tropopause, ce sont celles avec une **vitesse de groupe positive** (vers le haut) qui contribueront au bilan de quantité de mouvement stratosphérique (voir 2 a). De ce fait, le nombre d'onde horizontal k donne la phase et la direction de propagation de la quantité de mouvement transportée par l'onde. Si leur phase n'est pas contrainte, elles transportent leur quantité de mouvement dans toutes les directions. Cependant, les ondes de **phase positive** (p. ex. de Kelvin) peuvent strictement provoquer une **accélération vers l'est**. À l'inverse, les ondes de **phase négative** (p. ex. de Rossby) induisent une **accélération vers l'ouest**.

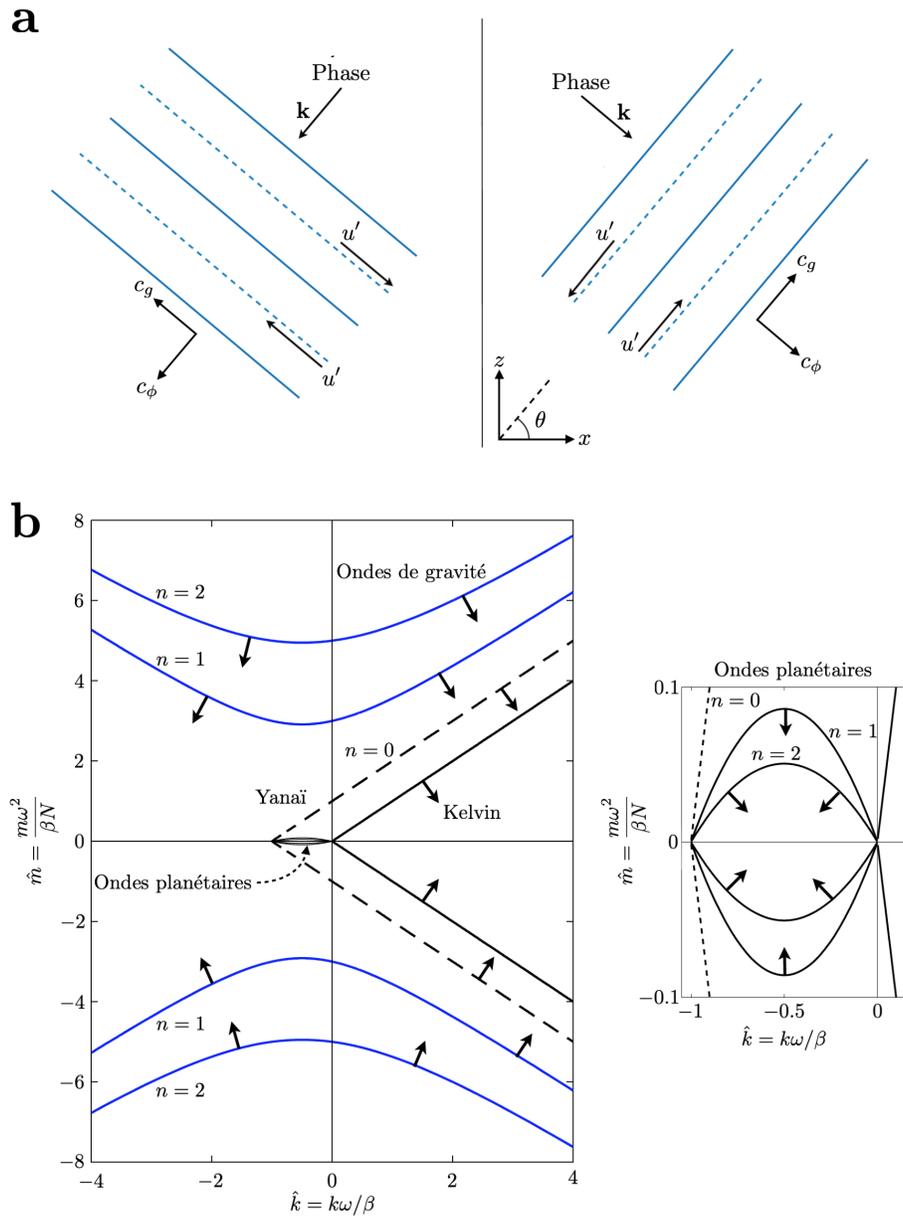


Figure 2: Les différents types d'ondes équatoriales observés en stratosphère (adapté de Vallis (2017)). **a** Illustration du mouvement ondulatoire du courant moyen de vitesse de groupe positive, lorsque la phase est négative (gauche) et positive (droite). **b**. Relations de dispersion théoriques des différents modes équatoriaux et de leurs harmoniques. Les nombres d'onde verticaux \hat{m} et horizontaux \hat{k} sont redimensionnés en fonction de la fréquence angulaire ω , des nombres d'onde réels k et m , et des autres paramètres du système. Les ondes planétaires de Rossby sont observées à des échelles beaucoup plus grandes (\hat{k} et \hat{m} petits) que les ondes de gravité. On note également que la phase des ondes de Rossby est strictement négative ($\hat{k} < 0$), que celle des ondes de Kelvin est positive ($\hat{k} > 0$), et que celle des ondes de Poincaré n'est pas contrainte ($\hat{k} \in \mathbb{R}$).

1.3 Écoulement induit par les ondes

Un écoulement $u = \bar{u} + u'$ peut être naturellement séparé en une composante moyenne \bar{u} et des fluctuations u' autour de cette moyenne, tel que $\overline{u'} = 0$ par définition. L'écoulement induit par les ondes ou *wave streaming*¹ correspond à l'évolution du courant moyen causée par des interactions non linéaires avec ces perturbations de nature oscillatoire (c.-à-d. des ondes), sur une échelle temporelle relativement plus longue que la période des perturbations. Ces interactions peuvent être mutuelles : d'une part, les ondes déposent leur quantité de mouvement dans le système lorsqu'elles sont déferlées et d'autre part, la magnitude et direction du courant moyen favorise le déferlement de certains types d'ondes. On parle alors **d'interactions entre les ondes et le courant moyen**.

La configuration la plus simple est un système sans rotation où le transport de quantité de mouvement horizontal se fait uniquement sur la verticale. Dans ce contexte, l'évolution de l'écoulement horizontal est donnée par la moyenne zonale des équations du mouvement sur une tranche bidimensionnelle $x - z$, soit

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \bar{u} - \nu \frac{\partial^2}{\partial z^2} \bar{u}}_{\text{évolution du courant moyen}} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial z} \overline{u'w'}}_{\text{contributions des ondes}}, \quad (1)$$

où les contributions des ondes sont calculées à partir des contraintes de Reynolds $\overline{u'w'}$.

Les interactions physiques qui induisent un flux de moment des ondes vers le courant moyen peuvent être de différentes natures. Il peut s'agir par exemple d'une atténuation provoquée par des phénomènes dynamiques, thermiques ou alors d'un déferlement par la présence d'un courant moyen. De façon générale, les ondes internes sont atténuées au fur et à mesure qu'elles se propagent dans le milieu, sur une certaine distance caractéristique Λ , qui dépend à la fois

1. Certains traduisent *streaming* par « rectification ».

des propriétés intrinsèques du milieu et de l'onde. Cette échelle d'atténuation est donnée par

$$\Lambda = \left(\underbrace{\frac{\gamma N}{kc^2}}_{\text{processus radiatifs}} + \underbrace{\frac{\nu N^3}{kc^4}}_{\text{processus visqueux}} \right)^{-1}, \quad (2)$$

où k et c sont respectivement le nombre d'onde et la vitesse de phase de l'onde, N indique la fréquence de Brunt-Väisälä du profil de stratification du milieu de propagation, γ note le taux auquel la stratification est rappelée à son profil de référence N sous l'effet d'un flux thermique, et enfin ν indique la viscosité cinématique du milieu (Plumb and McEwan, 1978). À l'échelle de la stratosphère, ces paramètres sont typiquement $N \approx 2.2 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$, $\gamma \approx 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ et $\nu \approx 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Donc, pour une onde planétaire de vitesse de phase $c \sim 10 \text{ m/s}$, l'échelle radiative

$$\gamma N \sim 10^{-8} \gg 10^{-13} \sim \nu N^3 / c^2 \quad (3)$$

sera beaucoup plus petite (c.-à-d. importante) que l'échelle visqueuse. Or, il est important de mentionner que cette approximation reste valide dans les régimes d'écoulement laminaire. Dans les régimes turbulents, la viscosité turbulente de l'écoulement est plus importante que la viscosité cinématique du fluide et les processus d'atténuation turbulents deviennent considérables ($\nu_{\text{turbulent}} \gg \nu_{\text{cinématique}}$). Néanmoins, il est raisonnable de considérer uniquement les processus d'atténuation radiatifs en première approximation.

Le paramètre Λ donne une échelle caractéristique du *wave streaming* induit par les ondes dans un régime au repos où il n'y a pas d'écoulement (voir Figure 3). On note que les ondes de basse fréquence, c'est-à-dire de petite vitesse de phase, seront atténuées de façon plus importante que les ondes à plus haute fréquence. Donc, elles déposeront leur quantité de mouvement dans le système plus facilement. Ceci suggère que les modes planétaires de basse fréquence comme les ondes de Kelvin et de Rossby contribuent davantage au bilan de quantité de mouvement de la stratosphère équatoriale.

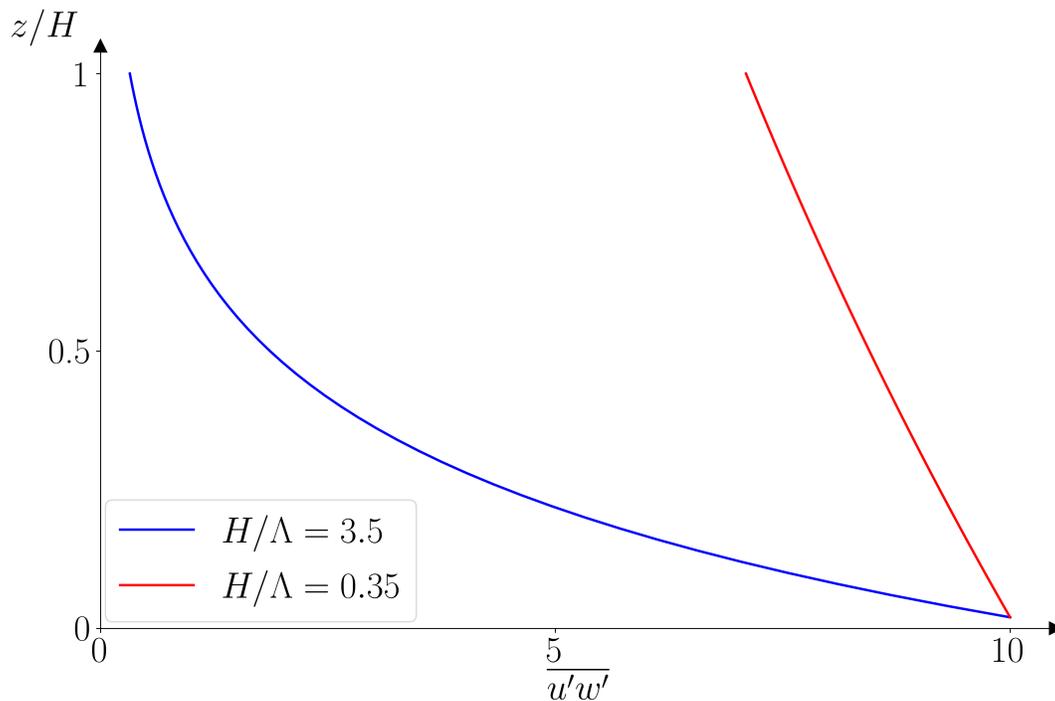


Figure 3: Quantité de mouvement horizontale transportée sur la verticale par une onde en fonction de sa longueur d'atténuation, dans un système au repos. La décroissance (c.-à-d. le dépôt de quantité de mouvement) est exponentielle : elle est déposée plus rapidement lorsque Λ est petit. Si Λ est suffisamment grand que $\overline{u'w'} \neq 0$ à $z = H$, la quantité de mouvement résiduelle n'est généralement pas déposée dans le système.

Bien que l'atténuation des ondes de haute fréquence soit généralement faible, elles peuvent être dissipées en présence d'un courant moyen (c.-à-d. dans un système qui n'est initialement pas au repos). En effet, s'il existe un courant $\bar{u}(z_c) = U$ à une certaine hauteur z_c , la direction de propagation de l'onde est déviée par effet Doppler. Une telle région est dite *couche critique* si $U = c$; la direction de propagation de l'onde devient graduellement horizontale à l'approche de la couche critique, ce qui a pour effet d'emprisonner l'onde et de provoquer un transfert de quantité de mouvement des ondes vers le courant moyen, par cisaillement ou par déferlement (voir Figure 4 a). Comme la quantité de mouvement est déposée tout juste en dessous de la couche critique, le courant est accéléré vers le bas, **ce qui provoque une descente des fronts** (voir Figure 4 b).

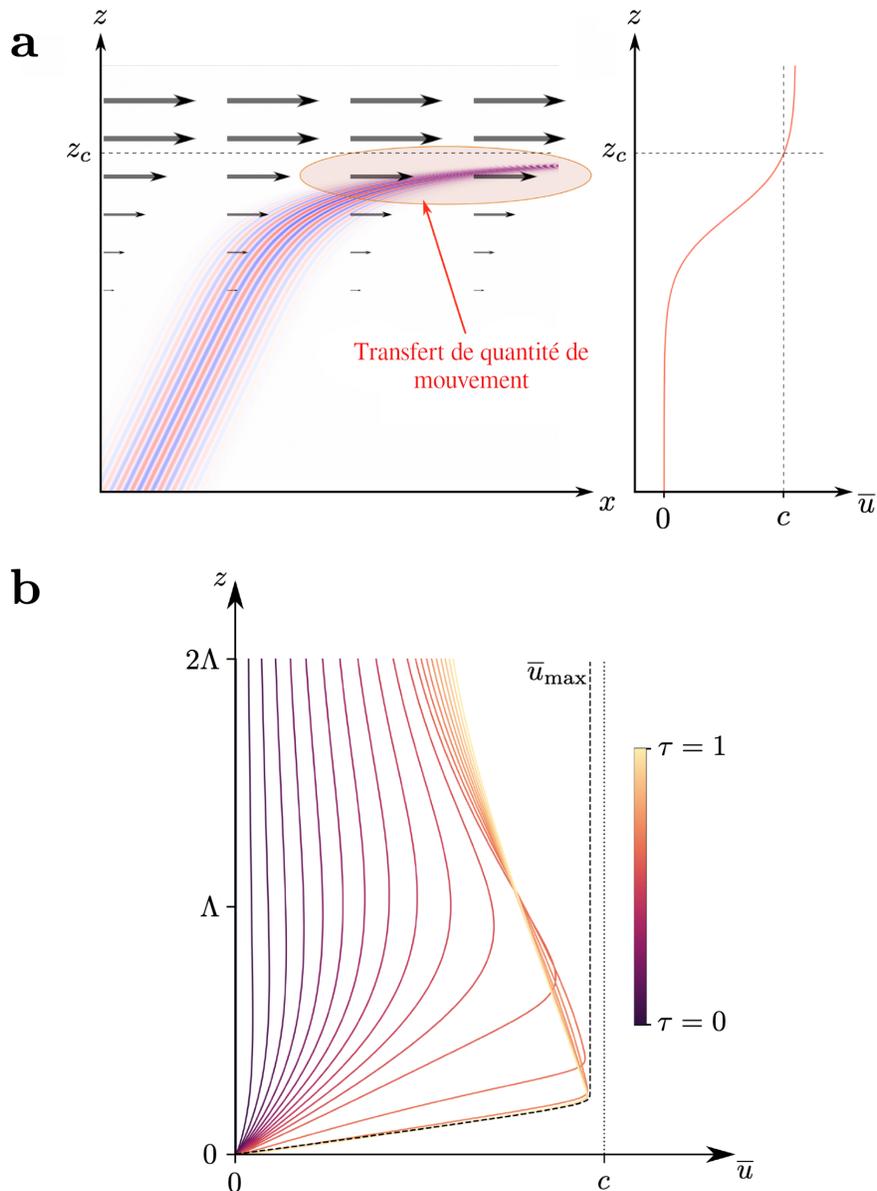


Figure 4: Dynamique des couches critiques (adapté de [Renaud and Venaille \(2020\)](#)). **a** Schématisation du déferlement d'une onde de vitesse de phase c près d'une couche critique $\bar{u} = c$. On constate que la direction de propagation devient horizontale à l'approche de la couche critique, ce qui empêche l'onde de se propager au-delà ce niveau. **b** Accélération du courant moyen vers le bas. L'échelle de couleur indique le stade d'évolution de la couche critique. Au temps $\tau = 0$, aucune couche critique n'est formée. Au temps $\tau = 1$, la couche critique atteint son amplitude maximale \bar{u}_{\max} près de la frontière inférieure. On constate que $\bar{u}_{\max}(\tau, z)$ arrive à un niveau z plus faible au fur et à mesure que τ augmente, ce qui met en évidence la descente du front.

1.4 Phénoménologie de l'oscillation quasi biennale

En présence d'ondes contrapropagatives, les ondes de phase positive et négative accélèrent respectivement les écoulements vers l'est et l'ouest (voir Figure 5). S'il existe *a priori* une couche critique à une certaine hauteur, les ondes de même phase déposeront leur quantité de mouvement dans cette couche, mais les ondes opposées se propageront au-delà de la couche critique et elles seront atténuées plus haut. Au fur et à mesure que les ondes se propagent, les fronts sont renforcés et accélérés vers le bas, jusqu'au point où les processus turbulents deviennent assez importants que la viscosité effective de l'écoulement permet de dissiper la couche inférieure. Alors, le front supérieur prend le dessus, puis le processus se répète pour générer des **renversements**.

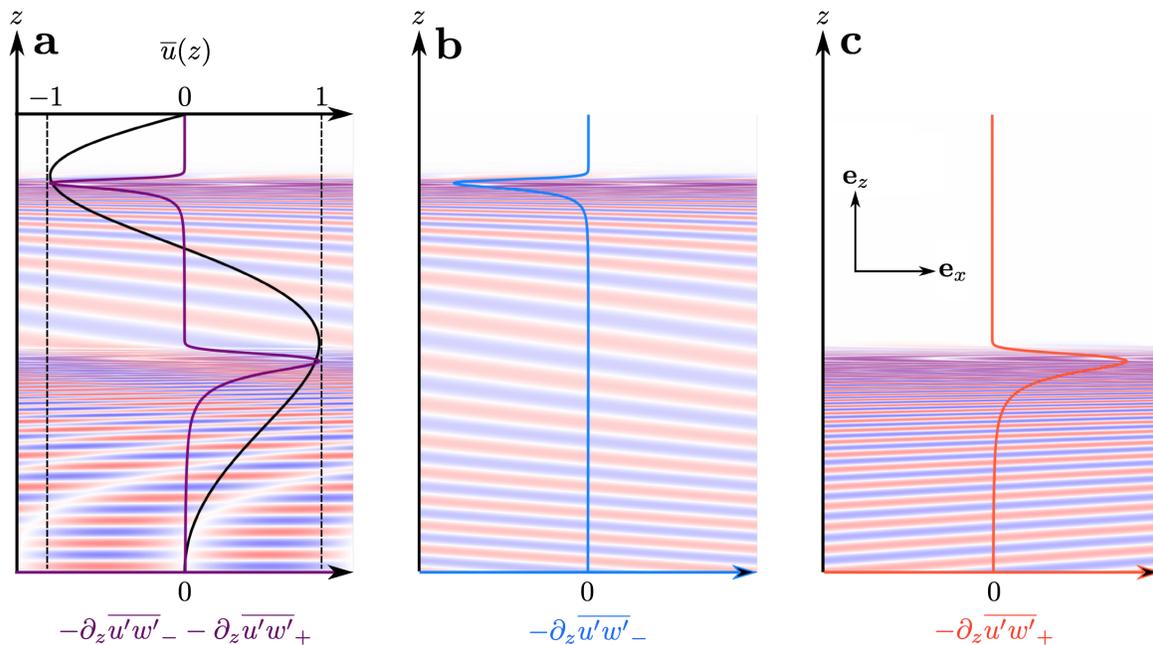


Figure 5: Évolution du courant moyen sous l'action superposée d'un flux de moment symétrique vers l'est et l'ouest (tiré de Renaud (2018)). **a** Composante bidimensionnelle totale du champ d'ondes. La moyenne du courant est indiquée par la courbe noire. **b** Composante négative du champ d'ondes. La courbe bleue montre que le flux de moment est totalement déposé dans la couche critique $\bar{u} = -1$. **c** *Idem* à **b**, mais la composante positive est illustrée.

Les observations du courant moyen en stratosphère équatoriale depuis le début des années 1950 montrent la présence de ces renversements générés par les ondes équatoriales (Graystone, 1959). Étonnamment, la structure verticale se résume approximativement à un seul mode oscillatoire périodique (voir Figure 6). Comme la période des renversements varie autour de 28 mois, cette **oscillation est dite quasi biennale (QBO)**. La QBO est un exemple iconique de l'émergence d'un phénomène régulier dans un fluide géophysique turbulent. Ce type d'oscillation est observé dans plusieurs atmosphères équatoriales. En effet, des oscillations similaires ont été identifiées sur Jupiter (quasi quadriennale), Saturne (semi-annuelle) et même dans certains modèles de naine brune (Showman et al., 2019; Robinson and Catling, 2012). La phase de la QBO influence une vaste gamme de mécanismes physiques dans l'atmosphère. Par exemple, dans la stratosphère, une phase vers l'est de la QBO est associée à un affaiblissement du vortex polaire en hiver (Holton and Tan, 1980). De plus, dans la troposphère, la QBO influence les trajectoires des cyclones (Ho et al., 2009), la mousson de l'été boréal (Giorgetta et al., 1999) et la convection profonde dans les tropiques (Collimore et al., 2003; Liess and Geller, 2012). D'autres travaux de recherche révèlent que les changements dans la circulation globale induits par la QBO affectent les concentrations des constituants chimiques de l'atmosphère comme l'ozone, la vapeur d'eau et le méthane (Baldwin et al., 2001).

Des anomalies du signal se présentant comme de nouveaux modes verticaux ont été observées en 2015-2016 (Newman et al., 2016), puis à nouveau en 2019-2020 Kang et al. (2020); Kang and Chun (2021). Ces récentes perturbations ont renouvelé l'intérêt sur la question de la stabilité de la QBO, où la plupart des études sur le sujet suggèrent que la rupture de périodicité est le résultat de perturbations extratropicales externes (Osprey et al., 2016; Newman et al., 2016; Dunkerton, 2016). Quoique l'origine de ces anomalies semble claire, ces observations suscitent une curiosité et elles motivent la plupart des études qui traitent des mécanismes physiques impliquant l'interaction entre le courant moyen et les ondes équatoriales à l'échelle de la stratosphère.

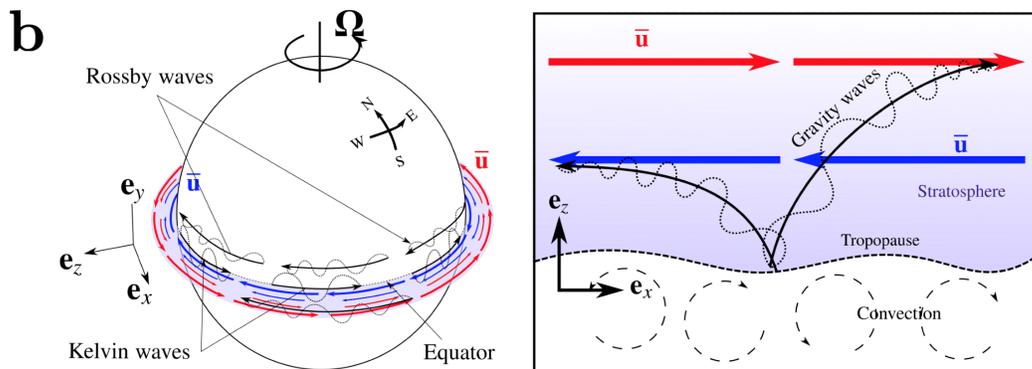
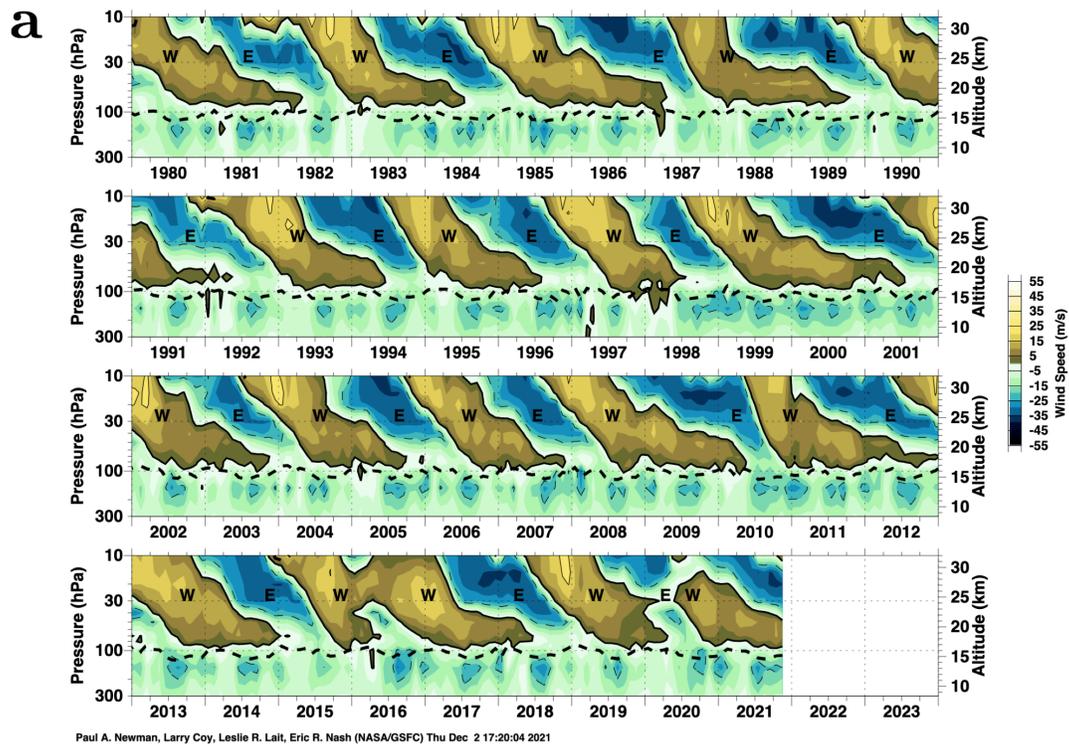


Figure 6: L'oscillation quasi biennale. **a** Observations du courant moyen en stratosphère équatoriale depuis 1980 jusqu'en 2021. Le signal s'apparente à un mode périodique dont la phase se propage vers le bas. L'amplitude moyenne du courant vers l'est est d'environ 25 m/s alors que la phase ouest atteint en moyenne 35 m/s . **b** Schématisation des interactions entre le courant zonal moyen à l'équateur, et les ondes de Kelvin (rouge) et de Rossby (bleue) générées à la tropopause (tiré de [Renaud \(2018\)](#)). Ces ondes contribuent respectivement à l'accélération du courant moyen vers l'est et l'ouest.

1.5 Problématique et travaux antérieurs

La quantification des interactions entre les ondes internes de gravité et les couches critiques par [Booker and Bretherton \(1967\)](#) a ensuite permis l'élaboration de la première théorie de l'oscillation quasi biennale par [Lindzen and Holton \(1968\)](#), qui a été améliorée par [Holton and Lindzen \(1972\)](#) à la suite. Ces auteurs ont proposé que la QBO est le résultat des interactions entre le courant moyen et les ondes équatoriales de basse fréquence qui se propagent verticalement. Ces bases théoriques ont ensuite été reprises plus tard par [Plumb \(1977\)](#) qui a montré l'existence d'une **bifurcation de type QBO**, c'est-à-dire l'émergence d'un régime périodique depuis un état au repos, dans un système simplifié forcé par deux ondes contre-propagatives symétriques. Une dérivation générale des équations modélisées par Plumb est présentée à l'Annexe A. Même s'il s'agit d'un ensemble d'équations réduit, il permet de construire un modèle numériquement peu coûteux et utile pour étudier l'espace des paramètres de la QBO et les mécanismes physiques qui décrivent les interactions onde–courant-moyen. Par exemple, [Plumb and McEwan \(1978\)](#) explore l'effet des atténuations visqueuses au deuxième ordre sur la solution. De plus, [Renaud et al. \(2019\)](#) ont montré qu'il existe une route vers le chaos, à partir du système au repos, qui transite par le mode périodique QBO ainsi que de nouveaux modes de renversement du courant moyen.

La stratosphère, c'est un vrai bazar d'ondes dans lequel on observe de façon surprenante une oscillation zonale du courant moyenne. Le consensus est que les ondes planétaires de Kelvin et de Rossby² sont responsables de l'accélération vers l'est et l'ouest de la QBO. Malgré tout, les observations montrent que les ondes aux hautes fréquences et aux petites échelles contribuent de façon significative au bilan de moment de l'oscillation équatoriale ([Pahlavan et al., 2021a,b](#)). Dans ce contexte, des simulations numériques directes permettent de résoudre adéquatement la contribution des petites échelles sur la dynamique équatoriale stratosphérique. En particulier, [Showman et al. \(2019\)](#) obtient des renversements du courant moyen avec un

2. Ces ondes ont une échelle spatiale et temporelle plus grande que les autres types d'ondes équatoriales

forçage stochastique allant de la taille de l'atmosphère, jusqu'à des échelles 20 fois plus petites. De plus, [Le Bars et al. \(2020\)](#) montre l'émergence de renversements dans un système stratifié et forcé par une couche convective, ce qui est analogue à la dynamique de la couche convective-radiative à la tropopause. On constate donc qu'il existe plusieurs manières de générer des renversements : autant qu'il soit possible d'obtenir des systèmes périodiques avec un forçage complexe (c.-à-d. composé de plusieurs modes), qu'une riche variété de régimes dynamiques peut être simulée à l'aide d'un simple forçage monochromatique comme dans le modèle de Plumb. Toutefois, on ne discute pas de l'importance relative des différents modes résolus sur le signal modélisé. De manière générale, les effets de la résolution et de la paramétrisation du spectre d'onde simulés dans les modèles de QBO sont mal compris ([Xue et al., 2012](#); [Anstey et al., 2016](#); [Yu et al., 2017](#)).

Pour tenter de découpler l'influence des différentes ondes sur le signal moyen, [Léard et al. \(2020\)](#) ont résolu le modèle de Plumb en forçant un spectre d'ondes continu dans l'espace des fréquences. Ils utilisent une distribution gaussienne de l'énergie $\partial_\omega E$, centrée sur une fréquence ω_0 fixée, en montrant que les renversements sont davantage réguliers lorsque l'écart-type de la distribution est grand, c'est-à-dire que l'énergie est distribuée sur une plus grande plage de fréquences. Ils font l'hypothèse que ce résultat soit dû aux ondes de haute fréquence $\omega > \omega_0$ qui peuvent se propager au-delà des couches critiques, sans toutefois donner d'explications sur les mécanismes physiques associés. Même dans les modèles les plus simples, **les contributions des différents types d'ondes, plus particulièrement celles de haute fréquence restent toujours mal comprises.**

1.6 Hypothèses et objectifs

La QBO agit comme un filtre d'ondes : les ondes ayant une vitesse de phase plus faible que l'amplitude du courant moyen à une certaine altitude seront absorbées par le mécanisme du déferlement en couche critique, alors que les ondes de haute fréquence avec une vitesse de

phase élevée pourront se propager au-delà de la QBO, jusqu'en haute stratosphère. Le taux moyen de quantité de mouvement horizontal qui est transporté verticalement par une onde est donnée par $\overline{\rho_0 u' w'}$ où ρ_0 est la densité moyenne du milieu (Booker and Bretherton, 1967). Il est donc important de mentionner que les ondes de haute fréquence qui se propagent en haute stratosphère sont contraintes à déposer leur quantité de mouvement dans cette région puisque la densité devient très faible, voire nulle (voir Figure 1). En ce sens, l'échelle d'atténuation des ondes est typiquement limitée à la taille du domaine H . Le cas classique de Plumb (1977) posant que la taille du domaine est infinie ou beaucoup plus grande que l'échelle d'atténuation radiative ou turbulente contrevient à ce contexte atmosphérique. Un premier objectif est donc de comparer les propriétés d'une QBO idéale dans la limite $H/\Lambda \ll 1$, par rapport au cas classique $H/\Lambda \gg 1$. On s'attend à ce que le signal soit plus lent et régulier lorsque H/Λ est petit puisque l'écoulement induit par les ondes devient théoriquement moins important. Également, les observations montrent que les ondes planétaires équatoriales de Kelvin et de Rossby, qui contribuent majoritairement au bilan de quantité de mouvement de la QBO, ont une longueur d'atténuation telle que $H/\Lambda \approx 1.5$ (Holton and Lindzen, 1972); on se retrouve dans un cas intermédiaire où H/Λ n'est ni petit ni grand. Donc, il sera intéressant de vérifier si le cas atmosphérique est différent ou similaire au cas classique de Plumb avec $H/\Lambda \gg 1$.

Par la suite, nous cherchons à identifier les limites dans lesquelles une onde interne de gravité (un mode secondaire) peut perturber et modifier une QBO dirigée par un mode principal donné. L'idée est de vérifier, avec un forçage multimodal des ondes, l'influence du paramètre H/Λ pour mieux découpler les phénomènes d'atténuation avec et sans couche critique. Le but est de prédire l'importance de chacune des ondes dans le bilan de quantité de mouvement du signal moyen, ainsi que les caractéristiques qui en résultent. En particulier, on s'attend à ce que les ondes aux petites échelles (ayant une longueur d'atténuation et un nombre d'onde élevés) ne contribuent pas de façon significative à l'accélération vers le bas des fronts puisqu'elles se propagent et déposent leur quantité de mouvement au-delà des couches critiques.

1.7 Méthodologie

Pour explorer l'effet du paramètre H/Λ sur la fréquence et les modes de renversement simulés, le modèle de Plumb standard est résolu dans sa configuration la plus simple, où le forçage se réduit à deux ondes monochromatiques et contrapropagatives, soit de même amplitude et de phase opposée. Il est important de noter que le modèle de Plumb admet deux paramètres adimensionnels dans la limite où H (Λ) est petit (grand), soit le nombre de Reynolds Re qui caractérise le forçage des ondes, ainsi que le ratio H sur Λ associé à l'échelle d'atténuation des ondes. Dans l'optique de conserver une similitude entre des simulations idéalisées (p. ex modèle de Plumb) et réalistes (p. ex. modèle de circulation générale), il est commun d'étudier l'espace des paramètres adimensionnels au lieu de l'espace des paramètres physiques. Or, le choix de F_0 contre Re a été fait pour comparer facilement des simulations où le flux total de quantité de mouvement, F_0 , est fixé et distribué sur plusieurs modes forcés.

Des milliers de simulations ont été effectuées en faisant varier F_0 pour capturer une diversité de régimes dynamiques dans les limites où H/Λ grand et petit. Ici, la taille du domaine et la vitesse de phase de l'onde sont inchangées, donc le paramètre H/Λ est varié en changeant le nombre d'onde k (cf. équation (2)). Le tableau 1 fait une synthèse des paramètres simulés pour cette gamme d'expériences. Pour visualiser les différents modes de renversement obtenus, un diagramme de bifurcation sur l'espace $\{F_0, H/\Lambda\}$ est tracé. La méthode utilisée pour construire un diagramme de bifurcation est présentée à l'Annexe A.³ Enfin, la fréquence des renversements est diagnostiquée à partir d'une série temporelle du courant moyen près de la couche de forçage.

Par la suite, le même modèle est complexifié à une configuration où deux ensembles d'ondes contrapropagatives (quatre ondes au total) sont considérés, dans le but d'imiter l'effet des

3. L'annexe A montre comment construire un diagramme de bifurcation unidimensionnel, c'est-à-dire en fonction d'une seule variable. En deux dimensions, la méthode utilisée pour construire un tel diagramme est exactement la même : la métrique reste le cycle limite de la trajectoire dans l'espace des phases qui est donnée par la cardinalité de l'ensemble $\mathbb{O} = \{U_2(z, t) \mid U_1(z, t) = 0\}$.

ondes de gravité aux petites échelles sur une QBO dirigée par des modes planétaires. La première onde est choisie pour correspondre au cas classique de Plumb, avec $H/\Lambda_1 \gg 1$, et ses paramètres sont inchangés au travers des différentes simulations. Cependant, la deuxième onde est choisie de sorte que $H/\Lambda_2 \ll 1$ et quelques lots de simulations sont réalisés en changeant sa vitesse de phase pour discerner les effets d’atténuation en couche critique sur les solutions obtenues. Pour chaque vitesse de phase sélectionnée, le nombre d’onde de la deuxième onde est toujours choisi pour obtenir un H/Λ qui soit le même pour tous les lots de simulation. Les expériences engendrent l’espace $\{F_{\text{tot}}, F_2/F_{\text{tot}}\}$ où $F_{\text{tot}} = F_1 + F_2$ est le flux de moment total et $F_2/F_{\text{tot}} \in [0, 1]$ est l’amplitude relative de la deuxième onde sur le forçage total. Lorsque $F_2/F_{\text{tot}} = 0$, le système est strictement gouverné par l’onde 1, c’est-à-dire qu’on retrouve le cas classique de Plumb. Inversement, lorsque $F_2/F_{\text{tot}} = 1$, le système est totalement dirigé par la deuxième onde. Les méthodes pour évaluer la fréquence du mode de renversement obtenu restent les mêmes que pour les expériences à deux ondes. Le tableau 2 résume les paramètres choisis pour ces expériences.

Enfin, quelques simulations sont réalisées à l’aide du modèle de circulation générale MITgcm sur une tranche bidimensionnelle équatoriale sans rotation (longitude–altitude), ce qui permet de résoudre la totalité des interactions non linéaires entre les ondes internes de gravité et le courant zonal moyen (l’Annexe C présente les équations pour le cas général atmosphérique avec rotation). Cette configuration admet plus de réalisme que le modèle réduit de Plumb où ces interactions non linéaires sont supposées négligeables. Le tableau 3 donne une vue d’ensemble des paramètres du modèle bidimensionnel. Dans ces expériences, un forçage monochromatique de grande échelle et d’amplitude u_0 est imposé au fond. Un rappel en température à un profil de référence, de stratification N^2 , est également imposé, ce qui permet d’une part de simuler le flux radiatif solaire et d’autre part de conserver une stratification de la colonne d’air uniforme suite au mélange turbulent produit lors du déferlement des ondes. Enfin, la viscosité horizontale est variée au travers des différentes simulations, ce qui permet de contrôler la présence des instabilités résolues qui génèrent des ondes internes aux petites échelles.

Tableau 1: Paramètres des expériences avec deux ondes contrapropagatives pour évaluer l'effet de H/Λ .

Symbole	Paramètre	Valeurs	Unités
n_z	points de grille verticaux	50	–
H	taille du domaine	3.5	m
ν	viscosité cinématique	1	m ² /s
N	fréquence de Brunt-Väisälä	1	s ⁻¹
γ	fréquence de rappel sur la stratification	1	s ⁻¹
Λ	longueur caractéristique d'atténuation radiative	[1, 10]	m
c	vitesse de phase	± 1	m/s
k	nombre d'onde	[1, 10]	m ⁻¹
F_0	forçage des ondes	[0, 100]	m ² /s ²
Paramètres caractéristiques et adimensionnels			
Longueur d'atténuation		$\Lambda = kc^2/\gamma N$	
Temps caractéristique		$\tau = c\Lambda/F_0$	
Nombre de Reynolds		$Re = F_0\Lambda/c\nu$	

Tableau 2: Paramètres des expériences avec deux ensembles d'ondes contrapropagatives.

Symbole	Paramètre	Valeurs	Unités
F_{tot}	forçage total	[0, 100]	m^2/s^2
Onde 1			
Λ_1	longueur caractéristique d'atténuation	1	m
c_1	vitesse de phase	± 1	m/s
k_1	nombre d'onde	1	m^{-1}
Onde 2			
Λ_2	longueur caractéristique d'atténuation	10	m
c_2	vitesse de phase	$\pm\{0.25, 1, 2\}$	m/s
k_2	nombre d'onde	$\{160, 10, 2.5\}$	m^{-1}
Paramètres adimensionnels			
Ratio des vitesses de phase		c_1/c_2	
Forçage relatif de l'onde 2		F_2/F_{tot}	

Tableau 3: Paramètres utilisés dans le modèle 2D du MITgcm.

Symbole	Paramètre	Valeurs	Unités
n_x	points de grille horizontaux	256	–
n_r	points de grille verticaux	256	–
L_x	longueur du domaine	$2 \cdot 10^4$	km
p_0	pression au niveau de la mer	10^5	Pa
p_I	pression à la tropopause	10^4	Pa
p_F	pression en haut	10^2	Pa
A_h	viscosité cinématique horizontale	de 10^4 à 10^6	m^2/s
A_r	viscosité cinématique verticale	10^{-2}	Pa m/s
N	fréquence de Brunt-Väisala	$2.2 \cdot 10^{-2}$	s^{-1}
γ	fréquence de rappel sur la stratification	10^{-6}	s^{-1}
Paramètres du forçage en vitesse			
k	nombre d'onde	$\pi \cdot 10^{-7}$	m^{-1}
ω	fréquence angulaire	$25\pi \cdot 10^{-7}$	s^{-1}
c	vitesse de phase	25	m/s
u_0	amplitude	de 10 à 60	m/s
γ_u	fréquence de rappel	1/300	s^{-1}
Configuration			
Non Boussinesq et hydrostatique		$\partial_p \phi = \rho^{-1}$	
Pression comme coordonnée verticale		$r = p$	
Équation d'état du gaz parfait		$p = \rho RT$	

ARTICLE I

**SMALL-SCALE GRAVITY WAVES INFLUENCE ON AN IDEALIZED
QUASI-BIENNIAL OSCILLATION**

ABSTRACT

Internal waves generated at various scales in the lower stratosphere periodically drive the quasi-biennial oscillation of the zonal wind at the equator. Although Kelvin and Rossby planetary waves are known to provide the bulk of the forcing for the equatorial oscillation, observations made during the past decade show that small-scale gravity waves also contribute to a significant part of the momentum budget. However, the individual role of each type of equatorial wave in driving the quasi-biennial oscillation is still poorly understood. Here, we show that high-frequency waves with an attenuation length Λ greater than the domain's height H lead to slower and more regular reversals. Thus, the ratio H/Λ may be an essential parameter governing the frequency and the dynamic regime of the QBO. More simulations with multimodal wave excitation are carried out to mimic the effect of small-scale gravity waves on the quasi-biennial oscillation. Changes in the QBO signal depend on both the attenuation length and the phase velocity of high-frequency waves as the momentum flux is distributed toward small-scale structures. Waves with a long attenuation length and a phase velocity higher than the magnitude of reversals do not modify its properties, unless they are sufficiently forced to overcome current reversals and create new ones. Conversely, high-frequency waves with a phase velocity smaller than the mean flow magnitude are absorbed in critical layers and contribute to their downward acceleration. This suggests that stratospheric waves with a small phase velocity are most likely to influence and sustain the QBO.

2.1 Introduction

Height variations of the tropopause caused by tropospheric deep convection and adiabatic heat release from cloud formations produce a broad range of equatorial waves in the middle atmosphere, from scales as small as 25 kilometers up to planetary ones ([Dewan et al., 1998](#); [Fritts and Alexander, 2003](#)). These waves propagate upward in the stratosphere and are damped through radiative and turbulent processes, which transfers momentum to the mean

flow. On the other hand, the direction and magnitude of the mean flow also influence wave dissipation, thus resulting in a complex coupled system. A spectacular quasi-biennial oscillation (QBO) of the equatorial stratospheric zonal winds, approximately every 28 months, emerges from these wave–mean-flow interactions, and it has been observed since the early 1950s as a periodic-like signal with a downward propagating phase (Newman et al., 2016).

The QBO has been successfully modelled into numerous configurations. A large variety of reversals, including periodic ones, can be obtained in idealized models taking into account a simple monochromatic and counterpropagative wave forcing (e.g. Plumb (1977), Renaud et al. (2019), Léard et al. (2020)). Periodic reversals are also obtained in realistic models. For instance Showman et al. (2019) use a stochastic wave forcing over 20 scales (from wavenumbers $k = 1$ to $k = 20$), and Le Bars et al. (2020) obtain mean flow reversals by resolving a convective-radiative (tropospheric-like) layer. Moreover, planetary Kelvin and Rossby waves are known to mainly drive the QBO, but recent observations have revealed similar contributions of small-scale gravity waves inferior to 2000 km (Pahlavan et al., 2021b). Although not considered as a key factor for both the 2015-2016 and 2019-2020 disruptions, small-scale convective gravity waves provided a considerable amount of westward forcing during these intriguing events (Kang et al., 2020; Kang and Chun, 2021). Yet, it remains unclear if the periodic and robust behaviour of the QBO, whether observed or modelled, is attributed to the dominant action of planetary waves or the overall contribution of the broad range of equatorial waves.

In idealized numerical configurations, it was demonstrated so far that spreading the energy from a monochromatic wave forcing to a continuous spectrum in angular frequency leads to more regular reversals (Léard et al., 2020). These authors suggested that high-frequency waves which propagate above the QBO level may play a role on driving more periodic reversals, but no explanation on physical mechanisms involved was given. Therefore, wave–mean-flow interactions describing the injection of momentum by each type of equatorial wave in the stratosphere are still to be disentangled.

To identify and explain properties of reversals driven by low or high-frequency waves, we first explore the influence of the ratio of the characteristic attenuation length Λ of the waves over the domain's height H , in the limits where Λ is larger (high-frequency) or smaller (low-frequency) than H . We show that the bifurcation from rest to periodic regimes, as well as the theoretical reversal frequency, scale by a factor Λ^2/H^2 in the limit $H/\Lambda \ll 1$. Thus, waves with a greater attenuation length lead to slower and more regular reversals. Moreover, simulations with two sets of two counterpropagating waves were carried out to explore the response of the mean flow to a two-scale wave forcing. Here, the perturbative mode is chosen to have a greater attenuation length in order to assess if these waves can also lead to robust periodic reversals in a multimodal configuration. We show that the dominant physical mechanism remains the wave absorption by critical layers when both waves are sufficiently strong to create wave streaming. As expected, waves with lower phase velocity than the mean flow are absorbed in critical layers, thus increasing the forcing of the mean flow. This tends to produce more chaotic regimes. On the other hand, waves with a higher phase velocity do not influence the signal unless their magnitude is sufficiently strong to overcome current reversals. Similar results are also observed in 2D non-linear simulations, in which resolved Kelvin-Helmholtz instabilities are responsible for generating small-scale gravity waves.

2.2 Modelling mean flow reversals

Computing the zonally averaged momentum equation (2.1) on a vertical slice, without rotation, is the simplest way to capture the equatorial stratospheric dynamics (Holton and Lindzen, 1972; Plumb, 1977; Renaud and Venaille, 2020). The Reynolds averaged equation for the zonal mean flow evolution is

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = -\frac{\partial}{\partial z} \overline{u'w'}, \quad (2.1)$$

where \bar{u} denotes a longitudinal average of the zonal flow, z is the vertical coordinate, ν is the kinematic viscosity and $\overline{u'w'}$ is the Reynolds stress due to fluctuations in the velocity field around its zonal average. The momentum budget is closed by the divergence of the Reynold stress which is meant to represent the upward momentum flux induced by wave-damping processes. It can be computed explicitly by solving the bidimensionnal flow $\mathbf{u}(u, w)$ within Navier-Stokes simulations, then performing the zonal average $\overline{u'w'}$. In order to avoid such a computation and simplify the dynamics, the divergence of Reynolds stresses can be parametrized with a Wentzel-Kramers-Brillouin approximation,

$$\overline{u'w'} = F_0 \left[\exp\left(-\frac{1}{\Lambda} \int_0^z \frac{1}{(1 - \bar{u}/c)^2} dz'\right) - \exp\left(-\frac{1}{\Lambda} \int_0^z \frac{1}{(1 + \bar{u}/c)^2} dz'\right) \right], \quad (2.2)$$

to obtain the Plumb model when combined with the equation (2.1) (Plumb, 1977). The symmetrical eastward and westward momentum flux is expressed as a functional of the wave dispersion relation, but at the cost of neglecting wave-wave interactions. This simplest version of the model assumes that wave-damping is led by radiative processes at first order (negligible viscous damping) and an infinite vertical domain H ($H \gg \Lambda$), such that no wave-breaking occurs at the top level. Then, all the momentum F_0 of a given wave, transported and deposited over the characteristic length $\Lambda = \gamma N / (kc^2)$, generates reversals with a theoretical period of $\tau = c\Lambda / F_0$. Here, γ and N denote respectively the damping rate associated with Newtonian cooling and the Brunt-Väisala frequency associated with vertical stratification. In the limit $H \gg \Lambda$, the Plumb model admits a single nondimensionnal parameter, the Reynolds number Re , which governs the overall dynamic. The corresponding nondimensionnal equation is obtained by posing $z = \Lambda Z$, $t = \tau T$, $\bar{u} = cU$ and $\overline{u'w'} = F_0 U' W'$, that is

$$\frac{\partial U}{\partial T} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = \frac{1}{(1 - U)^2} \exp\left(-\int_0^Z \frac{1}{(1 - U)^2} dZ'\right) - \frac{1}{(1 + U)^2} \exp\left(-\int_0^Z \frac{1}{(1 + U)^2} dZ'\right), \quad (2.3)$$

where $Re = F_0 \nu / (c\Lambda)$ and $\tau = c / (\Lambda F_0)$.

2.2.1 Numerical experiments

To explore the mean flow response to different types of waves, we choose to perform numerical experiments with this 1D quasi-linear model forced by different sets of counter-propagative waves. It has been extensively used to simulate QBO-like reversals, exploring essential features and explaining underlying physical mechanisms of the QBO (*e.g.* in [Plumb \(1977\)](#); [Yoden and Holton \(1988\)](#); [Renaud et al. \(2019\)](#); [Léard et al. \(2020\)](#)). Then, 2D non-linear simulations are achieved with the MITgcm in an atmospheric configuration to pursue our analysis of wave–mean-flow interactions. Although the analytic approach gives a total handle over the wave forcing, the QBO dynamic is better resolved in Navier-Stokes simulations where non-linear interactions describing wave momentum transfer are directly resolved.

The 1D quasi-linear model forced by monochromatic counterpropagatives waves with varying attenuation length is used to explore the mean flow response with H/Λ , from an initial state where the mean flow is weak. Further experiments including two different types of waves are performed to characterize the mean flow response to the H/Λ ratio within the simplest multimodal configuration. Computations are done using a 3rd Adams–Bashforth time stepping scheme, together with an implicit scheme for diffusion to ensure numerical stability at high wave-forcing. Dirichlet and Neumann conditions are used respectively at the bottom and the top boundaries ($\bar{u}|_{z=0} = 0$ and $\partial_z \bar{u}|_{z=H} = 0$).

In experiments where the forcing is restrained to two symmetric counterpropagative waves, the time step is chosen sufficiently low so the resolved mean flow stays in the range $|\bar{u}| < c$. This can avoid reaching singularities when the mean flow approaches the phase velocity (see equation (2.2)). However, in a multimodal configuration, excited waves do not always share the same phase velocity and thus singularities cannot be avoided. An extra condition on the Reynolds stress divergence is then imposed : the momentum flux carried by a wave is set to zero for all $z \geq z_c$ if $\bar{u}(z_c)$ becomes locally higher than its phase velocity. Every simulation is performed over 2000τ with τ the theoretical time scale of reversals, to ensure the

system reaches equilibrium. The phase space of the system is estimated by plotting time series $u_1(z_1, t)$ and $u_2(z_2, t)$ of the mean flow at two selected levels, $z_1 = H/20\Lambda$ near the bottom boundary and $z_2 = 3H/4\Lambda$ aloft. Then, Poincaré sections are obtained by storing values of u_2 intersecting $u_1 = 0$ in a histogram $u_2 \in [-c, c]$. Populated histogram bins are reported to a bifurcation diagram, showing the evolution of the attractor through the Poincaré section as wave properties are varied. The frequency is calculated from the u_1 time series for all simulations, *i.e.* from most rapid reversals near the bottom boundary.

Finally, for 2D non-linear simulations without rotation, the pressure is chosen as the vertical coordinate. The exponentially increasing potential temperature with pressure is a natural way to introduce a buffer layer to eliminate wave reflections at the top boundary. The potential temperature is restored to a stratification profile of frequency $N = 2.2 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ at a rate $\gamma = 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ to simulate the effect of solar radiative flux on the air column. The model is forced at its bottom boundary with a monochromatic wave of wavenumber $k_0 = 1/20\,000 \text{ km}$ and phase velocity $c_0 = 25 \text{ m/s}$ which are relevant values for equatorial planetary waves (Vallis, 2017).

2.3 Results

2.3.1 The H/Λ parameter

1D quasi-linear simulations are performed over a broad range of parameters to cover the rich dynamics of this system, from periodic to chaotic regimes. The phase space is spanned over both effective wave Reynolds number and wave momentum flux $\{Re, F_{tot}\} \in [0, 200]$, and the ratio $H/\Lambda \in [0.35, 3.5]$, is varied by changing the wavenumber from $k = 1$ to $k = 10$. Note that Λ depends on both wavenumber and phase velocity, but we impose $c = 1$ for every simulation to avoid variation due to wave absorption in critical layers.

The Figure 7 shows the diagnosed frequency and populated bins in the Poincaré section

for these experiments. For sufficiently high H/Λ values, the first bifurcation from rest to QBO-like regimes occurs around $Re_c \approx 4.37$, which is theoretically predicted (Renaud and Venaille, 2020). This bifurcation marks the transition between a stable point attractor at $\bar{u} = 0$ and period-1 limit cycle corresponding to mean flow reversals of magnitude $\bar{u} = \pm c$. As H/Λ decreases, the attractor of the system tends toward a periodic limit cycle, and the frequency of reversals becomes slower. In this context, H/Λ becomes a second nondimensional number, together with Re , to describe the dynamic of the system. To better understand this limit, we nondimensionalize the momentum equation over the characteristics parameters, as in (2.3), but where the vertical scale is now given by H and not Λ . Posing

$$\begin{aligned} t &= \tau T, & \bar{u} &= c U, \\ z &= H Z, & \overline{u'w'} &= F_0 U' W', \end{aligned}$$

the momentum equation then becomes

$$\frac{\partial U}{\partial T} - \frac{1}{Re} \frac{H^2}{\Lambda^2} \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = \frac{1}{(1-U)^2} \exp\left(-\frac{H}{\Lambda} \int_0^Z \frac{dZ'}{(1-U)^2}\right) - \frac{1}{(1+U)^2} \exp\left(-\frac{H}{\Lambda} \int_0^Z \frac{dZ'}{(1+U)^2}\right), \quad (2.4)$$

where the standard Reynolds number Re rescales by a factor H^2/Λ^2 when $H/\Lambda \ll 1$. When the system approaches the first bifurcation, the tendency of the mean flow is still very small, and its magnitude is far from reaching the critical value $|U| = 1$. Then, wave-streaming by critical layer is negligible and the characteristic time of reversals is not rescaled in the limit $|U| < 1$. However, when the forcing is sufficient for the system to reach past the first bifurcation and creates critical layers near $z = H$, all the momentum flux carried by waves is deposited and contributes to the downward acceleration of the mean flow. Supposing the magnitude of the mean flow is $U = 1$, the momentum flux is given by

$$F_0 = \int_0^H U \frac{\partial h}{\partial t} dz = \frac{cH}{\tau_\star}, \quad (2.5)$$

where $h(t)$ is the vertical distance covered critical layers over time, and where the theoretical characteristic time of reversals $\tau_\star = \tau H/\Lambda$ is also rescaled by a factor of H/Λ . To capture the behaviour of the system in both limits H/Λ large and small, relations $Re_c^\star = Re_c(1 + \Lambda^2/H^2)$, $f_{Re}^\star = f_{Re}(1 + \Lambda^2/H^2)$ and $f_{F_0}^\star = f_{F_0}(1 + \Lambda/H)$ are traced respectively in Figure 7 **c**, **d** and **e**.

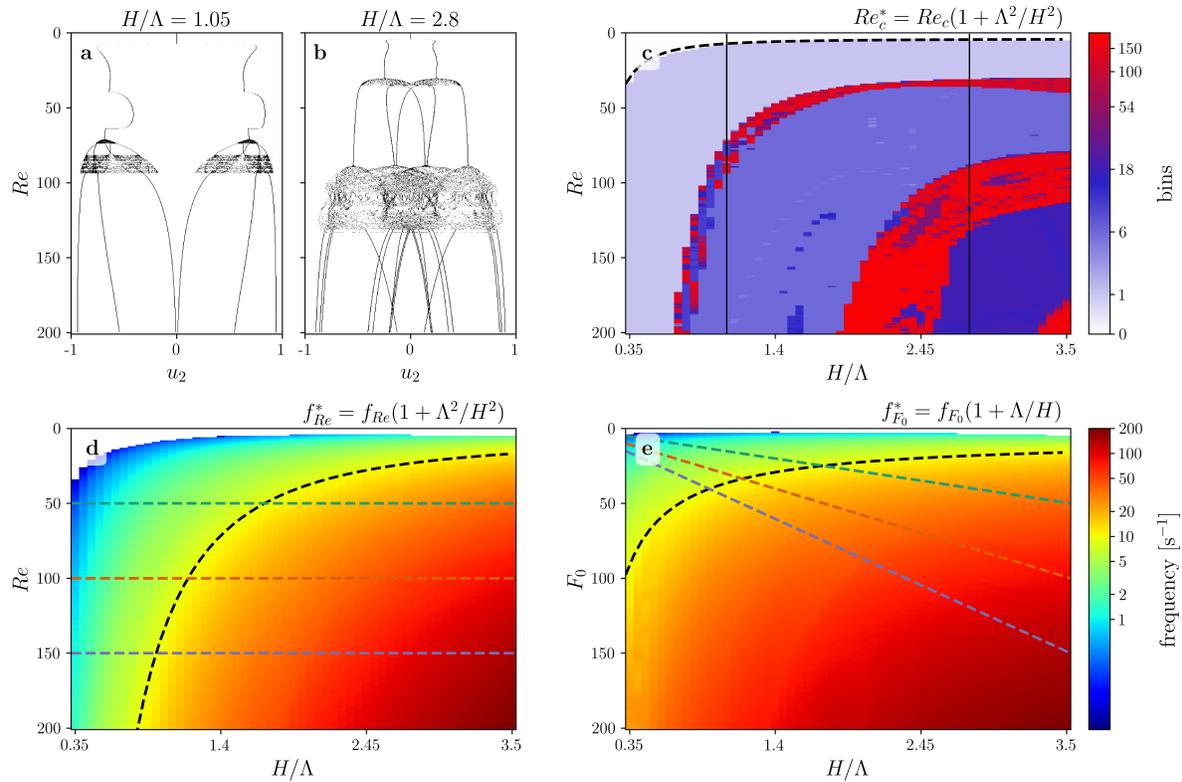


Figure 7: Varying the H/Λ ratio in quasi-linear simulations. **a** Bifurcation diagram for $H/\Lambda = 1.05$. **b** *Id.* with $H/\Lambda = 2.8$. The bifurcation diagram shows at which values of \bar{u} the phase space attractor cross the Poincaré section, for all values of Re simulated. **c** Number of populated bins of the Poincaré section in the parameter space (Re , H/Λ). The dashed black line marks the evolution with H/Λ of the first bifurcation occurring at Re_c . Vertical black lines indicated recorded bifurcation diagrams at **a** and **b** panels, for respective values of $H/\Lambda = 1.05$ and 2.8 . **d** Frequency of reversals at the vertical level $\zeta = H/(20\Lambda)$ in the parameter space (Re , H/Λ). The frequency in term of F_0 is $f_{F_0} = 1/\tau$. White values indicate null frequencies. **e** *Id.* in the parameter space (F_0 , H/Λ), where $f_{Re} = Re/(\Lambda\tau)$. Dashed line plotted for constant values of Reynolds number, $Re = 50, 100$ and 150 are mapped here, following $F_0 = Re/\Lambda$, to show the linear transformation from the parameter space (Re , H/Λ) to (F_0 , H/Λ).

2.3.2 QBO state perturbed by high-frequency counterpropagative waves

We now consider the case where the system is forced by two types of counterpropagative waves, namely

$$\overline{u'w'} = \sum_{i=1}^2 F_i \left[\exp\left(-\frac{1}{\Lambda_i} \int_0^z \frac{1}{(1 - \bar{u}/c_i)^2} dz'\right) - \exp\left(-\frac{1}{\Lambda_i} \int_0^z \frac{1}{(1 + \bar{u}/c_i)^2} dz'\right) \right]. \quad (2.6)$$

The reference mode, $c_1 = k_1 = 1$, with $\Lambda_1 = 1$ is fixed for all these experiments, and a perturbative mode, c_2, k_2 , with $\Lambda_2 = 10$ is added to explore the effects of H/Λ and c_1/c_2 on the signal. We pose $c_2 \in \{2, 1, 1/4\}$ with respective wavenumbers $k_2 \in \{2.5, 10, 160\}$ to explore key dynamical regimes : (i) $c_2 < c_1$, (ii) $c_2 = c_1$ and (iii) $c_2 > c_1$. The ratio of the high-frequency wave forcing, F_2 , over that of the total forcing, F_{tot} , is varied in the range $[0, 1]$. When $F_2/F_{tot} = 0$, the system is strictly driven by the reference mode. Conversely, reversals are purely led by the high-frequency perturbative wave when $F_2/F_{tot} = 1$.

The Figure 8 shows dynamical regimes and frequencies diagnosed from these experiments. Results depend on both the ratio of phase velocity and the ratio of wave forcing. To better understand the effect of the wave forcing, we pose Re_{c_1} and Re_{c_2} the Reynolds numbers associated with the first bifurcation, for the first and second wave respectively, so the system may be split in four cases : the rest state ($Re_1 < Re_{c_1}, Re_2 < Re_{c_2}$), the state driven by the reference mode ($Re_1 > Re_{c_1}$ and $Re_2 < Re_{c_2}$) or the perturbative mode ($Re_2 > Re_{c_2}$ and $Re_1 < Re_{c_1}$) respectively, and the mixed case where both waves can generate reversals ($Re_1 > Re_{c_1}$ and $Re_2 > Re_{c_2}$).

The first case is the trivial solution where both wave forcing of each wave are not sufficiently strong to lead reversals, so the system is attracted toward $\bar{u} = 0$. The next two cases are mainly one-wave driven reversals which converge to solutions shown in the Figure 7. The final case is more complex, yet the most interesting because both waves may generate reversals with different zonal velocities. For every value of F_2/F_{tot} and c_2/c_1 , the behaviour of the

system is always the same as F_{tot} increases: reversals become more rapid and they follow the route to chaos. Indeed, the most interesting case is when the total forcing F_{tot} is held fixed, but F_2/F_{tot} is varied. From one-wave experiments, we learned that waves with a small H/Λ ratio lead to slower and regular reversals. Here, even if $H/\Lambda_2 \ll 1$, the perturbative mode yields wave streaming when $c_2 < c_1$. The regime led by the reference mode is maintained by the perturbative wave, because it is absorbed in critical layers of magnitude $\bar{u}_{\text{max}} \approx c_1$. In this case, we do not observe significant changes in the frequency diagnosed and the bifurcation diagram. In contrast, when c_2 is greater than c_1 , the perturbative wave is not absorbed in critical layers and does not produce a substantial wave streaming. Consequently, the effective forcing of the mean flow reduces as the momentum flux is distributed toward the second wave and the frequency of reversals decreases significantly. But, if the magnitude of the second wave is sufficiently strong to generate reversals of higher zonal velocity ($\bar{u}_{\text{max}} \rightarrow c_2$), the reference mode is not driving the reversals anymore. Nonetheless, both waves contribute to the overall dynamic (see Figure 8 g). The phase velocity of the reference mode is still lower than the mean flow ($\bar{u}_{\text{max}} \geq c_2 > c_1$), and again it contributes to the downward acceleration of the new QBO-like regime.

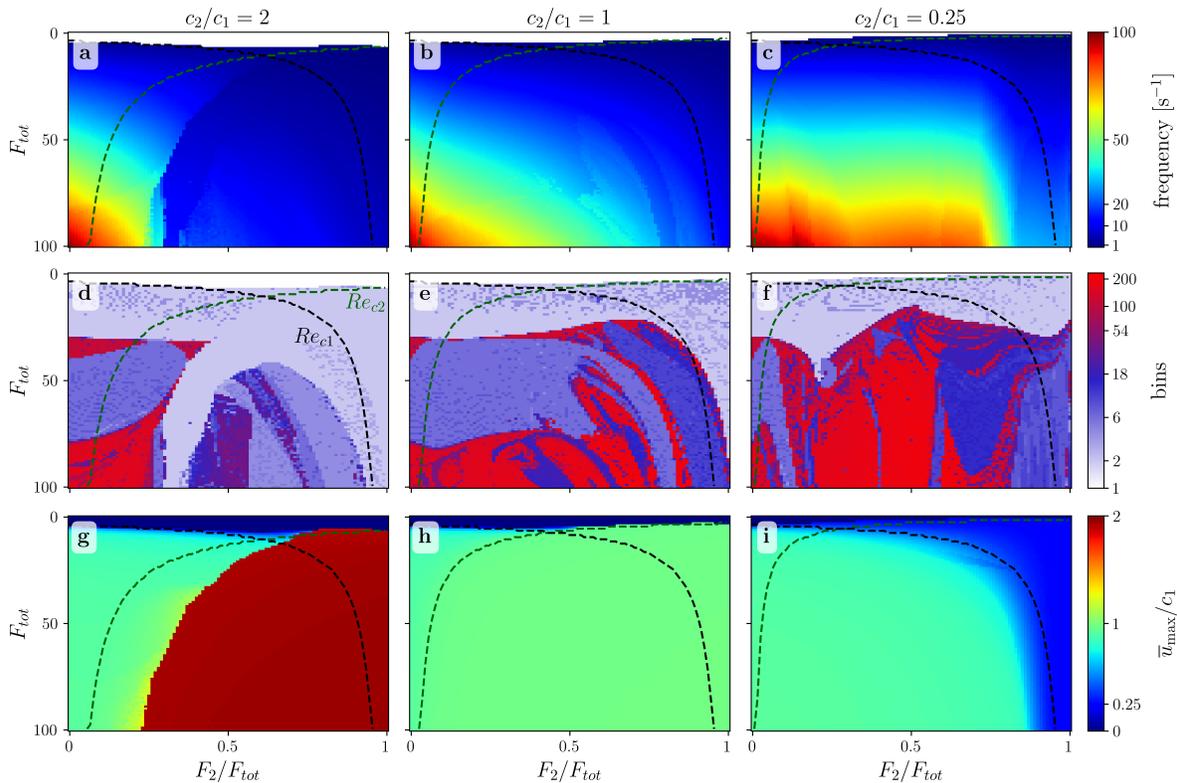


Figure 8: Varying c_2/c_1 in two-scale wave forcing simulations. **a** to **c** Frequency of reversals in the parameter space $(F_{tot}, F_2/F_{tot})$. White values indicate null frequencies for $c_2/c_1 = 2$, 1 and 0.25 respectively. **d** to **f** Number of populated bins of the Poincaré section in the parameter space $(F_{tot}, F_2/F_{tot})$. **g** to **i** Maximum velocity resolved, *i.e* the magnitude of critical layers, normalized by the phase velocity of the reference wave c_1 . Pale green color is mapped to $\bar{u}_{\max} = 1$, indicating when the system is governed by the reference mode.

2.3.3 Small-scale gravity waves in 2D Navier-Stokes simulations

2D non-linear simulations are carried out with the MITgcm. The Figure 9 shows that Kelvin-Helmholtz instabilities generated near the lower forcing boundary due to strong shear are responsible to excite small-scale internal waves over the full-frequency spectrum.

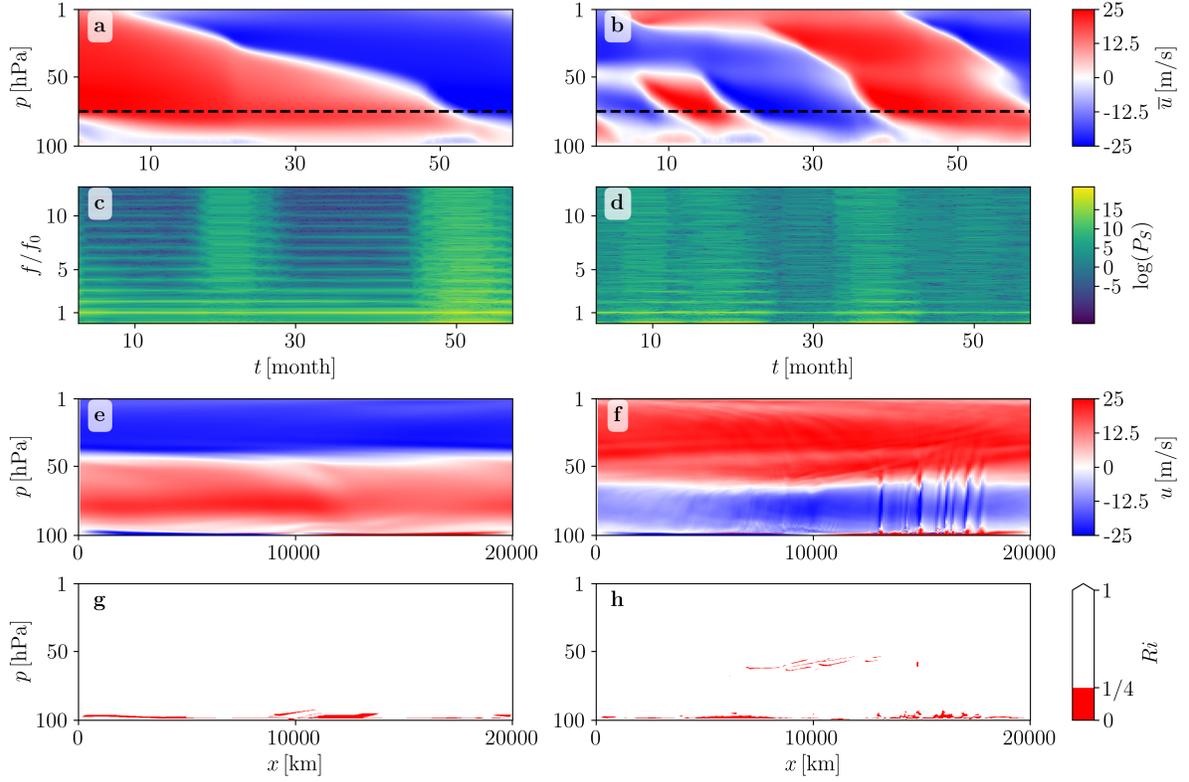


Figure 9: Time-frequency analysis of the zonal velocity field. **a** and **b** Hovmöller diagram of the mean flow for $A_h = 10^6$ and $A_h = 10^4$ respectively. In both simulations, the wave forcing amplitude is $U_0 = 40$. The dashed line indicates the 75 hPa pressure level which is taken for the time-frequency spectrogram presented in **c** and **d**. Panel **c** presents an example of a laminar flow regime. We observe the strong presence of the forced mode at $f = f_0$ and its superior harmonics. Wave-breaking in critical layers are observed twice, approximately at 20 and 50 months. During these events the Doppler shifting of the wave and turbulent attenuation are responsible for spreading the energy all over the frequency spectrum. Conversely, panel **d** shows a turbulent regime where small-scale gravity waves are generated by Kelvin-Helmholtz instabilities over the full-frequency spectrum. **e** and **f** present snapshots of the zonal velocity for experiments **a** and **b**. The presence of small-scale gravity waves is important when A_h is smaller. The associated Richardson number $Ri = N^2(\rho g \partial_p u)^{-2}$ is presented in **g** and **h**. We can see $Ri < 1/4$ above the forcing layer due to strong shear, which indicates Kelvin-Helmholtz instabilities may occur in this region.

Snapshots of the resolved zonal velocity with two different horizontal viscosities, $A_h = 10^6$ and $A_h = 10^4$ are respectively displayed in Figure 10 **a** and **b**. As A_h is increased, small internal waves undergo a viscous dissipation, resulting in a wave forcing ruled by the large

scale. Momentum flux spectra presented in the Figure 10 **c** and **d** show a spatial scale separation between the forced mode $k/k_0 = 2$ and small internal waves around $k/k_0 = 40$. It is important to notice that the imposed zonal flow at the bottom boundary, $u = u_0 \sin(\omega_0 t) \sin(k_0 x)$, with u_0 the magnitude, ω_0 the angular velocity and k_0 the wavenumber, generates a vertical momentum flux with a spatial frequency of $2k_0$. From the continuity equation $\partial_x u + \partial_p w$, where u is the zonal flow and w denotes the vertical flow in pressure coordinates, we easily obtain $-\overline{u'w'_0} = u_0^2 k_0 p \sin(\omega_0 t) \sin(2k_0 x)/2$, which has a wavenumber twice as high. Since instabilities generate waves at a broad range of frequencies, there is no apparent scale separation in the frequency domain. Moreover, small-scale internal waves are subject to interact with critical layers generated by the large-scale wave forcing since modes observed in the momentum flux spectrum have mostly a phase velocity equal or inferior to c_0 .

Panels **e** and **f** of the Figure 10 present similar results as 1D quasi-linear simulations. Here, A_h plays an analogic role as varying F_2/F_{tot} in 1D two-scale wave forcing simulations, presented in the Figure 8. The role of the zonal viscosity is to limit the emergence of instabilities which have a smaller spatio-temporal structure than the large-scale imposed wave forcing. Small-scale gravity waves emerging from these instabilities have a smaller phase velocity so they are absorbed in critical layers, and contribute increasing the frequency of the signal.

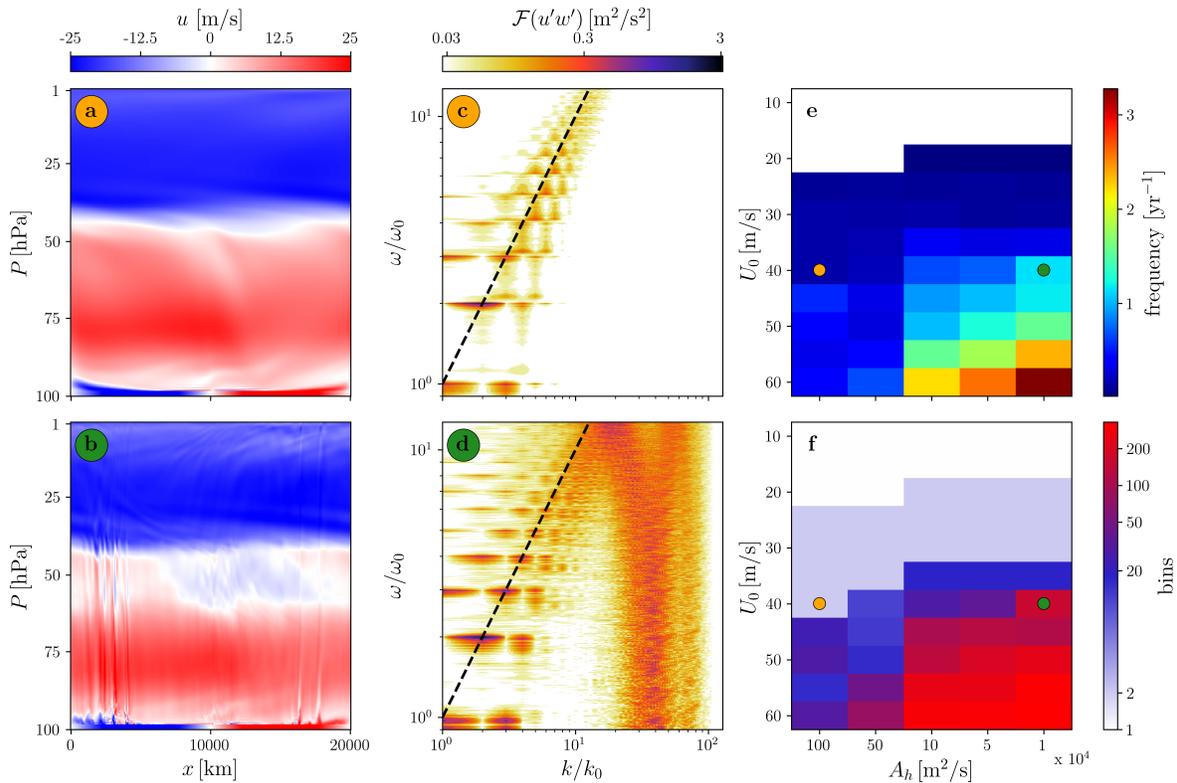


Figure 10: 2D Navier-Stokes simulations with varying forcing magnitude and zonal viscosity. **a** Snapshot of the resolved zonal velocity on a $x - p$ slice, for $U_0 = 40$ and $A_h = 10^6$. **b** *Id.* with $A_h = 10^4$. **c** $\omega - k$ spectrum of $u'w'$ taken at $p = 100$ hPa in the forcing layer, for $U_0 = 40$ and $A_h = 10^6$. The dashed line is to indicate the region of phase velocity $c_0 = \omega_0/k_0 = 1$. **d** *Id.* with $A_h = 10^4$. **e** Frequency of reversals taken at $p = 80$ hPa, in the parameter space (U_0, A_h) . **f** Number of populated bins of the Poincaré section in the parameter space (U_0, A_h) .

2.4 Discussion

The QBO is a fairly robust periodic signal even if the equatorial wave spectrum is forced at many scales. Some studies successfully modelled QBO-like reversals by imposing a complex yet realistic wave forcing (Showman et al., 2019; Le Bars et al., 2020). On the other hand, a rich variety of dynamical regimes can be obtained by applying a simple monochromatic wave forcing (Renaud et al., 2019). We showed that the H/Λ parameter allows describing the limit for which the mean flow signal is more regular and slower. Yet

nothing indicates if the periodicity of the reversals arises from the planetary wave dominance or the full combination of equatorial waves. In the stratosphere, $H/\Lambda \approx 1.5$ for planetary waves, but our results demonstrate it is not sufficiently small to change significantly the first bifurcation at low forcing (see Figure 7 c).

To better understand the multimodal case, we studied the simplest intermediate case where two different monochromatic counterpropagative waves are excited. We fixed a reference mode and let a perturbative mode with a large attenuation length interact with the zonal mean flow to investigate whether waves with a high attenuation length can also lead to periodic reversals in a multimodal configuration. Our conclusion is the wave absorption in critical layers is the dominant mechanism describing cases when two waves are sufficiently strong to produce wave streaming. The H/Λ parameter is only important to describe properties of the reversals in the limit one wave is strongly dominant and the other much less. We observe that waves with a large attenuation length and a greater phase velocity than the mean flow magnitude do not interact with critical layers and leave the signal unchanged. This suggests that high-frequency waves do not play a significant role in driving the equatorial oscillation. However, small-scale gravity waves with a lower phase velocity are fully absorbed in the mean flow signal. Thus, they can force the mean flow if the total wave forcing is left constant, or even lead to faster and potentially chaotic reversals if the wave forcing is increased toward high-frequency contributions. Léard et al. (2020) showed that more regular reversals occur when the energy spectrum is spread over a large frequency band. They suggest high-frequency waves may have a role to play in driving these regular reversals, without identifying any responsible physical mechanism. Here, we see that high-frequency waves with a small H/Λ ratio do not produce much wave streaming. In this case we redistribute a part of the total energy into these waves, the effective forcing of the mean flow decreases, thus we expect a slower and periodic oscillation. The H/Λ ratio gives a good explanation for this result, but it is still insufficient to conclude the periodicity of the QBO is the result of the interaction of small-scale high-frequency waves with the planetary wave driven reversals.

Acknowledgments We thank POLR from ISMER/UQAR and the whole team from PSMN/CBP at ENS de Lyon, especially Cerasela Calugaru (ENS) and former analyst James Caveens (UQAR) for giving precious help with computing facilities.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Les résultats de cette maîtrise ont permis de mettre en évidence les différents mécanismes physiques intervenant dans la gouvernance de l'oscillation quasi biennale par les ondes équatoriales. Nous avons exploré l'effet des ondes de haute fréquence ayant une longueur d'atténuation Λ plus grande que la profondeur de la stratosphère H . Puis, nous avons montré que le ratio de ces deux grandeurs est important pour décrire les régimes de renversement obtenus depuis un état au repos. Comme l'illustre la Figure 7, les renversements deviennent lents et périodiques lorsque la longueur d'atténuation de l'onde devient élevée par rapport à la taille du domaine. Dans cette limite, le nombre de Reynolds est redimensionné par un facteur H^2/Λ^2 ; il n'est donc plus le seul paramètre permettant de caractériser l'état du système. Ce ratio est estimé à environ $H/\Lambda = 1.5$ pour les ondes équatoriales qui gouvernent la QBO. Pour cette valeur, les résultats montrent que la bifurcation du régime au repos vers un régime périodique de type QBO n'est pas modifiée. Ceci ne permet pas de conclure si les ondes avec un H/Λ petit ont un rôle à jouer dans le contrôle du courant zonal moyen en stratosphère équatoriale. Une telle conclusion sur le rôle réel des petites ondes demanderait une étude précise des données mesurées en stratosphère, alors que cette étude donne un cadre pour de telles interprétations des observations.

L'influence de ce nouveau paramètre a été étudiée dans un système simple prenant compte deux différents types d'ondes contrapropagatives, typiquement pour imiter un contexte stratosphérique où une onde de haute fréquence perturbe des renversements gouvernés par une onde de basse fréquence. Les résultats montrent que ce paramètre intervient seulement dans la limite où les ondes de haute fréquence sont dominantes. L'absorption des ondes par les couches critiques donne ici une meilleure description des propriétés des signaux obtenus. La Figure 8 illustre que les ondes avec une grande longueur d'atténuation et une vitesse de phase plus faible que la magnitude du courant moyen sont déferlées par celui-ci, et elles contribuent à maintenir son accélération vers le bas. *A contratio*, les ondes ayant une grande

longueur d'atténuation et une vitesse de phase plus élevée que le courant moyen ne sont pas déferlées et elles ne modifient pas les propriétés du signal. Donc, les ondes de petite vitesse de phase ont une influence majeure puisqu'elles augmentent le forçage effectif du courant moyen. Néanmoins, elles ne renforcent pas le caractère périodique d'un système dirigé par des ondes de basse fréquence. Ceci suggère qu'elles ne jouent pas de rôle significatif dans la régularité de la QBO.

Travaux à venir

Les résultats ont fait progresser la question du rôle des différentes ondes équatoriales à la dynamique stratosphérique. Or, à ce stade, ils ne permettent toujours pas d'identifier si la périodicité de la QBO est due à l'action dominante des ondes planétaires ou à la totale contribution des différents types d'ondes équatoriales. Nous avons exploré l'effet du paramètre adimensionnel H/Λ montrant que des régimes périodiques sont plus robustes à un changement du forçage des ondes lorsque H/Λ est petit. Toutefois, il est difficile d'évaluer si ce paramètre est important dans les simulations plus réalistes prenant en compte plusieurs ondes aux différentes échelles, qui montrent que le mécanisme d'atténuation des ondes le plus important reste le déferlement en couche critique. Il serait intéressant d'étudier d'autres simulations du cas avec deux ondes contrapropagatives, en variant amplement le ratio des vitesses de phase et en laissant H/Λ inchangé, pour mieux découpler les phénomènes d'atténuation avec et sans couche critique dans un cas multiexcité. Comme la QBO est un système majoritairement gouverné par l'action des ondes équatoriales, l'étude des mécanismes physiques fondamentaux associés aux interactions entre les ondes et le courant moyen reste essentielle pour mieux caractériser la variabilité d'une QBO face aux perturbations externes et améliorer la paramétrisation des modèles atmosphériques.

ANNEXE A

MODÈLE QUASI LINÉAIRE

Approximation WKB

Les contraintes de Reynolds de l'équation générale du courant moyen (1) peuvent être calculées directement, mais ceci nécessite au minimum de résoudre les équations du mouvement sur une tranche bidimensionnelle $x - z$ pour obtenir u' et w' . Une alternative est de faire usage d'une approximation analytique pour exprimer les contraintes de Reynolds comme une fonctionnelle de $\bar{u}(z)$, ce qui permet de décrire la variabilité du courant moyen sur la verticale sans avoir à calculer les champs d'ondes directement. Dans le modèle quasi linéaire unidimensionnel de [Plumb \(1977\)](#), une approximation Wentzel-Kramers-Brillouin (WKB) est utilisée. De façon générale, l'approximation WKB permet de résoudre l'équation différentielle

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + m(z)^2 \xi = 0, \quad (\text{A.1})$$

où $m(z)^2$ est positif lorsqu'une solution d'onde est admise.

La solution est harmonique lorsque m est constant, c'est-à-dire que $\xi = \text{Re}\{A \exp(imz)\}$. Or, la solution générale n'est pas exactement harmonique puisque le nombre d'onde peut varier selon z . Comme la phase de l'onde $\partial_z \theta(z) = \partial_z m(z)z = m + z \partial_z m \neq m$, il est légitime d'assumer que des solutions approximativement harmoniques existent dans la limite $m \gg z \partial_z m$. Physiquement, cela implique que le nombre d'onde vertical varie lentement, c'est-à-

dire que $\partial_z m$ varie sur une échelle beaucoup plus grande que l'échelle verticale du nombre d'onde $z = m^{-1}$. Dans ce cas, des solutions quasi harmoniques peuvent être déterminées à l'aide de la théorie des perturbations. La condition est donc que

$$m^2 \gg \partial_z m. \quad (\text{A.2})$$

Cette limite est considérée en redimensionnant les équations sur une échelle verticale ϵ petite, soit $z = \epsilon \hat{z}$. Maintenant, \hat{z} représente l'échelle à laquelle m varie à l'ordre $O(1)$ et l'équation différentielle devient

$$\epsilon^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial \hat{z}^2} + m(\hat{z})^2 \xi = 0, \quad (\text{A.3})$$

où toutes les variables sont maintenant d'ordre $O(1)$. On cherche une solution analogue à la solution harmonique, soit de la forme

$$\xi(\hat{z}) = \exp\left(\frac{g(\hat{z})}{\epsilon}\right), \quad (\text{A.4})$$

ce qui implique de résoudre

$$\epsilon \frac{\partial h}{\partial \hat{z}} + h^2 + m^2 = 0, \quad \text{t.q.} \quad h = \frac{\partial g}{\partial \hat{z}}. \quad (\text{A.5})$$

Une solution peut être déterminée en développant $h(\hat{z}, \epsilon)$ à l'aide de la théorie des perturbations, soit

$$h(\hat{z}, \epsilon) = h_0 + \epsilon h_1 + \epsilon^2 h_2 + O(\epsilon^3). \quad (\text{A.6})$$

Substituant cette expression dans l'équation (A.5), on retrouve respectivement à l'ordre 0 et à l'ordre ϵ

$$h_0^2 + m^2 = 0 \quad \text{et} \quad 2h_0 h_1 + \frac{\partial h_0}{\partial \hat{z}} = 0, \quad (\text{A.7})$$

ce qui donne les solutions pour h_0 et h_1

$$h_0 = \pm im \quad \text{et} \quad h_1(\hat{z}) = -\frac{1}{2} \frac{d}{d\hat{z}} \ln\left(\frac{m(\hat{z})}{m_0}\right), \quad (\text{A.8})$$

avec m_0 constant. Ainsi, la solution au système différentiel dans la limite $m^2 \gg \partial_z m$ est

$$\xi(z) = A_0 m^{-1/2} \exp\left(\pm i \int_{\mathcal{D}_z} m dz\right), \quad (\text{A.9})$$

avec A_0 une constante. Ceci correspond à la solution donnée par l'**approximation WKB**.

Transport et déposition de moment par les ondes internes de gravité

En stratosphère, les ondes de gravité se propageant verticalement transportent et déposent de la quantité de mouvement lorsqu'elles sont atténuées par les processus radiatifs, turbulents ou par déferlement dans une couche critique. L'idée de cette sous-section est de dériver un ensemble d'équations algébriques qui permet de quantifier explicitement le flux de moment des ondes vers le courant moyen. Pour simplifier le développement, on considère seulement des ondes internes de gravité, dans un système Boussinesq de stratification constante N et sans rotation. Les équations linéarisées autour d'un courant moyen U et sur une tranche $x - z$ sont

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{\partial \phi}{\partial z} + b, \\ \frac{\partial b}{\partial t} + U \frac{\partial b}{\partial x} + wN^2 &= \gamma b, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

où le flux de moment radiatif est modélisé par le terme γb avec γ constant (les effets turbulents sont négligés). En introduisant la fonction de courant $u = \partial_z \psi$ et $w = -\partial_x \psi$, le système

d'équations se simplifie à

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2\psi + \frac{\partial\psi}{\partial x}\frac{d^2U}{dz^2} = \frac{\partial b}{\partial x}. \quad (\text{A.11})$$

On cherche alors une solution d'onde plane de la forme

$$\{\psi, b\} = \{\psi(z), b(z)\} \exp(ik(x - ct)) \quad (\text{A.12})$$

où k et c sont respectivement le nombre d'onde et la vitesse de phase. En substituant cet *ansatz* dans l'équation (A.11), on obtient

$$\boxed{\frac{d^2\psi}{dz^2} + m^2(z)\psi = 0 \quad \text{t.q.} \quad m^2(z) = \left(\frac{N^2(i + \gamma/(k(U - c)))}{(U - c)^2 - \gamma^2/k^2} - \frac{d^2U/dz^2}{U - c} - k^2\right)}. \quad (\text{A.13})$$

Ce système décrit la structure verticale de la fonction de courant et une approximation WKB peut être utilisée pour trouver des solutions quasi linéaires si $m^2 \gg \partial_z m$. Ici, la partie imaginaire donne la dégénérescence de la fonction de courant. Elle est généralement faible sauf si $U \rightarrow c$, ce qui est attribué au déferlement de l'onde par effet Doppler à l'approche d'une couche critique.

Le flux de moment des ondes est donné par

$$\overline{u'w'} = -ik\left(\psi\frac{\partial\psi^*}{\partial z} - \psi^*\frac{\partial\psi}{\partial z}\right), \quad \text{t.q.} \quad \psi = Am^{-1/2}\exp\left(\pm i\int_z m dz'\right). \quad (\text{A.14})$$

Des approximations peuvent encore être faites pour simplifier le problème. En stratosphère, comme $L_x \sim 10^4 \text{ km} \gg 10^1 \text{ km} \sim L_z$, alors le nombre d'onde horizontal $k^2 \ll m^2$ peut être négligé dans le calcul. Aussi, on assume que la courbure du courant moyen $d_z^2 U \ll m^2$ intervient sur une échelle beaucoup plus grande que le nombre d'onde vertical, donc ce terme

est également omis. On obtient alors

$$m(z) \approx \frac{N}{U-c} \left(1 + \frac{i\alpha}{2k(U-c)} \right). \quad (\text{A.15})$$

Enfin, comme $m^2 \gg \partial_z m$, la dérivée du terme $Am^{-1/2}$ peut être négligée lorsque l'on calcule $\partial_z \psi$. Ainsi, le flux de moment pour une onde de vitesse de phase c dans la limite où les processus d'atténuation radiative dominant est

$$\overline{u'w'} = F_0 \exp\left(-\int_0^z \frac{N\gamma}{k(U-c)^2} dz'\right) = F_0 \exp\left(\frac{1}{\Lambda} \int_0^z \frac{1}{(1-U/c)^2} dz'\right), \quad (\text{A.16})$$

où $\Lambda = kc^2/\gamma N$ est la longueur d'atténuation des ondes.

Dans le modèle de Plumb, cette approximation est utilisée pour modéliser un forçage symétrique de deux ondes contrapropagatives, c'est-à-dire de même amplitude mais de phase opposée. C'est la configuration la plus simple qui permet de modéliser des renversements de type QBO. Lorsque plusieurs ondes interagissent, leur contribution totale est une sommation de chaque contribution individuelle. En effet, comme les équations du mouvement sont linéarisées autour d'un courant moyen U , et que les interactions ondes-ondes sont négligées par l'approximation WKB, la fonction de courant ψ totale peut s'écrire comme la somme des N fonctions de courant des différentes ondes qui contribuent au bilan de quantité de mouvement du système. Ainsi, le système quasi linéaire unidimensionnel à N ondes est

$$\boxed{\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = \sum_{i=1}^N F_{0,i} \exp\left(-\frac{1}{\Lambda_i} \int_0^z \frac{1}{(1-\bar{u}/c_i)^2} dz'\right)}. \quad (\text{A.17})$$

Nombre de Reynolds

Il est commun d'adimensionnaliser les équations du mouvement du modèle de Plumb sur les échelles caractéristiques temporelles et spatiales, dans la limite d'un domaine H infini.

La procédure consiste à poser

$$\begin{aligned} t &= \tau T, & \bar{u} &= c U, \\ z &= \Lambda Z, & \overline{u'w'} &= F_0 U'W', \end{aligned}$$

d'où l'on obtient

$$\underbrace{\frac{c\Lambda}{F_0}}_{\tau} \frac{1}{\tau} \frac{\partial U}{\partial T} - \underbrace{\frac{\nu c}{F_0 \Lambda}}_{Re^{-1}} \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = \frac{1}{(1-U)^2} \exp\left(-\int_0^Z \frac{1}{(1-U)^2} dZ'\right) - \frac{1}{(1+U)^2} \exp\left(-\int_0^Z \frac{1}{(1+U)^2} dZ'\right). \quad (\text{A.18})$$

On retrouve le temps caractéristique $\tau = c\Lambda/F_0$ qui permet d'estimer, à une constante près, la période des renversements du courant moyen, ainsi que le nombre de Reynolds $Re = F_0\Lambda/\nu c$. Comme Re devient le **seul paramètre** du système contrôlant le forçage des ondes, un **diagramme de bifurcation** permet de tracer d'une façon astucieuse et compacte l'évolution du système sur l'axe Re . Les Figures 11 et 12 montrent les différents modes de renversements obtenus en variant le nombre de Reynolds (le forçage des ondes). La première bifurcation marquant la transition du régime au repos à un régime périodique arrive à une valeur $Re_{1c} \approx 4.37$ dans la limite $\Lambda \ll H$ (Renaud and Venaille, 2020).

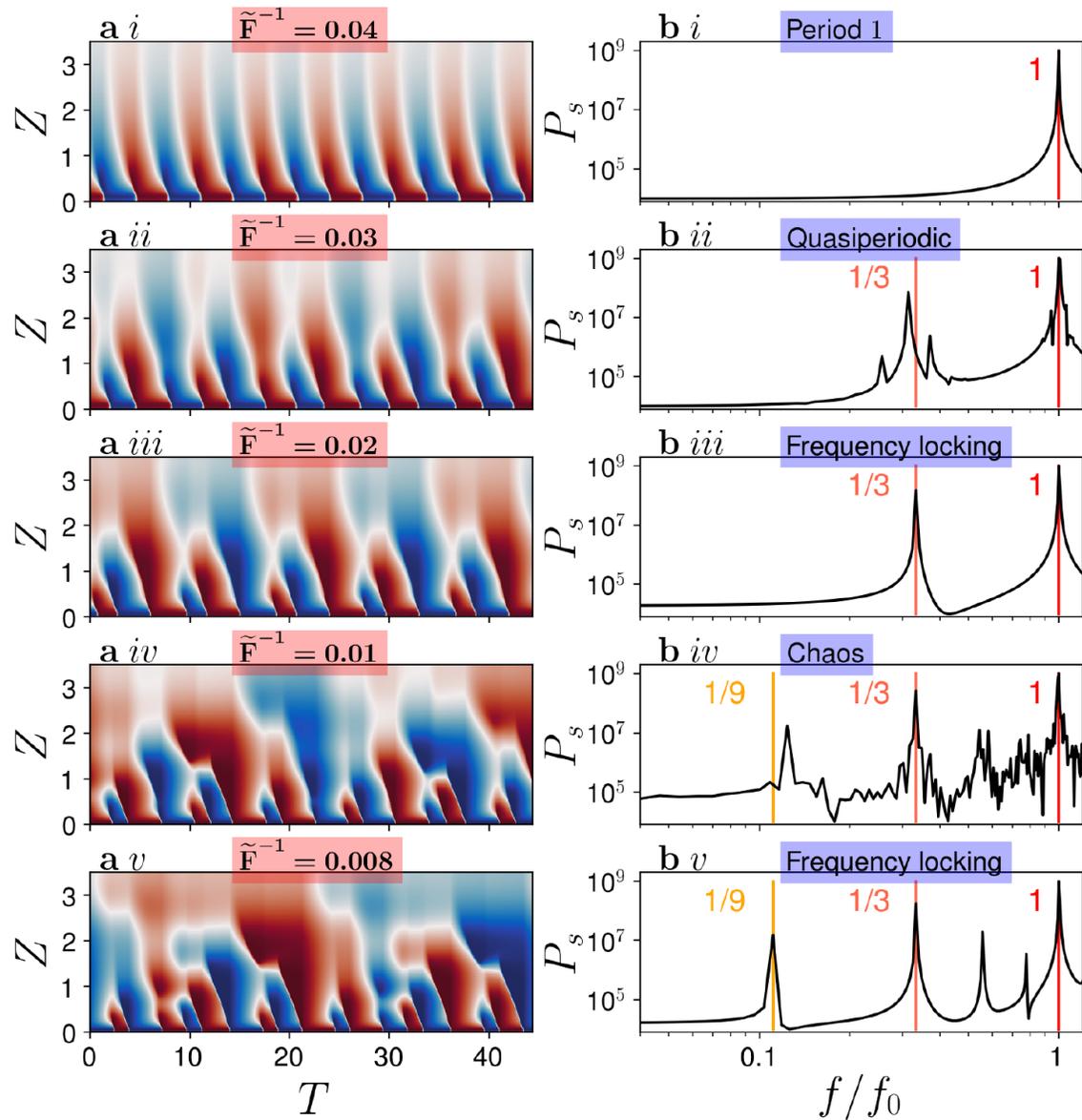


Figure 11: Différents régimes dynamiques obtenus en faisant varier le nombre de Reynolds dans le modèle de Plumb (tiré de [Renaud \(2018\)](#)). **a** Diagrammes d’Hovmoller du courant moyen pour un forçage des ondes qui augmente de façon monotone de *i* à *v*. De nouveaux modes de renversement peuvent émerger si le forçage des ondes devient suffisamment important. **b** *i* à *v* Spectres de puissance du courant moyen près du fond, associés aux expériences **a** *i* à *v* respectivement. Dans le régime périodique, on observe une seule fréquence $f/f_0 = 1$ avec $f_0 = \tau^{-1}$. Au fur et à mesure que le forçage augmente, la transition vers de nouveaux régimes dynamiques est marquée par l’émergence de nouveaux modes de renversement. La bifurcation associée aux changements de régime est une bifurcation de Hopf, marquée ici par un triplement de période. Dans le régime chaotique, le spectre de puissance est plutôt bruité et il est difficile de distinguer précisément les fréquences des renversements.

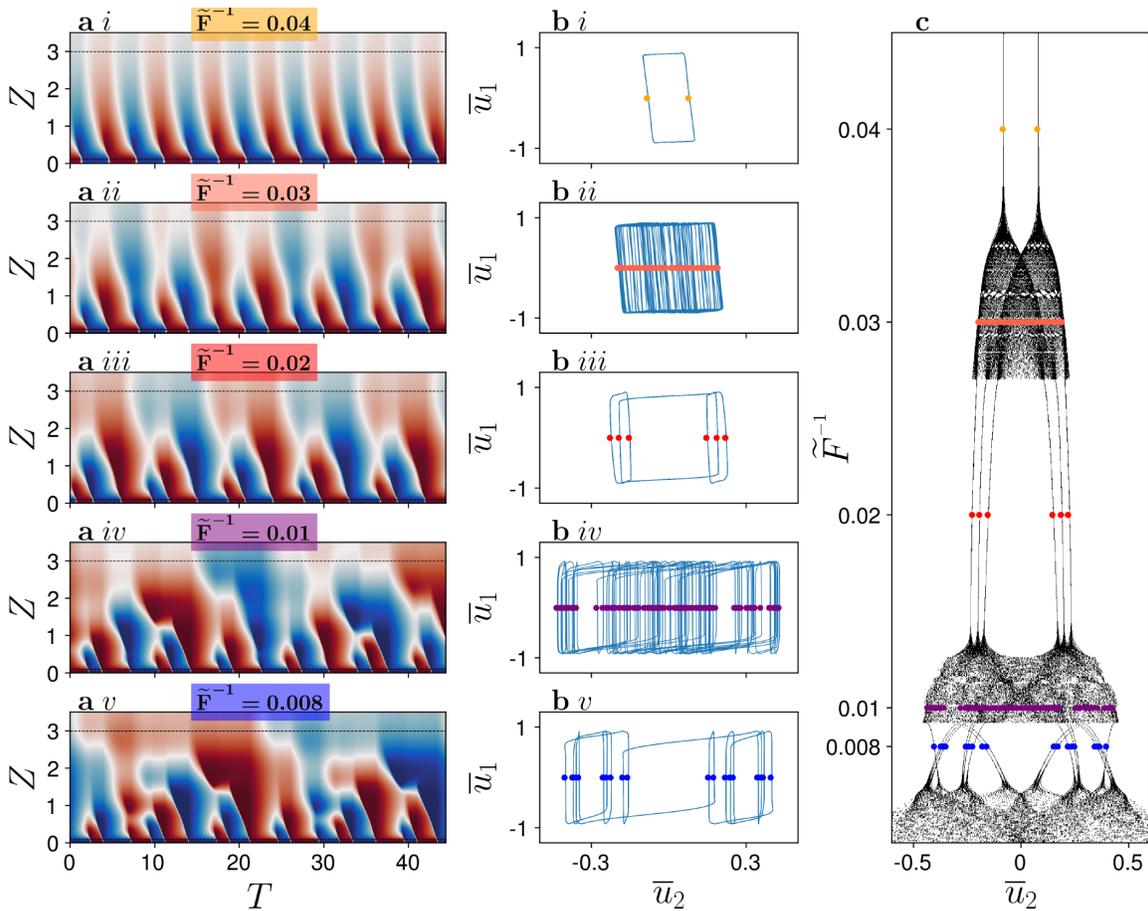


Figure 12: Évolution de l'espace des phases du modèle Plumb en fonction du forçage des ondes (tiré de Renaud (2018)). **a** *i* à *v* Diagrammes d'Hovmöller du courant moyen pour différents forçages des ondes. **b** Estimation de l'espace des phases du système avec deux séries temporelles du courant moyen \bar{u}_1 au bas, et \bar{u}_2 près de la surface, pour chaque expérience en **a**. Lorsque le régime est périodique (*i*), la trajectoire de l'espace des phases est un attracteur de cycle 1. Pour les régimes *frequency-locked*, le cycle de l'attracteur est triplé de 1 à 3 (*iii*), de 3 à 9 (*v*) et ainsi de suite. Dans les cas quasi périodique et chaotique, la trajectoire est dédoublée à multiples reprises et le cycle de l'attracteur tend vers l'infini. **c** Diagramme de bifurcation montrant l'évolution de l'espace des phases du système lorsque le forçage des ondes augmente. Le diagramme de bifurcation est construit à partir de l'ensemble $\mathbb{O}_{Re} = \{U_2(z, t) \mid U_1(z, t) = 0\}$. Ce type de diagramme permet de visualiser pour quelles valeurs du forçage le système rencontre une *bifurcation*, c'est-à-dire un changement du mode de renversement. Le nombre de valeurs de U_2 enregistrés correspond au double du cycle de l'attracteur de l'espace des phases du système.

ANNEXE B

SIMULATIONS STRATOSPHERIQUES AVEC ROTATION

Quelques simulations de la QBO ont été réalisées à l'aide du modèle de circulation générale MITgcm dans une configuration non Boussinesq et hydrostatique. La Figure 13 montre un exemple des renversements du courant moyen obtenus à l'aide d'un modèle atmosphérique avec une faible rotation. Les équations primitives sont

$$\frac{D\mathbf{u}_h}{Dt} + f \mathbf{e}_p \times \mathbf{u}_h + \nabla_p \phi = \nu \nabla_p^2 \mathbf{u}_h - \gamma_u (u - u_0) \mathbf{e}_x \quad \text{mouvement horizontal avec rotation ,} \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} + \frac{1}{\rho} = 0 \quad \text{mouvement vertical hydrostatique ,} \quad (\text{B.2})$$

$$\nabla_p \cdot \mathbf{u}_h + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad \text{incompressibilité ,} \quad (\text{B.3})$$

$$p = \rho R \theta \left(\frac{p}{p_c} \right)^\alpha \quad \text{équation d'état du gaz parfait ,} \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{D\theta}{Dt} = \kappa \nabla_p^2 \theta - \gamma_\theta (\theta - \theta_0) \quad \text{thermodynamique ,} \quad (\text{B.5})$$

où les composantes horizontales de la vitesse et de la dérivée matérielle sont calculées sur les surfaces d'égale pression. Le Tableau 4 donne une description des variables du modèle.

Tableau 4: Variables des équations non Boussinesq et hydrostatique dans un système atmosphérique.

Symbole	Paramètre	Unités
x	longitude	m
y	latitude	m
p	pression (coordonnée verticale)	Pa
u	vitesse longitudinale	m/s
v	vitesse latitudinale	m/s
ω	vitesse verticale en coordonnée p	Pa/s
ϕ	géopotentiel	J/kg
T	température	K
θ	température potentielle	K
ρ	densité	kg/m ³
ν	viscosité cinématique	m ² /s
κ	diffusivité thermique	m ² /s
u_0	amplitude du forçage de la vitesse zonale	m/s
θ_0	profil de stratification de référence	K
γ_u	constante de rappel du forçage	s ⁻¹
γ_θ	constante de rappel du profil de température	s ⁻¹
p_c	pression de référence (au niveau de la mer)	Pa
g	accélération gravitationnelle terrestre	m ² /s
R	constante universelle des gaz parfaits	J/K mol

L'équation d'un gaz parfait est choisie comme équation d'état, dans un système où la coordonnée verticale est la pression. Dans ce système, la densité est donnée par la température potentielle et elle décroît de façon exponentielle vers la surface. Ceci permet d'introduire

naturellement une couche éponge en surface pour éviter les réflexions des rayons d'onde. Dans un système hydrostatique en coordonnée de pression, la stratification est donnée par

$$N^2 = -\frac{g^2 \rho}{\theta} \frac{d\theta}{dp} = -\frac{g^2 p_c^\alpha}{R \theta^2 p^{\alpha-1}} \frac{d\theta}{dp}. \quad (\text{B.6})$$

Pour N^2 constant, le profil de température est obtenu en intégrant

$$\int_{\mathcal{D}_\theta} \frac{1}{\theta^2} d\theta = -\frac{N^2 R}{g^2 p_c^\alpha} \int_{\mathcal{D}_p} p^{\alpha-1} dp, \implies \theta = \frac{g^2 \alpha}{N^2 R} \left(\frac{p_c}{p} \right)^\alpha, \quad (\text{B.7})$$

où $\alpha = R/C_p$ avec C_p la capacité thermique à pression constante.

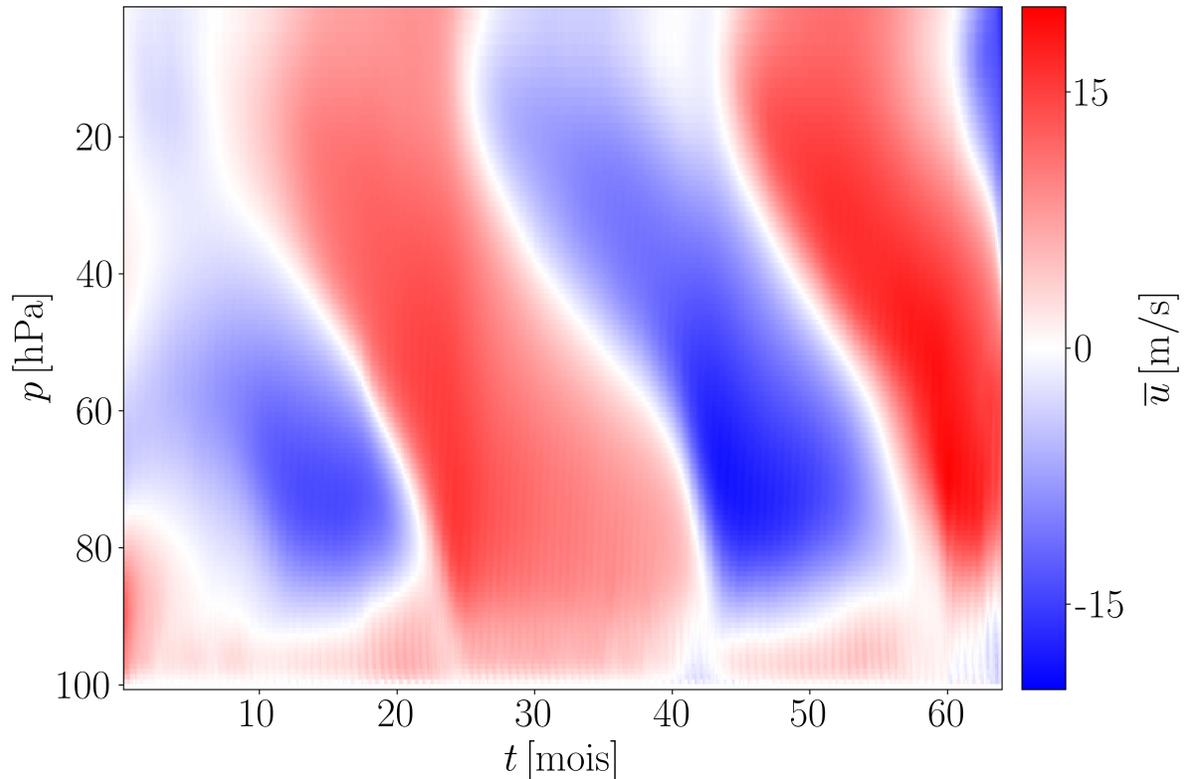


Figure 13: Courant zonal moyen résolu dans le modèle atmosphérique, avec une rotation $f = f_0/10$ où f_0 est la fréquence de Coriolis à l'équateur. Le courant est moyenné de -18 à 18 degrés de latitude. On constate une asymétrie induite par la rotation entre les phases est et ouest du signal.

ANNEXE C

SOLUTIONS STATIONNAIRES DU MODÈLE DE PLUMB

Le modèle de Plumb admet des solutions standards de type QBO dans la limite d'un domaine de profondeur infinie. Dans ce contexte, le ratio $H/\Lambda \gg 1$, c'est-à-dire que l'échelle verticale des renversements est donnée par la longueur caractéristique d'atténuation des ondes Λ , et non la taille du domaine H . La majeure partie de mes travaux de recherches ont été d'explorer la limite $H/\Lambda \ll 1$, puis de transposer ces résultats aux observations stratosphériques dans le but de donner une meilleure description d'un signal forcé simultanément par des modes à haute ($H/\Lambda \ll 1$) et basse ($H/\Lambda \gg 1$) fréquence. Dans la limite $H/\Lambda \rightarrow 0$, la fréquence théorique des renversements donnée par le flux de moment vertical des ondes devient nulle puisque $\partial_z \overline{u'w'} \rightarrow 0$ en l'absence de couches critiques. Une hypothèse qui a été posée durant mes travaux est l'existence de solutions stationnaires en l'absence de couche critique. Pour vérifier si de telles solutions existent, les équations du mouvement ont été analysées dans la limite $H/\Lambda \rightarrow 0$. Les équations dimensionnelles pour deux ondes de phase opposées où les contraintes de Reynolds sont estimées à l'aide de l'approximation Wentzel-Kramers-Brillouin au premier ordre sont

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = -F_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\exp\left(-\frac{1}{\Lambda} \int_0^z \frac{dz'}{(1 - \bar{u}/c)^2}\right) - \exp\left(-\frac{1}{\Lambda} \int_0^z \frac{dz'}{(1 + \bar{u}/c)^2}\right) \right). \quad (\text{C.1})$$

On adimensionnalise le système selon

$$\begin{aligned} t &= \frac{c\Lambda}{F_0} T, & \bar{u} &= c U, \\ z &= \Lambda Z, & \overline{u'w'} &= F_0 U'W', \end{aligned}$$

pour retrouver

$$\frac{\partial U}{\partial T} - \underbrace{\frac{\nu c}{F_0 \Lambda}}_{Re} \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\exp\left(-\int_0^z \frac{dZ'}{(1-\bar{u})^2}\right) - \exp\left(-\int_0^z \frac{dZ'}{(1+\bar{u})^2}\right) \right). \quad (C.2)$$

Supposant des solutions stationnaires, $\partial_T U \rightarrow 0$ et l'équation se réduit à

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = Re \left(\frac{1}{(1-U)^2} \exp\left(-\int_0^Z \frac{dZ'}{(1-U)^2}\right) - \frac{1}{(1+U)^2} \exp\left(-\int_0^Z \frac{dZ'}{(1+U)^2}\right) \right). \quad (C.3)$$

En l'absence de couches critiques, le terme $(1-U)^{-2}$ devient négligeable et on obtient à l'ordre 0

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} \approx Re \left(\frac{1}{(1-U)^2} - \frac{1}{(1+U)^2} \right). \quad (C.4)$$

Donc, si elles existent, la courbure du courant moyen des solutions stationnaires serait décrite par le système différentiel autonome

$$\boxed{\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = -4Re \left(\frac{(1-U)^2 - (1+U)^2}{(1-U)^2(1+U)^2} \right)}. \quad (C.5)$$

BIBLIOGRAPHIE

- Akstinas, V., Bukantis, A., 2015. Quasi-biennial oscillation effect on climate indicators : Lithuania's case. *Baltica* 28.
- Anstey, J., Banyard, T., Butchart, N., Coy, L., Newman, P., Osprey, S., Wright, C., 2020. Quasi-biennial oscillation disrupted by abnormal Southern Hemisphere stratosphere.
- Anstey, J.A., Scinocca, J.F., Keller, M., 2016. Simulating the QBO in an atmospheric general circulation model : Sensitivity to resolved and parameterized forcing. *Journal of the Atmospheric Sciences* 73, 1649–1665.
- Baldwin, M., Gray, L., Dunkerton, T., Hamilton, K., Haynes, P., Randel, W., Holton, J., Alexander, M., Hirota, I., Horinouchi, T., autres, 2001. The quasi-biennial oscillation. *Reviews of Geophysics* 39, 179–229.
- Booker, J.R., Bretherton, F.P., 1967. The critical layer for internal gravity waves in a shear flow. *Journal of Fluid Mechanics* 27, 513–539.
- Campbell, L.J., Shepherd, T.G., 2005a. Constraints on wave drag parameterization schemes for simulating the quasi-biennial oscillation. part i : Gravity wave forcing. *Journal of the atmospheric sciences* 62, 4178–4195.
- Campbell, L.J., Shepherd, T.G., 2005b. Constraints on wave drag parameterization schemes for simulating the quasi-biennial oscillation. Part II : Combined effects of gravity waves and equatorial planetary waves. *Journal of the atmospheric sciences* 62, 4196–4205.
- Collimore, C.C., Martin, D.W., Hitchman, M.H., Huesmann, A., Waliser, D.E., 2003. On the relationship between the QBO and tropical deep convection. *Journal of climate* 16, 2552–2568.
- Dewan, E.á., Picard, R., O'Neil, R., Gardiner, H., Gibson, J., Mill, J., Richards, E., Kendra, M., Gallery, W., 1998. MSX satellite observations of thunderstorm-generated gravity waves in mid-wave infrared images of the upper stratosphere. *Geophysical Research Letters* 25, 939–942.
- Dunkerton, T.J., 2016. The quasi-biennial oscillation of 2015–2016 : Hiccup or death spiral ? *Geophysical Research Letters* 43, 10–547.
- Fritts, D.C., Alexander, M.J., 2003. Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere. *Reviews of geophysics* 41.
- Giorgetta, M.A., Bengtsson, L., Arpe, K., 1999. An investigation of QBO signals in the east Asian and Indian monsoon in GCM experiments. *Climate Dynamics* 15, 435–450.

- Graystone, P., 1959. Meteorological office discussion on tropical meteorology. *Meteorological Magazine* 88, 117.
- Hauland, K.F., Spengler, T., 2021. Relative importance of tropopause structure and diabatic heating for baroclinic instability. *Weather and Climate Dynamics Discussions* , 1–28.
- Heifetz, E., Guha, A., Carpenter, J., 2020. Wave interaction approach to regular and singular modes in neutrally stable shear layers. *arXiv* , arXiv–2004.
- Ho, C.H., Kim, H.S., Jeong, J.H., Son, S.W., 2009. Influence of stratospheric quasi-biennial oscillation on tropical cyclone tracks in the western North Pacific. *Geophysical Research Letters* 36.
- Holton, J., Hakim, G., 2012. *An Introduction to Dynamic Meteorology*, Vol. 9780123848.
- Holton, J., Tan, H., 1980. The influence of the equatorial quasi-biennial oscillation on the global circulation at 50 mb. *Journal of the Atmospheric Sciences* 37, 2200–2208.
- Holton, J.R., Lindzen, R.S., 1972. An updated theory for the quasi-biennial cycle of the tropical stratosphere. *Journal of the Atmospheric Sciences* 29, 1076–1080.
- Kang, M.J., Chun, H.Y., 2021. Contributions of equatorial waves and small-scale convective gravity waves to the 2019/20 quasi-biennial oscillation (QBO) disruption. *Atmospheric Chemistry and Physics* 21, 9839–9857.
- Kang, M.J., Chun, H.Y., Garcia, R.R., 2020. Role of equatorial waves and convective gravity waves in the 2015/16 quasi-biennial oscillation disruption. *Atmospheric Chemistry and Physics* 20, 14669–14693.
- Le Bars, M., Couston, L.A., Favier, B., Léard, P., Lecoanet, D., Le Gal, P., 2020. Fluid dynamics of a mixed convective/stably stratified system—A review of some recent works. *Comptes Rendus. Physique* 21, 151–164.
- Léard, P., Lecoanet, D., Le Bars, M., 2020. Multimodal Excitation to Model the Quasibiennial Oscillation. *Physical review letters* 125, 234501.
- Liess, S., Geller, M.A., 2012. On the relationship between QBO and distribution of tropical deep convection. *Journal of Geophysical Research : Atmospheres* 117.
- Lindzen, R.S., Holton, J.R., 1968. A theory of the quasi-biennial oscillation. *Journal of the Atmospheric Sciences* 25, 1095–1107.
- Newman, P., Coy, L., Pawson, S., Lait, L., 2016. The anomalous change in the QBO in 2015–2016. *Geophysical Research Letters* 43, 8791–8797.
- Osprey, S.M., Butchart, N., Knight, J.R., Scaife, A.A., Hamilton, K., Anstey, J.A., Schenzinger, V., Zhang, C., 2016. An unexpected disruption of the atmospheric quasi-biennial oscillation. *Science* 353, 1424–1427.

- Pahlavan, H.A., Fu, Q., Wallace, J.M., Kiladis, G.N., 2021a. Revisiting the quasi-biennial oscillation as seen in ERA5. Part I : Description and momentum budget. *Journal of the Atmospheric Sciences* 78, 673–691.
- Pahlavan, H.A., Wallace, J.M., Fu, Q., Kiladis, G.N., 2021b. Revisiting the quasi-biennial oscillation as seen in ERA5. Part II : Evaluation of waves and wave forcing. *Journal of the Atmospheric Sciences* 78, 693–707.
- Plumb, R., 1977. The interaction of two internal waves with the mean flow : Implications for the theory of the quasi-biennial oscillation. *Journal of the Atmospheric Sciences* 34, 1847–1858.
- Plumb, R., McEwan, A., 1978. The instability of a forced standing wave in a viscous stratified fluid : A laboratory analogue of the quasi-biennial oscillation. *Journal of the atmospheric sciences* 35, 1827–1839.
- Plumb, R.A., Bell, R.C., 1982. A model of the quasi-biennial oscillation on an equatorial beta-plane. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 108, 335–352.
- Renaud, A., 2018. On wave-mean flow interactions in stratified fluid. Thèse. Université de Lyon. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02004686>.
- Renaud, A., Nadeau, L.P., Venaille, A., 2019. Periodicity disruption of a model quasibiennial oscillation of equatorial winds. *Physical review letters* 122, 214504.
- Renaud, A., Venaille, A., 2020. On the Holton–Lindzen–Plumb model for mean flow reversals in stratified fluids. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 146, 2981–2997.
- Robinson, T.D., Catling, D.C., 2012. An analytic radiative-convective model for planetary atmospheres. *The Astrophysical Journal* 757, 104.
- Semin, B., Garroum, N., Pétrélis, F., Fauve, S., 2018. Nonlinear saturation of the large scale flow in a laboratory model of the quasibiennial oscillation. *Physical review letters* 121, 134502.
- Showman, A.P., Tan, X., Zhang, X., 2019. Atmospheric Circulation of Brown Dwarfs and Jupiter-and Saturn-like Planets : Zonal Jets, Long-term Variability, and QBO-type Oscillations. *The Astrophysical Journal* 883, 4.
- Staley, D., 1988. Baroclinic instability in the upper troposphere. *Journal of Atmospheric Sciences* 45, 3298–3304.
- Vallis, G.K., 2017. *Atmospheric and oceanic fluid dynamics*. Cambridge University Press.

- Xue, X.H., Liu, H.L., Dou, X.K., 2012. Parameterization of the inertial gravity waves and generation of the quasi-biennial oscillation. *Journal of Geophysical Research : Atmospheres* 117.
- Yang, S.S., Pan, C.J., Das, U., 2021. Investigating the Spatio-Temporal Distribution of Gravity Wave Potential Energy over the Equatorial Region Using the ERA5 Reanalysis Data. *Atmosphere* 12, 311.
- Yoden, S., Holton, J.R., 1988. A new look at equatorial quasi-biennial oscillation models. *Journal of the atmospheric sciences* 45, 2703–2717.
- Yu, C., Xue, X., Wu, J., Chen, T., Li, H., 2017. Sensitivity of the quasi-biennial oscillation simulated in WACCM to the phase speed spectrum and the settings in an inertial gravity wave parameterization. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems* 9, 389–403.