

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI

**ÉVALUATION DU POTENTIEL ÉOLIEN D'UN SITE
PAR MODÉLISATION SUR ORDINATEUR :
COMPARAISON DES RÉSULTATS DU LOGICIEL
ANÉMOSCOPE AVEC LES DONNÉES DE RÉFÉRENCE EN
FONCTION DU RELIEF**

Mémoire présenté

dans le cadre du programme de maîtrise en ingénierie
en vue de l'obtention du grade de maître en sciences appliquées

PAR

© RICHARD VAGLIANI

Février 2012

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À RIMOUSKI
Service de la bibliothèque

Avertissement

La diffusion de ce mémoire ou de cette thèse se fait dans le respect des droits de son auteur, qui a signé le formulaire « *Autorisation de reproduire et de diffuser un rapport, un mémoire ou une thèse* ». En signant ce formulaire, l'auteur concède à l'Université du Québec à Rimouski une licence non exclusive d'utilisation et de publication de la totalité ou d'une partie importante de son travail de recherche pour des fins pédagogiques et non commerciales. Plus précisément, l'auteur autorise l'Université du Québec à Rimouski à reproduire, diffuser, prêter, distribuer ou vendre des copies de son travail de recherche à des fins non commerciales sur quelque support que ce soit, y compris l'Internet. Cette licence et cette autorisation n'entraînent pas une renonciation de la part de l'auteur à ses droits moraux ni à ses droits de propriété intellectuelle. Sauf entente contraire, l'auteur conserve la liberté de diffuser et de commercialiser ou non ce travail dont il possède un exemplaire.

Composition du Jury:

Éric Hudier, président du jury, UQAR

Adrian Ilinca, directeur de recherche, UQAR

Jean-Louis Rétiveau, examinateur externe, Boralex Inc.

Dépôt initial le 20 avril 2011 Dépôt final le 6 février 2012

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier Adrian Ilinca, mon directeur de maîtrise, pour m'avoir intégré au sein de son laboratoire, m'avoir aidé dès le début à trouver un sujet de recherche qui serait à la fois formateur et passionnant mais également un véritable tremplin vers le monde professionnel. Son soutien tout au long de l'élaboration et de la rédaction de ce mémoire et même par-delà les océans m'aura été précieux.

Je voudrais ensuite remercier chaleureusement tous les étudiants à la maîtrise et au doctorat qui m'ont accueilli à bras ouverts et m'ont fait l'honneur de leur amitié, en particulier Dominique, Olivier, Jean-Sébastien, Julie, Guillaume, mais aussi Philippe, Évariste, Maria, Hussein, Samuel, Thierry, Rudy, et tant d'autres!

Bien sûr, je souhaite remercier ma famille du fond du cœur pour son indéfectible soutien, ses encouragements et ses colis de survie en territoire « nordique ».

Enfin, je remercie Jeanne pour son investissement, ses conseils éclairés, ses corrections orthographiques salutaires et son insistance appuyée à me faire travailler.

RÉSUMÉ

Le travail qui suit présente de manière générale une comparaison entre des résultats de simulations menées à l'aide du logiciel commercial AnémoScope et des données météorologiques distribuées par Environnement Canada. Dans un premier temps, une étude complète du modèle MC2, sur lequel est basé le logiciel AnémoScope, est réalisée en détaillant les méthodes employées pour former le schéma semi-lagrangien semi-implicite par coordonnées stéréographiques et de Gal-Chen. Les hypothèses et les approximations qui y ont été faites sont ainsi mises en évidence: l'atmosphère est considérée comme sèche, les cycles diurnes sont négligés, tout comme les brises de mer et de terre ou les sources locales de chaleur. Enfin, on précise les limites du modèle telles que le nombre CFL ou les imprécisions dues à l'intégration progressive de la topographie. Dans un second temps, on compare des données de vent, mesurées et fournies par Environnement Canada, à des simulations menées sous AnémoScope. On explique d'abord le traitement des données réelles de vent ainsi que la caractérisation de la topographie par le calcul du RIX. On détaille ensuite les paramètres de simulation et d'exploitation des résultats de simulation des vitesses moyennes et de directions du vent. Dans un dernier temps, on constatera que les comparaisons effectuées ne sont guère concluantes et l'on montrera que les écarts observés peuvent être dus à une surestimation du potentiel éolien par le logiciel mais également à une qualité médiocre des données de vent utilisées comme références.

ABSTRACT

The following work presents in a general way a comparison between AnemoScope commercial code simulations results and meteorological data available from Environment Canada. In a first part, a complete study of the MC2 model, on which AnemoScope software is based, is presented by detailing the methods to build a semi-lagrangian semi-implicit scheme with stereographic and Gal-Chen coordinates. It highlights the hypothesis and the approximations which have been done: the atmosphere is considered as dry, the daily cycles are disregarded, as the sea breezes and the local heat sources. Finally, we clearly identify the limits of the model like the CFL number or the inaccuracy due to the gradual topography integration. In a second part, we compare the measured wind data provided by Environment Canada and the simulations run with AnémoScope. We explain first the way to use this real wind data and the RIX calculation made from topographic data. We detail then the simulation parameters and the computation of the mean wind speed and direction results from the simulations. Finally, we show that the comparisons are quite inconclusive and we explain that the observed spreads can be due to an overestimation of the wind potential by AnemoScope software as well as a poor accuracy of the wind data used as reference.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	VII
RÉSUMÉ.....	IX
ABSTRACT.....	XI
TABLE DES MATIÈRES.....	XIII
LISTE DES FIGURES.....	XIX
LISTE DES TABLEAUX.....	XXI
LISTE DES GRAPHIQUES.....	XXIII
LISTE DES SYMBOLES, ABRÉVIATIONS ET ACRONYMES.....	XXVII
CHAPITRE 1 INTRODUCTION - CONTEXTE.....	1
1.1 MISE EN SITUATION.....	1
1.2 LA RESSOURCE ÉOLIENNE.....	5
1.2.1 CARACTÉRISATION DU VENT.....	5
1.2.2 CALCUL DE LA PRODUCTION ÉOLIENNE.....	11
1.2.3 IMPORTANCE DU POTENTIEL ÉOLIEN.....	16
1.3 LA MÉTHODE MCP.....	17
1.3.1 LES MESURES DE LA VITESSE DU VENT.....	18
1.3.2 LA CORRÉLATION ET LES PRÉVISIONS.....	20
1.3.3 AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DE LA MÉTHODE MCP.....	22
1.4 LES OUTILS INFORMATIQUES EMPLOYÉS.....	24
1.5 ANÉMOSCOPE - PRÉSENTATION RAPIDE.....	27
1.6 PROBLÉMATIQUE.....	28

1.7	OBJECTIFS ET MÉTHODOLOGIE.....	29
CHAPITRE 2 LE MODELE MC2.....		31
2.1	PRÉSENTATION.....	31
2.2	PRINCIPES PHYSIQUES DU MODÈLE MC2.....	32
2.2.1	POUR LES ÉQUATIONS (2.2-1), (2.2-2) ET (2.2-3).....	33
2.2.2	POUR L'ÉQUATION (2.2-5).....	37
2.2.3	POUR L'ÉQUATION (2.2-4).....	39
2.3	CHANGEMENT DE COORDONNÉES.....	40
2.3.1	LES COORDONNÉES STÉRÉOGRAPHIQUES POLAIRES.....	41
2.3.2	LA COORDONNÉE DE GAL-CHEN.....	43
2.4	DISCRÉTISATION TEMPORELLE.....	48
2.4.1	SÉPARATION DES VARIABLES À L'ÉTAT DE BASE DES VARIABLES DE PERTURBATION.....	48
2.4.2	SÉPARATION DES TERMES LINÉAIRES ET NON LINÉAIRES.....	49
2.4.3	DISCRÉTISATION TEMPORELLE.....	51
2.4.4	RÉSOLUTION DU SYSTÈME DISCRÉTISÉ TEMPORELLEMENT.....	54
2.5	DISCRÉTISATION VERTICALE.....	57
2.5.1	LA GRILLE DE DISCRÉTISATION VERTICALE.....	57
2.5.2	DISCRÉTISATION VERTICALE DES ÉQUATIONS.....	59
2.5.3	RÉSOLUTION DU SYSTÈME DISCRÉTISÉ VERTICALEMENT.....	66
2.6	DISCRÉTISATION HORIZONTALE.....	69
2.6.1	LA GRILLE DE DISCRÉTISATION HORIZONTALE.....	69
2.6.2	DISCRÉTISATION DES TERMES MÉTRIQUES.....	72

2.6.3	DISCRÉTISATION DU SYSTÈME D'ÉQUATIONS.....	76
2.6.4	RÉSOLUTION DU SYSTÈME D'ÉQUATIONS COMPLET.....	81
2.7	LIMITES DU MODÈLE D'ANÉMOSCOPE.....	84
2.7.1	LES PRINCIPES PHYSIQUES QUI SONT NÉGLIGÉS DANS ANÉMOSCOPE.....	84
2.7.2	LE NOMBRE CFL.....	85
2.7.3	L'INTÉGRATION DE LA TOPOGRAPHIE.....	87
CHAPITRE 3 SIMULATIONS AVEC ANEMOSCOPE.....		89
3.1	FONCTIONNEMENT GÉNÉRAL D'ANÉMOSCOPE.....	89
3.1.1	LES SIMULATIONS À MÉSO ÉCHELLE.....	89
3.1.2	LES MODÉLISATIONS À MICRO ÉCHELLE.....	96
3.2	PRÉPARATION DES CALCULS POUR ANÉMOSCOPE :	
	PARAMÈTRES UTILISÉS.....	98
3.2.1	LE MAILLAGE.....	99
3.2.2	LES DONNÉES PHYSIQUES DU TERRAIN.....	99
3.2.3	LES DONNÉES MÉTÉOROLOGIQUES DE LA BASE CLIMATIQUE.....	100
3.2.4	LES PARAMÈTRES DE CALCUL DU MODEL MC2.....	102
3.2.5	LES PARAMÈTRES DU MODULE WEstats.....	105
3.3	LES DONNÉES RÉELLES DE VENT D'ENVIRONNEMENT CANADA.....	106
3.3.1	LE SITE.....	107
3.3.2	LA MESURE DU VENT.....	108
3.3.3	LE CHOIX DES STATIONS MÉTÉOROLOGIQUES.....	109
3.3.4	EXPLOITATION DES DONNÉES RÉELLES DE VENT.....	110
3.4	LES DONNÉES DE TOPOGRAPHIE.....	112

3.4.1	PRINCIPE DU RIX.....	112
3.4.2	L'ACQUISITION DES DONNÉES BRUTES DE TOPOGRAPHIE.....	113
3.4.3	EXTRACTION DES DONNÉES.....	114
3.4.4	EXPLOITATION : QUALIFICATION ET QUANTIFICATION DU RELIEF.....	115
CHAPITRE 4 RESULTATS DES SIMULATIONS.....		121
4.1	LE TRAITEMENT DES DONNÉES D'ANÉMOSCOPE.....	121
4.1.1	CRÉATION DES POINTS DE COMPARAISON.....	121
4.1.2	LES COURBES DE WEIBULL.....	123
4.1.3	EXTRAPOLATION DES DONNÉES D'ANÉMOSCOPE.....	124
4.2	LES ÉLÉMENTS DE COMPARAISON.....	129
4.2.1	COMPARAISON DES VITESSES DE VENT.....	129
4.2.2	COMPARAISON DE L'ORIENTATION DU VENT.....	132
4.3	ÉTUDES DES RÉSULTATS.....	135
4.3.1	RÉSULTATS SUR LES SITES SPÉCIFIQUES.....	135
4.3.2	RÉSULTATS DE L'HOMOGÉNÉISATION.....	180
4.3.3	REGROUPEMENT DES ÉLÉMENTS DE COMPARAISON.....	183
CHAPITRE 5 INTERPRETATION DES RESULTATS ET CONCLUSION.....		187
5.1	INFLUENCE DU RELIEF.....	187
5.2	CRITIQUE DES RESULTATS D'ANEMOSCOPE.....	189
5.2.1	ANEMOSCOPE.....	189
5.2.2	LES CARTES DE TOPOGRAPHIE ET DE RUGOSITE.....	190
5.2.3	CORRELATION DIFFICILE ENTRE LES DONNEES.....	191
5.3	ANALYSE CRITIQUE DES DONNEES MESUREES.....	192

5.4	CONCLUSION	193
	RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	195

LISTE DES FIGURES

Figure 1: Influence d'un obstacle dans un flux (Vue de profil)	8
Figure 2: influence d'un obstacle dans un flux (Vue de dessus)	8
Figure 3: Schéma - théorie du disque	12
Figure 4: Anémomètre NRG #40C	18
Figure 5: Capteur de direction de vent NRG #200P	18
Figure 6: Capteur de température NRG #110S	19
Figure 7: Schéma d'un mat de mesure NRG-NOW System 60 Meter XHD	19
Figure 8: Data Logger, NRG Symphonie Logger (NRG-Systems, 2009)	19
Figure 9: Flux dans un volume de contrôle, pour un déplacement suivant l'axe x.	37
Figure 10: Plan stéréographique centré sur le pôle Nord	42
Figure 11 : Grille verticale décalée	58
Figure 12: Grille de discrétisation spatiale et disposition des marqueurs	69
Figure 13: Légende des marqueurs de la grille	70
Figure 14: Coordonnées des marqueurs	70
Figure 15: Frontière latérale pour une grille horizontale avec $N_i=N_j=5$	71
Figure 16: Centrage des coordonnées stéréographiques polaires.	90
Figure 17: Vue en coordonnées stéréographique polaire de l'Amérique du Nord	90
Figure 18: Répartition des points de données météorologiques en Amérique du Nord.	91
Figure 19: Superposition des cartes de côtes, des villes et des points de données météorologiques	92
Figure 20: Grille type utilisée pour le maillage méso échelle.	93
Figure 21: Passage de la grille au maillage du terrain	93
Figure 22: Maillage du terrain, mettant en évidence l'eau présente sur la carte.	94
Figure 23: Passage du maillage aux cartes de vent	95
Figure 24: Passage des cartes de vent à statistiques de vent du terrain.	95
Figure 25: Vue statistique des résultats d'une simulation méso échelle	96
Figure 26: Passage de la méso échelle à la micro échelle	97
Figure 27: Carte micro échelle du potentiel éolien dans la région de Montréal	98
Figure 28: Paramétrage de GenGeo pour la simulation dans la région de Gaspé	100
Figure 29: Position du point climatique dans la modélisation centrée sur Mont Joli	101
Figure 30: Position du point climatique dans la modélisation centrée sur Gaspé	101
Figure 31: Position du point climatique dans la modélisation centrée sur Sept-Iles	102
Figure 32: Premier onglet de paramétrisation du modèle MC2	103
Figure 33: Deuxième onglet de paramétrisation du modèle MC2	104
Figure 34: Troisième onglet de paramétrisation du modèle MC2	105
Figure 35: Paramétrisation du module WEstats	106
Figure 36: Capteur de vitesse et de direction du vent d'une station météo automatique	108
Figure 37: Dispositions des sites étudiés (image AnémoScope)	110
Figure 38: Tuiles 022C des données topographiques	114
Figure 39: Arc de 30° et de 15km de rayon autour de la station météorologique de Mont-Joli	115

Figure 40: Maillage sous AnémoScope et position des points.....	122
Figure 41: Représentation schématique du problème.	126

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1: Paramètres des courbes de Weibull représentées au Graphique 1	6
Tableau 2: Impact de la rugosité sur le potentiel éolien(Windpower, 2009).....	9
Tableau 3: Paramètres du Graphique 2.....	10
Tableau 4: Le lien entre la vitesse moyenne du vent sur le site et le facteur d'utilisation d'un parc éolien	17
Tableau 5: Classes de terrain suivant le RIX_{10}	113
Tableau 6: Tableau récapitulatif des données du relief autour de Mont-Joli.....	116
Tableau 7: Moyenne des RIX_{10} autour de la station de Mont-Joli	117
Tableau 8: Pondérations des RIX_{10} par la rose des vents	118
Tableau 9: Aire du Graphique 1	119
Tableau 10: Rappel des variables nécessaires (Mont-Joli).....	125
Tableau 11: Matrices de travail (Mont-Joli).....	125
Tableau 12: Paramètres de sortie à partir des valeurs issues des matrices de travail (Mont-Joli).....	126
Tableau 13: Rappel des variables nécessaires pour l'interpolation bilinéaire (Mont-Joli) .	127
Tableau 14: Récapitulatif du résultat (Mont-Joli).....	127
Tableau 15: Schéma de la régression par pondération de la distance.....	128
Tableau 16: Légende des couleurs du Tableau 15	128
Tableau 17: Récapitulatif des différentes moyennes réalisées.	129
Tableau 18: Écarts relatifs entre les différentes moyennes et les valeurs réelles.	130
Tableau 19: Comparaison des paramètres des courbes d'énergie par unité de surface dans le vent (Mont-Joli).....	131
Tableau 20: Données récapitulatives du travail d'homogénéisation sur les fréquences d'orientation	132
Tableau 21: Calcul des écarts relatifs suivant chaque azimut par rapport aux données réelles	134
Tableau 22: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site d'Amqui	137
Tableau 23: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site d'Amqui.....	138
Tableau 24: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Baie Comeau 01	141
Tableau 25: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Baie Comeau 01	142
Tableau 26: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Baie Comeau 02	144
Tableau 27: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Baie Comeau 02	145
Tableau 28: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Cap-Chat	148

Tableau 29: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Cap-Chat.....	149
Tableau 30: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Cap d'Espoir.....	151
Tableau 31: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Cap d'Espoir.....	152
Tableau 32: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Gaspé.....	155
Tableau 33: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Gaspé.....	156
Tableau 34: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Havre Saint Pierre.....	159
Tableau 35: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Havre Saint Pierre.....	160
Tableau 36: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Longue Pointe du Mingan.....	162
Tableau 37: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Longue Pointe du Mingan.....	163
Tableau 38: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Mont-Joli.....	167
Tableau 39: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Mont-Joli.....	168
Tableau 40: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Pointe au Père.....	170
Tableau 41: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Pointe au Père.....	171
Tableau 42: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Port Menier.....	174
Tableau 43: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Port Menier.....	175
Tableau 44: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Sept Iles.....	178
Tableau 45: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Sept Iles.....	179
Tableau 46: Récapitulatif des valeurs des paramètres de la puissance éoliennes estimés par AnémoScope.....	181
Tableau 47: Récapitulatif pour chaque site des écarts entre les valeurs mesurées et la simulation sous AnémoScope pour les paramètres de vitesse de vent.....	183
Tableau 48: Récapitulatif pour chaque site des écarts dans les paramètres de l'étude.....	185

LISTE DES GRAPHIQUES

Graphique 1: Exemples de courbes de Weibull.....	7
Graphique 2 : Profil de vitesse de vent en fonction de l'altitude.....	11
Graphique 3: Nombre d'heures annuelle par vitesse de vent.....	15
Graphique 4: Courbe de puissance d'une éolienne PGI.....	15
Graphique 5: Production théorique d'une éolienne suivant la vitesse du vent.....	16
Graphique 6: Profil de relief à partir de Mont-Joli suivant l'azimut 150°	115
Graphique 7: Radar des RIX ₁₀ suivant chaque azimut (Station de Mont-Joli).....	117
Graphique 8: Radar des RIX ₁₀ pondérés par la rose des vents (Station de Mont-Joli).....	118
Graphique 9: Courbes de Weibull pour les valeurs réelles et les différentes moyennes sous AnémoScope.....	130
Graphique 10: Courbes d'énergie disponible dans le vent suivant les différents paramètres réels ou modélisés	131
Graphique 11: Graphique des données récapitulatives du Tableau 4.2-4.....	133
Graphique 12: Graphique radar superposant les données réelles avec les différentes moyennes	133
Graphique 13: RIX ₁₀ par azimut.....	134
Graphique 14: RIX par azimut, pondérés par l'orientation des vents	135
Graphique 15: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site d'Amqui.....	136
Graphique 16: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site d'Amqui.....	136
Graphique 17: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site d'Amqui.....	138
Graphique 18: Radar des RIX sur le site d'Amqui.....	139
Graphique 19: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site d'Amqui	139
Graphique 20: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Baie Comeau 01	140
Graphique 21: Courbe d'énergie dans le vent correspondant aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Baie Comeau 01	140
Graphique 22: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Baie Comeau 01	141
Graphique 23: Radar des RIX sur le site de Baie Comeau 01	142
Graphique 24: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Baie Comeau 01	143
Graphique 25: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Baie Comeau 02	143
Graphique 26: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Baie Comeau 02	144
Graphique 27: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Baie Comeau 02	145
Graphique 28: Radar des RIX sur le site de Baie Comeau 02	146

Graphique 29: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Baie Comeau 02.....	146
Graphique 30: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Cap-Chat.....	147
Graphique 31: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Cap-Chat.....	147
Graphique 32: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Cap-Chat.....	148
Graphique 33: Radar des RIX sur le site de Cap-Chat.....	149
Graphique 34: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Cap-Chat.....	150
Graphique 35: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Cap d'Espoir.....	150
Graphique 36: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Cap d'Espoir.....	151
Graphique 37: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Cap d'Espoir.....	152
Graphique 38: Radar des RIX sur le site de Cap d'Espoir.....	153
Graphique 39: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Cap d'Espoir.....	153
Graphique 40: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Gaspé.....	154
Graphique 41: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Gaspé.....	154
Graphique 42: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Gaspé.....	155
Graphique 43: Radar des RIX sur le site de Gaspé.....	156
Graphique 44: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Gaspé...	157
Graphique 45: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Havre Saint Pierre.....	158
Graphique 46: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Havre Saint Pierre.....	158
Graphique 47: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Havre Saint Pierre.....	159
Graphique 48: Radar des RIX sur le site de Havre Saint Pierre.....	160
Graphique 49: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Havre Saint Pierre.....	161
Graphique 50: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Longue Pointe de Mingan.....	161
Graphique 51: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Longue Pointe de Mingan.....	162

Graphique 52: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Longue Pointe du Mingan.....	163
Graphique 53: Radar des RIX sur le site de Longue Pointe du Mingan.....	164
Graphique 54: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Longue Pointe du Mingan.....	164
Graphique 55: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Mont-Joli.....	166
Graphique 56: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Mont-Joli.....	166
Graphique 57: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Mont-Joli.....	167
Graphique 58: Radar des RIX sur le site de Mont-Joli.....	168
Graphique 59: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Mont-Joli.....	169
Graphique 60: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Pointe au Père.....	169
Graphique 61: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Pointe au Père.....	170
Graphique 62: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Pointe au Père.....	171
Graphique 63: Radar des RIX sur le site de Pointe au Père.....	172
Graphique 64: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Pointe au Père.....	172
Graphique 65: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Port Menier.....	173
Graphique 66: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Port Menier.....	174
Graphique 67: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Port Menier.....	175
Graphique 68: Radar des RIX sur le site de Port Menier.....	176
Graphique 69: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Port Menier.....	176
Graphique 70: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Sept Iles.....	177
Graphique 71: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Sept Iles.....	177
Graphique 72: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Sept Iles.....	178
Graphique 73: Radar des RIX sur le site de Sept Iles.....	179
Graphique 74: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Sept Iles.....	180
Graphique 75: Ecart dans les vitesses moyennes de vent en fonction de la moyenne des RIX du terrain.....	188

Graphique 76: Ecart dans la quantité d'énergie dans le vent en fonction de la moyenne
des RIX du terrain 189

LISTE DES SYMBOLES, ABRÉVIATIONS ET ACRONYMES

A	Surface parcourue par le rotor	m^2
A	Rayon de la Terre	
B	Source et puit du contenu en eau liquide C	
C	Contenu en eau liquide	
c	Facteur d'échelle de la courbe de Weibull	
C_B	Coefficient de Betz	
CFL	Nombre de Courant-Friedrich-Levy	
C_p	capacité calorifique à pression constance	$J.K^{-1}$
c_p	Capacité calorifique massique à volume constant	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
c_v	Capacité calorifique massique à pression constante	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
E	Source et puit de l'humidité M	
E	energie thermodynamique	
Fr (x,y,z)	Forces de friction (et composantes)	
G	Accélération gravitationnelle	$m.s^{-2}$
K	Facteur de forme de la courbe de weibull	$m.s^{-1}$
K	Paramètre de différentiation hémisphère nord/sud	
K	Pseudo énergie cinétique spécifique	$m^2.s^{-2}$
L	Source et puit de chaleur	
M	Masse d'air	kg
M	Humidité spécifique	
M	Facteur d'échelle de la projection stéréographique	
MC2	Mesoscale Compressible Community	
MCP	Mesure, Corrélation, Prévision	
MMC	Mesoscale/Microscale Coupler	
P	Pression de l'air	$kg.m^{-2}$
p_0	pression de référence de l'air	
Q	$\ln(p/p_0)$	
R	Constante des gaz pour l'air	

S	Terme métrique de projection	m^2
T	Température	K
U, U _a	Vitesse de l'écoulement	$m.s^{-1}$
U,V	Composante horizontale en repère stéréographique	
u ₁ , u ₂ , u, v	Vitesse horizontale de l'écoulement	$m.s^{-1}$
V _{moy}	Vitesse moyenne du vent	$m.s^{-1}$
w	Vitesse verticale de l'écoulement	$m.s^{-1}$
W	Vitesse verticale généralisée	
WWA	World Wind Atlas	
z	Altitude	m
Z	Coordonnée de Gal-Chen modifiée	
z ₀	Longueur de rugosité	m
α	$\alpha=R/C_p$	
ζ	Coordonnée de Gal-Chen	
λ	Longitude	°
μ	Commutateur bidimensionnel/tridimensionnel du schéma semi lagrangien	
ρ	Densité de l'air	$kg.m^{-3}$
φ	Latitude	°
φ ₀	Latitude de référence	°
Ω	Vitesse de rotation	$rad.s^{-1}$

CHAPITRE 1

INTRODUCTION - CONTEXTE

1.1 MISE EN SITUATION

L'utilisation des éoliennes pour la production d'électricité est devenue une des méthodes prépondérantes de production d'énergie renouvelable et contribue activement à la lutte pour la réduction de l'émission de gaz à effet de serre. Cependant, malgré l'avantage écologique que représente l'éolien par rapport à d'autres sources d'énergie, l'implantation de nouveaux parcs éoliens est soumise à des règles très strictes afin de rentabiliser au maximum les infrastructures et ainsi proposer aux consommateurs un prix au kWh le plus compétitif possible, en dépit de solutions alternatives parfois plus économiques mais également plus polluantes.

La mise en place d'un projet éolien se déroule globalement de la façon suivante :

1) Étude de préfaisabilité

Elle permet de savoir s'il est intéressant d'employer davantage de moyens et de temps pour évaluer la pertinence du projet, en s'appuyant sur :

- une estimation de la taille du projet
- une évaluation rapide du potentiel éolien
- une analyse du branchement au réseau électrique existant
- une budgétisation de l'installation
- une estimation des obstacles potentiels à venir

Cette étude, réalisée en quelques jours, doit mettre en évidence les problèmes majeurs pouvant apparaître.

2) Approbation de la collectivité

Avant même de commencer les mesures de vent, il est souhaitable d'obtenir l'approbation et même l'implication des collectivités. Celles-ci doivent connaître les enjeux économiques et technologiques, être au courant des inconvénients réels aussi bien que des préjugés irrationnels et, à partir de là, s'assurer de l'acceptabilité sociale lorsque le projet sera implanté.

3) Obtention des autorisations

Différentes autorisations doivent être obtenues avant de poursuivre le projet éolien.

a) L'accès au terrain : il est nécessaire pour implanter la tour de mesure puisqu'il serait inutile de mesurer le vent en un lieu où l'accès est impossible.

Si le terrain appartient au gouvernement, il est nécessaire de suivre les directives du ministère des Ressources naturelles et de la faune (MRNF). Si le terrain est détenu par un propriétaire privé, il faut définir :

- Le droit d'étude du terrain pour une période suffisamment longue pour permettre la réalisation du programme de mesure de vent.
- L'obligation de location du terrain pour une durée minimale de 20 ans, si l'exploitation y est intéressante.
- Le droit d'utilisation du terrain pour toutes les structures à installer.
- La compensation financière accordée au propriétaire, suivant un taux fixe ou un pourcentage des recettes de production.

b) L'accès au réseau

Le nouveau parc éolien devra évidemment être intégré au réseau d'énergie électrique et celui-ci doit être en mesure de supporter cette nouvelle capacité de production intermittente. L'incidence de ce branchement sur le réseau devra être évaluée car elle dépend de la taille du parc éolien et de la production estimée. Les modalités et certifications nécessaires à la connexion varient suivant l'intégration de la puissance éolienne dans le circuit.

c) Les impacts environnementaux

Des évaluations environnementales doivent être réalisées si une des lois l'exige ou si une demande du gouvernement est exprimée. Elles seront nécessaires à l'obtention des autorisations pour le terrain ou l'accès au réseau. Ces évaluations environnementales pourront porter sur l'impact de la présence d'éoliennes sur le paysage, sur la faune et la flore, ainsi que sur l'influence du parc sur les habitations et villes alentours.

4) Mesure du vent

Les mesures de vent passent obligatoirement par la méthode MCP (Mesures, Corrélations, Prévisions). Cette méthode sera décrite plus loin dans ce chapitre. Cette étape requiert l'implantation d'une ou plusieurs tours de mesure, mesurant directions et vitesses de vent et cela durant une période minimum de 6 à 12 mois. Ces mesures doivent ensuite être corrélées avec les résultats des stations météo proches, considérées comme données de référence. A partir de ces analyses il sera possible d'effectuer des prévisions annuelles de vent et par conséquent de production d'énergie électrique si l'on connaît déjà le type de machine qui sera implanté.

5) Étude de faisabilité

Le but de l'étude de faisabilité est de valider les hypothèses et les éléments estimés dans l'étude de préfaisabilité, puis de répondre aux dernières interrogations qui peuvent subsister. Il est alors nécessaire de résoudre les problèmes suivants :

- L'emplacement définitif du parc
- L'analyse technique de l'emplacement (fondations, accès, branchements,...)
- L'analyse technique des besoins en sécurité à assurer.
- Les caractéristiques du matériel et des installations en fonction de la ressource éolienne et de la production désirée.
- La budgétisation des coûts d'installation, de construction, du matériel et des services employés.
- Le bilan des autorisations obtenues
- Le bilan de l'accord passé avec l'acheteur d'énergie

-L'analyse du rendement financier du projet.

Il ne s'agit plus d'avoir les estimations des futurs fournisseurs, fabricants et entrepreneurs, mais bien de véritables devis afin de rendre le travail de négociation concret. Elle doit également préparer le plan d'affaires à venir et doit présenter une estimation des coûts du projet. Enfin, il faut qu'elle pose les bases des futures options de financement. C'est à cette étape que l'on décide de continuer le projet ou de l'arrêter définitivement.

6) Plan d'affaires

En vue d'estimer la rentabilité du projet, le plan d'affaires mettra en évidence les mouvements monétaires escomptés. Ce document se doit d'être aussi technique que financier afin de paraître convainquant aux yeux des investisseurs. Il va donc contenir :

- Une description des différents partenaires impliqués dans le projet
- Une description technique du projet comportant le régime de vent, la disposition des éoliennes, le rendement prévu et l'accès au réseau électrique
- Une étude de la consommation d'énergie.
- Un bilan des autorisations obtenues ou à obtenir encore, ainsi que des contrats avec les différents organismes.
- Les conditions de vente de l'électricité.
- Un échéancier des tâches et travaux, jusqu'à la production effective.
- Les options de financement du projet.
- L'analyse de sensibilité décrivant l'incidence des principaux paramètres (vitesse du vent, rendement des éoliennes, tarif de l'entente d'achat d'électricité, coûts en capital, ratio d'endettement, frais d'exploitation et d'entretien, etc.) sur la période de récupération.
- Une estimation des fonds de réserve nécessaires.
- Une description du personnel et des modalités d'exploitation et de maintenance.
- Les prévisions financières.

Ces informations permettront de mettre en place le financement, les contrats de construction et d'exploitation. Il ne restera ensuite qu'à procéder à l'installation et à la mise en service du parc éolien.

1.2 LA RESSOURCE ÉOLIENNE

Dans le processus de réalisation d'un projet, tel que décrit précédemment, l'estimation du potentiel éolien est une étape critique, de laquelle dépendent en grande partie le succès ou l'échec du projet. Nous allons identifier les principales caractéristiques du vent et de la ressource éolienne qui vont nous permettre de positionner notre étude.

1.2.1 Caractérisation du vent

La ressource éolienne se caractérise par sa variabilité dans le temps et dans l'espace.

Variabilité temporelle :

La variabilité temporelle du vent se distingue à différentes échelles de temps. Pour des périodes inférieures à dix minutes, nous avons une variabilité à haute fréquence qui se présente sous la forme de rafales ou de turbulences qui vont faire varier la vitesse et/ou la direction du vent. A l'échelle des heures, on observera des variations diurnes/nocturnes par exemple, différentes des variations synoptiques, c'est-à-dire sur quatre à six jours. Les variations sur trois secondes à quelques jours sont regroupées sous le type de variation à hautes fréquences. On classera parmi les basses fréquences les variations saisonnières et annuelles, ainsi que celles s'étalant sur une décennie ou plus.

Afin de quantifier la variabilité et ainsi le potentiel éolien sans retranscrire la série temporelle de mesure de vent, on exprime les distributions annuelles, par la probabilité

d'apparition horaire d'une vitesse de vent en utilisant une courbe de distribution de Weibull de paramètres k et c , dont l'expression est donnée à l'équation (1.2-1).

$$f(V) = \frac{k}{c} \left(\frac{V}{c} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{V}{c} \right)^k} \quad (1.2-1)$$

avec V : la vitesse du vent en m/s,

f : la fréquence d'apparition de la vitesse V

k : le facteur de forme

c : le facteur d'échelle

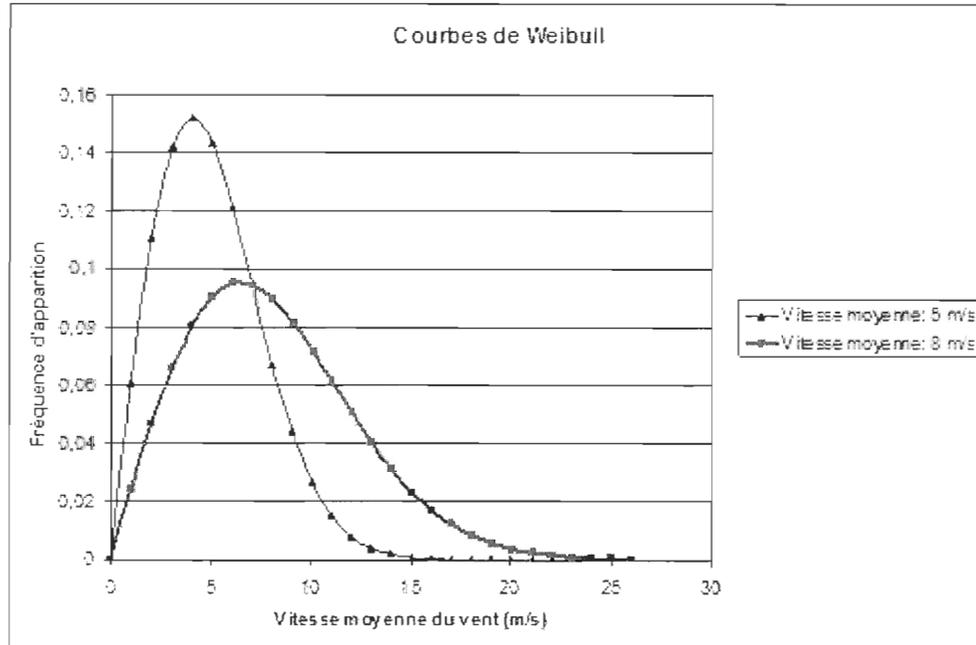
Si des informations détaillées sur la variation de la vitesse du vent ne sont pas disponibles, on va garder un facteur de forme « k » fixé à la valeur 2 car c'est la valeur la plus couramment observée. On détermine alors le facteur d'échelle « c » nécessaire afin d'obtenir les vitesses moyennes de vent observées sur le site. On se référera au chapitre 4.1.2) sur les courbes de Weibull, pour une explication plus complète des méthodes de calcul des paramètres k et c en fonction de la vitesse moyenne du vent.

À titre d'exemple, nous avons tracé deux courbes présentant des vitesses moyennes de vent de 5 m/s et 8 m/s qui correspondent à des facteurs d'échelle respectifs de 5,642 m/s et 9,033 m/s. Ces résultats sont récapitulés dans le tableau qui suit :

Tableau 1: Paramètres des courbes de Weibull représentées au Graphique 1

	Courbe 1	Courbe 2
Vitesse moyenne (m/s):	5	8
Facteur de forme k :	2	2
facteur d'échelle c :	5,642	9,033

Les courbes obtenues à partir de ces valeurs sont représentées ci dessous.



Graphique 1: Exemples de courbes de Weibull

Nous verrons au chapitre 4 les méthodes employées pour obtenir les paramètres k et c d'une courbe de Weibull à partir de mesures réelles de vent.

Variabilité Spatiale :

Comme la variabilité temporelle, on va distinguer différents types de variabilité spatiale. Il existe tout d'abord une variabilité géographique du vent. Celle-ci est due à la localisation du lieu sur la Terre.

À une autre échelle, on observe ensuite la variabilité régionale qui dépend non seulement de la latitude mais aussi des conditions locales d'ensoleillement, de la présence des grandes masses d'eau et de terre, du relief, ainsi que des conditions locales, caractérisées par la rugosité (Tableau 1.2-2) et les obstacles du terrain (Figures 1 et 2).

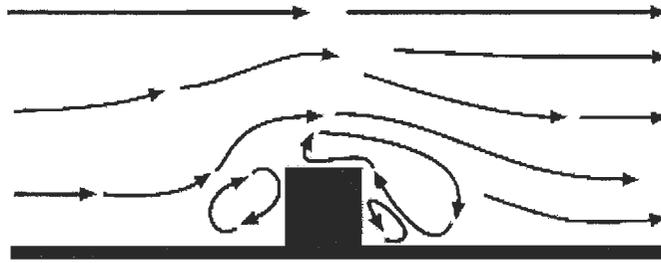


Figure 1: Influence d'un obstacle dans un flux (Vue de profil) (Windpower, 2009)

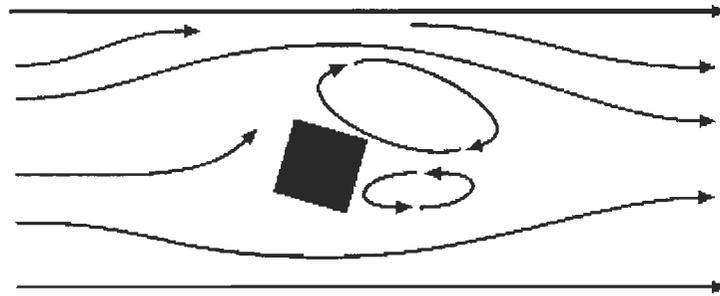


Figure 2: influence d'un obstacle dans un flux (Vue de dessus) (Windpower, 2009)

La rugosité peut s'exprimer par classe donc la valeur est comprise entre 0 et 4, ou bien par la longueur de rugosité (m), allant généralement de 0,0002 m à 1,6 m. A ces valeurs de rugosité correspondent des indices énergétiques (%), représentant la quantité d'énergie restante dans le vent au passage de ces rugosités.

Tableau 2: Impact de la rugosité sur le potentiel éolien(Windpower, 2009)

Classe de rugosité	Longueur de rugosité z_0 (m)	Indice énergétique (%)	Types de paysages
0	0,0002	100	Surface d'eau
0,5	0,0024	73	Terrain complètement dégagé avec une surface lisse, comme une piste d'atterrissage en béton ou de l'herbe fraîchement coupée.
1	0,03	52	Terrain agricole dégagé, sans clôtures ou haies vives, et avec très peu de constructions. Seulement des collines doucement arrondies.
1,5	0,055	45	Terrain agricole avec quelques constructions et des haies vives de 8 m de haut, situées à environ 1250 m les unes des autres.
2	0,1	39	Terrain agricole avec quelques constructions et des haies vives de 8 m de haut, situées à environ 500 m les unes des autres
2,5	0,2	31	Terrain agricole avec beaucoup de constructions, arbrisseaux et plantes, ou des haies vives de 8 m de haut situées à environ 250 m les unes des autres.
3	0,4	24	Villages, petites villes, terrain agricole avec de nombreuses ou de hautes haies vives, des forêts et un terrain très accidenté.
3,5	0,8	18	Grandes villes avec de hauts immeubles.
4	1,6	13	Très grandes villes avec de hauts immeubles et des grattes ciel.

Enfin, la vitesse du vent va également varier en fonction de l'altitude. On modélise cette variation par différentes lois, dont la loi logarithmique de variation de la vitesse de vent avec la hauteur est exprimée sous la forme:

$$\frac{V(h_2)}{V(h_1)} = \frac{\ln\left(\frac{z_2}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{z_1}{z_0}\right)} \quad (1.2-2)$$

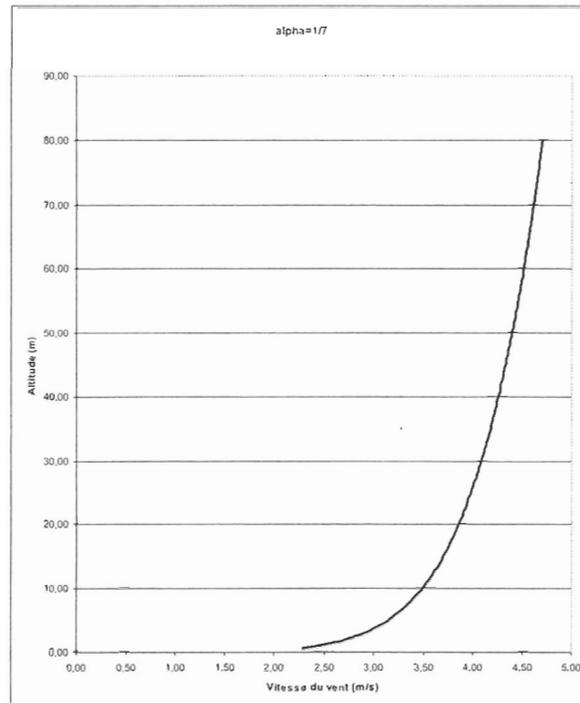
Ici, la longueur de rugosité z_0 est indiquée, pour chaque type de terrain, dans le Tableau 1.2-2. On modélise aussi l'évolution de la vitesse du vent par rapport à l'altitude par l'équation suivante (loi de puissance) :

$$V(h_2) = V(h_1) \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^\alpha \quad (1.2-3)$$

Le paramètre α varie généralement entre 0,14 et 0,22 et dépend fortement des conditions locales. Une illustration de cette variation, à partir des données du Tableau 1.2-3 est présentée au Graphique 2 :

Tableau 3: Paramètres du Graphique 2

α	1/7
h1 (m)	10
V(h1) (m/s)	3,5



Graphique 2 : Profil de vitesse de vent en fonction de l'altitude

Même si ce modèle est assez simpliste, voir même insuffisant dans de nombreux cas, il est néanmoins encore largement utilisé dans l'industrie pour estimer la variation de flux à différentes hauteurs de moyeux ou à travers le rotor.

1.2.2 Calcul de la production éolienne

Lorsque l'on a une idée de l'évolution de la vitesse du vent pour un point donné (à une certaine position et une certaine altitude), il convient alors d'estimer l'énergie que l'on pourra tirer de ce potentiel éolien. Dans une approche rapide pour comprendre le calcul de la production éolienne, nous allons nous baser sur la théorie du disque (Manwell et al., 2002) que nous détaillons ci-après.

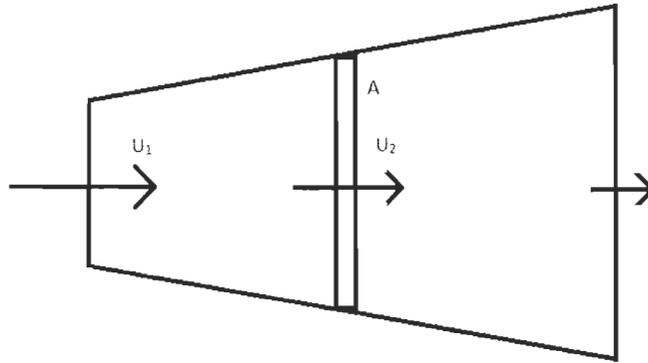


Figure 3: Schéma - théorie du disque

A la Figure 3, le flux de masse d'air $\frac{dm}{dt}$ est égal, dans chaque section, au produit de la section A par la densité de l'air ρ et par la vitesse de l'écoulement U :

$$\frac{dm}{dt} = \rho AU \quad (1.2-2)$$

La puissance disponible de ce flux P_{vent} est alors son énergie cinétique par unité de temps, donnée par :

$$P_{vent} = \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} U^2 \quad (1.2-3)$$

On obtient donc

$$P_{vent} = \frac{1}{2} \rho AU^3 \quad (1.2-4)$$

De plus, en considérant que la section correspondante est la surface du rotor, on a

$$A = \pi \frac{D^2}{4} \quad (1.2-5)$$

avec D diamètre du rotor de l'éolienne

Ainsi, la puissance contenue dans le vent devient :

$$P_{vent} = \frac{1}{2} \rho \pi \frac{D^2}{4} U^3 \quad (1.2-6)$$

Cette puissance n'est évidemment pas captée entièrement par l'éolienne. La partie captée sera l'énergie perdue par le vent en traversant l'éolienne. Celle-ci se détermine par l'évaluation de la différence de vitesse entre le flux entrant et le flux sortant. Si l'on considère que le « freinage » du flux d'air entrant à la vitesse u_1 passe dans la section du rotor à la vitesse u_2 , cette perte de vitesse est caractérisée par le paramètre a , comme suit :

$$u_2 = u_1(1 - a) \quad (1.2-7)$$

En reprenant l'équation (1.2-2), on a alors :

$$\frac{dm}{dt} = \rho A \frac{u_1 + u_2}{2} \quad (1.2-8)$$

On continue comme précédemment en (1.2-3), mais en appliquant l'intégration aux bornes de notre système, c'est à dire en déterminant la différence de puissance entre l'entrée et la sortie. On a donc P_{rot} la puissance dans la rotation de l'éolienne :

$$P_{rot} = \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} (u_1^2 - u_2^2) \quad (1.2-9)$$

En remplaçant (1.2-5), (1.2-7) et (1.2-8) dans (1.2-9), on obtient :

$$P_{rot} = \frac{1}{16} \rho \pi D^2 u_1^3 a (a^2 - 4a + 4) \quad (1.2-10)$$

On peut alors définir le coefficient de puissance. Celui-ci est le rapport entre l'énergie capté et l'énergie disponible du vent. Autrement dit, le coefficient de puissance C_p est :

$$C_p = \frac{P_{rot}}{P_{vent}} \quad (1.2-11)$$

En remplaçant (1.2-6) et (1.2-10) dans (1.2-11),

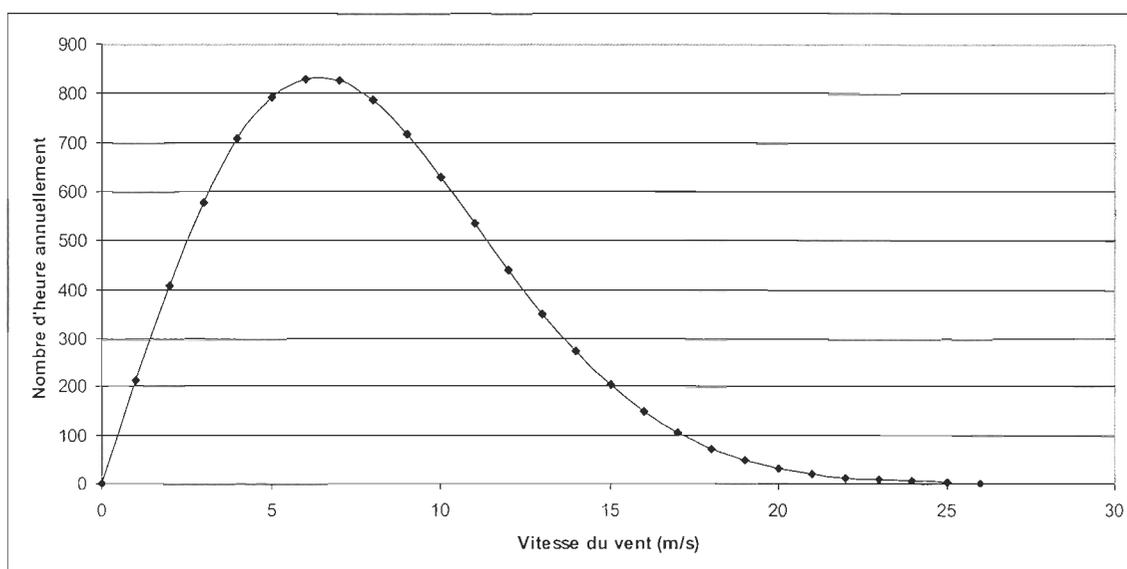
$$C_p = \frac{a}{2}(a-2)^2 \quad (1.2-12)$$

On définit à présent le coefficient de Betz comme le coefficient de puissance maximal. Nous obtenons donc un $C_B = C_{p \max}$ pour les solutions de l'équation : $C_p' = 0$. Les solutions de cette équation sont $\left\{ \frac{2}{3}; 2 \right\}$. Or, a est obligatoirement compris dans l'intervalle $]0;1[$, donc $2/3$ est la seule valeur de a possible pour que C_p soit maximal. Pour $a=2/3$, on a $C_B=0,593$. Le Coefficient de Betz $C_B=59,3\%$ constitue donc le rapport maximal d'énergie récupérable dans le vent.

Nous écrivons donc pour simplifier que la puissance éolienne maximale est :

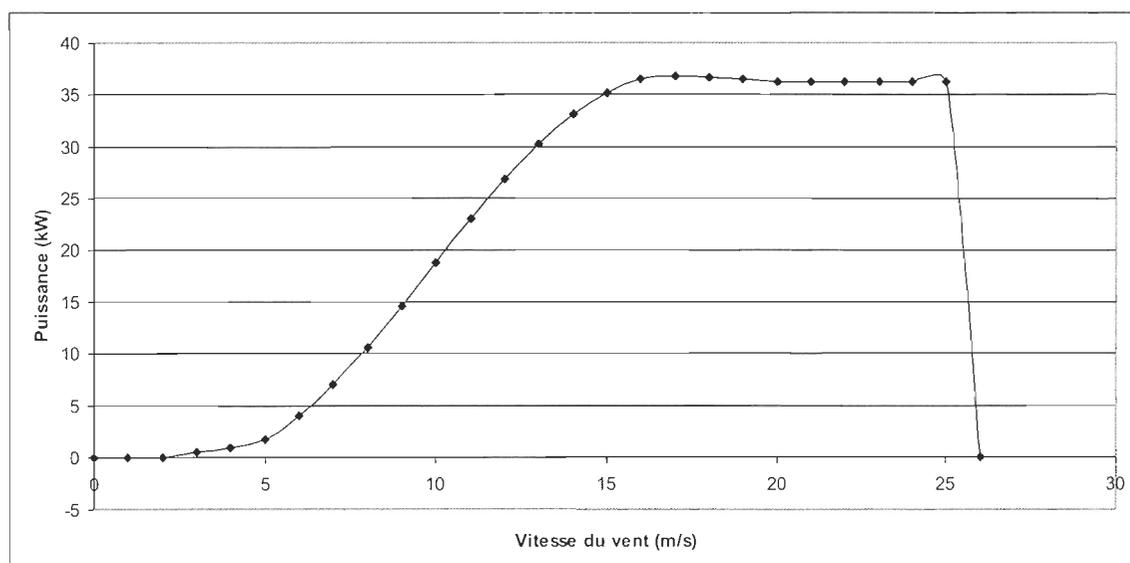
$$P = \frac{1}{2} C_B \rho \pi \frac{D^2}{4} U^3 \quad (1.2-13)$$

A partir de cette formule, nous pouvons alors déterminer l'énergie produite par la rotation de l'éolienne en utilisant la distribution annuelle des vitesses de vent sur le site (illustré par la courbe de Weibull Graphique 1) pour une moyenne de vent de 8m/s. A partir des fréquences relatives de la vitesse de vent, on obtient facilement le nombre d'heures pendant lesquelles le vent souffle à une vitesse donnée durant l'année. Pour cela, pour chaque bin de vitesse de vent, on multiplie la fréquence donnée par la courbe de Weibull par le nombre total d'heures dans une année (8760 heures/année).



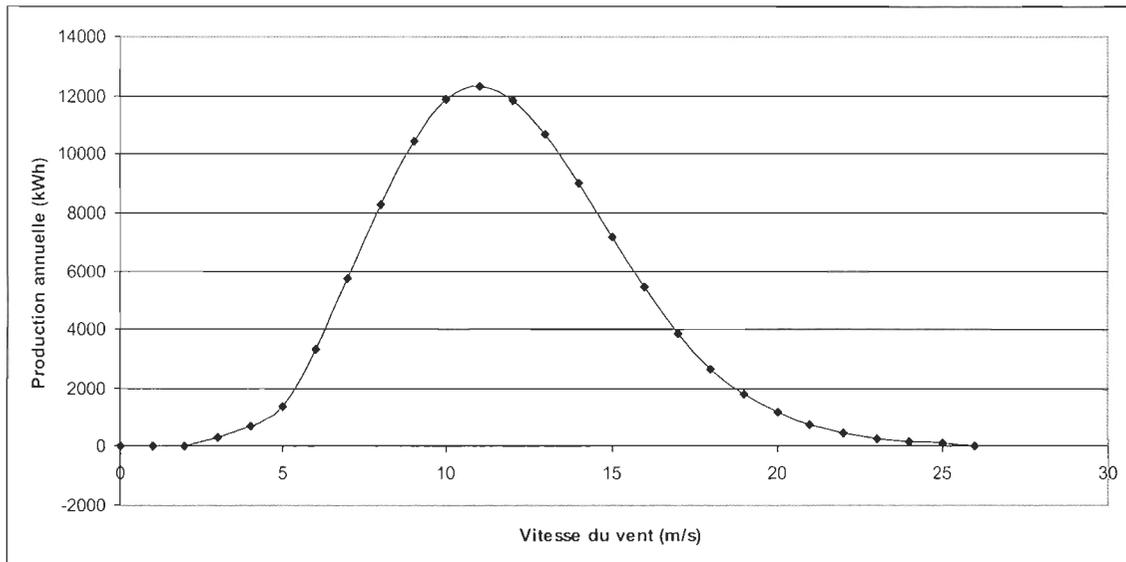
Graphique 3: Nombre d'heures annuelle par vitesse de vent

Pour le calcul de la production, nous utilisons, en plus des caractéristiques des vitesses de vent sur le site, la courbe de puissance de l'éolienne qui illustre la puissance produite par une éolienne à chaque vitesse du vent. Par exemple, pour une éolienne PGI, la courbe de puissance sera :



Graphique 4: Courbe de puissance d'une éolienne PGI

L'estimation de la production annuelle se fait ensuite en faisant le produit de ces deux dernières courbes, c'est-à-dire que pour chaque bin de vitesse de vent, on multiplie le nombre d'heures durant lesquelles le vent souffle à cette vitesse par la puissance correspondante dans la courbe de puissance de notre éolienne, ce qui nous donne :



Graphique 5: Production théorique d'une éolienne suivant la vitesse du vent.

L'intégrale de la surface en dessous de la courbe fournira la production annuelle de cette éolienne sur le site considéré.

1.2.3 Importance du potentiel éolien

La connaissance du potentiel éolien d'un site avant l'installation du parc est évidemment primordial puisqu'il influence de façon déterminante la production annuelle, tel qu'expliqué au paragraphe précédent (Graphique 5) et par conséquent la rentabilité du projet sur le site considéré. Un paramètre "global" permettant d'illustrer le potentiel éolien d'un site est le facteur d'utilisation qui se définit comme suit :

$$FU = \frac{\dot{Energie\ Nette\ produite\ par\ le\ parc\ \acute{e}olien}}{(365 \times 24)_{heures\ dans\ l'ann\acute{e}e} \times Puissance\ Install\acute{e}e} \quad 1.2-14$$

Selon le rapport Hélimax de 2004 (Ait-Driss et al, Hélimax, 2004), les facteurs d'utilisation sont dépendants de la vitesse moyenne de vent mesurée, comme illustré dans le Tableau 4.

Tableau 4: Le lien entre la vitesse moyenne du vent sur le site et le facteur d'utilisation d'un parc éolien

	Classe de gisement		
	Très bonne	Excellente	Exceptionnelle
Vitesse (m/s)	7 à 8	8 à 9	9 et plus
Vitesse moyenne (m/s)	7,5	8,5	9,5
Facteur d'utilisation (%)	33,5	38,6	43,6

Donc, plus la vitesse moyenne du vent est élevée, plus le facteur d'utilisation et la rentabilité du parc sont grands.

1.3 LA MÉTHODE MCP

La méthode MCP (Mesures, Corrélation, Préviation) est un processus standard d'évaluation du potentiel éolien qui permet, à partir de la cueillette des données sur des courtes périodes de temps (de 6 mois à 2 ans), à déterminer le potentiel éolien d'un site durant des longues périodes de temps (20 ans ou plus), caractéristiques des durées d'exploitation des parcs éoliens. C'est présentement la seule procédure acceptée par les promoteurs et les financiers comme étude du potentiel éolien d'un site dans le cas des grands projets éoliens ou de ceux qui requièrent un financement bancaire (IEC 6400-1, 2005).

1.3.1 Les mesures de la vitesse du vent

L'estimation du potentiel éolien d'un site est réalisée par une campagne de mesure. Ces mesures sont réalisées à l'aide d'une tour de mesure installée au même endroit que l'emplacement des futures éoliennes. Suivant la taille, la complexité du site et du projet, il faudra éventuellement installer plusieurs tours afin de couvrir une plus large zone et vérifier qu'aucun élément ne pourrait déventer un zone.

Les tours de mesure utilisées doivent s'approcher le plus possible de la hauteur à laquelle est prévue la nacelle des futures éoliennes. Cette hauteur peut varier entre 30m et 80m, mais les industriels préconisent en général d'avoir une hauteur de mât de mesure supérieure au tiers de la hauteur de moyeux. Pour une tour de mesure de 60m (NRG-Systems, 2009), les instruments suivants sont généralement installés :

-6 anémomètres calibrés : deux à 60m, deux à 50m et deux à 40m.

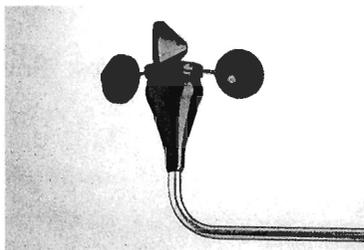


Figure 4: Anémomètre NRG #40C (NRG-Systems, 2009)

-2 capteurs de direction de vent calibrés : un à 60m et l'autre à 50m.

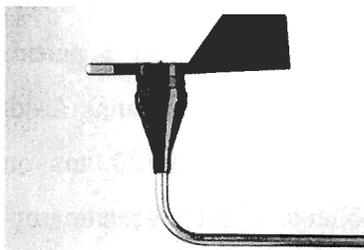


Figure 5: Capteur de direction de vent NRG #200P (NRG-Systems, 2009)

-1 thermomètre calibré :

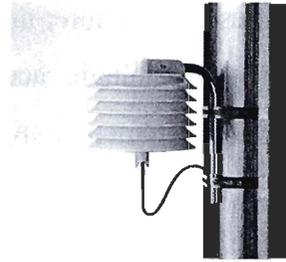


Figure 6: Capteur de température NRG #110S (NRG-Systems, 2009)

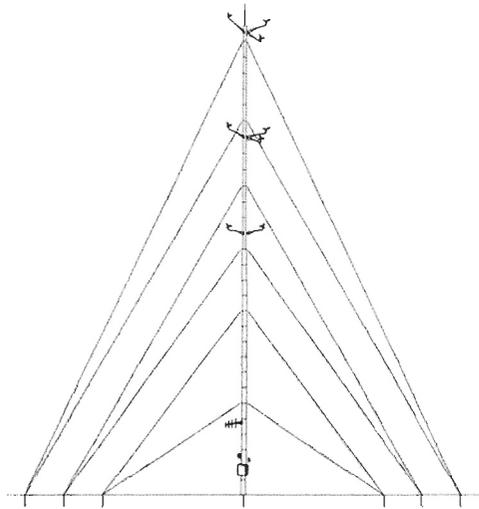


Figure 7: Schéma d'un mat de mesure NRG-NOW System 60 Meter XHD (NRG-Systems, 2009)

Les données mesurées par les différents instruments sont ensuite recueillies dans un système d'acquisition de données (data logger).



Figure 8: Data Logger, NRG Symphonie Logger (NRG-Systems, 2009)

Le protocole généralement utilisé mesure l'ensemble des paramètres à chaque deux secondes et les valeurs sont ensuite moyennées aux dix minutes pour être stockées dans la

base de données. La campagne de mesure doit durer un an complet pour couvrir la variation saisonnière des vitesses de vent. Il est possible de raccourcir cette période et de la ramener à huit ou six mois, mais elle doit obligatoirement comporter la saison d'hiver généralement plus venteuse.

A la fin de la campagne, le nombre d'heures durant lesquelles le vent a soufflé à une vitesse donnée permet de calculer les paramètres de la courbe de Weibull qui caractérise la répartition des vitesses du vent sur notre site. De même, pour chaque secteur d'orientation géographique le nombre d'heures durant lesquelles le vent était orienté suivant celui-ci permet d'obtenir la rose des vents du site (fréquence des vitesses de vent en fonction de chaque secteur d'orientation).

Le positionnement du ou des mâts de mesure est problématique. Tout d'abord s'il est surexposé par rapport au reste du site, le potentiel éolien sera surestimé ou, au contraire, sous-estimé s'il est placé dans une zone déventée. Il convient donc de placer les mâts dans la zone de plus grande concentration d'éoliennes et dans les endroits les plus représentatifs. Il peut être également intéressant de placer un mât dans l'endroit le moins venté, afin de connaître le minimum du potentiel du site. Enfin, il est recommandé de mesurer la composante verticale du site au niveau des pentes abruptes et de mesurer si c'est possible la vitesse du vent au niveau du moyeu des futures éoliennes afin d'éviter les erreurs liées au cisaillement vertical du vent.

1.3.2 La corrélation et les prévisions

Les campagnes de mesure doivent durer suffisamment longtemps pour qu'une image précise du potentiel éolien sur le site puisse être établie. Si le projet est de taille modeste, 6 à 8 mois de mesure peuvent suffire à la condition qu'ils comportent intégralement les mois d'hiver car c'est la saison qui présente le plus gros potentiel éolien. En effet, le vent est plus fort, plus fréquent et plus dense en raison de la température. L'absence de ces mois peut

créer un biais important dans l'analyse des données. Pour les projets éoliens de plus grande envergure, il conviendra d'allonger la campagne de mesure à un an voire deux afin d'avoir une meilleure précision du potentiel du site.

Le site étudié doit également se trouver à proximité d'une station météorologique de référence, c'est-à-dire dans un rayon de 50 à 100 km d'une tour de mesure pour laquelle des données à long terme (20 ans et plus) sont disponibles. Une station météorologique de référence est une station qui répond aux règles et aux critères de l'OMM (Organisation Météorologique Mondiale). Typiquement, ce sont, au Canada, les stations météorologiques validées et intégrées au réseau d'Environnement Canada. Ces stations fournissent les données climatologiques du lieu, qui sont enregistrées depuis 20 ou 30 ans généralement.

Il convient alors de comparer nos mesures avec les mesures dites de références afin d'estimer les données durant toute la période d'opération du parc généralement de l'ordre de 20 ans. En effet, nous ignorons si les mesures que nous avons effectuées sur le site d'implantation du projet correspondent à une année très ventée ou au contraire peu ventée, et nous devons pouvoir estimer la production d'énergie pour les 20 ou 30 ans à venir. Il faut donc comparer nos valeurs aux normales climatiques (20 à 30 ans) afin de corriger nos estimations s'il y a lieu. Cette corrélation entre nos mesures et les données de la station de référence doit se faire au quotidien. C'est cet intervalle de temps qui semble être le plus approprié, dans la mesure où une corrélation mensuelle reflèterait plus les variations saisonnières et une corrélation horaire pourrait ne pas être révélatrice compte tenu des différences entre les effets diurnes à 10m (hauteur habituelle de la station de référence) et ceux à 60m (ou la plus grande hauteur pour la mesure de la tour sur le site d'implantation du projet). En ce qui concerne les corrélations à l'échelle quotidienne, le coefficient de corrélation R^2 doit être supérieur à 0.75 pour que la corrélation soit correcte (Petrucci, 2009).

A partir des données à long terme de la station de référence et du lien de corrélation existant entre celles-ci et nos mesures de vent, on va pouvoir prédire les vitesses et directions probables de vent sur le site étudié. Les modèles les plus utilisés sont les régressions linéaires de Derrick (1.3-1), les régressions linéaires en deux dimensions suivant douze secteurs de Nielsen et al (1.3-2). Il y a également le modèle de Riedel dans lequel les coefficients sont déterminés pour minimiser la différence entre le modèle de prévision et les valeurs connues par le test du χ^2 et le modèle de Mortimerqui utilise la méthode de classement par bin (Binning Method) en vitesse et en secteur d'orientation (Rogers et al., 2005).

$$\hat{y} = ax + b \quad (1.3-1)$$

$$\hat{y} = \sqrt{\hat{y}_1^2 + \hat{y}_2^2} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (1.3-2)$$

1.3.3 Avantages et inconvénients de la méthode MCP

Les incertitudes liées à la méthode MCP :

Même si cette méthode est actuellement considérée comme étant la plus efficace et la plus sûre, on peut relever l'apparition de sources d'erreurs pouvant fausser les estimations. Ces incertitudes se retrouvent au niveau de la mesure du vent, de l'analyse des données et de la corrélation.

Au niveau de la mesure du vent :

Les anémomètres standards en industrie sont les modèles à coupes (Figure 4), évidemment calibrés. Ceux-ci peuvent générer des erreurs pour cause de survitesse dues à la turbulence ou d'orientation de l'axe en cas de flux de vent non horizontaux. Ils seront également soumis aux effets de température de l'air et de sa densité. De plus, les tours elles-mêmes vont influencer la mesure du vent. En effet, l'effet d'ombrage va réduire la

vitesse du vent autour du mat (jusqu'à 3 m/s) et il faudra également tenir compte du cisaillement vertical du vent qui peut varier suivant le jour et la nuit, suivant les saisons et suivant la topologie et la rugosité du terrain. Il faut donc compter entre 3 et 9% d'incertitude dans nos mesures (Petrucci, 2009).

Au niveau de l'analyse de données

Tout d'abord, il est évidemment primordial de disposer d'une station climatologique de référence présentant des mesures étalées sur vingt ou trente ans dans un rayon de cinquante à cent kilomètres. Compte tenu de la grande quantité de données à trier, le système de traitement doit être automatisé et suffisamment robuste et performant pour repérer tout d'abord les défaillances des senseurs et les épisodes de givrage, mais aussi les problèmes moins perceptibles tels que les dégradations des capteurs, les erreurs de dates, les orientations incorrectes des booms, les fonctions de transfert incorrectes, les erreurs de câblage, les comportements anormaux des senseurs suivant certaines conditions, etc. De plus, il est nécessaire d'avoir une durée de mesure suffisamment longue pour corrélérer avec efficacité ces mesures avec les données climatologiques de la station de référence. Si le site est complexe, quelques mois ne seront pas suffisants pour obtenir une analyse micro échelle du terrain. Il est par conséquent parfois recommandé de disposer de deux années de mesures. Les incertitudes proviennent donc de la longueur de la période de mesure, du niveau de corrélation des données avec les valeurs de références et de la qualité des mesures de référence, des outils utilisés et de l'exposition de la station de référence. Ces incertitudes s'évaluent généralement dans un intervalle de 4 à 9% d'erreur (Petrucci, 2009).

Comme on vient de le voir, la méthode MCP n'est pas exempte d'incertitudes. La conjugaison des deux sources d'erreurs donne un intervalle de 7 à 18% dans les cas où la méthodologie est scrupuleusement respectée. C'est pourquoi, par le passé, de nombreux sites ont pu être surévalués. Ce risque est à considérer avec les autres contraintes qu'impose cette méthode. Comme il a été dit, il faut tout d'abord qu'il y ait au moins une station météorologique de référence dans un rayon de 50 à 100km. Plusieurs sont évidemment

préférables pour limiter l'incertitude. La durée de la campagne de mesure peut se limiter à 6 mois pour les petits projets, mais il est nécessaire de disposer d'une année entière, voire plusieurs pour les projets plus importants. Enfin, chaque tour de mesure et son exploitation coûtent environ 40 000\$CAN (NRG-Systems, 2009). Comme on le voit, la méthode MCP, même si elle reste actuellement la méthode a priori la plus fiable et la plus efficace, est tout de même extrêmement onéreuse et nécessite beaucoup de temps dans la préparation et l'élaboration du projet.

1.4 LES OUTILS INFORMATIQUES EMPLOYÉS

Si la méthode MCP est actuellement indispensable pour l'évaluation du potentiel éolien pour les grands projets, l'utilisation de logiciels de simulation sur ordinateur peut s'avérer une solution plus adéquate pour des projets de moindre envergure. Une analyse des différents outils de ce type disponibles dans la littérature scientifique est présentée ici.

1) GESIMA

GESIMA (Tammelin et al, 2000) est un modèle de flux non hydrostatique à méso échelle qui a été développé au GKSS Research Center en Allemagne. Ce modèle résout numériquement les équations non linéaires et tridimensionnelles de conservation de la quantité de mouvement, de la masse et de l'énergie. Afin d'éliminer le problème des instabilités numériques, on applique l'approximation de Boussinesq, et pour tenir compte des turbulences, toutes les équations sont moyennées. Le modèle employé ne tient pas compte des transferts d'énergie par rayonnement ni de l'humidité. Les équations sont résolues suivant une grille qui suit la surface du terrain et dont la résolution horizontale est de 1×1 km pour une résolution verticale variant de 20 à 400m sur 4000m. L'emploi d'un modèle non hydrostatique permet de tenir compte des variations dynamiques de pression, essentielles à l'estimation des effets à méso échelle. Le relief du terrain est défini par la position de chaque point des volumes élémentaires et un indice de rugosité est appliqué à ce

volume pour définir le type de terrain. Le calcul du potentiel éolien est basé sur des séries à intervalles donnés de mesures de vent géostrophique et de gradients de température à des altitudes allant de 100 à 1500m. Ces mesures caractérisent des grappes de situations de flux typiques pour classifier les données d'entrées. Ces situations fournissent une représentation optimale de la totalité des régimes de flux, en limitant le nombre d'états. Pour chaque grappe, une simulation de GESIMA est lancée, le vent géostrophique est considéré comme un champ de flux et l'atmosphère stable est un paramètre additionnel. Le modèle tourne en mode quasi-stationnaire. On va obtenir ensuite le climat de vent, c'est-à-dire la moyenne à long terme, à partir de la moyenne des résultats de chaque simulation pondérée par leur fréquence d'apparition dans chaque grappe de situations de flux.

Temps de calcul : pour 143 grappes de régimes de vent et pour une grille de $80 \times 40 \times 20$ nœuds, il faut compter une semaine de calcul au moyen de 4 ordinateurs personnels de 128 Mb chacun.

2) AIOLOS

AIOLOS (Tammelin et al, 2000) est un modèle de flux de masse, dérivé du model NOABL et basé sur la résolution de l'équation de continuité en considérant que la densité de l'air est constante. Pour une résolution allant jusqu'à 100m (plus de 1 km généralement), AIOLOS va d'abord imposer une estimation du vent pour ensuite, par itérations, déterminer un flux de vent sans divergence. Ce travail est effectué pour 480 schémas différents de flux et présentera une précision de l'ordre de 1 m/s. L'initialisation déjà mentionnée est réalisée à partir des équations utilisées dans WAsP (Merzouk et al, 2002).

Le calcul d'une zone de $100 \times 100 \times 20$ [km] est possible sur un ordinateur personnel standard.

3) MIUU

MIUU (Tammelin et al, 2000) est un modèle méso échelle, hydrostatique et en trois dimensions qui intègre dans ses équations les variables de vitesse de vent, de température, d'humidité et d'énergie cinétique turbulente. Le système de coordonnées verticales permet de suivre la topographie du terrain tout en conservant une altitude maximale de nœud fixe.

Les mailles seront globalement de 2 km x 2 km pour des zones de 235 km x 220 km maximum. La topographie et la rugosité sont obtenues à partir de cartes numérisées, avec une résolution de 1km. La rugosité est modifiée durant l'hiver pour tenir compte de la neige.

4) CRES 3-D et MASON-KING MODEL D

CRES 3-D (Tammelin et al, 2000) et MASON-KING MODEL D (Walmsley et al, 1990) présentent un même type de structure car ils sont dérivés des théories de Jackson et Hunt, reprises par Mason et Sykes (Tammelin et al, 2000) puis par Mason et King (Walmsley et al, 1990). Il s'agit d'un modèle de flux intégrant un système de résolution de frontière en trois dimensions pour les champs de flux simulés sur des terrains complexes. Le flux est divisé en trois parties, une non visqueuse placée entre la couche limite et la frontière, la seconde est près de la surface tandis que la troisième est à l'extérieur. La formulation de la couche limite résulte d'un système d'équations différentielles partielles de type parabolique. La direction de flux dominante considérée est déterminée par le flux non visqueux.

5) LINCOM

LINCOM (LINearized COMputation) (Tammelin et al, 2000) est un modèle simple de linéarisation de flux stables en terrain vallonné, adapté pour accepter différentes rugosités de terrain. Il est basé sur la résolution dans le domaine de Fourier d'un système d'équations linéaires dérivé des équations de masse et de moment non linéaires des flux de fluides incompressibles. Les équations linéaires décrivent les perturbations au niveau de la vitesse et de la pression que le terrain induirait dans un flux correspondant à un terrain plat avec une rugosité uniforme.

6) BZ-WASP

Le Modèle BZ (Walmsley et al, 1990) (Bessel Expansion on a Zooming Grid) établi par Troen et Peterson est une linéarisation spectrale basée sur les théorie de Jackson - Hunt et par cela présente des similitudes avec le MASON-KING MODEL D. Il emploie un

maillage en coordonnées polaires et calcul uniquement les perturbations du vent au centre de cette grille. Au lieu de déterminer alors les coefficients de Fourier, BZ-WASP (WASP, 2009) opte pour les coefficients de l'expansion de Fourier-Bessel des perturbations potentielles du flux.

1.5 ANÉMOSCOPE - PRÉSENTATION RAPIDE

Notre étude se concentre sur le logiciel AnémoScope, un outil informatique développé par Environnement Canada qui est généralement employé lors de l'étude de préfaisabilité. Il permet à partir de cartes de vent préétablies de choisir une région globalement bien exposée aux vents. Ensuite, il est possible d'estimer par analogie avec d'autres parcs éoliens déjà existants les coûts (marge d'erreur d'environ 50%) et d'évaluer globalement le caractère réaliste ou irréaliste du projet. Les logiciels de modélisation météorologique ne sont par contre plus utilisés quand il s'agit de connaître avec plus de précision les vitesses de vents rencontrés. La tour de mesure est actuellement considérée comme indispensable à cause des marges d'erreur trop grande de ces logiciels quand il s'agit d'obtenir des résultats à micro échelle.

AnémoScope propose deux types d'échelle d'étude. La méso échelle va fournir à l'utilisateur une vue d'ensemble de la région étudiée. On étudiera alors une zone pouvant atteindre 250 000km². Ensuite, en micro échelle, nous pouvons étudier une zone de l'ordre de 25 km² pour atteindre une résolution de l'ordre de 50m (Canadian-Hydraulics-Centre, 2006a).

AnémoScope intègre l'outil GenGeo qui, avec une carte de topographie et une base de données comportant le type de terrain étudié, va préparer le domaine à analyser. Il est nécessaire de fournir au logiciel ces données, car la topographie du terrain va fortement influencer le vent et il est important d'en connaître le relief et le revêtement du sol (arbres, eau, champs, etc.) pour estimer la rugosité associée (Canadian-Hydraulics-Centre, 2006a).

AnémoScope couple cet outil avec le modèle MC2 (Mesoscale Compressible Community). Ce logiciel permet une modélisation atmosphérique se basant sur une procédure semi lagrangienne à schéma semi implicite afin de pouvoir coupler sur une longue période de temps des propagations rapides de mouvement. C'est ce modèle qui va permettre d'avoir une représentation à méso échelle du potentiel éolien (Canadian-Hydraulics-Centre, 2006b).

Pour obtenir le niveau de la micro échelle, il convient alors d'employer le modèle MS-MICRO. Celui-ci est assez proche de WASP et du MASON-KING MODEL D, puisqu'il se base sur les travaux de Mason et Sykes sur l'extension à un domaine en trois dimensions des théories bidimensionnelle de Jackson et Hunt. (Walmsley et al, 1990)

1.6 PROBLÉMATIQUE

En meso-échelle comme en micro-échelle, le logiciel AnémoScope semble apporter une solution. Sa licence coûtant environ 10 000\$, on économise déjà énormément par rapport à la méthode MCP et l'utilisation de cette méthode épargnerait globalement une année d'attente. De plus, le coût d'achat de la licence pourra être amorti en réutilisant AnémoScope pour de nombreux autres sites différents, ce qui réduit encore les coûts d'évaluation de la faisabilité.

Un tel procédé est intéressant à condition qu'AnémoScope se révèle aussi précis qu'une tour de mesure implantée durant un an. Nous avons besoin de connaître précisément la nature du vent à l'endroit où nous installerons le champ d'éoliennes et par conséquent à une échelle proche de la centaine de mètres.

Les caractéristiques majeures du vent à connaître sont :

- les orientations principales,

- la répartition des vitesses de vent au cours de l'année (courbe de Weibull),
- les vitesses maximales.

On se propose par conséquent de comparer les résultats d'une simulation sous AnémoScope avec des valeurs réelles mesurées.

1.7 OBJECTIFS ET MÉTHODOLOGIE

AnémoScope offre un cadre de simulation environnementale 3D et un système d'information géographique. Le progiciel intègre 50 ans de données météorologiques pour toute la planète. De plus, par une modélisation dynamique à toutes les échelles, on obtient une cartographie du potentiel éolien. Ce couplage données/modélisation permet l'étude de l'emplacement d'un parc éolien pour n'importe quelle hauteur de turbine. Afin de tester la validité des résultats d'AnémoScope, nous allons poursuivre les objectifs suivants :

L'étude du modèle MC2 et du passage en micro échelle.

C'est l'étude du modèle physique et numérique utilisé par AnémoScope et de la façon dont il a été conçu. Il est impératif de comprendre le fonctionnement du modèle MC2 et cela passe par la compréhension des principes physiques utilisés, des hypothèses employées et des approximations faites. Les fondements physiques sont les équations d'Euler qu'il convient d'appréhender correctement avant de pouvoir étudier concrètement les méthodes de discrétisation temporelle et spatiale du modèle MC2.

L'étude comparative des résultats.

La comparaison des résultats d'AnémoScope avec des mesures réelles connues, sur des sites particuliers, c'est-à-dire présentant des configurations géographiques et météorologiques particulières et spécifiques.

Il faudra également déterminer un moyen d'évaluer la précision du logiciel en quantifiant les écarts dans l'orientation et les vitesses estimées. Cette étude comparative pourra également s'appuyer sur les résultats obtenus avec le logiciel WAsP. A partir des

résultats existants, nous pourrions déterminer la précision de WAsP par rapport à la réalité et comparer cette précision avec celle des résultats d'AnémoScope.

Le projet a été réalisé selon les étapes suivantes :

Pour l'étude des modèles employés :

- Lecture de différents ouvrages traitant du sujet
- Mise en évidence des hypothèses et des approximations utilisées
- Étude des modèles physiques employés
- Étude du système de discrétisation et des hypothèses utilisées dans le modèle

MC2

- Définition des limites théoriques d'AnémoScope
- Procédure de validation de la concordance entre les résultats théoriques et les résultats d'une simulation sous AnémoScope.

Pour l'étude comparative des résultats

- Compilation des données de quatre sites québécois (Mont-Joli, St Eugène, Ste Irène, Val Brillant)
- Simulation sous AnémoScope suivant les conditions géographiques du site.
- Comparaison des résultats obtenus avec les données respectives des sites et analyse des sources d'erreurs.

CHAPITRE 2

LE MODÈLE MC2

Le modèle Méso-échelle Compressible Communautaire (MC2) est employé par AnémoScope pour réaliser ses simulations. Afin de cerner de manière complète les intérêts et les inconvénients du logiciel AnémoScope, il est nécessaire de comprendre le fonctionnement du modèle MC2. Après une présentation rapide évoquant l'historique du modèle, nous détaillerons les équations physiques utilisées ainsi que les repères employés. Ensuite nous tacherons d'expliquer la méthode de discrétisation temporelle puis verticale et horizontale. Enfin, nous évoquerons les limites du modèle MC2, ainsi que les problèmes liés au pilotage du modèle.

2.1 PRÉSENTATION

Le modèle MC2 pour Méso-échelle Compressible Communautaire a été initialement développé en 1985 dans la Division de Recherche en Prévision Numérique du Service de l'Environnement atmosphérique canadien (RPN) par André J. Robert. Celui-ci a réalisé un modèle hydrostatique régional piloté, basé sur les équations primitives et intégré sur un domaine restreint. Ce modèle couple les avantages d'une méthode semi-lagrangienne et un schéma semi-implicite et les frontières latérales sont fournies par un modèle pilote mondiale ou hémisphérique. C'est donc un modèle à grande échelle.

En 1990, Monique Tanguay élimine l'approximation hydrostatique de la formulation dynamique originale, ce qui permet de réduire l'échelle de travail. Le schéma semi-lagrangien semi-implicite basé sur les équations d'Euler permet d'intégrer efficacement les équations non hydrostatiques et parfaitement élastiques (sans approximation - voir chapitre 2.2, ce qui rend possible l'utilisation du modèle à toutes les échelles. En 1990 également, Robert et Denis ont introduit la topographie du terrain en utilisant les coordonnées de Gal-Chen.

En 1992, Robert, Trudel, Giguère et Laprise changent l'échelle verticale afin de permettre une résolution variable et Tanguay modifie le schéma semi-implicite afin de minimiser l'apparition d'erreurs pour un grand pas de temps lorsque qu'une topographie complexe est introduite.

Enfin en 1993, le transport semi-lagrangien est étendu à la verticale alors que jusqu'à présent il était réservé à l'horizontal. Des recherches sont encore en cours pour introduire d'autres paramètres dans la modélisation.

2.2 PRINCIPES PHYSIQUES DU MODÈLE MC2

Les équations utilisées par le modèle MC2 sont les équations d'Euler (Bergeron et al, 1994):

$$\frac{du}{dt} = \frac{u \cdot v \cdot \tan \varphi}{a} - R \cdot T \frac{\partial q}{\partial x} + f \cdot v + F_{rx} \quad (2.2-1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{u^2 \cdot \tan \varphi}{a} - R \cdot T \frac{\partial q}{\partial y} - f \cdot u + F_{ry} \quad (2.2-2)$$

$$\frac{dw}{dt} = -R \cdot T \frac{\partial q}{\partial z} - g + F_{rz} \quad (2.2-3)$$

$$(1 - \alpha) \frac{\partial q}{\partial t} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{v \cdot \tan \varphi}{a} \right) + \frac{L}{T} \quad (2.2-4)$$

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot T \frac{dq}{dt} + L \quad (2.2-5)$$

$$\frac{dM}{dt} = E \quad (2.2-6)$$

$$\frac{dC}{dt} = B \quad (2.2-7)$$

Afin de connaître les principes employés, nous allons identifier la source de ces équations.

2.2.1 Pour les équations (2.2-1), (2.2-2) et (2.2-3)

Partons de l'expression de la dérivée d'un mouvement dans un référentiel relatif par rapport à un référentiel absolu (Holton, 2004).

$$\frac{d_a r}{dt} = \frac{dr}{dt} + \Omega \cdot r$$

On pose $U = \frac{dr}{dt}$ la vitesse dans le référentiel relatif et $U_a = \frac{d_a r}{dt}$ la vitesse du même

point dans le référentiel absolu, et on a donc

$$U_a = U + \Omega \cdot r \quad (2.2-8)$$

Nous continuons à dériver :

$$\frac{d_a U_a}{dt} = \frac{dU_a}{dt} + \Omega \cdot U_a$$

En remplaçant U_a par son expression en (2.2-8), nous obtenons :

$$\frac{d_a U_a}{dt} = \frac{dU}{dt} + 2 \Omega \cdot U - \Omega^2 \cdot r$$

C'est-à-dire

$$\frac{dU}{dt} = \frac{d_a U_a}{dt} + \Omega^2 \cdot r - 2 \Omega \cdot U \quad (2.2-9)$$

En considérant que les seules forces réelles agissant sur l'atmosphère sont les forces de pression, la gravité et les frictions, on peut réécrire l'expression (2.2-9) sous cette forme :

$$\frac{dU}{dt} = -2 \Omega \cdot U - \frac{1}{\rho} \nabla p - g + F_r \quad (2.2-10)$$

Le terme F_r désigne les forces de friction et le terme g regroupe les effets combinés de la gravité et de la force centrifuge. ρ et p réfèrent respectivement à la densité et à la pression de l'air.

Nous devons à présent exprimer l'équation (2.2-10) en coordonnées sphériques à la surface de la terre. On prend $r = a$, a étant le rayon de la terre et l'on se place dans la base de coordonnées (λ, φ, z) où λ est la longitude, φ la latitude et z l'altitude par rapport à la surface de la terre.

On décompose le vecteur U :

$$U = u \cdot \vec{i} + v \cdot \vec{j} + w \cdot \vec{k}$$

avec

$$u = a \cdot \cos \varphi \frac{d\lambda}{dt}$$

$$v = a \frac{d\varphi}{dt}$$

$$w = \frac{dz}{dt} \quad (2.2-11)$$

Si on dérive (2.2-11) on obtient :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{du}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dv}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dw}{dt} \cdot \vec{k} + u \frac{d\vec{i}}{dt} + v \frac{d\vec{j}}{dt} + w \frac{d\vec{k}}{dt} \quad (2.2-12)$$

On dérive \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} dans la base de coordonnées (λ, φ, z) et l'on réécrit (2.2-12) sous la forme :

$$\frac{dU}{dt}_{(i,j,k)} = \begin{cases} \frac{du}{dt} - \frac{u \cdot v \cdot \tan \varphi}{a} + \frac{u \cdot w}{a} \\ \frac{dv}{dt} + \frac{u^2 \cdot \tan \varphi}{a} + \frac{v \cdot w}{a} \\ \frac{dw}{dt} - \frac{u^2}{a} - \frac{v^2}{a} \end{cases} \quad (2.2-13)$$

On exprime également $\Omega \cdot U$ dans la base (λ, φ, z)

$$\Omega \cdot U = \Omega \cdot \begin{bmatrix} u & 0 & i \\ v & -\cos \varphi & j \\ w & -\sin \varphi & k \end{bmatrix}$$

Donc

$$\Omega \cdot U_{(i,j,k)} = \begin{cases} \Omega(w \cdot \cos \varphi - v \cdot \sin \varphi) \\ \Omega \cdot u \cdot \sin \varphi \\ -\Omega \cdot u \cdot \cos \varphi \end{cases} \quad (2.2-14)$$

On remplace à présent (2.2-14) dans (2.2-10) et on identifie avec (2.2-13). Nous obtenons alors dans la projection (i,j,k) : (Tanguay et al, 1990)

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{du}{dt} - \frac{u \cdot v \cdot \tan \varphi}{a} + \frac{u \cdot w}{a} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega \cdot v \cdot \sin \varphi - 2\Omega \cdot w \cdot \cos \varphi + F_{rx} \\ \frac{dv}{dt} + \frac{u^2 \cdot \tan \varphi}{a} + \frac{v \cdot w}{a} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega \cdot u \cdot \sin \varphi + F_{ry} \\ \frac{dw}{dt} - \frac{u^2 + v^2}{a} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega \cdot u \cdot \cos \varphi + F_{rz} - g \end{aligned} \right. \quad (2.2-15)$$

A partir de l'équation d'état (2.2-16) liant la pression p , la densité de l'air ρ , la constante de l'air sec R et la température T , on écrit :

$$p = \rho \cdot R \cdot T = \frac{R \cdot T}{\alpha} \quad (2.2-16)$$

Donc

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial^*} = \frac{R \cdot T}{p} \frac{\partial p}{\partial^*}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial^*} = R \cdot T \frac{\partial \ln \left(\frac{p}{p_0} \right)}{\partial^*} \text{ avec } p_0 \text{ pression de référence et } (*) \text{ remplaçant } x, y \text{ ou } z.$$

D'où, en posant $q = \ln \left(\frac{p}{p_0} \right)$ on a :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial^*} = R \cdot T \frac{\partial q}{\partial^*} \quad (2.2-17)$$

On va également appliquer les approximations météorologiques traditionnelles en remplaçant d'une part l'effet vortex de la rotation de la terre par sa composante verticale locale f (équation (2.2-18)) et d'autre part en considérant que la divergence radiale est négligée (équation (2.2-19))

$$f \cong 2 \Omega \cdot \sin \varphi \quad (2.2-18)$$

$$2 \Omega \cdot \cos \varphi \rightarrow \textit{négligé} \quad (2.2-19)$$

Enfin, et cela reste traditionnel en météorologie, on va considérer que $|w|$ est largement petit devant $|u|$ et $|v|$. C'est pourquoi les termes $\frac{u \cdot w}{a}$, $\frac{v \cdot w}{a}$ et $\frac{u^2 + v^2}{a}$ ont été négligés.

Avec les quatre dernières approximations, on modifie (2.2-15) :

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \frac{u \cdot v \cdot \tan \varphi}{a} - R \cdot T \frac{\partial q}{\partial x} + f \cdot v + F_{rx} \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{u^2 \cdot \tan \varphi}{a} - R \cdot T \frac{\partial q}{\partial y} - f \cdot u + F_{ry} \\ \frac{dw}{dt} = -R \cdot T \frac{\partial q}{\partial z} - g + F_{rz} \end{cases} \quad (2.2-20)$$

2.2.2 Pour l'équation (2.2-5)

On commence tout d'abord par dériver l'équation d'état par rapport au temps (Holton, 2004) :

$$p \cdot \alpha = R \cdot T \quad (2.2-21)$$

$$p \frac{d\alpha}{dt} + \alpha \frac{dp}{dt} = R \frac{dT}{dt} \quad (2.2-22)$$

Considérons à présent un volume $\delta x \delta y \delta z$ traversé par un flux de masse d'air.

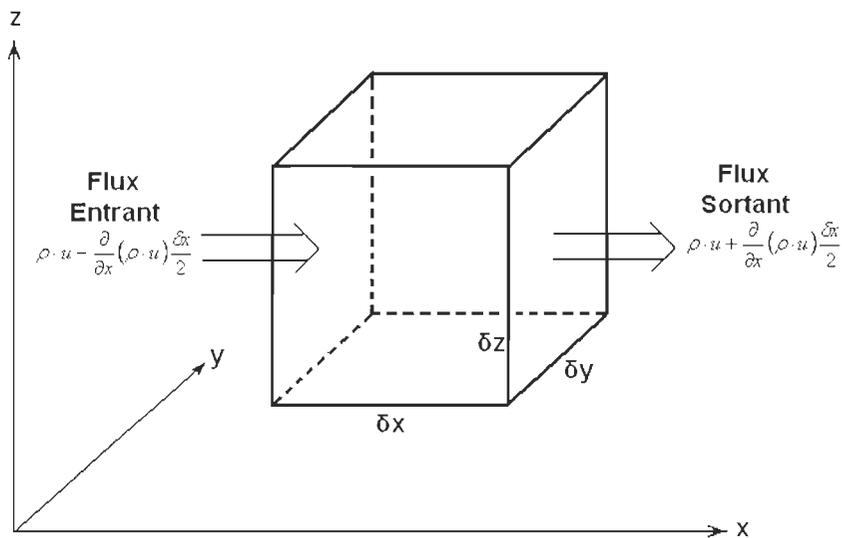


Figure 9: Flux dans un volume de contrôle, pour un déplacement suivant l'axe x.

La variation de ce flux entre l'état entrant et l'état sortant va s'écrire :

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho \cdot w) \right] \delta x \delta y \delta z$$

On préférera par la suite l'écrire sous sa forme vectorielle $\nabla \bullet (\rho \cdot U)$.

La différence entre le flux entrant et le flux sortant est due à la variation de la densité de l'air au cours du temps. Par conséquent, on a :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \bullet (\rho \cdot U) = 0$$

C'est-à-dire :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot \nabla \bullet U + U \bullet \nabla \cdot \rho = 0$$

Or, on sait que mathématiquement, $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + U \bullet \nabla \cdot \rho$, donc :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \bullet U) = 0 \quad (2.2-23)$$

L'équation (2.2-23) est la forme Eulérienne de l'équation de continuité, c'est-à-dire sa forme de divergence en vitesse.

Enfin, l'équation de l'énergie thermodynamique e, l'énergie interne par unité de masse pour l'air sec s'écrit :

$$\rho \frac{de}{dt} = -p \cdot \nabla \bullet U + \rho \cdot L \quad (2.2-24)$$

En combinant les équations (2.2-23) et (2.2-24), on obtient :

$$\frac{de}{dt} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} = L \quad (2.2-25)$$

D'après l'équation d'état, $\rho = \frac{1}{\alpha}$, donc :

$$-\frac{1}{\rho^2} \frac{d\rho}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} \quad (2.2-26)$$

On prend également

$$e = c_v \cdot T \quad (2.2-27)$$

En remplaçant (2.2-26) et (2.2-27) dans (2.2-25)

$$c_v \frac{dT}{dt} - p \frac{d\alpha}{dt} = L \quad (2.2-28)$$

On sait que $c_v = c_p - R$.

En utilisant l'équation (2.2-22) et en remplaçant c_v , l'équation (2.2-28) devient :

$$c_p \frac{dT}{dt} - \alpha \frac{dp}{dt} = L \quad (2.2-29)$$

En utilisant l'équation d'état (2.2-21),

$$\alpha = \frac{R \cdot T}{p} = \frac{R}{c_p}$$

L'équation (2.2-29) devient :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{R \cdot T}{p \cdot c_p} \frac{dp}{dt} + L$$

c'est-à-dire :

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot T \frac{dq}{dt} + L \quad (2.2-30)$$

2.2.3 Pour l'équation (2.2-4)

Reprenons l'équation de continuité sous sa forme eulérienne (2.2-22) : (Holton, 2004)

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot U) = 0$$

On peut écrire cette équation sous sa forme en coordonnées sphériques :

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial(v \cdot \cos \varphi)}{\partial y} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial(w \cdot r^2)}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.2-31)$$

En utilisant les mêmes approximations que précédemment, c'est-à-dire $r=a$ avec a constant et en considérant φ constant également, on simplifie (2.2-30) :

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{v \cdot \tan \varphi}{a} \right) \quad (2.2-32)$$

Or, en utilisant l'équation d'état (2.2-21) on peut écrire :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} &= \frac{RT}{p} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \frac{p}{RT} \\ \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} &= \frac{1}{p} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.2-33)$$

En remplaçant (2.2-29) dans (2.2-31) (Tanguay et al, 1990)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} &= \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{1}{T} \cdot \left(\alpha T \cdot \frac{\partial q}{\partial t} + L \right) \\ \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} &= (1 - \alpha) \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{L}{T} \end{aligned} \quad (2.2-34)$$

D'où en remplaçant (2.2-32) dans (2.2-30) on obtient :

$$(1 - \alpha) \frac{\partial q}{\partial t} = - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{v \cdot \tan \varphi}{a} \right) + \frac{L}{T} \quad (2.2-35)$$

2.3 CHANGEMENT DE COORDONNÉES

Afin d'adapter les équations déterminées au chapitre 2.2, il va être nécessaire de les convertir dans la base de coordonnées la plus pratique pour effectuer nos calculs ultérieurs (Bergeron et al, 1994). Pour cette raison, on va tout d'abord passer en coordonnées stéréographiques polaire puis on y convertira la coordonnée verticale en coordonnée de Gal-Chen.

Nous partons donc des équations suivantes :

$$\frac{du}{dt} = \frac{u \cdot v \cdot \tan \varphi}{a} - R \cdot T \frac{\partial q}{\partial x} + f \cdot v + F_{rx} \quad (2.3-1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{u^2 \cdot \tan \varphi}{a} - R \cdot T \frac{\partial q}{\partial y} - f \cdot u + F_{ry} \quad (2.3-2)$$

$$\frac{dw}{dt} = -R \cdot T \frac{\partial q}{\partial z} - g + F_{rz} \quad (2.3-3)$$

$$(1-\alpha) \frac{\partial q}{\partial t} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{v \cdot \tan \varphi}{a} \right) + \frac{L}{T} \quad (2.3-4)$$

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot T \frac{dq}{dt} + L \quad (2.3-5)$$

$$\frac{dM}{dt} = E \quad (2.3-6)$$

$$\frac{dC}{dt} = B \quad (2.3-7)$$

2.3.1 Les coordonnées stéréographiques polaires

La projection stéréographique polaire permet une représentation de la sphéricité en fonction des coordonnées polaires déjà connues. Cette projection est conforme et préserve par conséquent l'allure générale des équations. Elle utilise le paramètre m , appelé le facteur d'échelle et défini tel que :

$$m = \frac{1 + \sin \varphi_0}{1 + k \cdot \sin \varphi} \quad (2.3-8)$$

où l'on a φ la latitude, φ_0 la latitude de référence de la projection (φ_0 est égale à 90° pour une projection centrée sur le pôle nord) et k , paramètre faisant la distinction entre l'hémisphère nord ($k=1$) et l'hémisphère sud ($k=-1$).

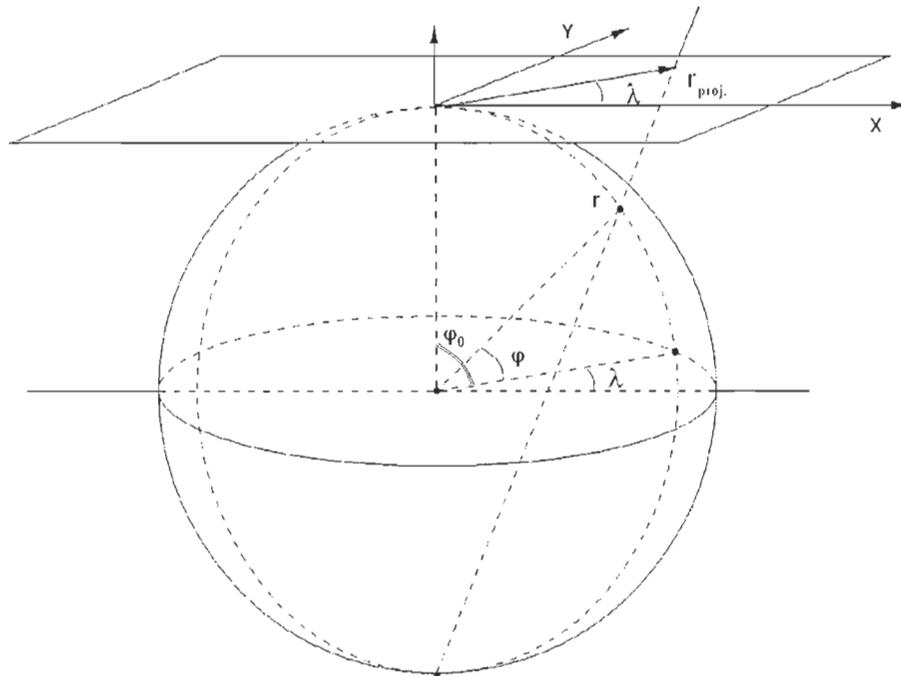


Figure 10: Plan stéréographique centré sur le pôle Nord.

Cette projection stéréographique est donc définie par le passage d'un système en

coordonnées cartésiennes $\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$ à un système en coordonnées stéréographiques polaires $\begin{cases} X \\ Y \\ z \end{cases}$

définit en fonction de la longitude λ de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} dX \\ dY \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} -\sin \lambda & -\cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \quad (2.3-9)$$

On peut alors en déduire les composantes $\begin{cases} U \\ V \\ w \end{cases}$ du vent dans ce nouveau repère en

fonction des composantes $\begin{cases} u \\ v \\ w \end{cases}$ du vent dans le repère cartésien local.

$$\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} -\sin \lambda & -\cos \lambda \\ \cos \lambda & -\sin \lambda \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} \quad (2.3-10)$$

En employant ce changement de coordonnées, (2.2-1), (2.2-2), (2.2-3), (2.2-4), (2.2-5), (2.2-6) et (2.2-7), deviennent :

$$\frac{dU}{dt} = f \cdot V - K \frac{\partial S}{\partial X} - R \cdot T \frac{\partial q}{\partial X} + F_x \quad (2.3-11)$$

$$\frac{dV}{dt} = -f \cdot U - K \frac{\partial S}{\partial Y} - R \cdot T \frac{\partial q}{\partial Y} + F_y \quad (2.3-12)$$

$$\frac{dw}{dt} = -g - R \cdot T \frac{\partial q}{\partial z} + F_z \quad (2.3-13)$$

$$(1 - \alpha) \frac{dq}{dt} = -S \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{L}{T} \quad (2.3-14)$$

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot T \frac{dq}{dt} + L \quad (2.3-15)$$

$$\frac{dM}{dt} = E \quad (2.3-16)$$

$$\frac{dC}{dt} = B \quad (2.3-17)$$

2.3.2 La coordonnée de Gal-Chen

Afin de faciliter l'intégration du relief dans le modèle, il est nécessaire de modifier le système de coordonnées verticales. On va donc définir une coordonnée qui permette qu'au sol, la surface $Z=0$ corresponde à la topographie du terrain, qu'en altitude, la surface $Z=H$ corresponde à une surface $z=H$ constante et qu'on puisse avoir une résolution variable en verticale. Il s'agit de la coordonnée de Gal-Chen définie comme :

$$\zeta(X, Y, z) = \left(\frac{z - h_0(X, Y)}{H - h_0(X, Y)} \right) \cdot H \quad (2.3-18)$$

où l'on a H l'altitude du sommet de l'atmosphère modélisée, h_0 l'altitude de la topographie et ζ la hauteur en unité de longueur Gal-Chen. On a par conséquent :

$$\zeta=0 \text{ pour } z=h_0$$

$$\zeta=H \text{ pour } z=H$$

et en dérivant :

$$\left(\frac{d\zeta}{dt} \right)_{(X, Y, \zeta=0, t)} = 0 \quad (2.3-19)$$

On choisit à présent de prendre une coordonnée de Gal-Chen modifiée :

$$Z = Z(\zeta(X, Y, z)) \quad (2.3-20)$$

Or, d'après la règle de dérivation en chaînes, les dérivées partielles deviennent :

$$\left(\frac{\partial A}{\partial c} \right)_z = \left(\frac{\partial A}{\partial c} \right)_Z + \left(\frac{\partial A}{\partial Z} \right)_c \left(\frac{\partial Z}{\partial c} \right)_z \quad (2.3-21)$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial A}{\partial Z} \right) \left(\frac{\partial Z}{\partial z} \right) \quad (2.3-22)$$

Les équations d'Euler sous leur forme en (2.3-11), (2.3-12), (2.3-13), (2.3-14), (2.3-15), (2.3-16), (2.3-17) deviennent :

$$\frac{dU}{dt} = f \cdot V - K \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right)_z - R \cdot T \left[\left(\frac{\partial q}{\partial X} \right)_z + \left(\frac{\partial q}{\partial Z} \right)_X \left(\frac{\partial Z}{\partial X} \right)_z \right] + F_x \quad (2.3-23)$$

$$\frac{dV}{dt} = -f \cdot U - K \left(\frac{\partial S}{\partial Y} \right)_z - R \cdot T \left[\left(\frac{\partial q}{\partial Y} \right)_z + \left(\frac{\partial q}{\partial Z} \right)_Y \left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)_z \right] + F_y \quad (2.3-24)$$

$$\frac{dw}{dt} = -g - R \cdot T \left(\frac{\partial q}{\partial Z} \right) \left(\frac{\partial Z}{\partial z} \right) + F_z \quad (2.3-25)$$

$$(1 - \alpha) \frac{dq}{dt} = - \left(\frac{\partial z}{\partial Z} \right)^{-1} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial z}{\partial Z} \right) - S \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_z + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)_z \right] - \frac{\partial W}{\partial Z} + \frac{L}{T} \quad (2.3-26)$$

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot T \frac{dq}{dt} + L \quad (2.3-27)$$

$$\frac{dM}{dt} = E \quad (2.3-28)$$

$$\frac{dC}{dt} = B \quad (2.3-29)$$

où l'on a introduit dans le système la vitesse verticale généralisée W telle que :

$$W = \left(\frac{\partial Z}{\partial t} \right)_z + S \left[U \left(\frac{\partial Z}{\partial X} \right)_z + V \left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)_z \right] + w \frac{\partial Z}{\partial z} \quad (2.3-30)$$

En dérivant (2.3-20), on connaît :

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial X} \right)_z = \left(\frac{\partial Z}{\partial X} \right)_\zeta + \left(\frac{\partial Z}{\partial \zeta} \right) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial X} \right)_z = \left(\frac{\partial Z}{\partial \zeta} \right) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial X} \right)_z \quad (2.3-31)$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)_z = \left(\frac{\partial Z}{\partial Y} \right)_\zeta + \left(\frac{\partial Z}{\partial \zeta} \right) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial Y} \right)_z = \left(\frac{\partial Z}{\partial \zeta} \right) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial Y} \right)_z \quad (2.3-32)$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial z} \right) = \left(\frac{\partial Z}{\partial \zeta} \right) \left(\frac{\partial \zeta}{\partial z} \right) \quad (2.3-33)$$

$\left(\frac{\partial Z}{\partial \zeta} \right)$ est le facteur de transformation de la nouvelle coordonnée. Ce terme peut être

discrétisé :

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial \zeta} \right) \cong \left(\frac{\Delta Z}{\Delta \zeta} \right)$$

La fonction discrète $Z(\zeta)$ va déterminer ΔZ en fonction de $\Delta \zeta$ et c'est la variabilité de $\Delta \zeta$ en fonction de la hauteur qui va permettre de comprimer ou d'étirer à la verticale la

coordonnée de Gal-Chen. Pour chaque niveau, on va pouvoir en fixer l'épaisseur, afin de, par exemple, définir une plus haute résolution dans la région près de la surface.

Afin de simplifier les équations d'Euler, on va enfin terminer par le calcul des termes métriques de changement de coordonnées qui vont provenir du calcul des dérivées partielles de ζ et Z .

Ainsi :

$$\left(\frac{\partial\zeta}{\partial X}\right)_z = -\frac{H-\zeta}{H-h_0}\left(\frac{\partial h_0}{\partial X}\right)_z = \frac{g_1}{g_0} \quad (2.3-34)$$

$$\left(\frac{\partial\zeta}{\partial Y}\right)_z = -\frac{H-\zeta}{H-h_0}\left(\frac{\partial h_0}{\partial Y}\right)_z = \frac{g_2}{g_0} \quad (2.3-35)$$

$$\left(\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right) = \frac{H}{H-h_0} = \frac{1}{g_0} \quad (2.3-36)$$

et on a posé :

$$\begin{cases} g_0 = \frac{H-h_0}{H} \\ g_1 = -\frac{H-\zeta}{H}\left(\frac{\partial h_0}{\partial X}\right)_z \\ g_2 = -\frac{H-\zeta}{H}\left(\frac{\partial h_0}{\partial Y}\right)_z \end{cases} \quad (2.3-37)$$

On réintroduit ensuite les expressions (2.3-34), (2.3-35) et (2.3-36) dans les équations (2.3-31), (2.3-32) et (2.3-33).

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)_z = \left(\frac{\partial Z}{\partial\zeta}\right)\left(\frac{\partial\zeta}{\partial X}\right)_z = \frac{g_1}{g_0}\left(\frac{\partial Z}{\partial\zeta}\right) = \frac{G_1}{G_0} \quad (2.3-38)$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial Y}\right)_z = \left(\frac{\partial Z}{\partial\zeta}\right)\left(\frac{\partial\zeta}{\partial Y}\right)_z = \frac{g_2}{g_0}\left(\frac{\partial Z}{\partial\zeta}\right) = \frac{G_2}{G_0} \quad (2.3-39)$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial z}\right) = \left(\frac{\partial Z}{\partial\zeta}\right)\left(\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right) = \frac{1}{g_0}\left(\frac{\partial Z}{\partial\zeta}\right) = \frac{1}{G_0} \quad (2.3-40)$$

et on a posé :

$$\begin{cases} G_0 = g_0 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial Z} \right) \\ G_1 = g_1 \\ G_2 = g_2 \end{cases} \quad (2.3-41)$$

On peut à présent réintroduire les expressions (2.3-38), (2.3-39) et (2.3-40) dans les équations d'Euler (2.3-23), (2.3-24), (2.3-25), (2.3-26), (2.3-27), (2.3-28), (2.3-29), ce qui nous donne :

$$\frac{dU}{dt} = f \cdot V - K \left(\frac{\partial S}{\partial X} \right)_z - R \cdot T \left[\left(\frac{\partial q}{\partial X} \right)_z + \frac{G_1}{G_0} \left(\frac{\partial q}{\partial Z} \right) \right] + F_x \quad (2.3-42)$$

$$\frac{dV}{dt} = -f \cdot U - K \left(\frac{\partial S}{\partial Y} \right)_z - R \cdot T \left[\left(\frac{\partial q}{\partial Y} \right)_z + \frac{G_2}{G_0} \left(\frac{\partial q}{\partial Z} \right) \right] + F_y \quad (2.3-43)$$

$$\frac{dw}{dt} = -g - \frac{R \cdot T}{G_0} \left(\frac{\partial q}{\partial Z} \right) + F_z \quad (2.3-44)$$

$$(1-\alpha) \frac{dq}{dt} = S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - S \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_z + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)_z \right] - \frac{1}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} + \frac{L}{T} \quad (2.3-45)$$

$$\frac{dT}{dt} = \alpha \cdot T \frac{dq}{dt} + L \quad (2.3-46)$$

$$W = \frac{S(G_1 \cdot U + G_2 \cdot V) + w}{G_0} \quad (2.3-47)$$

$$\frac{dM}{dt} = E \quad (2.3-48)$$

$$\frac{dC}{dt} = B \quad (2.3-49)$$

Avec :

$$\begin{cases} F_1 = \frac{1}{g_0 \cdot H} \left(\frac{\partial h_0}{\partial X} \right)_z \\ F_2 = \frac{1}{g_0 \cdot H} \left(\frac{\partial h_0}{\partial Y} \right)_z \end{cases} \quad (2.3-50)$$

2.4 DISCRÉTISATION TEMPORELLE

L'opération de discrétisation temporelle de nos équations jusqu'à la résolution du système se réalise en quatre étapes, la séparation des variables à l'état de base et de perturbation, la séparation des termes d'ondes élastiques et de gravité d'avec les termes non linéaires, la discrétisation temporelle du système analytique et la résolution du système discrétisé.

2.4.1 Séparation des variables à l'état de base des variables de perturbation

Il convient à présent de discrétiser dans le temps les équations d'Euler décrites en (2.3-42) à (2.3-49). Cette discrétisation est traitée pour le modèle MC2 suivant un schéma semi lagrangien et semi implicite. Pour le schéma semi-implicite, les champs T et q sont séparés suivant deux termes, l'état de base (annoté T^* et q^*) et la perturbation (annotée T' et q').

$$T(X, Y, Z, t) = T^* + T'(X, Y, Z, t) \quad (2.4-1)$$

$$q(X, Y, Z, t) = q^*(z) + q'(X, Y, Z, t) \quad (2.4-2)$$

avec :

$$\begin{cases} q^*(z) = q_0 - \frac{g}{RT^*} z \\ T^* = cste \\ q_0 = cste \end{cases} \quad (2.4-3)$$

2.4.2 Séparation des termes linéaires et non linéaires

On introduit les équations (2.4-1), (2.4-2) et (2.4-3) dans les équations d'Euler (2.3-42) à (2.3-49). On place à gauche de l'égalité les termes responsables des ondes élastiques et de gravité, et on obtient :

$$\frac{dU}{dt} + R \cdot T^* \frac{\partial q'}{\partial X} = f \cdot V - K \frac{\partial S}{\partial X} - R \cdot T' \frac{\partial q'}{\partial X} - R \cdot T \frac{G_1}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) + F_x \quad (2.4-4)$$

$$\frac{dV}{dt} + R \cdot T^* \frac{\partial q'}{\partial Y} = -f \cdot U - K \frac{\partial S}{\partial Y} - R \cdot T' \frac{\partial q'}{\partial Y} - R \cdot T \frac{G_2}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) + F_y \quad (2.4-5)$$

$$\frac{dw}{dt} + \frac{R \cdot T^*}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) - g \frac{T'}{T^*} = - \frac{R \cdot T'}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) + F_z \quad (2.4-6)$$

$$(1-\alpha) \left(\frac{dq'}{dt} - \frac{g \cdot w}{R \cdot T^*} \right) + S \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} = S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - \frac{1-g_0}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} + \frac{L}{T} \quad (2.4-7)$$

$$\frac{dT'}{dt} - \alpha \cdot T^* \frac{dq'}{dt} + \frac{\alpha \cdot g}{R} w = \frac{\alpha \cdot T'}{1-\alpha} \left[S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - S \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - \frac{1}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} + \frac{L}{T} \right] + L \quad (2.4-8)$$

$$G_0 W - w = S(G_1 \cdot U + G_2 \cdot V) \quad (2.4-9)$$

$$\frac{dM}{dt} = E \quad (2.4-10)$$

$$\frac{dC}{dt} = B \quad (2.4-11)$$

Définissons à présent la dérivée totale (2.4-12) dans le système de coordonnées stéréographique polaire, de la manière suivante :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + S \left(U \frac{\partial}{\partial X} + V \frac{\partial}{\partial Y} + \mu W \frac{\partial}{\partial Z} \right) \quad (2.4-12)$$

On y a introduit le terme μ qui va jouer le rôle de commutateur pour une utilisation du schéma semi-lagrangien dans sa version tridimensionnelle ($\mu=1$) ou bidimensionnelle à l'horizontale ($\mu=0$)

Les termes qui génèrent les ondes élastiques ou de gravité sont traités de manière implicite en effectuant une moyenne temporelle au cours du déplacement lagrangien. Cette moyenne temporelle est notée $\left(\overline{\quad}\right)$.

$$\frac{DU}{dt} + R \cdot T^* \left(\frac{\partial \overline{q}'}{\partial X} \right) = R_U \quad (2.4-13)$$

$$\frac{DV}{Dt} + R \cdot T^* \left(\frac{\partial \overline{q}'}{\partial Y} \right) = R_V \quad (2.4-14)$$

$$\frac{Dw}{Dt} + \frac{R \cdot T^*}{G_0} \left(\frac{\partial \overline{q}'}{\partial Z} \right) - g \left(\frac{\overline{T}'}{T^*} \right) = R_w \quad (2.4-15)$$

$$(1-\alpha) \left(\frac{Dq'}{Dt} - \left(\frac{g \cdot w'}{R \cdot T^*} \right) \right) + S \left(\left(\frac{\partial \overline{U}'}{\partial X} \right) + \left(\frac{\partial \overline{V}'}{\partial Y} \right) \right) + \frac{g_0}{G_0} \left(\frac{\partial \overline{G_0 W}'}{\partial Z} \right) = R_q \quad (2.4-16)$$

$$\frac{DT'}{Dt} - \alpha \cdot T^* \frac{Dq'}{Dt} + \frac{\alpha \cdot g}{R} \left(\overline{w}' \right) = R_T \quad (2.4-17)$$

$$G_0 \left(\overline{W}' \right) - \left(\overline{w}' \right) = R_w \quad (2.4-18)$$

$$\frac{DM}{Dt} = R_M \quad (2.4-19)$$

$$\frac{DC}{Dt} = R_C \quad (2.4-20)$$

Les termes à droite de l'égalité sont les suivants :

$$R_U = f \cdot V - K \frac{\partial S}{\partial X} - R \cdot T' \frac{\partial q'}{\partial X} - R \cdot T \frac{G_1}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) - (1-\mu) W \frac{\partial U}{\partial Z} \quad (2.4-21)$$

$$R_V = -f \cdot U - K \frac{\partial S}{\partial Y} - R \cdot T' \frac{\partial q'}{\partial Y} - R \cdot T \frac{G_2}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) - (1-\mu) W \frac{\partial V}{\partial Z} \quad (2.4-22)$$

$$R_w = R \cdot T^* \frac{g_0}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) - \frac{R \cdot T'}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) - (1 - \mu) W \frac{\partial w}{\partial Z} \quad (2.4-23)$$

$$R_q = S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - \frac{1 - g_0}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} - (1 - \mu)(1 - \alpha) W \frac{\partial q'}{\partial Z} \quad (2.4-24)$$

$$R_T = \frac{\alpha \cdot T'}{1 - \alpha} \left[S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - S \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - \frac{1}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} \right] - (1 - \mu) W \frac{\partial (T' - \alpha T^* q')}{\partial Z} \quad (2.4-25)$$

$$R_W = -S(G_1 \cdot U + G_2 \cdot V) \quad (2.4-26)$$

$$R_M = -(1 - \mu) W \frac{\partial M}{\partial Z} \quad (2.4-27)$$

$$R_C = -(1 - \mu) W \frac{\partial C}{\partial Z} \quad (2.4-28)$$

2.4.3 Discrétisation temporelle

On passe à présent de la forme analytique à la forme discrète. Cette discrétisation temporelle est de second ordre, centré dans le temps le long de la trajectoire lagrangienne. Elle s'écrit :

$$\frac{D\psi}{Dt} = \frac{\psi(X, Y, Z, t + \Delta t) - \psi(X - 2\alpha, Y - 2\beta, Z - 2\gamma\mu, t - \Delta t)}{2 \cdot \Delta t} \quad (2.4-29)$$

On définit également l'opérateur de moyenne temporelle décentrée de la façon suivante :

$$\overline{\psi}' = \frac{(1 + \varepsilon) \cdot \psi(X, Y, Z, t + \Delta t) - (1 - \varepsilon) \cdot \psi(X - 2\alpha, Y - 2\beta, Z - 2\gamma\mu, t - \Delta t)}{2} \quad (2.4-30)$$

Le coefficient ε permet de décentrer la moyenne. Cette approche élimine les problèmes d'instabilités associés, suivant le relief, aux écoulements rapides qui créent des oscillations de haute fréquence. $\psi(X, Y, Z)$ correspond aux champs sur les points de grille

et on détermine $\psi(X-2\alpha, Y-2\beta, Z-2\gamma\mu)$ grâce à un développement en série de Taylor du troisième ordre en $(2+\mu)$ dimensions. Puisque les positions $(X-2\alpha, Y-2\beta, Z-2\gamma\mu)$ ne correspondent pas nécessairement à des points de grille, les déplacements lagrangiens (α, β, γ) sont calculés par itération comme ce qui suit :

$$\begin{cases} \alpha(X, Y, Z, t) = \Delta t \cdot S \cdot U(X - \alpha, Y - \beta, Z - \gamma\mu, t) \\ \beta(X, Y, Z, t) = \Delta t \cdot S \cdot V(X - \alpha, Y - \beta, Z - \gamma\mu, t) \\ \gamma(X, Y, Z, t) = \mu \cdot \Delta t \cdot W(X - \alpha, Y - \beta, Z - \gamma\mu, t) \end{cases} \quad (2.4-31)$$

Les termes non linéaires (R_ψ) que l'on a placés du côté droit de l'égalité dans les équations (2.4-21) à (2.4-28) s'évaluent de manière discrète comme la moyenne des valeurs qu'ils avaient au temps t aux deux extrémités de la trajectoire lagrangienne

$$\overline{R_\psi}^{traj} = \frac{(1+\varepsilon) \cdot R_\psi(X, Y, Z, t) - (1-\varepsilon) \cdot R_\psi(X-2\alpha, Y-2\beta, Z-2\gamma\mu, t)}{2} \quad (2.4-32)$$

On introduit les définitions (2.4-29) à (2.4-32) dans les équations (2.4-13) à (2.4-20). A chaque fois, en séparant les termes au temps $t+\Delta t$ (à gauche de l'égalité) des termes au temps $t-\Delta t$ et t (à droite de l'égalité) il est possible d'écrire ces équations sous la forme :

$$Q_\psi(t+\Delta t) = P_\psi(t-\Delta t) + 2\Delta t \cdot \overline{R_\psi}^{traj}(t) \quad (2.4-33)$$

Ainsi, quand l'état est connu aux instants $t-\Delta t$ et t , on connaît, pour toutes les variables les valeurs des Q_ψ . Il convient donc d'exprimer, suivant les instants $(t+\Delta t)$, (t) et $(t-\Delta t)$, notre système d'équations pour les Q_ψ , R_ψ et P_ψ .

On obtient pour Q_ψ :

$$Q_U = U + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \frac{\partial q'}{\partial X} \quad (2.4-34)$$

$$Q_V = V + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \frac{\partial q'}{\partial Y} \quad (2.4-35)$$

$$Q_w = w + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial Z} - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot g \frac{T'}{T^*} \quad (2.4-36)$$

$$Q_q = (1 - \alpha) \left[q' - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \frac{g \cdot w}{R \cdot T^*} \right] + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot S \left[\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right] + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} \quad (2.4-37)$$

$$Q_T = T' - \alpha \cdot T^* \cdot q' + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \frac{\alpha \cdot g \cdot w}{R} \quad (2.4-38)$$

$$Q_W = (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot (w - G_0 W) \quad (2.4-39)$$

$$Q_M = M \quad (2.4-40)$$

$$Q_C = C \quad (2.4-41)$$

Pour R_ψ on a :

$$R_U = f \cdot V - K \frac{\partial S}{\partial X} - R \cdot T' \frac{\partial q'}{\partial X} - R \cdot T \frac{G_1}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) - (1 - \mu) W \frac{\partial U}{\partial Z} \quad (2.4-42)$$

$$R_V = -f \cdot U - K \frac{\partial S}{\partial Y} - R \cdot T' \frac{\partial q'}{\partial Y} - R \cdot T \frac{G_2}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) - (1 - \mu) W \frac{\partial V}{\partial Z} \quad (2.4-43)$$

$$R_w = R \cdot T^* \frac{g_0}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) - \frac{R \cdot T'}{G_0} \left(\frac{\partial q'}{\partial Z} \right) - (1 - \mu) W \frac{\partial w}{\partial Z} \quad (2.4-44)$$

$$R_q = S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - \frac{1 - g_0}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} - (1 - \mu)(1 - \alpha) W \frac{\partial q'}{\partial Z} \quad (2.4-45)$$

$$R_T = \frac{\alpha \cdot T'}{1 - \alpha} \left[S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - S \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - \frac{1}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} \right] - (1 - \mu) W \frac{\partial (T' - \alpha T^* q')}{\partial Z} \quad (2.4-46)$$

$$R_W = -S(G_1 \cdot U + G_2 \cdot V) \quad (2.4-47)$$

$$R_M = -(1 - \mu) W \frac{\partial M}{\partial Z} \quad (2.4-48)$$

$$R_C = -(1-\mu)W \frac{\partial C}{\partial Z} \quad (2.4-49)$$

et pour P_ψ on a :

$$P_U = U - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \frac{\partial q'}{\partial X} \quad (2.4-50)$$

$$P_V = V - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \frac{\partial q'}{\partial Y} \quad (2.4-51)$$

$$P_w = w - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial Z} + (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot g \frac{T'}{T^*} \quad (2.4-52)$$

$$P_q = (1-\alpha) \left[q' + (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \frac{g \cdot w}{R \cdot T^*} \right] - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot S \left[\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right] - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} \quad (2.4-53)$$

$$P_T = T' - \alpha \cdot T^* \cdot q' - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \frac{\alpha \cdot g \cdot w}{R} \quad (2.4-54)$$

$$P_w = -(1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot (w - G_0 W) \quad (2.4-55)$$

$$P_M = M \quad (2.4-56)$$

$$P_C = C \quad (2.4-57)$$

2.4.4 Résolution du système discrétisé temporellement

Les équations (2.4-34) à (2.4-41) sont couplées au temps $t+\Delta t$. Il convient tout d'abord de les découpler afin de les résoudre. On commence par remplacer les variables U et V dans l'équation (2.4-37) par leurs expressions dans les équations (2.4-34) et (2.4-35).

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = \frac{\partial Q_U}{\partial X} + \frac{\partial Q_V}{\partial Y} - (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \nabla^2 q' \quad (2.4-58)$$

D'où, (2.4-37) devient :

$$\left[(1-\alpha) - (1+\varepsilon)^2 \cdot (\Delta t)^2 \cdot R \cdot T^* \cdot S \cdot \nabla^2 \right] q' + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \left[\frac{g_0}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} - (1-\alpha) \frac{g \cdot w}{R \cdot T^*} \right] = A_4 \quad (2.4-59)$$

avec

$$A_4 = Q_q - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot S \left(\frac{\partial Q_U}{\partial X} + \frac{\partial Q_V}{\partial Y} \right) \quad (2.4-60)$$

Il convient à présent d'éliminer le terme T' de l'équation thermodynamique (2.4-38) par son expression déterminée à partir de l'équation (2.4-36). On obtient alors :

$$\left[1 + (1 + \varepsilon)^2 (\Delta t)^2 \frac{\alpha \cdot g^2}{R \cdot T^*} \right] w + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \cdot D_1(q') = A_5 \quad (2.4-61)$$

avec

$$D_1(q') = \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial q'}{\partial Z} - \frac{\alpha \cdot g}{R \cdot T^*} q' \quad (2.4-62)$$

$$A_5 = Q_w + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \frac{g}{T^*} Q_T \quad (2.4-63)$$

On élimine à présent le terme w en le remplaçant dans les équations (2.4-59) et (2.4-61) par son expression dans l'équation (2.4-39). Ainsi :

$$\left[(1 - \alpha) - (1 + \varepsilon)^2 \cdot (\Delta t)^2 \cdot R \cdot T^* \cdot S \cdot \nabla^2 \right] \vartheta' + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot D_2(G_0 W) = A_3 \quad (2.4-64)$$

$$C_1 \cdot G_0 W + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \cdot D_1(q') = A_1 \quad (2.4-65)$$

avec

$$C_1 = 1 + (1 + \varepsilon)^2 (\Delta t)^2 \frac{\alpha \cdot g^2}{R \cdot T^*} \quad (2.4-66)$$

$$A_1 = A_5 - \frac{Q_w}{(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t} C_1 \quad (2.4-67)$$

$$A_3 = A_4 + Q_w \cdot (1 - \alpha) \frac{g}{R \cdot T^*} \quad (2.4-68)$$

$$D_2(G_0 W) = \frac{g_0}{G_0} \frac{\partial G_0 W}{\partial Z} - \frac{g}{R \cdot T^*} (1 - \alpha) \cdot G_0 \cdot W \quad (2.4-69)$$

Il reste enfin à éliminer le terme W . On isole $G_0 \cdot W$ de l'équation (2.4-65) et on réintègre l'expression dans (2.4-64). On obtient :

$$C_1 \left[(1-\alpha) - (1+\varepsilon)^2 \cdot (\Delta t)^2 \cdot R \cdot T^* \cdot S \cdot \nabla^2 \right] q' - (1+\varepsilon)^2 \cdot (\Delta t)^2 \cdot R \cdot T^* \cdot D_2(D_1(q')) = A_2 \quad (2.4-70)$$

avec

$$A_2 = C_1 \cdot A_3 - (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot D_2(A_1) \quad (2.4-71)$$

L'équation (2.4-70) est fonction de q' . C'est l'équation d'Helmholtz.

Pour résoudre notre système, il faudra par conséquent résoudre cette équation d'Helmholtz en calculant auparavant et dans l'ordre les termes C_1 , A_5 , A_4 , A_3 , A_1 , A_2 tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = 1 + (1+\varepsilon)^2 (\Delta t)^2 \frac{\alpha \cdot g^2}{R \cdot T^*} \\ A_5 = Q_w + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \frac{g}{T^*} Q_T \\ A_4 = Q_q - (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot S \left(\frac{\partial Q_U}{\partial X} + \frac{\partial Q_V}{\partial Y} \right) \\ A_3 = A_4 + Q_w \cdot (1-\alpha) \frac{g}{R \cdot T^*} \\ A_1 = A_5 - \frac{Q_w}{(1+\varepsilon) \cdot \Delta t} C_1 \\ A_2 = C_1 \cdot A_3 - (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot D_2(A_1) \end{array} \right. \quad (2.4-72)$$

Une fois q' connu, on pourra alors déterminer les champs W , w , T' , U et V , respectivement à partir des équations (2.4-65), (2.4-39), (2.4-38), (2.4-34) et (2.4-35) car on a :

$$W = \frac{A_1 - (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \cdot D_1(q')}{C_1 \cdot G_0} \quad (2.4-73)$$

$$w = \frac{Q_w}{(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t} + G_0 W \quad (2.4-74)$$

$$T' = Q_T + \alpha \cdot T^* \cdot q' - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \frac{\alpha \cdot g \cdot w}{R} \quad (2.4-75)$$

$$U = Q_U - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \frac{\partial q'}{\partial X} \quad (2.4-76)$$

$$V = Q_V - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \frac{\partial q'}{\partial Y} \quad (2.4-77)$$

Il reste enfin, à partir des équations (2.4-40) et (2.4-41), à mettre à jour les variables C et M pour avoir effectué un pas de temps sur toutes les variables de nos équations d'Euler.

2.5 DISCRÉTISATION VERTICALE

Nous savons à présent réaliser un pas de temps complet. Cependant, les valeurs des champs q' , W , w , T' , M , C , U et V nous sont encore inconnues ailleurs que dans les points discrets. Il faut donc en déterminer les dérivées partielles spatiales. Commençons par voir la discrétisation verticale. On étudiera tout d'abord la grille employée, puis nous verrons les hypothèses de modélisation employées pour discrétiser les équations avant leur résolution.

2.5.1 La grille de discrétisation verticale

La grille employée dans la discrétisation en direction verticale est une grille décalée. Il est donc nécessaire de connaître la position de chaque champ avant de pouvoir déterminer la discrétisation des opérateurs différentiels et des opérateurs d'interpolation spatiale.

La grille, inspirée de celle de Charney-Phillips (Numerical Methods in Atmospheric and Ocean Modelling), est considérée comme inappropriée depuis peu car elle assure difficilement la conservation de l'énergie, pourtant très importante dans la modélisation atmosphérique. De plus, il est nécessaire pour définir les conditions aux frontières, de fortement moyennner des paramètres. Cependant, elle présente l'avantage de permettre des résultats stables à partir d'une méthode semi-implicite.

La grille employée se présente donc de la façon suivante. Comme illustré dans la Figure 11 qui suit, les champs U , V et q' sont aux niveaux k tandis que les champs W , w , T' , M et C sont calculés aux niveaux $k-1/2$. Ainsi, les niveaux k sont appelés niveaux momentum tandis que les niveaux $k-1/2$ sont les niveaux thermodynamiques.

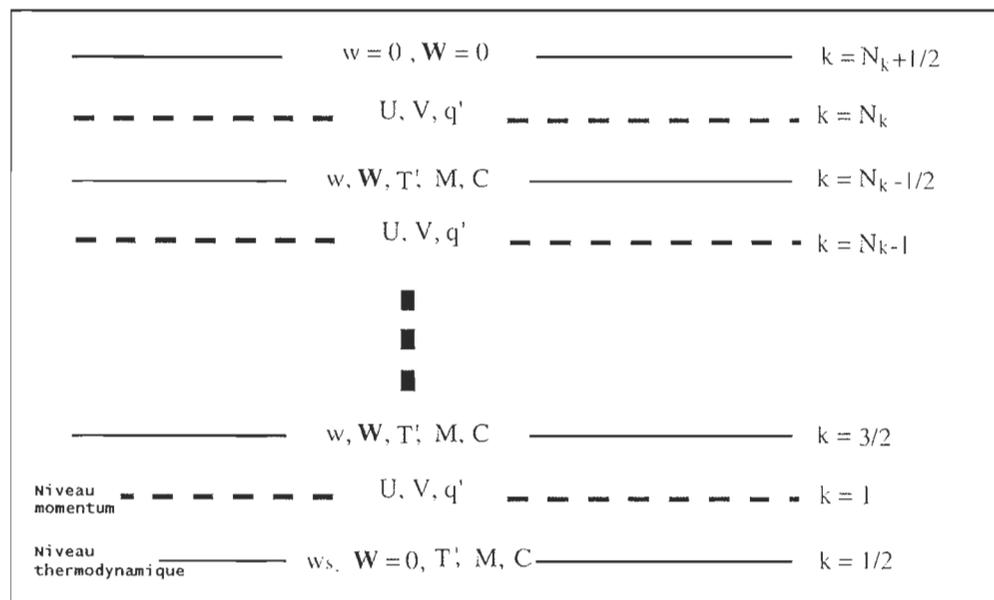


Figure 11 : Grille verticale décalée

La Figure 11 présente également les conditions aux frontières employées à la verticale.

Les deux grilles superposées comportent chacune N^k niveaux. Le dernier niveau, $N^k + 1/2$ n'est ajouté que pour imposer les conditions à la frontière supérieure, pour l'altitude $z = Z = H$ (cf. paragraphe 2.3.2).

Quand, par ailleurs, on souhaite connaître une interpolation des champs U , V et q' aux niveaux thermodynamique et celle des champs W , w , T' , M et C aux niveaux momentum, il conviendra de déterminer la discrétisation de la dérivée verticale (δ_z) à partir d'une différence finie centrée du second ordre. Ainsi, on a :

$$\begin{cases} (\delta_z \psi)_k \approx \frac{\psi_{k+1/2} - \psi_{k-1/2}}{\Delta Z} \\ (\delta_z \psi)_{k-1/2} \approx \frac{\psi_k - \psi_{k-1}}{\Delta Z} \end{cases} \quad (2.5-1)$$

De même, on définit l'opérateur de moyenne verticale $\left(\overline{\quad}^{-z}\right)$ tel que :

$$\begin{cases} \left(\overline{\psi}^{-z}\right)_k \approx \frac{\psi_{k+1/2} + \psi_{k-1/2}}{2} \\ \left(\overline{\psi}^{-z}\right)_{k-1/2} \approx \frac{\psi_k + \psi_{k-1}}{2} \end{cases} \quad (2.5-2)$$

2.5.2 Discrétisation verticale des équations

Maintenant que nous connaissons la valeur et la dérivée verticale de chaque champ sur toute la hauteur, nous pouvons reprendre l'équation (2.4-33), répétée si dessous :

$$Q_\psi(t + \Delta t) = P_\psi(t - \Delta t) + 2\Delta t \cdot \overline{R_\psi}^{-z}(t) \quad (2.5-3)$$

Il convient donc de discrétiser en direction verticale et pour chaque niveau de temps les groupes d'équations P_ψ , R_ψ et R_Q . Étudions tout d'abord le cas des équations R_ψ au moment t . Dans le cas général, c'est-à-dire pour $k \in [2; N_k - 1]$, on a :

$$(R_U)_k = f \cdot V_k - K_k \frac{\partial S_k}{\partial X} - R \cdot \left[\overline{T'^Z} \right]_k \frac{\partial q'_k}{\partial X} - R \cdot \left[\overline{T \frac{G_1}{G_0} (\delta_z q')^Z} \right]_k - (1-\mu) \left[\overline{W (\delta_z U)^Z} \right]_k \quad (2.5-4)$$

$$(R_V)_k = -f \cdot U_k - K_k \frac{\partial S_k}{\partial Y} - R \cdot \left[\overline{T'^Z} \right]_k \frac{\partial q'_k}{\partial Y} - R \cdot \left[\overline{T \frac{G_2}{G_0} (\delta_z q')^Z} \right]_k - (1-\mu) \left[\overline{W (\delta_z V)^Z} \right]_k \quad (2.5-5)$$

$$(R_w)_{k-1/2} = R \cdot T^* \left[\frac{g_0}{G_0} (\delta_z q') \right]_{k-1/2} - R \left[\frac{T'}{G_0} (\delta_z q') \right]_{k-1/2} - (1-\mu) W_{k-1/2} \left[\overline{\delta_z w^Z} \right]_{k-1/2} \quad (2.5-6)$$

$$(R_q)_k = S(F_1 \cdot U_k + F_2 \cdot V_k) - \left[\frac{1-g_0}{G_0} \right]_k [\delta_z G_0 W]_k - (1-\mu)(1-\alpha) \left[\overline{W (\delta_z q')^Z} \right]_k \quad (2.5-7)$$

$$(R_T)_{k-1/2} = \frac{\alpha \cdot T'_{k-1/2}}{1-\alpha} \left[\overline{S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - S \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - \frac{1}{G_0} (\delta_z G_0 W)^Z} \right]_{k-1/2} - (1-\mu) W_{k-1/2} \left[\delta_z \left(\overline{T'^Z} - \alpha T^* q' \right) \right]_{k-1/2} \quad (2.5-8)$$

$$(R_W)_{k-1/2} = -S \left[\overline{(G_1 \cdot U + G_2 \cdot V)^Z} \right]_{k-1/2} \quad (2.5-9)$$

$$(R_M)_{k-1/2} = -(1-\mu) W_{k-1/2} \left(\overline{\delta_z M^Z} \right)_{k-1/2} \quad (2.5-10)$$

$$(R_C)_{k-1/2} = -(1-\mu) W_{k-1/2} \left(\overline{\delta_z C^Z} \right)_{k-1/2} \quad (2.5-11)$$

• Au niveau du sol, c'est-à-dire pour $k=1$:

Au plus bas niveau, il devient impossible d'appliquer les opérateurs de dérivée verticale (δ_z) et de moyenne verticale ($\overline{\quad}^Z$) car ils appellent des niveaux qui n'existent pas. Il conviendra donc pour chaque équation R de déterminer une manière d'évaluer les termes non définis dans ces équations. Afin de raccourcir ce travail, qui a par ailleurs déjà été réalisé de manière très complète dans l'ouvrage de G. Bergeron (Bergeron et al, 1994) et où l'on pourra trouver tous les éléments complémentaires, nous allons tacher ici de

mettre en évidence les principes physiques employés pour traiter ces problèmes aux frontières du domaine étudié.

Première hypothèse : l'approximation de $W_{1/2}$

On a fixé la valeur de $W_{1/2}$ comme nulle car l'on considère qu'au niveau le plus bas, c'est-à-dire le plus proche du sol, la composante verticale du vent est négligeable. Cette condition a été fixée lors de l'intégration du système de coordonnées de Gal-Chen dans l'équation (2.3-19).

Seconde hypothèse : l'approximation de $w_{1/2}$

On a fixé $w_{1/2} = w_s$ (voir Figure 11) comme condition au niveau $k=1/2$. Cette condition à la frontière est équivalente à l'hypothèse précédente puisqu'elle est à l'origine de l'équation (2.3-19). L'équation pronostique R_w comme ensuite P_w et Q_w ne s'appliquent donc aucunement au sol puisque la condition à la frontière prévaut.

Troisième hypothèse : l'approximation de $(\delta_z q')_{1/2}$

Le niveau zéro n'existant pas, il est impossible de calculer $(\delta_z q')_{1/2}$ car il ferait intervenir un terme q'_0 . On évalue donc $(\delta_z q')_{1/2}$ à partir de l'équation hydrostatique (2.5-12)

$$\frac{\partial q}{\partial z} = -\frac{g}{R \cdot T} \quad (2.5-12)$$

En séparant l'état stable de l'état de perturbation comme en (2.4-1), (2.4-2) et (2.4-3)

et si on accepte l'approximation $\frac{1}{(T^* + T')} \approx \frac{1}{T^*} \left(1 - \frac{T'}{T^*}\right)$, on obtient :

$$\frac{\partial q^*}{\partial z} + \frac{\partial q'}{\partial z} = -\frac{g}{R \cdot T^*} + \frac{g \cdot T'}{R \cdot T^{*2}} \quad (2.5-13)$$

Or d'après (2.4-3), $\frac{\partial q^*}{\partial z} = -\frac{g}{R \cdot T^*}$ donc :

$$\frac{\partial q'}{\partial z} = \frac{g \cdot T'}{R \cdot T^{*2}} \quad (2.5-14)$$

En se replaçant dans le système de coordonnées de Gal-Chen en en suivant l'équation (2.3-40), on en conclut que :

$$\frac{\partial q'}{\partial Z} = G_0 \cdot \frac{g \cdot T'}{R \cdot T^{*2}} \quad (2.5-15)$$

D'où, en discrétisant verticalement :

$$(\delta_z q')_{1/2} = \frac{g}{R \cdot T^{*2}} (G_0 \cdot T')_{1/2} \quad (2.5-16)$$

Quatrième hypothèse : l'approximation de la divergence tridimensionnelle

Les moyennes verticales au niveau $k=1/2$ des composantes de la divergence tridimensionnelle contenues dans les termes R_T et R_W ne sont pas définies. On prend donc sa valeur au niveau $k=1$. On a donc :

$$\left[\overline{S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - S\left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y}\right) - \frac{1}{G_0} (\delta_z G_0 W)} \right]_{1/2}^z \approx \left[S(F_1 \cdot U + F_2 \cdot V) - S\left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y}\right) - \frac{1}{G_0} (\delta_z G_0 W) \right]_1 \quad (2.5-17)$$

et

$$\left[\overline{(G_1 \cdot U + G_2 \cdot V)^Z} \right]_{1/2} \approx [(G_1 \cdot U + G_2 \cdot V)] \quad (2.5-18)$$

Au niveau le plus haut, c'est-à-dire pour $k = N_k + 1/2$:

On va, pour les mêmes raisons que précédemment, effectuer un travail similaire.

Cinquième hypothèse : l'approximation de $W_{N_k+1/2}$

On a fixé la valeur de $W_{N_k+1/2}$ comme nulle car l'on considère qu'au niveau le plus haut, la composante verticale du vent est négligeable. L'écoulement de l'air est strictement bidimensionnel lorsqu'on se place suffisamment haut.

Sixième hypothèse : l'approximation de $\left(\overline{T'^Z}\right)_{N_k}$

Il est impossible de calculer la moyenne verticale $\left(\overline{T'^Z}\right)_{N_k}$ car il ferait intervenir un (T') au niveau $k = N_k + 1/2$ alors que (T') n'y est pas défini. On approxime donc $\left(\overline{T'^Z}\right)_{N_k}$ à la valeur de (T') au niveau $k = N_k - 1/2$.

$$\left(\overline{T'^Z}\right)_{N_k} \approx (T')_{N_k-1/2} \quad (2.5-19)$$

Septième hypothèse : l'approximation de $(\delta_z q')_{N_k+1/2}$

On va considérer lorsqu'il est nécessaire de connaître $(\delta_z q')$ au niveau $k = N_k - 1/2$ que ce terme est nul. On suppose ainsi que la pression ne varie quasiment pas de l'avant dernier niveau au dernier puisque l'on est placé suffisamment haut.

Huitième hypothèse : l'approximation de $(R_M)_{N_k-1/2}$ et de $(R_C)_{N_k-1/2}$

Les termes (R_M) et (R_C) sont mis à zéro au niveau $k = N_k - 1/2$.

$$(R_M)_{N_k-1/2} = -(1-\mu)W_{N_k-1/2} \left(\overline{\delta_Z M^Z} \right)_{N_k-1/2} = 0 \quad (2.5-20)$$

$$(R_C)_{N_k-1/2} = -(1-\mu)W_{N_k-1/2} \left(\overline{\delta_Z C^Z} \right)_{N_k-1/2} = 0 \quad (2.5-21)$$

Étudions à présent le cas des équations P_ψ au temps $t - \Delta t$. Dans le cas général, c'est-à-dire pour $k \in [2; N_k]$, on a :

$$(P_U)_k = U_k - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{\partial q'}{\partial X} \right)_k \quad (2.5-22)$$

$$(P_V)_k = V_k - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{\partial q'}{\partial Y} \right)_k \quad (2.5-23)$$

$$(P_w)_{k-1/2} = w_{k-1/2} - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \frac{g_0}{G_0} (\delta_Z q')_{k-1/2} + (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot g \left(\frac{T'}{T^*} \right)_{k-1/2} \quad (2.5-24)$$

$$(P_q)_k = (1-\alpha) \left[q'_k + (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \frac{g}{R \cdot T^*} \left(\overline{w^Z} \right)_k \right] - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot S \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_k + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)_k \right] \\ - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{g_0}{G_0} \right)_k (\delta_Z G_0 W)_k \quad (2.5-25)$$

$$(P_T)_{k-1/2} = T'_{k-1/2} - \alpha \cdot T^* \cdot \left(\overline{q'^Z} \right)_{k-1/2} - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \frac{\alpha \cdot g}{R} w_{k-1/2} \quad (2.5-26)$$

$$(P_W)_{k-1/2} = -(1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot (w_{k-1/2} - (G_0 W)_{k-1/2}) \quad (2.5-27)$$

$$(P_M)_{k-1/2} = M_{k-1/2} \quad (2.5-28)$$

$$(P_C)_{k-1/2} = C_{k-1/2} \quad (2.5-29)$$

Toutes les équations de P_ψ sont également valables au niveau $k = 1$, sauf l'équation de P_w (même raison que pour R_w , c'est-à-dire voir la deuxième hypothèse) et l'équation de P_T dont le terme $\left(\overline{q'^Z} \right)_{1/2}$ n'est pas défini.

Neuvième hypothèse : l'approximation de $\left(\overline{q'}^Z\right)_{1/2}$

Pour déterminer une valeur approximative de ce terme, on va comme précédemment utiliser l'approximation hydrostatique, mais cette fois-ci en utilisant une dérivée centrée entre le sol ($k=1/2$) et le premier niveau momentum ($k=1$), c'est-à-dire à un niveau $k=3/4$. Ainsi, l'équation (2.5-16) devient :

$$(\delta_Z q')_{3/4} = \frac{g}{R \cdot T^{*2}} (G_0 \cdot T')_{3/4}$$

Avec :

$$\begin{cases} (\delta_Z q')_{3/4} = \frac{q'_1 - q'_{1/2}}{\frac{1}{2} \Delta Z} \\ (G_0 \cdot T')_{3/4} = \frac{1}{4} (G_0 \cdot T')_{3/2} + \frac{3}{4} (G_0 \cdot T')_{1/2} \end{cases} \quad (2.5-30)$$

On isole ensuite $q'_{1/2}$ de l'équation (2.5-30) et l'on obtient :

$$\left(\overline{q'}^Z\right)_{1/2} = q'_1 - \frac{g \cdot \Delta Z}{8R \cdot T^{*2}} \left((G_0 \cdot T')_{3/2} + 3(G_0 \cdot T')_{1/2} \right)_{1/2} \quad (2.5-31)$$

On remplacera ainsi l'expression (2.5-31) dans notre équation de P_T (2.5-26).

Étudions enfin le cas des équations Q_w au temps $t + \Delta t$. Dans le cas général, c'est-à-dire pour $k \in [2; N_k]$, on a :

$$(Q_U)_k = U_k + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{\partial q'}{\partial X} \right)_k \quad (2.5-32)$$

$$(Q_V)_k = V_k + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{\partial q'}{\partial Y} \right)_k \quad (2.5-33)$$

$$(Q_w)_{k-1/2} = w_{k-1/2} + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{g_0}{G_0} \delta_Z q' \right)_{k-1/2} - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot g \frac{T'_{k-1/2}}{T^*} \quad (2.5-34)$$

$$\begin{aligned}
(Q_q)_k &= (1-\alpha) \left[q'_k - (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \frac{g \cdot \left(\overset{-z}{w} \right)_k}{R \cdot T^*} \right] + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot S \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_k + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)_k \right] \\
&\quad + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{g_0}{G_0} \right)_k (\delta_z G_0 W)_k
\end{aligned} \tag{2.5-35}$$

$$(Q_T)_{k-1/2} = T'_{k-1/2} - \alpha \cdot T^* \cdot \left(\overset{-z}{q'} \right)_{k-1/2} + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \frac{\alpha \cdot g}{R} w_{k-1/2} \tag{2.5-36}$$

$$(Q_W)_{k-1/2} = (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot (w_{k-1/2} - (G_0 W)_{k-1/2}) \tag{2.5-37}$$

$$(Q_M)_{k-1/2} = M_{k-1/2} \tag{2.5-38}$$

$$(Q_C)_{k-1/2} = C_{k-1/2} \tag{2.5-39}$$

Comme pour les équations P_ψ , toutes les équations Q_ψ sont également valables au niveau $k=1$, sauf l'équation de Q_w (même raison que pour R_w et P_w , deuxième hypothèse) et l'équation de Q_T dont le terme $\left(\overset{-z}{q'} \right)_{1/2}$ n'est pas défini. Ce terme est alors défini de la même manière que pour P_T (neuvième hypothèse).

2.5.3 Résolution du système discrétisé verticalement

On va reproduire la même façon de procéder qu'au paragraphe (2.4.4, en mettant en évidence l'équation d'Helmholtz pour calculer le champ q' mais en faisant attention à la validité des termes au niveau du sol ou au niveau le plus haut. La démarche complète ne sera donc pas reproduite ici, mais on donnera juste la finalité.

L'équation d'Helmholtz sera :

Pour $k \in [1; N_k]$

$$C_1 \left[(1-\alpha) - ((1+\varepsilon)\Delta t)^2 \cdot S \cdot R \cdot T^* \nabla^2 \right] q'_k - ((1+\varepsilon)\Delta t)^2 R \cdot T^* D_2 (D_1(q'))_k = (A_2)_k \tag{2.5-40}$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \left(1 + \frac{\alpha \cdot g^2 \cdot (1 + \varepsilon)^2 \cdot \Delta t^2}{R \cdot T^*} \right) \\ (D_1(\psi))_{k-1/2} = \frac{1}{\Delta Z} [a_{k-1/2} \cdot \psi_k - b_{k-1/2} \cdot \psi_{k-1}] \\ (D_2(\psi))_k = \frac{1}{\Delta Z} [c_k \cdot \psi_{k+1/2} - d_k \cdot \psi_{k-1/2}] \end{array} \right. \quad (2.5-41)$$

Où

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{k-1/2} = \left(\left(\frac{g_0}{G_0} \right)_{k-1/2} - \frac{\alpha \cdot g \cdot \Delta Z}{2R \cdot T^*} \right) \\ b_{k-1/2} = \left(\left(\frac{g_0}{G_0} \right)_{k-1/2} + \frac{\alpha \cdot g \cdot \Delta Z}{2R \cdot T^*} \right) \\ c_k = \left(\left(\frac{g_0}{G_0} \right)_{k-1/2} - \frac{(1-\alpha) \cdot g \cdot \Delta Z}{2R \cdot T^*} \right) \\ c_{N_k} = 0 \\ d_1 = 0 \\ d_k = \left(\left(\frac{g_0}{G_0} \right)_{k-1/2} + \frac{(1-\alpha) \cdot g \cdot \Delta Z}{2R \cdot T^*} \right) \end{array} \right. \quad (2.5-42)$$

et :

$$\left\{ \begin{array}{l}
(A_5)_{k-1/2} = \frac{g \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t}{T^*} (Q_T)_{k-1/2} + (Q_w)_{k-1/2} \quad k \in [1; N_k] \\
(A_4)_k = (Q_q)_k - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot S \left[\left(\frac{\partial Q_U}{\partial X} \right)_k + \left(\frac{\partial Q_V}{\partial Y} \right)_k \right] \quad k \in [1; N_k] \\
(A_3)_{N_k} = (A_4)_{N_k} + \frac{(1 - \alpha) \cdot g}{R \cdot T^*} \left(\frac{Q_W}{2} \right)_{N_k-1/2} \\
(A_3)_k = (A_4)_k + \frac{(1 - \alpha) \cdot g}{R \cdot T^*} \left(\overline{Q_W^Z} \right)_{k-1/2} \quad k \in [1; N_k] \\
(A_1)_{k-1/2} = (A_5)_{k-1/2} - C_1 \left(\frac{Q_W}{\Delta t} \right)_{k-1/2} \quad k \in [1; N_k] \\
(A_2)_k = C_1 \cdot (A_3)_k + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot D_2((A_1)_k) \quad k \in [1; N_k]
\end{array} \right. \quad (2.5-43)$$

A partir de l'équation d'Helmholtz, on isole q' que l'on peut calculer. Il suffit alors de mettre ensuite à jour tous les champs pour avoir résolu notre système. On met à jour les champs suivant les équations qui suivent, pour $k \in [1; N_k]$:

$$\left\{ \begin{array}{l}
W_{k-1/2} = \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{G_0} \right)_{k-1/2} \left[(A_1)_{k-1/2} - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \cdot D_1(q')_{k-1/2} \right] \\
W_{1/2} = 0
\end{array} \right. \quad (2.5-44)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
w_{k-1/2} = \frac{(Q_W)_{k-1/2}}{(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t} + (G_0 W)_{k-1/2} \\
w_{1/2} = \frac{(Q_W)_{1/2}}{(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t}
\end{array} \right. \quad (2.5-45)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
T'_{k-1/2} = (Q_T)_{k-1/2} + \alpha \cdot T^* \left(\overline{q'^Z} \right)_{k-1/2} - \frac{\alpha \cdot g \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t}{R} w_{k-1/2} \\
T'_{1/2} = \frac{(Q_T)_{1/2} + \alpha \cdot T^* q'_1 - \frac{\alpha \cdot g \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t}{R} w_{1/2} - \frac{\alpha \cdot g \cdot \Delta Z}{8R \cdot T^*} (G_0)_{1/2} \cdot T'_{3/2}}{1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{\alpha \cdot g \cdot \Delta Z}{R \cdot T^*} (G_0)_{1/2}}
\end{array} \right. \quad (2.5-46)$$

$$U_k = -(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{\partial q'_k}{\partial X} \right) + (Q_U)_k \quad (2.5-47)$$

$$V_k = -(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{\partial q'_k}{\partial Y} \right) + (Q_V)_k \quad (2.5-48)$$

On a ainsi résolu notre système de discrétisation verticale. Il nous reste à étudier la discrétisation horizontale.

2.6 DISCRÉTISATION HORIZONTALE

Nous venons de voir comment notre système était résolu suivant l'axe vertical. Il nous reste à comprendre le fonctionnement de cette modélisation dans le plan horizontal. Pour cela, nous verrons tout d'abord le principe de la grille horizontale employée. Il nous faudra ensuite pré-discrétiser les éléments importants dans nos équations, en particulier les termes métriques, avant de discrétiser complètement nos équations. Enfin, nous survolerons rapidement la résolution du système final afin de voir l'allure de la solution.

2.6.1 La grille de discrétisation horizontale

D'une manière similaire à notre grille verticale, on emploie également, en discrétisation horizontale, une grille décalée suivant les axes X et Y.

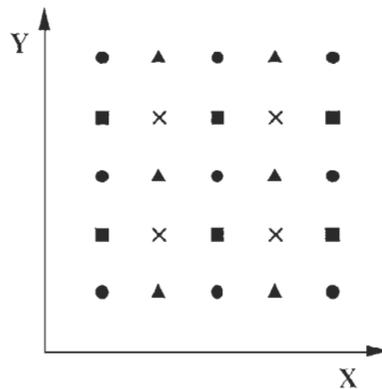


Figure 12: Grille de discrétisation spatiale et disposition des marqueurs

Chaque marqueur présent sur la Figure 12, représente un ou des champs spécifiques. Ainsi, le marqueur \bullet va supporter le paramètre de Coriolis f et le facteur d'échelle S , le marqueur \blacksquare représente la vitesse U et \blacktriangle la vitesse V . Enfin, le marqueur \times supportera les champs q' , W , w , T' , M et C .

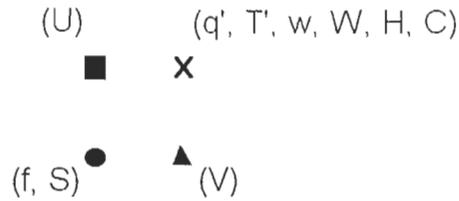


Figure 13: Légende des marqueurs de la grille.

Considérons \times comme le marqueur principal, repéré par les coordonnées i et j , suivant respectivement les axes X et Y . On définit alors les coordonnées des marqueurs \bullet , \blacksquare et \blacktriangle correspondant à \times aux coordonnées respectives $(i-1/2, j-1/2)$, $(i-1/2, j)$ et $(i, j-1/2)$, comme sur la Figure 14.

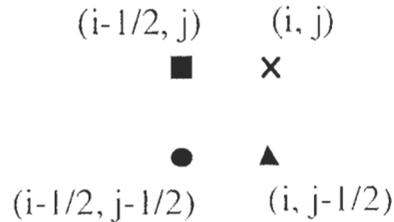


Figure 14: Coordonnées des marqueurs

La grille finale et entière étant constituée comme sur la Figure 12, nous allons avoir $(N_i \times N_j)$ points de type \bullet , $(N_i \times (N_j - 1))$ points de type \blacksquare , $((N_i - 1) \times N_j)$ points de type \blacktriangle et $((N_i - 1) \times (N_j - 1))$ points de type \times .

Il reste enfin à définir les conditions aux frontières latérales. Les valeurs des variables ψ sont fixées à partir des données d'un modèle mondial. Elles sont alors notées $[\psi]$. Dans la Figure 15 qui suit, la zone frontière est définie en grisé.

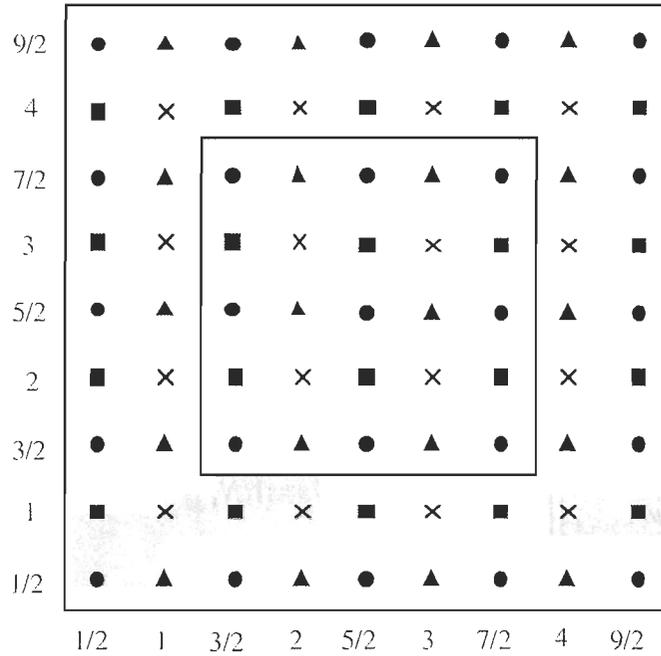


Figure 15: Frontière latérale pour une grille horizontale avec $N_i=N_j=5$.

On peut alors définir pour chaque variable, leurs domaines de définition suivant les trois axes $\{X, Y, Z\}$. On a donc :

Pour U :

$$\left. \begin{aligned}
 U_{1/2,j,k} &= [U_{1/2,j,k}] \\
 U_{N_i-1/2,j,k} &= [U_{N_i-1/2,j,k}] \\
 U_{i-1/2,j,k} &= [U_{i-1/2,j,k}] \\
 U_{i-1/2,N_j-1,k} &= [U_{i-1/2,N_j-1,k}]
 \end{aligned} \right\} \forall (i, j, k) \text{ tel que } \begin{cases} i \in [1; N_i] \\ j \in [1; N_j - 1] \\ k \in [1; N_k] \end{cases} \quad (2.6-1)$$

$$U_{i-1/2,j,k} \quad \forall (i, j, k) \text{ tel que } \begin{cases} i \in [2; N_i - 1] \\ j \in [2; N_j - 2] \\ k \in [1; N_k] \end{cases}$$

Pour V :

$$\left. \begin{array}{l} V_{1,j-1/2,k} = [V_{1,j-1/2,k}] \\ V_{N_i-1,j-1/2,k} = [V_{N_i-1,j-1/2,k}] \\ V_{i,1/2,k} = [V_{i,1/2,k}] \\ V_{i,N_j-1/2,k} = [V_{i,N_j-1/2,k}] \end{array} \right\} \forall (i,j,k) \text{ tel que } \begin{cases} i \in [1; N_i - 1] \\ j \in [1; N_j] \\ k \in [1; N_k] \end{cases} \quad (2.6-2)$$

$$V_{i,j-1/2,k} \forall (i,j,k) \text{ tel que } \begin{cases} i \in [2; N_i - 2] \\ j \in [2; N_j - 1] \\ k \in [1; N_k] \end{cases}$$

Pour $\psi \in \{q', T', w, W, H, C\}$:

$$\left. \begin{array}{l} \psi_{1,j,k} = [\psi_{1,j,k}] \\ \psi_{N_i-1,j,k} = [\psi_{N_i-1,j,k}] \\ \psi_{i,1,k} = [\psi_{i,1,k}] \\ \psi_{i,N_j-1,k} = [\psi_{i,N_j-1,k}] \end{array} \right\} \forall (i,j,k) \text{ tel que } \begin{cases} i \in [1; N_i - 1] \\ j \in [1; N_j - 1] \\ k \in [1; N_k] \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} q'_{i,j,k} \\ T'_{i,j,k-1/2} \\ w_{i,j,k-1/2} \\ H_{i,j,k-1/2} \\ C_{i,j,k-1/2} \end{array} \right\} \forall (i,j,k) \text{ tel que } \begin{cases} i \in [2; N_i - 2] \\ j \in [2; N_j - 2] \\ k \in [1; N_k] \end{cases} \quad (2.6-3)$$

$$W_{i,j,k-1/2} \forall (i,j,k) \text{ tel que } \begin{cases} i \in [2; N_i - 2] \\ j \in [2; N_j - 2] \\ k \in [2; N_k] \end{cases}$$

2.6.2 Discrétisation des termes métriques

Nous connaissons donc la localisation de chaque champ ainsi que leur domaine de définition. Il nous faut définir à présent, et comme dans le paragraphe (2.5.1), les opérateurs

différentiels horizontaux et les opérateurs d'interpolation horizontaux. Nous poserons donc :

$$\begin{cases} (\delta_X \psi)_{i,\dots} = \frac{\psi_{i+1/2,\dots} - \psi_{i-1/2,\dots}}{\Delta X} \\ (\delta_X \psi)_{i-1/2,\dots} = \frac{\psi_{i,\dots} - \psi_{i-1,\dots}}{\Delta Z} \end{cases} \quad (2.6-4)$$

$$\begin{cases} (\delta_Y \psi)_{\dots,j,\dots} = \frac{\psi_{\dots,j+1/2,\dots} - \psi_{\dots,j-1/2,\dots}}{\Delta X} \\ (\delta_Y \psi)_{\dots,j-1/2,\dots} = \frac{\psi_{\dots,j,\dots} - \psi_{\dots,j-1,\dots}}{\Delta Z} \end{cases} \quad (2.6-5)$$

et :

$$\begin{cases} \left(\overset{-X}{\psi} \right)_{i,\dots} = \frac{\psi_{i+1/2,\dots} + \psi_{i-1/2,\dots}}{2} + \eta \frac{-\psi_{i+3/2,\dots} + \psi_{i+1/2,\dots} + \psi_{i-1/2,\dots} - \psi_{i-3/2,\dots}}{16} \\ \left(\overset{-X}{\psi} \right)_{i-1/2,\dots} = \frac{\psi_{i,\dots} + \psi_{i-1,\dots}}{2} + \eta \frac{-\psi_{i+1,\dots} + \psi_{i,\dots} + \psi_{i-1,\dots} - \psi_{i-2,\dots}}{16} \end{cases} \quad (2.6-6)$$

$$\begin{cases} \left(\overset{-Y}{\psi} \right)_{\dots,j,\dots} = \frac{\psi_{\dots,j+1/2,\dots} + \psi_{\dots,j-1/2,\dots}}{2} + \eta \frac{-\psi_{\dots,j+3/2,\dots} + \psi_{\dots,j+1/2,\dots} + \psi_{\dots,j-1/2,\dots} - \psi_{\dots,j-3/2,\dots}}{16} \\ \left(\overset{-Y}{\psi} \right)_{\dots,j-1/2,\dots} = \frac{\psi_{\dots,j,\dots} + \psi_{\dots,j-1,\dots}}{2} + \eta \frac{-\psi_{\dots,j+1,\dots} + \psi_{\dots,j,\dots} + \psi_{\dots,j-1,\dots} - \psi_{\dots,j-2,\dots}}{16} \end{cases} \quad (2.6-7)$$

Le terme η est un commutateur pour choisir entre une interpolation linéaire ($\eta=0$) et une interpolation cubique ($\eta=1$). On choisira généralement le cas $\eta=1$ sauf en bordure de grille car l'interpolation cubique ne serait alors plus définie.

Il convient également de discrétiser les termes métriques g_0 , G_0 , G_1 et G_2 , f et S. Le terme g_0 dépend directement de ses coordonnées suivant les axes X et Y. D'après l'équation (2.3-37), on obtient :

$$(g_0)_{i,j} = \frac{H - (h_0)_{i,j}}{H} \quad (2.6-8)$$

Les termes G_0 , G_1 et G_2 , eux, dépendent des coordonnées suivant X, Y et Z. A la verticale, ils doivent être définis sur les niveaux momentum (niveaux k) et sur les niveaux thermodynamiques (niveaux k-1/2). De plus ils sont calculés comme q' , W , w , T' , M et C aux marqueurs \times , de coordonnées (i,j). Ce dernier choix, arbitraire n'est fait que pour faciliter les calculs ultérieurs. On a donc :

•Pour G_0 :

$$\left\{ \begin{array}{l} (G_0)_{i,j,k-1/2} = (g_0)_{i,j} \left(\frac{\Delta \zeta}{\Delta Z} \right)_{k-1/2} \\ (G_0)_{i,j,k} = (g_0)_{i,j} \left(\frac{\Delta \zeta}{\Delta Z} \right)_k \end{array} \right. \quad (2.6-9)$$

•Pour G_1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} (G_1)_{i,j,k-1/2} = \left(\frac{H - \zeta_{k-1/2}}{H} \right)_{k-1/2} \left(\overline{\delta_x h_0^x} \right)_{i,j} \\ (G_1)_{i,j,k} = \left(\frac{H - \zeta_k}{H} \right)_{k-1/2} \left(\overline{\delta_x h_0^x} \right)_{i,j} \end{array} \right. \quad (2.6-10)$$

•Pour G_2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} (G_2)_{i,j,k-1/2} = \left(\frac{H - \zeta_{k-1/2}}{H} \right)_{k-1/2} \left(\overline{\delta_y h_0^y} \right)_{i,j} \\ (G_2)_{i,j,k} = \left(\frac{H - \zeta_k}{H} \right)_{k-1/2} \left(\overline{\delta_y h_0^y} \right)_{i,j} \end{array} \right. \quad (2.6-11)$$

Aux points \bullet , sont calculés le paramètre de Coriolis f ainsi que le facteur d'échelle S , tous les deux dépendants de la latitude φ . Ces termes, s'ils sont utilisés ailleurs qu'aux points \bullet devront faire l'objet d'une interpolation. En discrétisant ces termes on obtient :

$$f_{i-1/2,j-1/2} = 2 \cdot \Omega \cdot \sin(\varphi_{i-1/2,j-1/2}) \quad (2.6-12)$$

$$S_{i-1/2,j-1/2} = \frac{1 + \sin(\varphi_0)}{1 + \sin(\varphi_{i-1/2,j-1/2})} \quad (2.6-13)$$

Il convient également de déterminer le terme de pseudo énergie cinétique spécifique K. Ce terme est utilisé pour le calcul de R_U et R_V et doit donc être défini respectivement aux marqueurs ■ et ▲, ce qui nous donne :

$$\begin{cases} K_{i-1/2,j,k} = \frac{(U_{i-1/2,j,k})^2 + \left(\left(\overline{V}^{XY} \right)_{i-1/2,j,k} \right)^2}{2} \\ K_{i,j-1/2,k} = \frac{\left(\left(\overline{U}^{XY} \right)_{i,j-1/2,k} \right)^2 + (V_{i,j-1/2,k})^2}{2} \end{cases} \quad (2.6-14)$$

Rappelons enfin l'équation (2.4-33) sous sa forme discrète :

$$(Q_\psi)_{i,j,k} = (P_\psi)_{i-2\alpha,j-2\beta,k-2\gamma\mu} + 2\Delta t \cdot \left(\overline{R}_\psi^{raj} \right) \quad (2.6-15)$$

avec, d'après l'équation (2.4-32) :

$$\left(\overline{R}_\psi^{raj} \right) = \frac{(1 + \varepsilon)(R_\psi)_{i,j,k} + (1 - \varepsilon)(R_\psi)_{i-2\alpha,j-2\beta,k-2\gamma\mu}}{2} \quad (2.6-16)$$

et, d'après l'équation (2.4-31), on a les suites :

$$\begin{cases} \alpha_{i,j,k} = \Delta t \cdot \left(\overline{S}^Y U^X \right)_{i-\alpha,j-\beta,k-\gamma\mu} \\ \beta_{i,j,k} = \Delta t \cdot \left(\overline{S}^X V^Y \right)_{i-\alpha,j-\beta,k-\gamma\mu} \\ \gamma_{i,j,k} = \mu \cdot \Delta t \cdot \left(\overline{W}^Z \right)_{i-\alpha,j-\beta,k-\gamma\mu} \end{cases} \quad (2.6-17)$$

En nous basant sur les équations (2.6-14), (2.6-15) et (2.6-16), on peut à présent passer à l'étape de discrétisation des équations.

2.6.3 Discrétisation du système d'équations.

Pour les équations Q_ψ , il n'y a aucun obstacle à la discrétisation. On récupère les équations (2.5-32) à (2.5-39) et on y introduit les considérations sur le domaine de définition des équations (2.6-1), (2.6-2) et (2.6-3) ainsi que les opérateurs définis dans les expressions (2.6-4) à (2.6-7). On obtient :

$$\begin{aligned} (Q_U)_{i-1/2,j,k} &= U_{i-1/2,j,k} + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* (\delta_X q')_{i-1/2,j,k} \\ \text{Avec : } & i \in [2; N_i - 1] \quad j \in [2; N_j - 2] \quad k \in [1; N_k] \end{aligned} \quad (2.6-18)$$

$$\begin{aligned} (Q_V)_{i,j-1/2,k} &= V_{i,j-1/2,k} + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* (\delta_Y q')_{i,j-1/2,k} \\ \text{Avec : } & i \in [2; N_i - 2] \quad j \in [2; N_j - 1] \quad k \in [1; N_k] \end{aligned} \quad (2.6-19)$$

$$\begin{aligned} (Q_W)_{i,j,k-1/2} &= w_{i,j,k-1/2} + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{g_0}{G_0} \delta_Z q' \right)_{i,j,k-1/2} - (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot g \frac{T'_{i,j,k-1/2}}{T^*} \\ \text{Avec : } & i \in [2; N_i - 2] \quad j \in [2; N_j - 2] \quad k \in [2; N_k] \end{aligned} \quad (2.6-20)$$

$$\begin{aligned} (Q_q)_{i,j,k} &= (1-\alpha) \left[q'_{i,j,k} - (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \frac{g \cdot \left(\frac{-z}{W} \right)_{i,j,k}}{R \cdot T^*} \right] + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \left(\overline{S}^{XY} \right)_{i,j,k} (\delta_X U + \delta_Y V)_{i,j,k} \\ &\quad + (1+\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{g_0}{G_0} \delta_Z G_0 W \right)_{i,j,k} \\ \text{Avec : } & i \in [2; N_i - 2] \quad j \in [2; N_j - 2] \quad k \in [1; N_k] \end{aligned} \quad (2.6-21)$$

$$(Q_T)_{i,j,k-1/2} = T'_{i,j,k-1/2} - \alpha \cdot T^* \cdot \left(\overline{q'^Z} \right)_{i,j,k-1/2} + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \frac{\alpha \cdot g}{R} w_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{Où : } \left(\overline{q'^Z} \right)_{i,j,1/2} = q'_{i,j,1} - \left(\frac{1}{8} T'_{i,j,3/2} + \frac{3}{8} T'_{i,j,1/2} \right) \frac{g \cdot \Delta Z}{R \cdot T^*} (G_0)_{i,j,1/2}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-22)$$

$$(Q_W)_{i,j,k-1/2} = (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot (w_{i,j,k-1/2} - (G_0 W)_{i,j,k-1/2})$$

$$\text{Où : } w_{i,j,1/2} = \frac{(Q_W)_{i,j,1/2}}{(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [2; N_k]; \quad (2.6-23)$$

$$(Q_M)_{i,j,k-1/2} = M_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-24)$$

$$(Q_C)_{i,j,k-1/2} = C_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-25)$$

Pour les équations R_ψ ,

$$(R_U)_{i-1/2,j,k} = \left[\overline{f^Y} \cdot \overline{V^{XY}} \right]_{i-1/2,j,k} - \left[K \cdot \delta_X \overline{S^{XY}} \right]_{i-1/2,j,k} - R \cdot \left[\overline{T^{ZX}} \delta_X q' \right]_{i-1/2,j,k}$$

$$- R \cdot \left[\overline{T \frac{G_1}{G_0} (\delta_Z q')^{XZ}} \right]_{i-1/2,j,k} - (1 - \mu) \left[\overline{W^X (\delta_Z U)^Z} \right]_{i-1/2,j,k}$$

$$\text{où : } \left(\overline{T^{ZX}} \right)_{i-1/2,j,N_k} = \left(\overline{T^{XZ}} \right)_{i-1/2,j,N_k-1/2}$$

$$\text{et : } \left[\overline{T \frac{G_1}{G_0} (\delta_Z q')^{XZ}} \right]_{i-1/2,j,N_k} = \frac{1}{2} \left[\overline{T \frac{G_1}{G_0} (\delta_Z q')^X} \right]_{i-1/2,j,N_k-1/2}$$

et :

$$\left[\overline{T \frac{G_1}{G_0} (\delta_z q')}^{XZ} \right]_{i-1/2, j, l} = \frac{1}{2} \left[\overline{\left(T \frac{G_1}{G_0} (\delta_z q') \right)_{i-1/2, j, 3/2}} + \overline{\left(T \frac{G_1}{G_0} \frac{g}{R \cdot T^{*2}} G_0 T' \right)_{i-1/2, j, 1/2}} \right]_{i-1/2, j, l}^X$$

Avec : $i \in [2; N_i - 1]$; $j \in [2; N_j - 2]$; $k \in [1; N_k]$; (2.6-26)

$$(R_v)_{i, j-1/2, k} = - \left[\overline{f^X \cdot \bar{U}^{XY}} \right]_{i, j-1/2, k} - \left[\overline{K \cdot \delta_y \bar{S}^{XY}} \right]_{i, j-1/2, k} - R \cdot \left[\overline{T'^{ZY} \delta_y q'} \right]_{i, j-1/2, k}$$

$$- R \cdot \left[\overline{T \frac{G_2}{G_0} (\delta_z q')}^{YZ} \right]_{i, j-1/2, k} - (1-\mu) \left[\overline{\bar{W}^Y (\delta_z V)^Z} \right]_{i, j-1/2, k}$$

où : $\left(\overline{T'^{ZY}} \right)_{i, j-1/2, N_k} = \left(\overline{T'^Y} \right)_{i, j-1/2, N_k-1/2}$

et : $\left[\overline{T \frac{G_2}{G_0} (\delta_z q')}^{YZ} \right]_{i, j-1/2, N_k} = \frac{1}{2} \left[\overline{T \frac{G_2}{G_0} (\delta_z q')^Y} \right]_{i, j-1/2, N_k-1/2}$

et :

$$\left[\overline{T \frac{G_2}{G_0} (\delta_z q')}^{YZ} \right]_{i, j-1/2, l} = \frac{1}{2} \left[\overline{\left(T \frac{G_2}{G_0} (\delta_z q') \right)_{i, j-1/2, 3/2}} + \overline{\left(T \frac{G_2}{G_0} \frac{g}{R \cdot T^{*2}} G_0 T' \right)_{i-1/2, j, 1/2}} \right]_{i, j-1/2, l}^Y$$

avec : $i \in [2; N_i - 1]$; $j \in [2; N_j - 2]$; $k \in [1; N_k]$; (2.6-27)

$$(R_w)_{i, j, k-1/2} = R \cdot T^* \left[\overline{\frac{g_0}{G_0} (\delta_z q')} \right]_{i, j, k-1/2} - R \left[\overline{\frac{T'}{G_0} (\delta_z q')} \right]_{i, j, k-1/2} - (1-\mu) \left[\overline{W \delta_z w^Z} \right]_{i, j, k-1/2}$$

avec : $i \in [2; N_i - 2]$; $j \in [2; N_j - 2]$; $k \in [2; N_k]$; (2.6-28)

$$(R_q)_{i, j, k} = \left[\overline{\bar{S}^{XY} (F_1 \cdot \bar{U}^X + F_2 \cdot \bar{V}^Y)} \right]_{i, j, k} - \left[\overline{\frac{1-g_0}{G_0} \delta_z G_0 W} \right]_{i, j, k} - (1-\mu)(1-\alpha) \left[\overline{W (\delta_z q')^Z} \right]_{i, j, k}$$

$$\text{avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-29)$$

$$(R_T)_{i,j,k-1/2} = \frac{\alpha \cdot T'_{i,j,k-1/2}}{1-\alpha} \left[\overline{S^{XY} \left(F_1 \cdot \bar{U}^X + F_2 \cdot \bar{V}^Y \right) - \bar{S}^{XY} (\delta_X U + \delta_Y V) - \frac{1}{G_0} (\delta_Z G_0 W)}^Z \right]_{i,j,k-1/2} \\ - (1-\mu) W_{i,j,k-1/2} \left[\delta_Z \left(\bar{T}^Z - \alpha T^* q' \right) \right]_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{où : } \left[\overline{S^{XY} \left(F_1 \cdot \bar{U}^X + F_2 \cdot \bar{V}^Y \right) - \bar{S}^{XY} (\delta_X U + \delta_Y V) - \frac{1}{G_0} (\delta_Z G_0 W)}^Z \right]_{i,j,1/2} =$$

$$\left[\overline{S^{XY} \left(F_1 \cdot \bar{U}^X + F_2 \cdot \bar{V}^Y \right) - \bar{S}^{XY} (\delta_X U + \delta_Y V) - \frac{1}{G_0} (\delta_Z G_0 W)} \right]_{i,j,1}$$

$$\text{et : } \left(\bar{T}^Z \right)_{i,j,N_k} = (T^*)_{i,j,N_k-1/2}$$

$$\text{avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-30)$$

$$(R_W)_{i,j,k-1/2} = - \left[\overline{S^{XY} \left(G_1 \cdot \bar{U}^X + G_2 \cdot \bar{V}^Y \right)}^Z \right]_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{où : } (R_W)_{i,j,1/2} = - \left[\overline{S^{XY} \left(G_1 \cdot \bar{U}^X + G_2 \cdot \bar{V}^Y \right)} \right]_{i,j,1}$$

$$\text{avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [2; N_k]; \quad (2.6-31)$$

$$(R_M)_{i,j,k-1/2} = -(1-\mu) W_{i,j,k-1/2} \left(\overline{\delta_Z M^Z} \right)_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{où : } (R_M)_{i,j,N_k-1/2} = 0$$

$$\text{et : } (R_M)_{i,j,1/2} = 0$$

$$\text{avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [2; N_k - 1]; \quad (2.6-32)$$

$$(R_C)_{i,j,k-1/2} = -(1-\mu)W_{i,j,k-1/2} \left(\overline{\delta_Z C^Z} \right)_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{où : } (R_C)_{i,j,N_k-1/2} = 0$$

$$\text{et : } (R_C)_{i,j,1/2} = 0$$

$$\text{avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [2; N_k - 1]; \quad (2.6-33)$$

Pour les équations P_ψ ,

$$(P_U)_{i,j-1/2,k} = U_{i,j-1/2,k} - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* (\delta_X q')_{i,j-1/2,k}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 1]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-34)$$

$$(P_V)_{i,j-1/2,k} = V_{i,j-1/2,k} - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* (\delta_Y q')_{i,j-1/2,k}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 1]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-35)$$

$$(P_W)_{i,j,k-1/2} = w_{i,j,k-1/2} - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{g_0}{G_0} \delta_Z q' \right)_{i,j,k-1/2} + (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot g \frac{T'_{i,j,k-1/2}}{T^*}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [2; N_k]; \quad (2.6-36)$$

$$(P_q)_{i,j,k} = (1-\alpha) \left[q'_{i,j,k} + (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \frac{g \cdot \left(\overline{w^Z} \right)_{i,j,k}}{R \cdot T^*} \right] - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \left(\overline{S^{XY}} \right)_{i,j,k} (\delta_X U + \delta_Y V)_{i,j,k} \\ - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \left(\frac{g_0}{G_0} \delta_Z G_0 W \right)_{i,j,k}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-37)$$

$$(P_T)_{i,j,k-1/2} = T'_{i,j,k-1/2} - \alpha \cdot T^* \cdot \left(\overline{q'^Z} \right)_{i,j,k-1/2} - (1-\varepsilon) \cdot \Delta t \frac{\alpha \cdot g}{R} w_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{Où : } \left(\overline{q'^Z} \right)_{i,j,1/2} = \frac{q'_{i,j,1}}{2} - \left(\frac{1}{8} T'_{i,j,3/2} + \frac{3}{8} T'_{i,j,1/2} \right) \frac{g \cdot \Delta Z}{R \cdot T^*} (G_0)_{i,j,1/2}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-38)$$

$$(P_W)_{i,j,k-1/2} = -(1 - \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot (w_{i,j,k-1/2} - (G_0 W)_{i,j,k-1/2})$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-39)$$

$$(P_M)_{i,j,k-1/2} = M_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-40)$$

$$(P_C)_{i,j,k-1/2} = C_{i,j,k-1/2}$$

$$\text{Avec : } i \in [2; N_i - 2]; \quad j \in [2; N_j - 2]; \quad k \in [1; N_k]; \quad (2.6-41)$$

2.6.4 Résolution du système d'équations complet

Nous avons à ce stade complètement discrétisé toutes les équations. Il s'agit à présent de résoudre notre système. Pour cela, on va, comme dans les étapes précédentes, et de manière similaire, déterminer l'équation d'Helmholtz qui nous permettra d'isoler q' . La démarche employée n'est pas reproduite ici car elle ne pose pas de problèmes et nous allons directement à la résolution finale.

L'équation d'Helmholtz sera donc :

Pour $k \in [1; N_k]$

$$C_1 \left[(1 - \alpha) q'_{i,j,k} - ((1 + \varepsilon) \Delta t)^2 \cdot R \cdot T^* \left(\bar{S}^{XY} \nabla^2 q' \right)_{i,j,k} \right] - ((1 + \varepsilon) \Delta t)^2 R \cdot T^* [D_2(D_1(q'))]_{i,j,k} = (A_2)_{i,j,k}$$

(2.6-42)

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} C_1 = \left(1 + \frac{\alpha \cdot g^2 \cdot (1 + \varepsilon)^2 \cdot \Delta t^2}{R \cdot T^*} \right) \\ (D_1(\psi))_{k-1/2} = \frac{1}{\Delta Z} [a_{k-1/2} \cdot \psi_k - b_{k-1/2} \cdot \psi_{k-1}] \\ (D_2(\psi))_k = \frac{1}{\Delta Z} [c_k \cdot \psi_{k+1/2} - d_k \cdot \psi_{k-1/2}] \end{array} \right. \quad (2.6-43)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{k-1/2} = \left(\left(\frac{g_0}{G_0} \right)_{k-1/2} - \frac{\alpha \cdot g \cdot \Delta Z}{2R \cdot T^*} \right) \\ b_{k-1/2} = \left(\left(\frac{g_0}{G_0} \right)_{k-1/2} + \frac{\alpha \cdot g \cdot \Delta Z}{2R \cdot T^*} \right) \\ c_k = \left(\left(\frac{g_0}{G_0} \right)_{k-1/2} - \frac{(1-\alpha) \cdot g \cdot \Delta Z}{2R \cdot T^*} \right) \\ c_{N_x} = 0 \\ d_1 = 0 \\ d_k = \left(\left(\frac{g_0}{G_0} \right)_{k-1/2} + \frac{(1-\alpha) \cdot g \cdot \Delta Z}{2R \cdot T^*} \right) \end{array} \right. \quad (2.6-44)$$

et :

$$\left\{ \begin{array}{l}
(A_5)_{i,j,k-1/2} = \frac{g \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t}{T^*} (Q_T)_{i,j,k-1/2} + (Q_W)_{i,j,k-1/2} \quad k \in [2; N_k] \\
(A_4)_{i,j,k} = (Q_q)_{i,j,k} - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot \left[\bar{S}^{XY} (\delta_X Q_U + \delta_Y Q_V) \right]_{i,j,k} \quad k \in [1; N_k] \\
\left\{ \begin{array}{l}
(A_3)_{i,j,N_k} = (A_4)_{i,j,N_k} + \frac{(1 - \alpha) \cdot g}{R \cdot T^*} \left(\frac{Q_W}{2} \right)_{i,j,N_k-1/2} \\
(A_3)_{i,j,k} = (A_4)_{i,j,k} + \frac{(1 - \alpha) \cdot g}{R \cdot T^*} \left(\overline{Q_W^Z} \right)_{i,j,k} \quad k \in [1; N_k - 1]
\end{array} \right. \\
(A_1)_{i,j,k-1/2} = (A_5)_{i,j,k-1/2} - \frac{C_1}{(1 + \varepsilon) \Delta t} (Q_W)_{i,j,k-1/2} \quad k \in [2; N_k] \\
(A_2)_{i,j,k} = C_1 \cdot (A_3)_{i,j,k} + (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot D_2 \left((A_1)_{i,j,k} \right) \quad k \in [1; N_k]
\end{array} \right. \quad (2.6-45)$$

et :

$$(\nabla^2 q')_{i,j,k} = \frac{q'_{i+1,j,k} - 2q'_{i,j,k} + q'_{i-1,j,k}}{\Delta X^2} + \frac{q'_{i,j+1,k} - 2q'_{i,j,k} + q'_{i,j-1,k}}{\Delta Y^2} \quad (2.6-46)$$

Il reste à présent à calculer q' dans l'équation d'Helmholtz à partir des éléments (2.6-42), (2.6-43), (2.6-44), (2.6-45) et (2.6-46). Une fois q' déterminé, on peut connaître la valeur des autres champs grâce aux expressions qui suivent :

$$\left\{ \begin{array}{l}
W_{i,j,k-1/2} = \frac{1}{C_1} \left(\frac{1}{G_0} \right)_{i,j,k-1/2} \left[(A_1)_{i,j,k-1/2} - (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \cdot (D_1(q'))_{i,j,k-1/2} \right] \\
W_{i,j,1/2} = 0
\end{array} \right. \quad (2.6-47)$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
w_{i,j,k-1/2} = \frac{(Q_W)_{i,j,k-1/2}}{(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t} + (G_0 W)_{i,j,k-1/2} \\
w_{i,j,1/2} = \frac{(Q_W)_{i,j,1/2}}{(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t}
\end{array} \right. \quad (2.6-48)$$

$$\begin{cases} T'_{i,j,k-1/2} = (Q_T)_{i,j,k-1/2} + \alpha \cdot T^* \left(\bar{q}'^Z \right)_{i,j,k-1/2} - \frac{\alpha \cdot g \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t}{R} w_{i,j,k-1/2} \\ T'_{i,j,1/2} = \frac{(Q_T)_{i,j,1/2} + \alpha \cdot T^* q'_{i,j,1} - \frac{\alpha \cdot g \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \Delta t}{R} w_{i,j,1/2} - \frac{\alpha \cdot g \cdot \Delta Z}{8R \cdot T^*} (G_0)_{i,j,1/2} \cdot T'_{i,j,3/2}}{1 + \frac{3}{8} \cdot \frac{\alpha \cdot g \cdot \Delta Z}{R \cdot T^*} (G_0)_{i,j,1/2}} \end{cases} \quad (2.6-49)$$

$$U_{i-1/2,j,k} = -(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{q'_{i,j,k} - q'_{i-1,j,k}}{\Delta X} \right) + (Q_U)_{i-1/2,j,k} \quad (2.6-50)$$

$$V_{i,j-1/2,k} = -(1 + \varepsilon) \cdot \Delta t \cdot R \cdot T^* \left(\frac{q'_{i,j,k} - q'_{i,j-1,k}}{\Delta Y} \right) + (Q_V)_{i,j-1/2,k} \quad (2.6-51)$$

Notre système est ainsi résolu. Étape par étape, nous pouvons connaître à présent la valeur de chaque champ à n'importe quel point de notre grille et à n'importe quel instants.

2.7 LIMITES DU MODÈLE D'ANÉMOSCOPE

2.7.1 Les principes physiques qui sont négligés dans AnémoScope

Afin d'améliorer la convergence, les phénomènes physiques entrant en jeu sont simplifiés rendant la stratification de l'air moins complexe. Voici les simplifications employées :

- L'atmosphère est considérée comme sèche, ce qui rend l'effet de la condensation de l'air réduit (hypothèse de détente adiabatique sèche).
- Les cycles diurnes sont négligés.
- Les brises de mer (ou de lac) et les brises de terre ne peuvent donc être modélisées non plus.

- Les effets de mouvements d'air en montagne et dans les vallées ne sont pas simulés.
- Les sources de chaleur ou les zones de pertes empêchent généralement l'équilibre des flux et donc d'atteindre un état stable, et ne sont par conséquent pas considérées.

Ces simplifications peuvent être employées car on cherche à obtenir des résultats annuels et les phénomènes mis en jeu ici sont généralement largement variables au cours de l'année. Leur introduction dans la méthode la complexifierait par conséquent énormément et nécessiterait l'intégration de nombreuses autres variables.

2.7.2 Le nombre CFL

L'acronyme CFL est utilisé pour désigner le nombre de Courant-Friedrich-Levy, trois auteurs à qui l'on attribue les prémisses de l'analyse numérique moderne pour un article paru en 1928 discutant l'existence et l'unicité des solutions numériques des équations hyperboliques aux dérivées partielles (Tannehill et al, 1997). Ce nombre est une exigence de stabilité dans la résolution numérique de ce type.

Dans un contexte traditionnel, on écrira la condition CFL comme suit :

$$\left| v \frac{\Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1 \quad (2.7-1)$$

ce qui peut également s'écrire sous la forme :

$$\left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \leq \frac{1}{v^2} \quad (2.7-2)$$

Ici, Δt est le pas de temps, Δx le pas de maille spatiale et v la vitesse du flux modélisé. Cette condition implique que le domaine d'influence étudié doit être compris dans le domaine numérique calculé.

Les développeurs d'AnémoScope définissent le CFL sous la forme (Canadian-Hydraulics-Centre, 2006b):

$$CFL = U \frac{\Delta T}{\Delta G} \quad (2.7-3)$$

Avec U la vitesse du vent géostrophique, ΔT le pas de temps et ΔG la taille de la maille.

En considérant que l'on ne peut évidemment pas agir sur la vitesse U , nous considérons à présent ΔT et ΔG . Nous devons ici faire un compromis, par exemple si la vitesse du vent devient trop grande, il faudra soit diminuer le pas de temps, soit augmenter la taille du maillage. Cependant, AnémoScope conserve le même pas de temps quel que soient le lieu ou la vitesse du vent. Un petit pas de temps va permettre une stabilité pour toutes les simulations, mais sera un gaspillage de calcul pour beaucoup de simulations et demandera surtout une capacité et un temps de machine beaucoup trop élevé. Au contraire, un plus grand pas de temps, risque de fournir des résultats erronés car la résolution du problème risque de ne jamais converger, et même si le calcul converge, il se peut que les résultats se révèlent imprécis. On cherche donc le plus grand ΔT possible qui permette une précision acceptable. C'est pourquoi il est conseillé, de conserver le pas de temps par défaut ($\Delta T = 120s$) dans les cas les plus généraux. Enfin, si l'on ne peut pas modifier la vitesse du vent U et que l'on ne souhaite pas modifier le pas de temps ΔT , il ne nous reste que le paramètre de maille ΔG à configurer. Plus la maille sera petite, plus le calcul sera long mais précis. A l'inverse, à agrandir la maille, on risque de passer à côté de particularités de topographie et trop généraliser le terrain, obtenant des résultats erronés.

Pour obtenir des résultats cohérents, les développeurs d'AnémoScope nous conseillent donc de limiter le CFL à 0,4, c'est-à-dire :

$$CFL = U \frac{\Delta T}{\Delta G} \leq 0,4 \quad (2.7-4)$$

En considérant, comme suggéré dans la documentation d'AnémoScope, $U = 18 \text{ m/s}$ comme une limite supérieure fréquente des vitesses de vent géostrophiques moyennes rencontrées en Amérique du Nord, on peut alors calculer d'après l'équation (2.7-4) une taille minimale de maille ΔG :

$$\left. \begin{array}{l} CFL \leq 0.4 \\ U = 18 \text{ m/s} \\ \Delta T = 120 \text{ s} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta G \geq 5400 \text{ m} \quad (2.7-5)$$

Une maille de 5400m de côté semble donc être une taille minimale lorsque l'on conserve un pas de temps de 120s.

Les développeurs nous mettent enfin en garde en nous annonçant qu'il est préférable de se montrer méfiant pour les cas présentant un fort vent géostrophique. De plus pour les zones dont la topographie est fortement accidentée, il est également possible de diminuer le pas de temps. On pourra donc prendre un ΔT de 15s ou 10s.

2.7.3 L'intégration de la topographie

Enfin, le dernier problème est constitué par la mise en place de la topographie du terrain pour la modélisation. Pour conserver la stabilité, cette topographie est ajoutée progressivement en faisant « grandir » le relief en fonction du temps. Au temps initial, le sol est donc uniformément plat et à une altitude nulle. L'utilisateur choisit un nombre de pas de temps au bout duquel toute la topographie sera intégralement intégrée dans le modèle. En pratique, on choisira une vitesse d'élévation inférieure à 10 cm/s (Canadian-Hydraulics-Centre, 2006a). De plus, durant l'élévation, la température du sol va être ajustée à la température de l'air immédiatement en contact, afin d'éviter de modéliser une source de

chaleur irréaliste en provenance du sol. Cette température est ensuite conservée comme constante tout le long de la modélisation.

CHAPITRE 3

SIMULATIONS AVEC ANEMOSCOPE

Ce chapitre vise à expliquer le fonctionnement global des outils que nous avons employés. En faisant référence à la notice technique, il apporte un éclairage complet sur les méthodes employées pour rassembler toutes les données que nous comparerons ensuite au chapitre 4. Ainsi dans les chapitres 3.1 et 3.2 nous présenterons respectivement le logiciel AnémoScope de manière générale et les paramètres de simulation. Dans le chapitre 3.3, nous verrons le traitement des données réelles de vent tirées d'Environnement Canada tandis qu'au chapitre 3.4 ce sont les données de topographie du terrain qui sont étudiées.

3.1 FONCTIONNEMENT GÉNÉRAL D'ANÉMOSCOPE

AnémoScope comporte deux modules de simulation intégrés: le premier effectue la simulation de vent à méso-échelle pour produire les statistiques du vent correspondant à la zone étudiée, tandis que le second détermine de manière plus précise (à micro-échelle) certaines caractéristiques du vent dans une zone plus réduite à l'intérieur de la grille initiale. Ces parties sont mieux décrites dans ce qui suit.

3.1.1 Les simulations à méso-échelle

Afin de nous aider à gérer l'espace, nous allons dans une première étape nous créer des repères. On importe la carte en 2D intitulée « *Coasts.mif* », l'extension « **.mif* » étant utilisé pour les « *MapInfo Interchange File* », issue de la banque de données contenue dans AnémoScope. Cette carte est en coordonnées telles qu'utilisées en géographie, c'est-à-dire latitude-longitude. Cependant, AnémoScope se sert d'un système de coordonnées de type Stéréographique Polaire. Dans la propriété de la projection, nous allons donc opter pour le mode « *PolarStereographic* » et nous allons centrer notre carte en choisissant le centre de

la latitude et le centre de la longitude. Les paramètres employés sont récapitulés dans la Figure 16 tandis que la Figure 17 nous donne un aperçu du résultat.

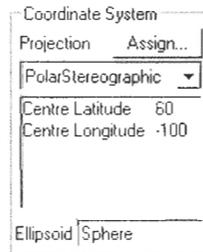


Figure 16: Centrage des coordonnées stéréographiques polaires.

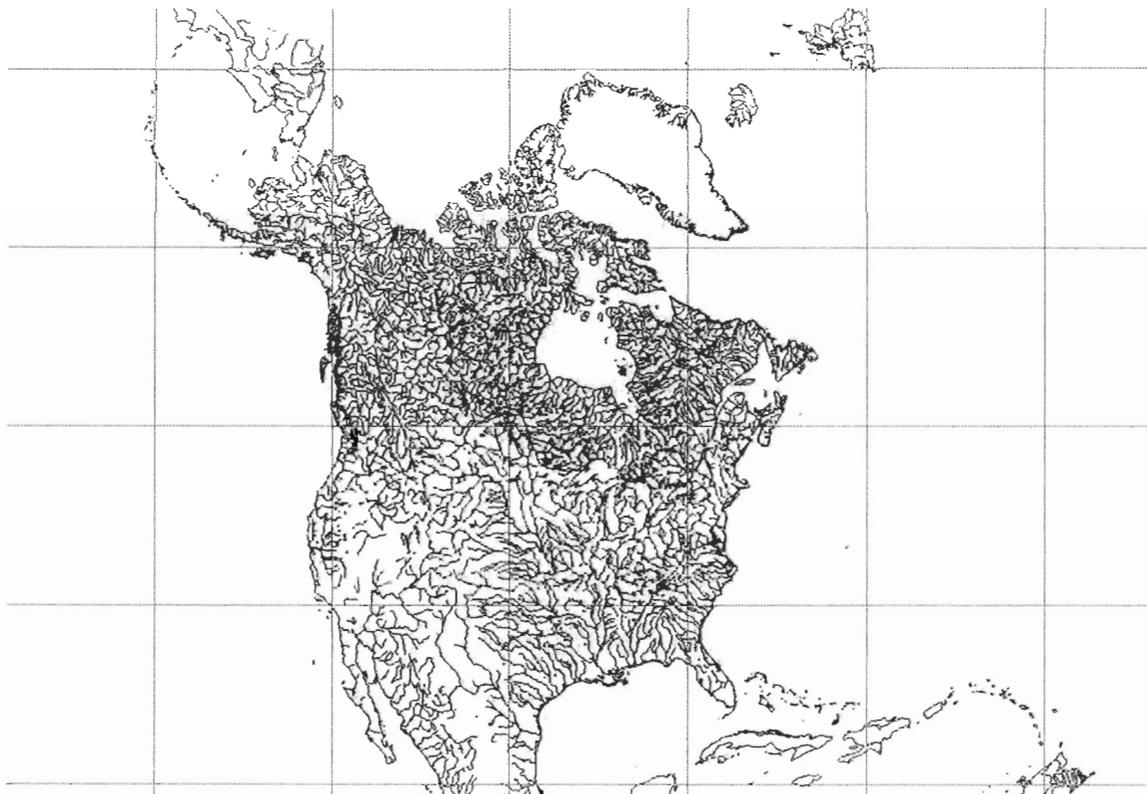


Figure 17: Vue en coordonnées stéréographique polaire de l'Amérique du Nord

Nous allons à présent nous fixer un repère pour la base de données de régime de vent à appliquer à notre région. On importe donc tout le dossier « *WindClimateDB_Annual* », ce

qui génère une nouvelle carte. Celle-ci doit également être en projection stéréographique polaire et centré suivant les mêmes coordonnées qu'en Figure 16 pour que leurs représentations graphiques soient superposables. On obtient alors une représentation en Figure 18 de la répartition des données sur notre carte et chaque point représente la localisation d'une base de données sur le régime annuel du vent en ce lieu.

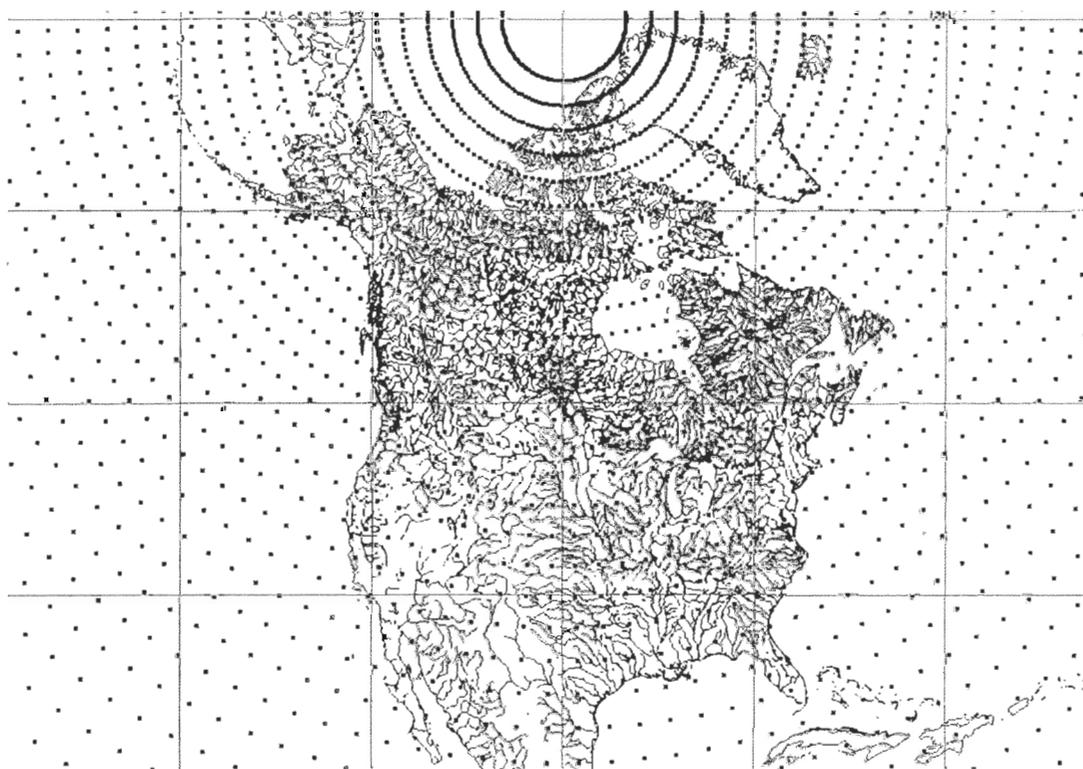


Figure 18: Répartition des points de données météorologiques en Amérique du Nord.

Enfin, encore pour nous aider car aucun élément n'intervient dans le calcul, on va superposer la carte des villes « *Cities.mif* » sur notre carte précédente, toujours en optant pour une représentation en coordonnées stéréographiques polaires, centrée de manière identique (Figure 19).

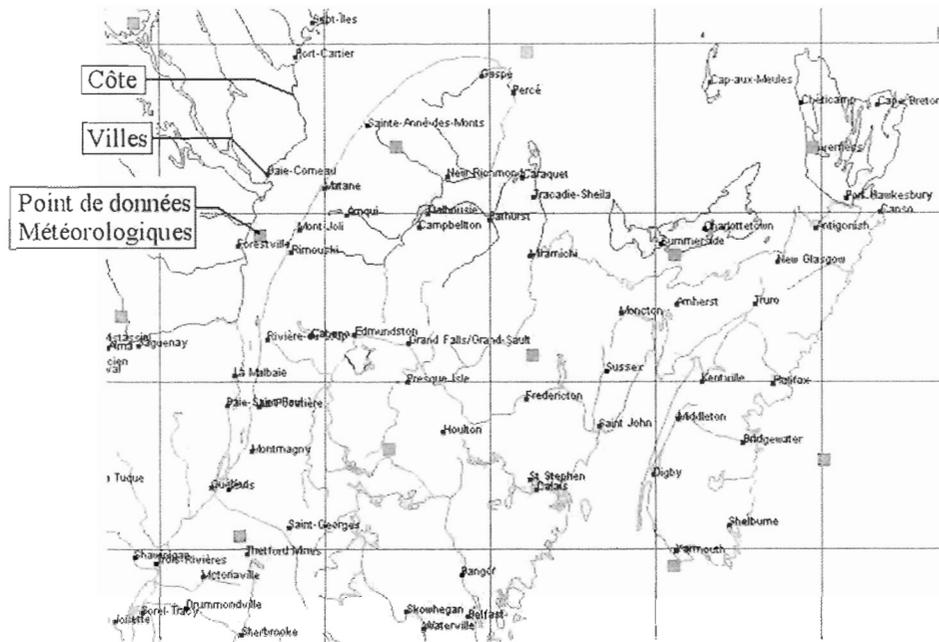


Figure 19: Superposition des cartes de côtes, des villes et des points de données météorologiques

On peut à présent passer à la seconde étape. Celle-ci va réellement mettre en place les paramètres et les données nécessaires à la simulation. On va tout d'abord choisir le point de données météorologiques à utiliser en le repérant grâce aux éléments mis en place précédemment. Celui-ci sera choisi de sorte qu'il soit le plus proche du lieu que l'on souhaite étudier avec précision. Ainsi, dans la Figure 19, si l'on souhaite étudier la région autour de Rimouski, on choisira le point situé entre Mont-Joli et Forestville.

Dans cette seconde étape, il est ensuite nécessaire de créer une grille qui servira de maillage pour les différentes applications ultérieures. Cette grille est définie, en coordonnées stéréographiques polaires, par la position du coin inférieur gauche, par le nombre de cellules voulues en directions horizontale et verticale et par la dimension de ces cellules. Dans la Figure 20, on a opté pour une zone d'étude de 100x100 cellules de 5 km de côté, ce qui nous donne une superficie couverte de 250 000km².

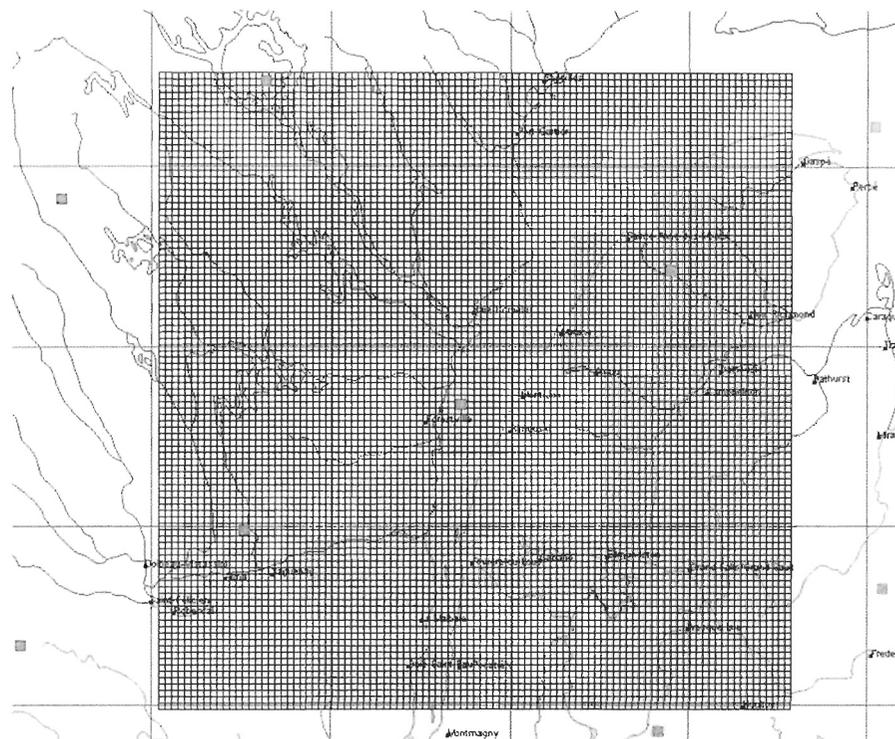


Figure 20: Grille type utilisée pour le maillage méso échelle.

On affecte ensuite à cette grille la topographie du terrain ainsi que le revêtement c'est-à-dire ce qu'il y a sur le sol (eau, type de végétation, roche, etc.) qu'il y a dans cette zone. Pour cela, on utilise la base de données GenGeo. En liant ces données avec la grille que l'on a créée précédemment, on met en place la grille de calcul pour la simulation à méso échelle.

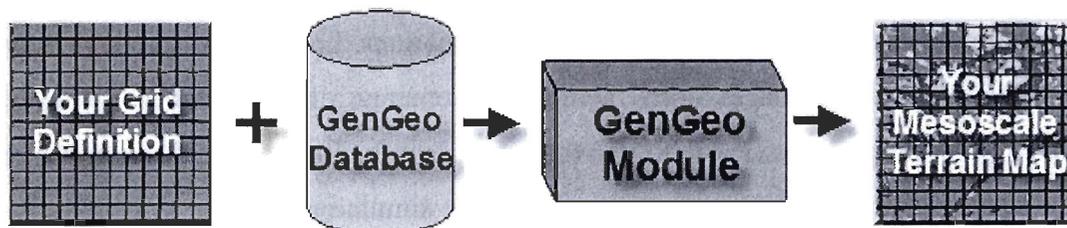


Figure 21: Passage de la grille au maillage du terrain

Il ne reste maintenant qu'à configurer la simulation MC2. Il existe plus de 500 régimes de vent possibles par table de données. A raison de 15 à 20 minutes par régime de vent, l'exécution du module MC2 peut, par conséquent, prendre une semaine si elle est réalisée dans son intégralité. Le module va en effet combiner la grille en méso échelle comportant la topographie avec la base de données des régimes de vent. Pour chaque régime de vent, AnémoScope crée alors une série de cartes des vents.

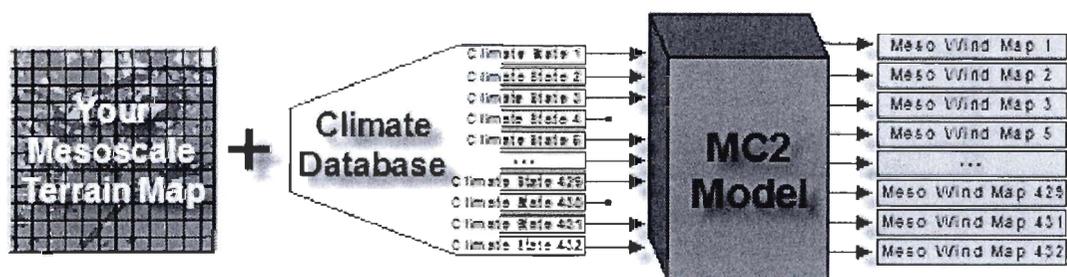


Figure 23: Passage du maillage aux cartes de vent

Ces cartes sont alors combinées par le module WEstats pour créer une carte statistique de l'énergie éolienne à méso-échelle.

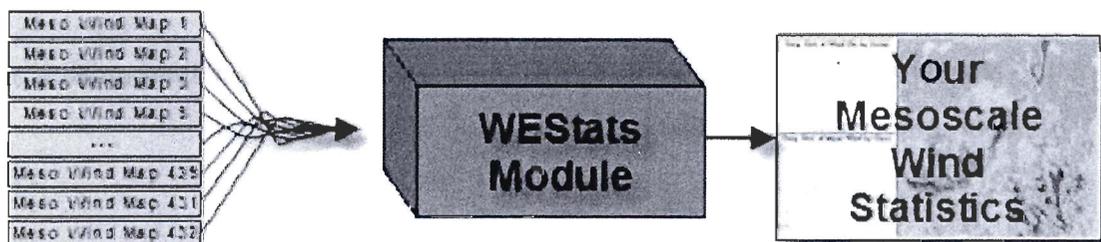


Figure 24: Passage des cartes de vent à statistiques de vent du terrain.

Le résultat obtenu est semblable à celui présenté ci-dessous.

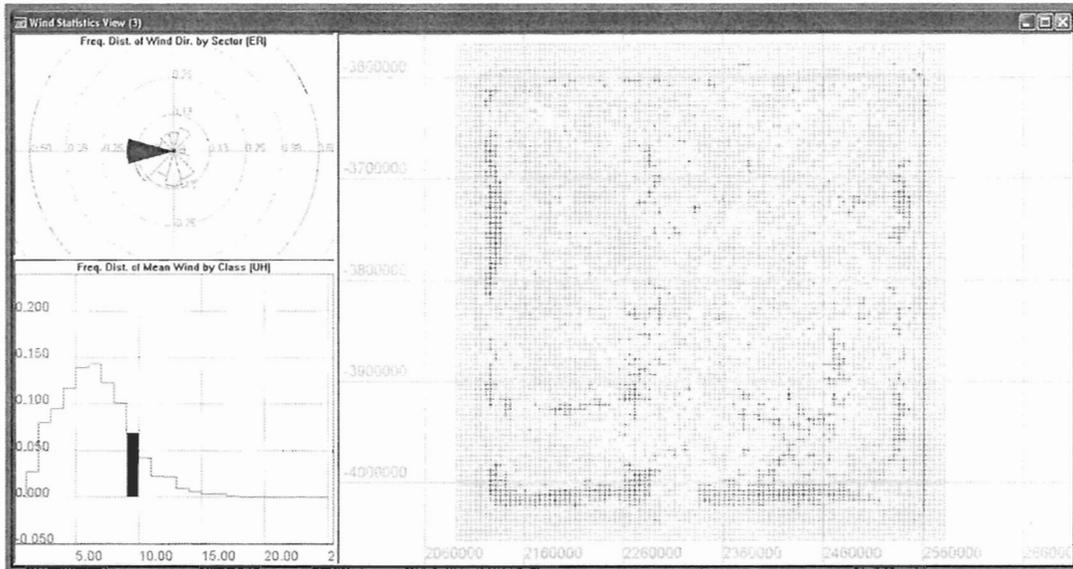


Figure 25: Vue statistique des résultats d'une simulation méso échelle

La Figure 25 présente l'interface d'AnémoScope qui nous permet de prendre connaissance des résultats. Pour chaque point de la grille à droite, on va pouvoir lire à gauche la répartition des vents suivant leur secteur d'orientation (en haut à gauche) et suivant leur vitesse (en bas à droite). On a donc pour chaque point une rose des vents ainsi qu'une courbe de Weibull estimée.

Nous verrons dans le chapitre 4 ainsi que dans la notice technique liée à ce travail comment sont récupérés et utilisés ces résultats.

3.1.2 Les modélisations à micro-échelle

Dans cette partie, nous allons choisir une zone beaucoup plus réduite. Nous travaillerons en utilisant les résultats de la première partie comme conditions aux frontières. A cela, il faut ajouter une nouvelle base de données de topographie. En effet, la base de données GenGeo n'est plus assez précise. En micro-échelle, nous approchons une précision de l'ordre de la centaine de mètres. La base de données GenGeo, elle, est limitée à une résolution de l'ordre du kilomètre. Pour les mêmes raisons, il est également requis d'utiliser

une nouvelle base de données relative à la nature du sol pour la zone sélectionnée. On utilise pour cela les données présentes sur les sites de GeoBase (pour la topographie) et Saforah (pour le revêtement). Ces deux nouvelles bases de données doivent également être transposées en coordonnées stéréographiques polaires.

On crée un second maillage en coordonnées stéréographiques polaires que GenGeo utilisera pour y appliquer la topographie Geobase et la nature du sol de Saforah. Il s'agit alors de notre carte du terrain à micro échelle. Il ne reste plus ensuite qu'à configurer la simulation à micro échelle et lancer le calcul des données statistiques du vent à micro échelle. Pour cela, on utilise le module MMC (Mesoscale/Microscale Coupler) qui va extrapoler à partir des résultats à méso échelle ceux à micro échelle.

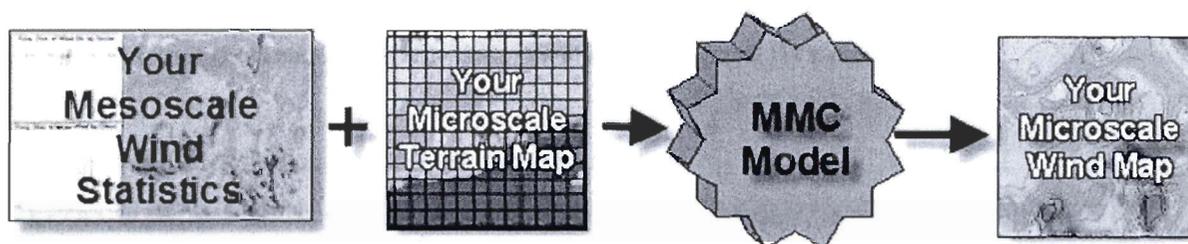


Figure 26: Passage de la méso échelle à la micro échelle

On peut alors obtenir une carte des vents à micro échelle, de la forme suivante :

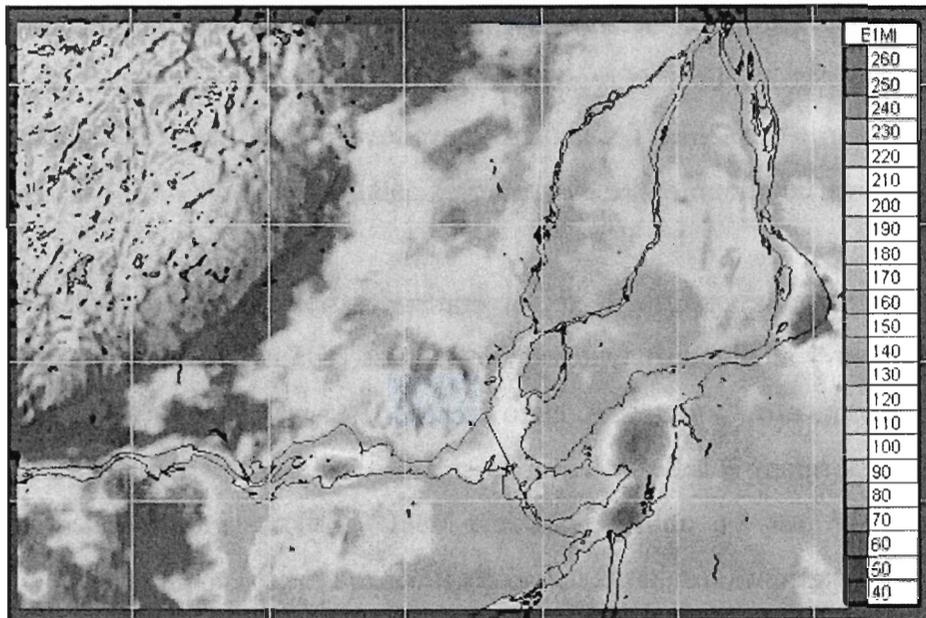


Figure 27: Carte micro échelle du potentiel éolien dans la région de Montréal

La Figure 27 met en évidence la vitesse de vent moyenne en différentes places de la zone étudiée. Cette vitesse moyenne est l'unique paramètre de sortie du calcul à micro échelle. En même temps que nous augmentons la précision, nous perdons donc en qualité de l'information car de nombreux éléments, en particulier les courbes de Weibull et les roses de vents, ne sont plus disponibles.

3.2 PRÉPARATION DES CALCULS POUR ANÉMOSCOPE : PARAMÈTRES UTILISÉS

Dans toutes nos simulations nous avons essayé de conserver le plus grand nombre de paramètres communs. Ceux-ci correspondent généralement aux paramètres conseillés dans la documentation d'AnémoScope, en particulier dans le *Tutorial* (Canadian-Hydraulics-Centre, 2005), dans le *User's Guide* (Canadian-Hydraulics-Centre, 2006a) et dans le *Reference Guide* (Canadian-Hydraulics-Centre, 2006b). Nous allons voir dans cette partie ce qui a été choisi.

3.2.1 Le maillage

On a pris exactement les mêmes paramètres de maillage pour chaque simulation, soit une grille de 100 x 100 mailles et chaque cellule fait 5000 m de côté. On notera au passage, que les dimensions de la cellule doivent toujours être égales en directions verticale et horizontale. La côte de 5 km est considérée comme le minimum possible et logique. En effet, les éléments que l'on va utiliser ensuite tels que la base de données du terrain GenGeo ou la base de données climatiques n'offrent pas une grande précision. De plus, comme on l'a vu au chapitre 2, les approximations et les simplifications introduites par la discrétisation du domaine de calcul et des équations sont également sources d'imprécision. En conséquence, réduire encore la taille de maille ne ferait qu'augmenter les temps de calcul déjà très longs, sans pour autant offrir des résultats de meilleure qualité. Enfin, comme conseillé, la valeur par défaut (« *Def. Value* ») et l'angle sont restés nuls (pour ce dernier, cela est obligatoire dans la mesure où les formats FST ne permettent actuellement pas de travailler avec des grilles pivotées). Dans chaque grille, seul le point d'origine est modifié, c'est-à-dire le coin inférieur gauche

3.2.2 Les données physiques du terrain

Elles sont superposées sur le maillage par l'outil « *GenGeo* ». Pour toutes les simulations, on a utilisé la base de données « *GenGeoDB* », c'est-à-dire les données de topographie et de revêtement du sol fournies avec AnémoScope. Pour la simulation à méso-échelle, on a conservé les mêmes paramètres que ceux conseillés dans le tutorial (Figure 28). Nous n'avons pas utilisé d'autres bases de données pour la topographie et la rugosité.

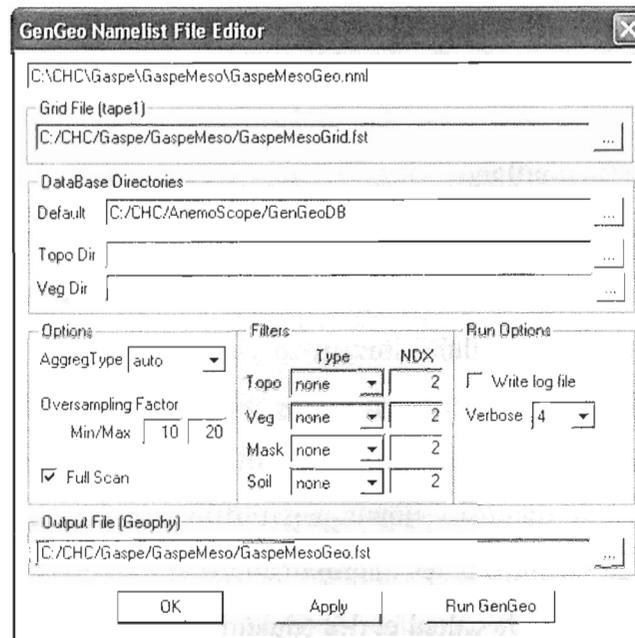


Figure 28: Paramétrage de GenGeo pour la simulation dans la région de Gaspé

3.2.3 Les données météorologiques de la base climatique

Les données servant de référence climatiques changent bien entendu suivant la région étudiée, la règle souhaitant que l'on choisisse le point de référence qui soit le plus proche du centre de notre maillage. Pour la modélisation centrée sur Mont-Joli (Figure 29), on a donc choisi la base de données 56/117, pour celle centrée sur Gaspé, 56/119 (Figure 30) et pour celle centrée sur Sept-Iles, 57/118 (Figure 31).

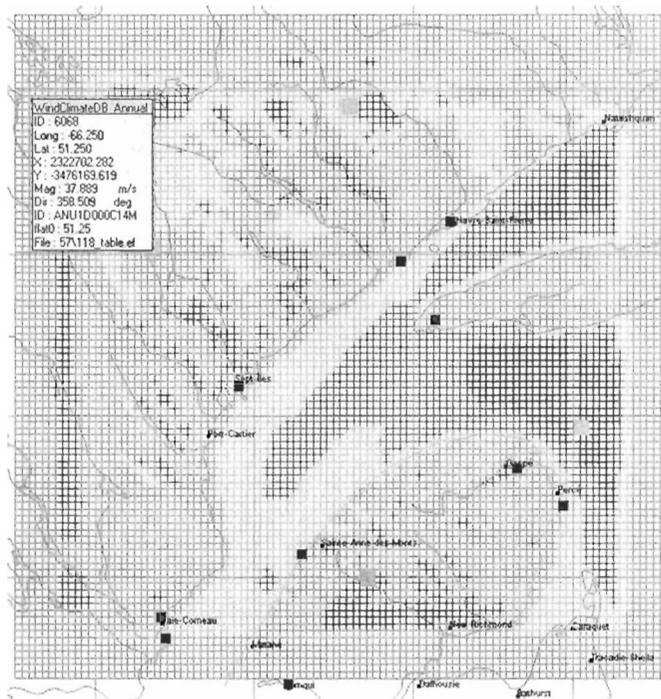


Figure 31: Position du point climatique dans la modélisation centrée sur Sept-Îles

3.2.4 Les paramètres de calcul du modèle MC2

De la même manière que précédemment, on a suivi les consignes du tutorial. « *DeltaT* » reste fixé à 120 secondes car on a conservé une taille de maille de 5 km (Figure 32). Ce rapport doit être conservé, comme cela est expliqué au chapitre 2.7.2 traitant du critère CFL. De même on garde les valeurs par défaut des termes « *Total Steps* » et « *Output Freq* » car ils correspondent à une maille de 5km avec une vitesse de vent et un topographie modérée. Quant aux termes présents dans la section « *MC2/EOLE options* », ils ne sont pas non plus changés car ils déterminent de quelle manière sera divisée et modifiée l'atmosphère durant la simulation et ces paramètres conviennent parfaitement à une maille de 5 km, avec une topographie faible.

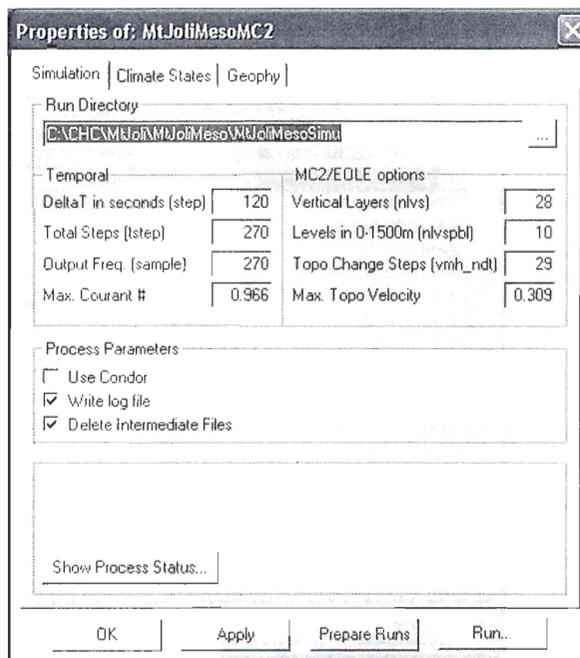


Figure 32: Premier onglet de paramétrisation du modèle MC2

Dans le deuxième onglet, on donne au modèle MC2 la base climatique que l'on a choisie au chapitre 3.2.3. On sélectionne évidemment toutes les situations météorologiques disponibles dans cette base pour que le modèle MC2 simule chacune de ces situations.

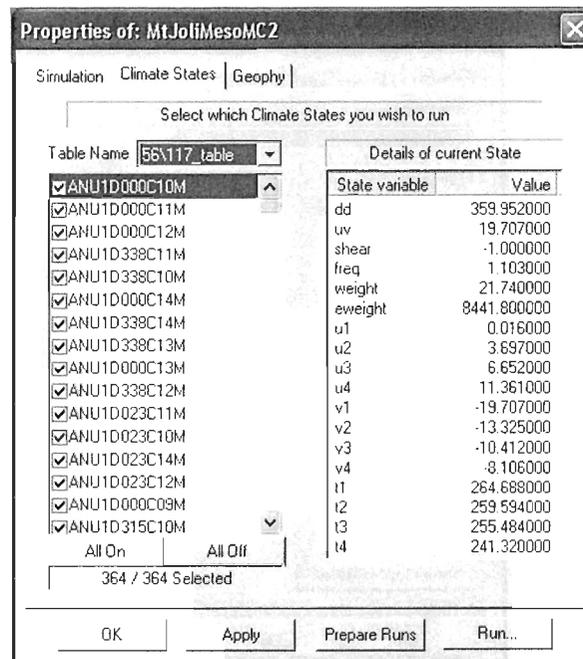


Figure 33: Deuxième onglet de paramétrisation du modèle MC2

Enfin, dans le dernier onglet (Figure 34), on donne les données physiques du terrain. Les paramètres qui figurent dans cet onglet ne sont pas modifiables puisque AnémoScope détermine automatiquement les valeurs dont il a besoin pour traiter correctement la topographie et la rugosité.

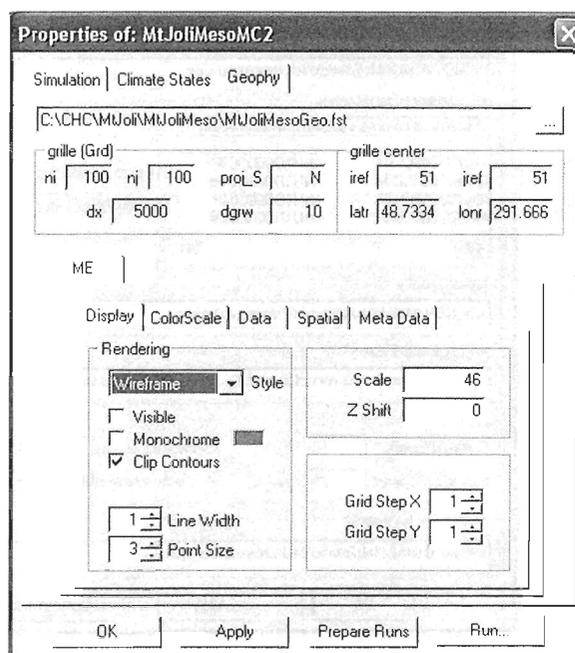


Figure 34: Troisième onglet de paramétrisation du modèle MC2

3.2.5 Les paramètres du module WEStats

Une fois que le modèle MC2 a été exécuté, il convient de rassembler tous les résultats des situations qui ont été simulées grâce au module WEStats pour obtenir les résultats finaux. On impose donc les solutions des modèles MC2, les données physiques du terrain ainsi que les données climatiques. Pour le terme « *Dynamics Time Step #* », on conservera 270s puisque l'on souhaite les résultats de la dernière itération effectuée. Dans « *Level(m)/(ipl)* », on donne l'ordre de grandeur de l'altitude à laquelle on souhaite extrapoler nos données de vent. On se place donc à hauteur d'éolienne soit aux alentours de 50 m et on choisira « *50/(12011)* » c'est-à-dire la référence du point météorologique désiré dans la liste d'items. Enfin, dans les options, on souhaite nos résultats à 50m et on se fixe 25 m/s comme vitesse maximale de vent dans la mesure où des vitesses supérieures sont rares et ne nous intéressent donc que peu. On conservera également 1m comme distance de lissage de nos données (« *Averaging Length* »).

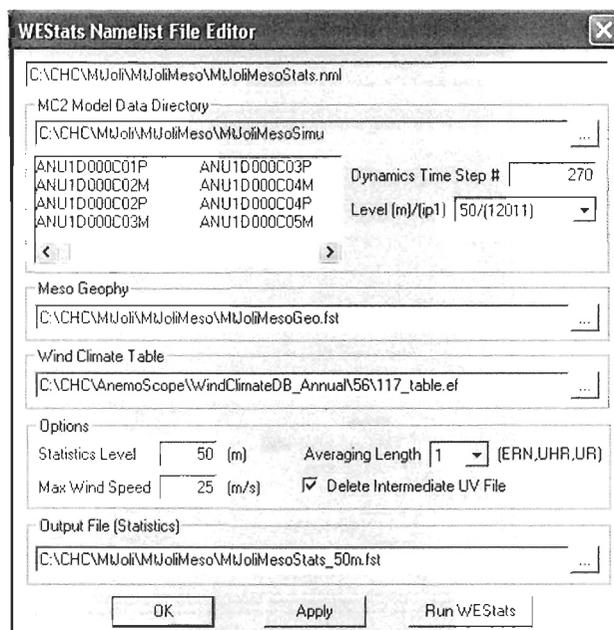


Figure 35: Paramétrisation du module WEStats

A présent on obtient tous les résultats disponibles sous AnémoScope. Il convient maintenant de les observer et de les comparer, et c'est ce que nous ferons dans le chapitre 5.

3.3 LES DONNÉES RÉELLES DE VENT D'ENVIRONNEMENT CANADA

Afin de pouvoir évaluer la fiabilité des résultats d'AnémoScope, il faut comparer ces valeurs avec des valeurs réelles. Nous verrons par la suite selon quels critères et comment ces valeurs sont comparées. En attendant, nous expliquerons ici d'où proviennent les données réelles utilisées.

Ces données sont de deux types : les premières sont des données réelles de vent afin de comparer directement les résultats d'AnémoScope avec ceux-ci, les secondes sont des

données de topographie du terrain afin de déterminer si un certain type de relief vient perturber les simulations d'AnémoScope (Chapitre 3.4.

Les données d'Environnement Canada sont disponibles gratuitement pour toutes leur stations de relevés météorologiques. Ce qui nous intéresse, ce sont les données horaires, présentant les vitesses et les orientations du vent. Nous avons expliqué dans la notice technique comment nous récupérons et utilisons ces données. Il conviendra donc de s'y reporter pour de plus amples renseignements à ce sujet.

Comme nous allons nous servir de ces données, il est important d'en connaître l'origine. L'étude des normes correspondantes nous aidera à comprendre les atouts et les défauts de ces mesures. On notera au passage que les consignes pour obtenir des données météorologiques de bonne qualité sont très proches de celles développées au chapitre 1.3.1 à propos de la méthode MCP.

3.3.1 Le site

En terme général, on souhaite implanter une station météorologique afin d'obtenir des observations synoptiques. Il convient donc de choisir le site le plus représentatif de la région, c'est-à-dire n'étant pas influencé par des facteurs géographiques ou anthropiques de petite échelle mais qui doit par contre refléter l'allure et les particularités générales de la région.

En ce qui concerne la mesure du vent, la distance entre la tour de mesure et les obstacles (arbres, falaises, habitations, etc.) devra être de dix fois la hauteur de ces obstacles. Pour les aéroports, cette recommandation est bien souvent suivie puisqu'il faut une zone largement dégagée et plate pour l'atterrissage des avions. Par contre, pour les stations automatiques AWOS (Automated Weather Observation System), cette recommandation, si elle est suivie correctement, servira bien souvent de limite maximale

puisque l'anémomètre est l'instrument nécessitant la zone ouverte la plus grande (Environnement Canada, 2009a).

Le site doit également disposer d'une alimentation électrique et d'un accès facile pour l'entretien. Il ne devra pas être le sommet d'une colline, ni être dans un creux ou à proximité d'une falaise ou d'une crête. Il ne conviendra pas aussi s'il est trop à proximité d'un cours d'eau isolé ou d'un étang. Il conviendra enfin de l'éloigner le plus possible de la présence et de la circulation humaine, source d'obstacle, de rayonnement et de chaleur.

3.3.2 La mesure du vent

Les capteurs de vitesses et de directions du vent (Figure 36) sont généralement placés à une altitude de 10m au dessus du sol. Ils présentent généralement environ $\pm 2^\circ$ d'erreur pour la direction, ± 2 nœuds d'erreur pour les vitesses inférieures à 20 nœuds et $\pm 10\%$ d'erreur pour les vitesses supérieures à 20 nœuds. Ils fournissent leurs données à l'interface périphérique toutes les cinq secondes (Environnement Canada, AWOS, 2009).

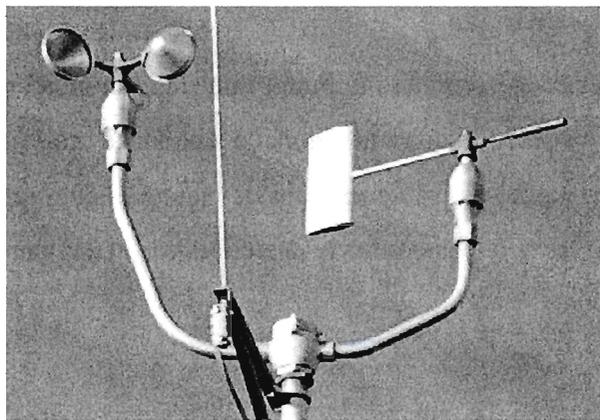


Figure 36: Capteur de vitesse et de direction du vent d'une station météo automatique

Pour les stations autonomes AWOS, mais c'est bien souvent également le cas pour d'autres stations, l'interface périphérique va ensuite fournir la vitesse et la direction moyenne sur deux et dix minutes, la vitesse de la rafale maximale sur deux et 10 minutes,

la variation de la direction sur 10 minutes et enfin la vitesse maximale et sa direction au cours des 60 dernières minutes si la vitesse maximale dépasse 16 nœuds sur cette période.

On remarquera que pour qu'une rafale soit signalée, il faut que la rafale dépasse 15 nœuds et qu'elle dépasse de 5 nœuds la vitesse moyenne sur deux ou dix minutes.

On notera que les stations météorologiques automatisées ne possèdent généralement pas de systèmes prévenant le gel des capteurs. Sans sublimation, dégel ou intervention humaine, les données seront alors manquantes ou erronées.

3.3.3 Le choix des stations météorologiques

Sur son site Internet, Environnement Canada (Environnement Canada, 2009b) fournit aux particuliers des données journalières ou horaires mais rien de plus précis. Nous nous contentons par conséquent des données horaires. Nous avons placé sur une carte obtenue à partir d'AnémoScope (Figure 37) les différentes stations météorologiques que nous avons choisi d'étudier et qui disposent du type de données que nous souhaitons. Il s'agit des stations de Pointe-Au-Père, Mont-Joli, Amqui, Cap-Chat, Gaspé, Cap-d'Espoir, Port Menier, Havre-St-Pierre, Longue-Pointe de Mingan, Sept-Iles et Baie-Comeau.



Figure 37: Dispositions des sites étudiés (image AnémoScope)

3.3.4 Exploitation des données réelles de vent

Bien que cette partie soit largement traitée dans la notice technique, expliquant en détails les outils ainsi que les classeurs Excel et les macros créés pour nous aider à effectuer ce travail un peu fastidieux, nous allons ici rappeler rapidement la méthode employée :

Les données horaires sont présentes sur le site d’environnement Canada qui les délivre par paquets mensuels au format CSV. Nous récupérons une grande plage de ces fichiers, c’est-à-dire plusieurs fois douze mois suivant ce qui est disponible, à l’aide de « *DownThemAll!* », un outil du navigateur Internet « *Mozilla Firefox* ». On utilise ensuite le classeur Excel intitulé « *Exploitation données EnvCan* ». Celui-ci va nous permettre de rassembler toutes les données. On ouvre chaque fichier un par un, on incrémente le nombre d’apparition de chaque classe en fonction des vitesses de vent suivant la méthode qui suit : équations 3.3-1. On obtient alors la fréquence d’apparition de chaque classe de vent durant

un certain nombre d'années, à l'altitude de la mesure, soit généralement 10m au dessus du sol.

$$\begin{aligned}
 V < 0.5 \text{ m/s} &\Rightarrow V \text{ est de classe } 0 \\
 0.5 \text{ m/s} \leq V < 1.5 \text{ m/s} &\Rightarrow V \text{ est de classe } 1 \\
 1.5 \text{ m/s} \leq V < 2.5 \text{ m/s} &\Rightarrow V \text{ est de classe } 2 \\
 &\dots \\
 24.5 \text{ m/s} \leq V < 25.5 \text{ m/s} &\Rightarrow V \text{ est de classe } 25 \\
 V \geq 25.5 \text{ m/s} &\Rightarrow V \text{ est hors classe}
 \end{aligned}
 \tag{3.3-1}$$

On extrapole ensuite chaque vitesse de vent à la hauteur désirée suivant la méthode vue au chapitre 1.2.1 dans l'équation (1.2-2), avec un coefficient $\alpha = 1/7$ et on répète l'opération précédente. On obtient ici la fréquence d'apparition de chaque classe de vent au cours de la même période, à l'altitude d'extrapolation, soit 50 ou 60m. Pour les deux altitudes, on peut alors calculer les paramètres k et c des courbes de Weibull correspondantes. La méthode n'est pas décrite ici mais plus tard, au chapitre 4.1.1.

Enfin, on effectue le même type de travail sur la direction du vent en créant des classes de direction de 30° comme ci-dessous (équations 3.3-2). On en tire alors la rose des vents en traçant un diagramme radar de ces valeurs.

$$\begin{aligned}
 D < 30^\circ \text{ ou } D = 360^\circ &\Rightarrow D \text{ est de classe } 0^\circ \\
 32^\circ \leq D < 60^\circ &\Rightarrow D \text{ est de classe } 30^\circ \\
 60^\circ \leq D < 90^\circ &\Rightarrow D \text{ est de classe } 60^\circ \\
 &\dots \\
 330^\circ \leq D < 360^\circ &\Rightarrow D \text{ est de classe } 330^\circ
 \end{aligned}
 \tag{3.3-2}$$

Nous verrons dans le chapitre qui suit 3.4 ainsi que dans le chapitre 4.1, pourquoi et de quelle manière nous utilisons ces données recueillies.

3.4 LES DONNÉES DE TOPOGRAPHIE

Notre objectif étant d'évaluer l'importance du relief dans la précision d'AnémoScope, nous avons évidemment besoin de pouvoir qualifier et quantifier le relief entourant le site étudié. Pour cela, notre travail peut se résumer en trois grandes étapes : l'acquisition des données brutes de topographie, l'extraction des données qui nous intéressent et enfin la qualification et la quantification du relief et de son influence supposée sur notre site. Comme dans le chapitre précédent, il conviendra de se reporter à la notice technique pour connaître les aspects techniques du travail effectué.

3.4.1 Principe du RIX

La norme IEC 61400-12-2 (IEC, 2008) propose une méthode pour déterminer l'importance du relief. Elle consiste à délimiter une zone circulaire de rayon égal à vingt fois le diamètre du rotor. On découpe ensuite cette zone en secteurs d'angles de 10°. On relève suivant chaque azimut l'altitude tous les 30m. On peut alors en calculer une pente instantanée sur cette longueur (équation 3.4-1).

$$pente_i = \frac{(altitude_i - altitude_{i-1})}{30} \quad (3.4-1)$$

On appelle alors RIX_{10} le pourcentage de pentes supérieures à 10%. On peut ensuite répartir les axes du terrain en classes (Tableau 5). Il faut préciser que si le terrain présente une grande marche, comme une falaise par exemple, on pourrait quand même trouver une petite classe de vent, malgré la présence de ce grand obstacle. On considèrera donc que si l'on repère une pente supérieure à $0.08 \cdot (H + D)$ avec H étant la hauteur de la nacelle et D, le diamètre du rotor, alors on augmente la classe de la pente d'un échelon.

Tableau 5: Classes de terrain suivant le RIX_{10}

RIX_{10} (%)	Classes du terrain
	1
$0 \leq RIX_{10} < 8$	2
$8 \leq RIX_{10} < 16$	3
$16 \leq RIX_{10} < 24$	4
$24 \leq RIX_{10}$	5

3.4.2 L'acquisition des données brutes de topographie

Elle se fait par l'intermédiaire du site www.geobase.ca (Geobase, 2009) qui propose gratuitement des données géospatiales du Canada. Parmi celle-ci, nous sommes plus intéressés par les données de topographie. On en choisira l'échelle la plus précise disponible, soit de 1/50000. Elles se présentent sous forme de tuiles téléchargeables une à une. Dans la figure ci-dessous, on montre la tuile 022C à l'échelle 1/250 000. À l'intérieur, la tuile 022C01 est alors à l'échelle 1/50 000. On va récupérer toutes les tuiles nécessaires pour couvrir les zones qui nous intéressent.

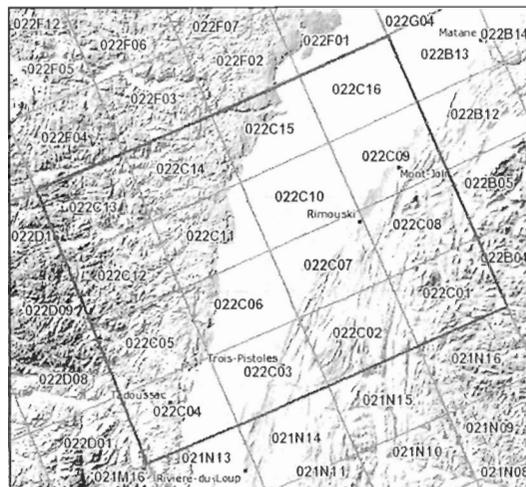


Figure 38: Tuiles 022C des données topographiques

3.4.3 Extraction des données

Pour réaliser cette étape, on utilise le logiciel Global Mapper (Global Mapper, 2009). Les tuiles y sont importées directement et on obtient une visualisation de notre site. On y repère ensuite le lieu de notre station météorologique à partir des données GPS fournies par Environnement Canada. On doit également délimiter une zone de 15 km autour de ce point ainsi qu'un marquage des azimuts. C'est pour cela que l'on trace des arcs de cercles d'angle 30° (Figure 39). Ne reste alors plus qu'à relever le relief avec l'outil adéquat et en exporter les valeurs. En récapitulant, on obtient donc le relief en fonction de la distance par rapport au point en central, sur 15 km et tous les 30° (Graphique 6).

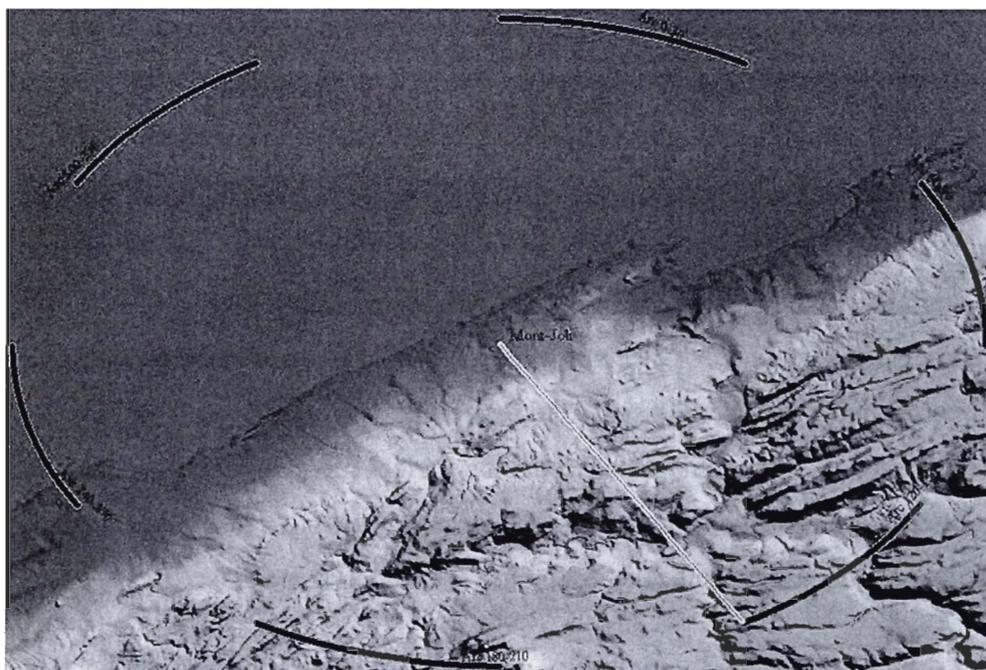
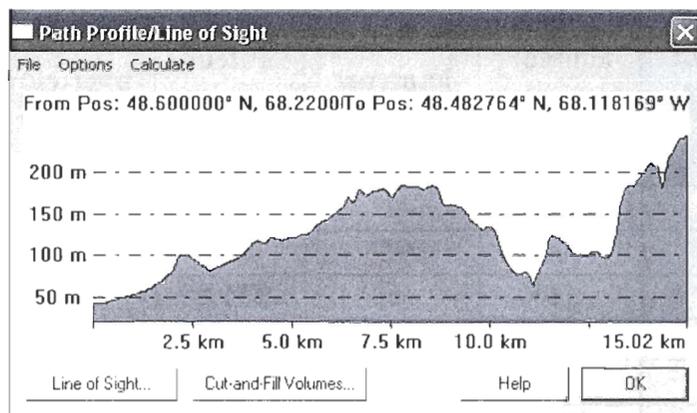


Figure 39: Arc de 30° et de 15km de rayon autour de la station météorologique de Mont-Joli



Graphique 6: Profil de relief à partir de Mont-Joli suivant l'azimut 150°

3.4.4 Exploitation : qualification et quantification du relief

On utilise dans cette partie le classeur Excel intitulé « *Relief ...* ». Ce classeur ainsi que les macros qu'il contient permet d'effectuer rapidement la synthèse des données d'un site. Le fonctionnement complet et détaillé de ce classeur se trouve dans la notice technique. Nous allons exposer ici ses principaux paramètres.

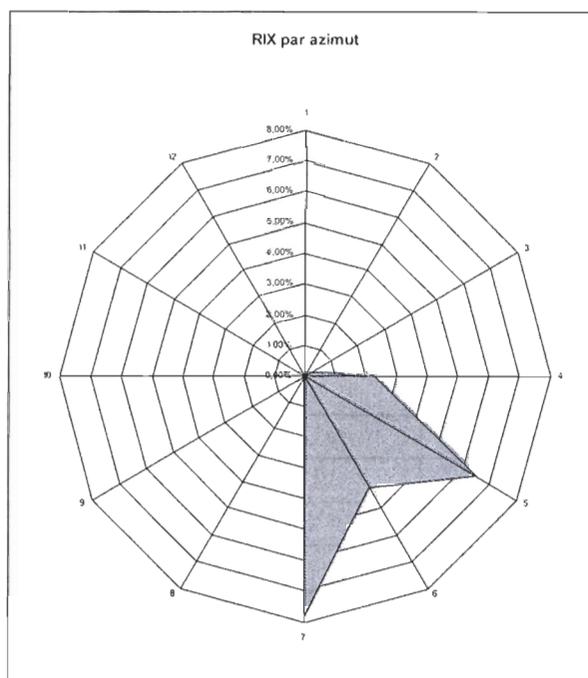
Nous n'avons pas besoin ici d'avoir des valeurs extrêmement précises. Les données réelles de vents sont plus ou moins précises et on les compare avec une simulation qui comporte de nombreuses approximations. On calcule par conséquent les RIX_{10} comme vu au chapitre (3.4.1 mais avec quelques différences. Tout d'abord, on se base sur une distance non pas de 20 fois le diamètre du rotor, soit environ 2km, mais de 15km ce qui équivaut à trois mailles sous AnémoScope. Ensuite, on repère le relief tous les 30° et non 10° pour limiter un peu le travail à effectuer avec Global Mapper (Chapitre 3.4.3). Enfin, Global Mapper nous donne le relief sur 15km avec un pas variant de 14,6 m à 14,7 m et l'on considèrera donc que prendre deux échelons revient globalement à prendre un pas de 30m. On obtient alors le tableau qui suit (Tableau 6), une représentation radar des RIX_{10} par azimut ainsi que la moyenne des RIX_{10} sur le terrain (Tableau 7) :

Tableau 6: Tableau récapitulatif des données du relief autour de Mont-Joli

Azimut	Différence de hauteur avec l'Origine	Différence de hauteur maximale	Distance entre la hauteur max et l'origine	% de pentes unitaires supérieures à la pente max	RIX
0	0	42	0	0,20%	0,00%
30	0	42	0	0,39%	0,00%
60	16	58	2559,8	1,07%	0,20%
90	179	179,01	12478	7,62%	2,25%
120	218,72	218,72	11788,5	26,37%	6,45%
150	197,87	197,87	14898,9	12,21%	4,20%
180	502,85	503,85	14910,3	21,29%	7,81%
210	103,14	106,53	13416,6	0,29%	0,10%
240	0	23,85	0	0,00%	0,00%
270	0	42	0	0,39%	0,00%
300	0	42	0	0,20%	0,00%
330	0	42	0	0,20%	0,00%

Tableau 7: Moyenne des RIX₁₀ autour de la station de Mont-Joli

Moyenne des RIX	1,75%
--------------------	-------

Graphique 7: Radar des RIX₁₀ suivant chaque azimut (Station de Mont-Joli)

Cependant, cette moyenne semble peu représentative de l'influence que peut avoir le relief sur notre site. Nous incluons par conséquent la rose des vents du site, obtenue grâce aux données d'Environnement Canada. Elle nous donne la fréquence suivant laquelle le vent souffle dans cette direction. En multipliant ces données avec les RIX₁₀ déjà calculés, on obtient des RIX₁₀ pondérés par l'orientation fréquentielle des vents (Tableau 8 et Graphique 8) ainsi que l'aire du radar correspondant (Tableau 9).

Tableau 8: Pondérations des RIX₁₀ par la rose des vents

Azimuts	RIX	Données réelles de la rose des vents	RIX pondérés par l'orientation des vents
0°	0,00%	7,32%	0
30°	0,00%	9,33%	0
60°	0,20%	6,17%	1,20
90°	2,25%	2,93%	6,57
120°	6,45%	5,32%	34,31
150°	4,20%	8,32%	34,95
180°	7,81%	9,34%	72,93
210°	0,10%	14,98%	1,46
240°	0,00%	14,66%	0
270°	0,00%	10,89%	0
300°	0,00%	6,59%	0
330°	0,00%	4,16%	0

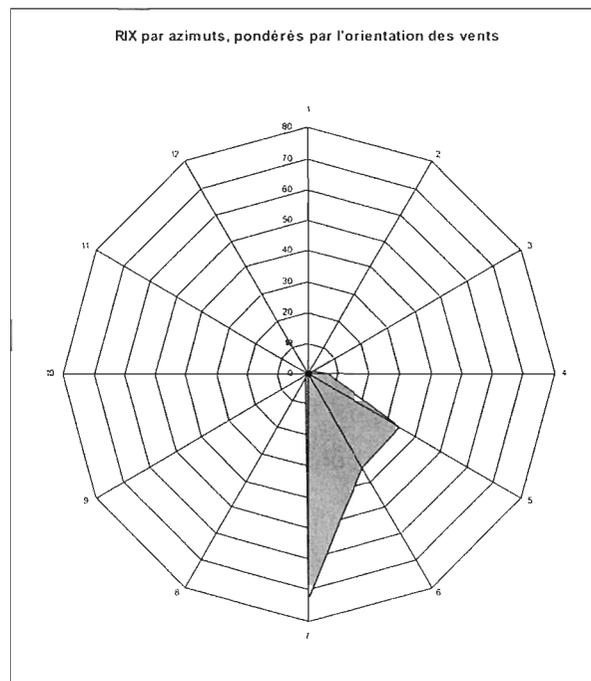
Graphique 8: Radar des RIX₁₀ pondérés par la rose des vents (Station de Mont-Joli)

Tableau 9: Aire du Graphique 1

Aire du radar des RIX pondérés par les fréquences d'orientation des vents	1022,01
---------------------------------------------------------------------------	----------------

Cette dernière valeur (Tableau 9) nous donne donc l'influence du relief sur le vent. En effet, si le relief est très peu marqué (RIX_{10} général faible), alors qu'elle que soit l'orientation dominante du vent, cette valeur sera faible (c'est le cas pour l'azimut 0°). Si le relief est marqué dans une certaine direction mais que le vent ne souffle que rarement suivant celle-ci (RIX_{10} important mais fréquence faible), alors de la même manière, l'aire du radar sera faible (cas de l'azimut 120°). Enfin, si le relief est marqué et que justement le vent souffle souvent dans cette direction (RIX_{10} et fréquence importants, soit le cas de l'azimut 180°), alors, l'aire du radar sera grande.

Bien sûr, cette valeur reste critiquable car elle ne quantifie pas de manière rigoureuse et précise l'influence du relief général sur le vent. On néglige ici l'effet du relief en aval de la station météorologique. De même, on considère que le relief, s'il n'est pas placé dans la direction du vent, n'aura pas d'influence sur celui-ci. Pourtant, ces deux phénomènes, s'ils ne sont pas négligeables, sont néanmoins moindres que l'effet d'un obstacle en amont de la station météorologique. Dans un cas comme ce dernier, même si l'obstacle déviente la station météorologique, on peut tout de même estimer que si celle-ci a été correctement placée, c'est-à-dire assez loin, alors le vent a eu le « temps » de se rétablir en partie, suffisamment pour donner quand même sa direction, ou tout du moins une direction proche. Par conséquent, dans une première approximation, on peut accepter ce résultat.

CHAPITRE 4

RESULTATS DES SIMULATIONS

Nous avons vu au chapitre 3 les différentes opérations menées pour générer toutes les données que nous allons à présent exploiter. Ainsi, nous allons, dans le chapitre qui suit, mettre en évidence les éléments de comparaison et de distinction de cette étude. Pour cela, nous verrons tout d'abord de quelle manière sont traités les résultats des simulations sous AnémoScope (4.1). Nous mettrons ensuite en évidence les éléments de comparaison que nous utiliserons par la suite (4.2). Enfin, nous établirons un résumé exhaustif des résultats obtenus (4.3).

4.1 LE TRAITEMENT DES DONNÉES D'ANÉMOSCOPE

Voyons dans un premier temps quel traitement est accordé aux données recueillies d'AnémoScope. Elles vont entièrement être gérées dans un même classeur Excel où l'on va définir les points qui nous intéressent, y calculer les courbes de Weibull correspondantes et en extrapoler des valeurs au point d'étude.

4.1.1 Création des points de comparaison

Comme précédemment, en ce qui concerne les étapes techniques de cette opération, nous vous conseillons de vous reporter au rapport technique. Nous verrons plus précisément dans ce chapitre les paramètres et méthodes de calculs employés pour traiter exploiter les données issues des calculs d'AnémoScope.

Le classeur intitulé "Comparaison finale" va nous permettre d'assembler et de regrouper toutes les données que nous avons pu collecter jusqu'à présent. Ainsi, la première

feuille de ce classeur va nous faciliter l'enregistrement de toutes les données AnémoScope. Celles-ci vont se regrouper dans les feuilles "*Données Weibull*" et "*Données Orientation*".

Dans les feuilles qui suivent: "*Points à considérer Weibull*" et "*Points à considérer Orientation*", nous allons renseigner les éléments permettant d'extraire parmi les données préalablement enregistrées, celles qui nous intéressent plus particulièrement. En effet, en considérant que l'on possède déjà des données réelles en un point précis (Chapitre 3.3 et dans la mesure où il est impossible de faire parfaitement coïncider un nœud du maillage avec ce point, on va plutôt effectuer une régression entre les quatre nœuds du maillage encadrant notre site d'étude. Considérons que nous avons en tout N_x nœuds sur une ligne et N_y nœuds sur une colonne. Le point considéré sera donc encadré par les nœuds de la Figure 40, avec $k \in]1; N_y[$ et $m \in]1; N_x[$.

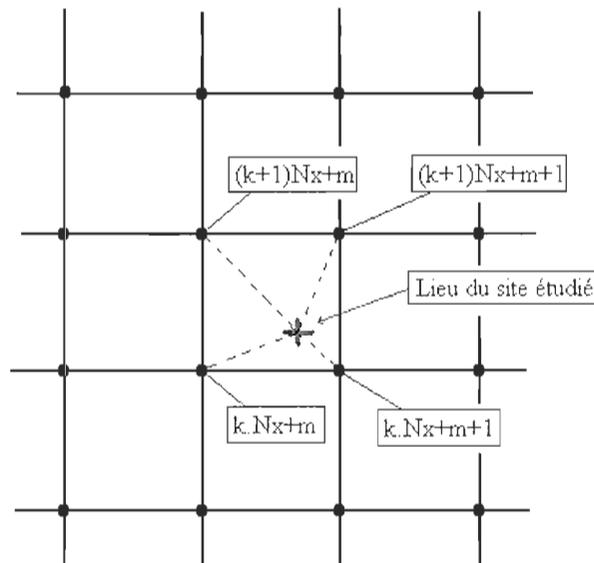


Figure 40: Maillage sous AnémoScope et position des points

Dans les feuilles "*Points à considérer Weibull*" et "*Points à considérer Orientation*", il convient donc de repérer les quatre nœuds qui encadrent notre site et d'y renseigner les

numéros. La macro correspondante va alors se charger de récupérer les données nécessaires.

4.1.2 Les courbes de Weibull

A partir de ces données on va pouvoir calculer les courbes de Weibull qui vont caractériser ces points. Comme vu précédemment (1.2), la courbe de Weibull se caractérise par ses deux paramètres k et c qui sont respectivement son facteur de forme et son facteur d'échelle. On les retrouve dans la formule qui nous donne une estimation de la fréquence d'apparition d'une classe de vent.

$$f(V) = \frac{k}{c} \left(\frac{V}{c} \right)^{k-1} e^{-\left(\frac{V}{c} \right)^k} \quad (4.1-1)$$

Les méthodes pour déterminer ces coefficients k et c sont multiples, mais nous utilisons la méthode dite méthode du maximum de vraisemblance modifiée : Modified Maximum Likelihood Estimation (MMLE). Elle est considérée comme simple tout en permettant d'obtenir les meilleurs résultats pour k et c en utilisant les données sous forme de séries fréquentielles, ce qui correspond parfaitement à ce que nous possédons (Rétiveau, 2005).

Dans la méthode MMLE, les paramètres k et c sont calculés itérativement de la façon suivante :

$$k = \left(\frac{\sum_{i=1}^n U_i^k \cdot \ln(U_i) \cdot P(U_i)}{\sum_{i=1}^n U_i^k \cdot P(U_i)} - \frac{\sum_{i=1}^n \ln(U_i) \cdot P(U_i)}{P(U \geq 0)} \right) \quad (4.1-2)$$

$$c = \left(\frac{1}{P(U \geq 0)} \sum_{i=1}^n U_i^k \cdot P(U_i) \right)^{1/k} \quad (4.1-3)$$

Généralement 200 itérations suffisent amplement pour avoir une différence entre deux itérations de l'ordre de 10^{-10} .

Les paramètres k et c sont alors déterminés pour les quatre points de notre maillage. Si on ajoute à cela les fréquences en direction obtenues dans la feuille "*Points à considérer Orientation*", nous avons alors les bases nécessaires à l'extrapolation de ces données au point d'étude désiré, ce que nous allons voir au chapitre qui suit.

4.1.3 Extrapolation des données d'AnémoScope

On a vu au chapitre précédent le système de valeurs comportant la courbe de Weibull ainsi que la rose des vents appliquées en chaque point du maillage pour "cerner" le site étudié. Il convient à présent d'utiliser ces valeurs pour en déterminer une seule homogénéisée au point désiré. Ce travail est effectué dans les feuilles "*Homogénéisation Weibull*" et "*Homogénéisation Orientation*"

Ces deux feuilles sont quasiment identiques et présentent les mêmes méthodes de calcul et de mise en forme. Nous ne présenterons par conséquent que la première feuille, « Homogénéisation Weibull » pour plus de facilité et de clarté.

1) La régression linéaire plane

Cette partie présente quatre grandes étapes. On rappelle tout d'abord les valeurs qui sont nécessaires : les coordonnées des cinq points ainsi que les paramètres k, c et Vmoy des quatre points de la maille d'AnémoScope (Canale, 2002).

Tableau 10: Rappel des variables nécessaires (Mont-Joli)

Nœuds	X [m]	Y [m]	k	c [m/s]	Vmoy [m/s]
1	2364999.51	-3819999.51	2.20	9.10	8.05
2	2369999.51	-3819999.51	2.24	9.03	8.01
3	2364999.51	-3814999.51	2.26	9.50	8.41
4	2369999.51	-3814999.51	2.21	9.01	7.98

Tour de mesure	
Coordonnées: X=	2365894.9
Y=	-3818773.6

On met ensuite en place nos matrices de travail (Tableau 10), avec en haut à gauche la matrice de travail, en haut à droite les matrices pour les paramètres k, c et Vmoy. En dessous, nous avons les paramètres alpha, beta, gamma, delta, S1 et S2 qui permettent la résolution du système (4.1-4) (Canale, 2002).

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i y_i \\ \sum y_i & \sum x_i y_i & \sum y_i^2 \end{bmatrix}_M \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum k_i \\ \sum k_i x_i \\ \sum k_i y_i \end{bmatrix}_K \quad (4.1-4)$$

Tableau 11: Matrices de travail (Mont-Joli)

Matrices de travail:			K	C	Vmoy
$\begin{bmatrix} 4,00 & 9469998,04 & -15269998,04 \\ 9469998,04 & 22420240719401,00 & -36151712877401,00 \\ -15269998,04 & -36151712877401,00 & 58293235035401,00 \end{bmatrix}$			$\begin{bmatrix} 8,91 \\ 21102117,99 \\ -34026252,24 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 36,64 \\ 86735637,13 \\ -139859078,3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 32,45 \\ 76827184,26 \\ -123881910,7 \end{bmatrix}$
$\left\{ \begin{array}{l} \text{alpha=} \\ \text{beta=} \\ \text{gamma=} \\ \text{delta=} \end{array} \right.$	$\begin{bmatrix} 10,55966428 \\ 0 \\ 0 \\ -6,548789315 \end{bmatrix}$		$\left\{ \begin{array}{l} \text{S1} \\ \text{S2} \end{array} \right.$	$\begin{bmatrix} -1,45449\text{E-}06 \\ -2,24298\text{E-}05 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0,000583626 \\ -0,000246491 \end{bmatrix}$
					$\begin{bmatrix} -0,000508351 \\ -0,000217953 \end{bmatrix}$

A partir de ces éléments, on peut alors déterminer les coefficients a_0 , a_1 et a_2 de l'interpolation linéaire plane. Ces coefficients nous permettent de calculer les paramètres k_{moyen} , C_{moyen} et V_{moyen} (Tableau 12).

Tableau 12: Paramètres de sortie à partir des valeurs issues des matrices de travail (Mont-Joli)

	a0		a1		X		a2		Y		
k moyen	= 15,62947224	+	-1,3774E-07	*	2365894,902	+	3,42503E-06	*	-3818773,605	=	2,22
c moyen	= 283,6972373	+	-5,52694E-05	*	2365894,902	+	3,76392E-05	*	-3818773,605	=	9,20
Vmoy moyen	= 249,1377477	+	-4,81408E-05	*	2365894,902	+	3,32813E-05	*	-3818773,605	=	8,15

2) L'interpolation bilinéaire par polynômes de Lagrange

Dans cette partie, on définit notre problème comme dans la Figure 41. La résolution de notre système se fait donc simplement suivant l'équation (4.1-6).

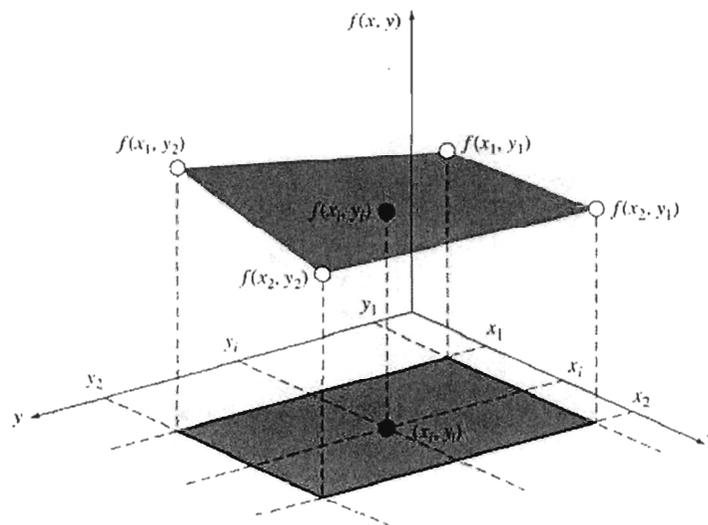


Figure 41: Représentation schématique du problème.

$$f(x_i, y_i) = \frac{x_i - x_2}{x_1 - x_2} \frac{y_i - y_2}{y_1 - y_2} f(x_1, y_1) + \frac{x_i - x_1}{x_2 - x_1} \frac{y_i - y_2}{y_1 - y_2} f(x_2, y_1) + \dots$$

$$\frac{x_i - x_2}{x_1 - x_2} \frac{y_i - y_1}{y_2 - y_1} f(x_1, y_2) + \frac{x_i - x_1}{x_2 - x_1} \frac{y_i - y_1}{y_2 - y_1} f(x_2, y_2)$$
(4.1-5)

On commence donc par rappeler les paramètres dont nous avons besoin (Tableau 13). On fixe en « G54 » un terme alpha qui nous aide simplement à l'écriture de notre solution. Celle-ci est inscrite dans le Tableau 14.

Tableau 13: Rappel des variables nécessaires pour l'interpolation bilinéaire (Mont-Joli)

Coordonnées	
X1	2364999,51
X2	2369999,51
Y1	-3819999,51
Y2	-3814999,51

Tour de Mesure	
Coordonnées X=	2365894,90
Y=	-3818773,61

	k	c [m/s]	Vmoy [m/s]	
f(X1,Y1)	2,20	9,10	8,05	Nœud 1
f(X2,Y1)	2,24	9,03	8,01	Nœud 2
f(X1,Y2)	2,26	9,50	8,41	Nœud 3
f(X2,Y2)	2,21	9,01	7,98	Nœud 4

Tableau 14: Récapitulatif du résultat (Mont-Joli)

Par interpolation bilinéaire par polynomes de Lagrange:	
k moyen=	2,22
c moyen [m/s]=	9,16
Vmoy moyen [m/s]=	8,116

3) La régression par pondération en fonction de la distance

Cette partie est proposée sous forme de schéma (Tableau 15) dont la légende est présente dans le Tableau 16. Dans chaque coin, on a les références de chaque nœud, et au centre les références de la tour de mesure. À partir des coordonnées, on détermine les distances qui séparent les points les uns des autres. On en tire alors une pondération affectée à chaque nœud pour ses valeurs, par rapport à la tour.

Tableau 15: Schéma de la régression par pondération de la distance

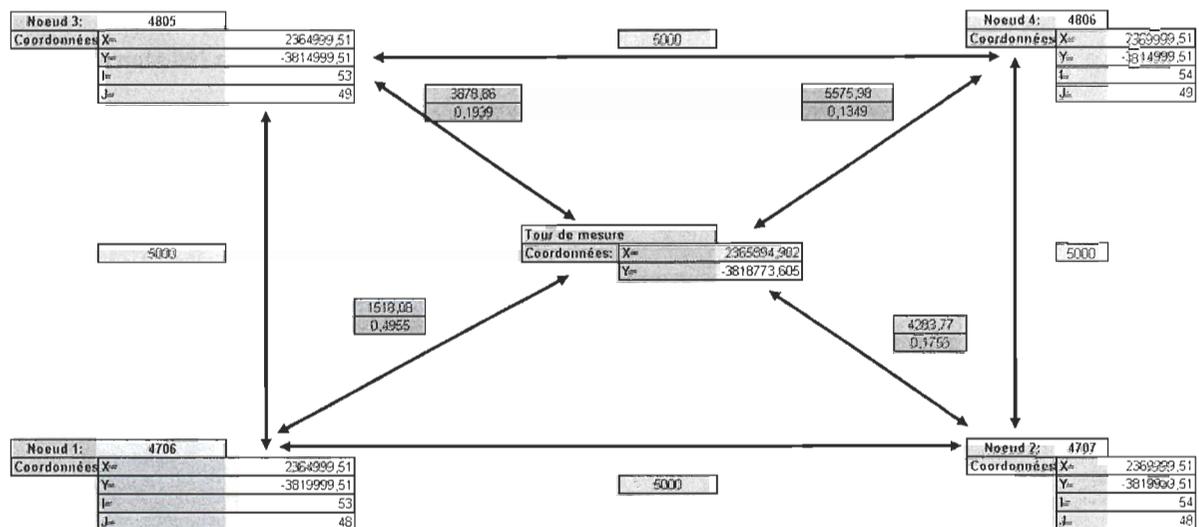


Tableau 16: Légende des couleurs du Tableau 15

LEGENDE:	
	Pondération (p)
	Distance par rapport à la tour (m)
	Distance par rapport aux nœuds (m)

4.2 LES ÉLÉMENTS DE COMPARAISON

Ce paragraphe montre quels sont les éléments de comparaison pour les courbes de Weibull ainsi que pour l'orientation du vent que l'on met en évidence pour pouvoir ensuite comparer les résultats sur chacun des sites étudiés.

4.2.1 Comparaison des vitesses de vent

Dans chaque projet, il est à présent nécessaire de regrouper les informations mises en évidence précédemment. Nous allons débiter par une présentation de tous les résultats importants pour la conclusion. On a d'abord un récapitulatif de nos précédents résultats (Tableau 17).

Tableau 17: Récapitulatif des différentes moyennes réalisées.

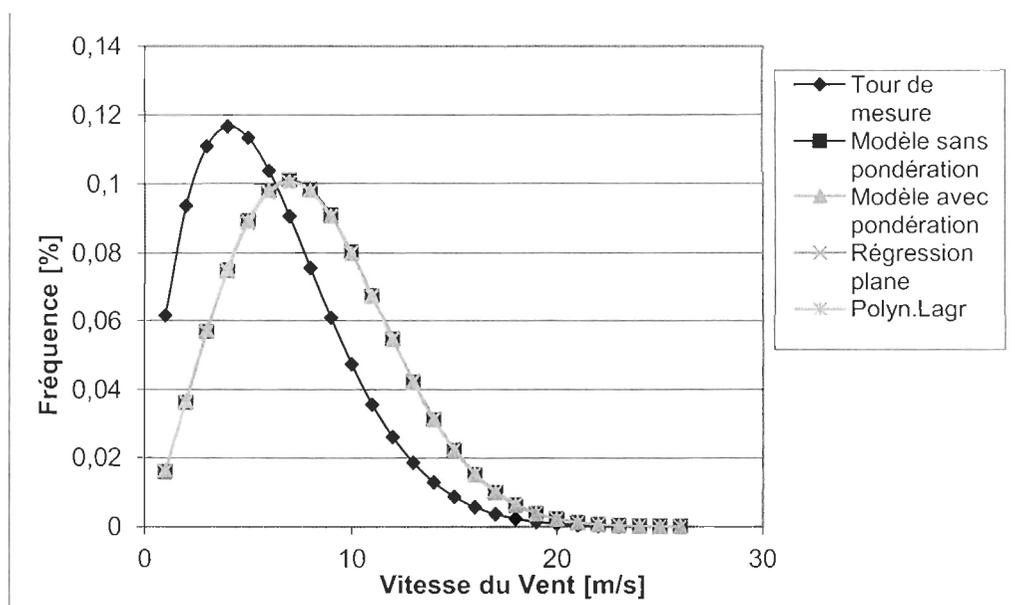
Récapitulatif:	
Nœud 1:	4706
k=	2,20
c [m/s]=	9,10
Vmoy [m/s]=	8,054
p=	0,4955
Nœud 2:	4707
k=	2,24
c [m/s]=	9,03
Vmoy [m/s]=	8,005
p=	0,1756
Nœud 3:	4805
k=	2,26
c [m/s]=	9,50
Vmoy [m/s]=	8,412
p=	0,1939
Nœud 4:	4806
k=	2,21
c [m/s]=	9,01
Vmoy [m/s]=	7,980
p=	0,1349
Sans pondération:	
k moyen=	2,23
c moyen [m/s]=	9,16
Vmoy moyen [m/s]=	8,113
Avec pondération de la distance:	
k moyen=	2,22
c moyen [m/s]=	9,15
Vmoy moyen [m/s]=	8,105
Avec régression linéaire plane:	
k moyen=	2,22
c moyen [m/s]=	9,20
Vmoy moyen [m/s]=	8,15
Interpolation bilinéaire / polyn.Lagr.	
k moyen=	2,22
c moyen [m/s]=	9,16
Vmoy moyen [m/s]=	8,12

A partir de ces données, on en tire le Tableau 18 qui nous présente une comparaison en écarts relatifs des résultats moyennés suivants les différentes méthodes avec les valeurs réelles.

Tableau 18: Écarts relatifs entre les différentes moyennes et les valeurs réelles.

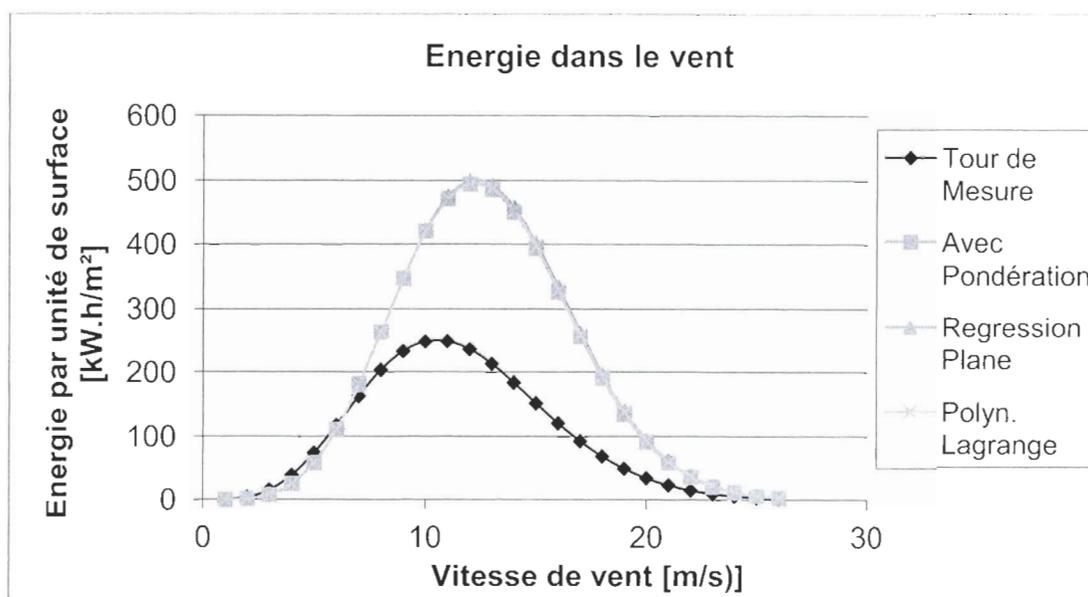
Tour de mesure:	Écarts relatifs: (%)			
	sans pondération	avec pondération	Régression plane	Polyn. Lagr.
k=	1,43	56,11	55,56	55,81
c=	4,18	118,95	118,74	119,52
Vmoy=	3,77	68,98	70,18	68,96

On en tire également un graphique de comparaison, traçant la courbe de Weibull modélisée à partir des données réelles avec les courbes de Weibull modélisées à partir des paramètres k et c moyennés de manières différentes.



Graphique 9: Courbes de Weibull pour les valeurs réelles et les différentes moyennes sous AnémoScope

Ces courbes étant difficilement comparables si ce n'est par l'intermédiaire de leurs paramètres, on préfère tracer les courbes correspondantes d'énergie disponible dans le vent.



Graphique 10: Courbes d'énergie disponible dans le vent suivant les différents paramètres réels ou modélisés

Plusieurs outils de comparaison de ces courbes sont alors utilisés : Moyennes, Écart-types, Quartiles, et Aires sous les courbes. Ces résultats sont assemblés dans le Tableau 19.

Tableau 19: Comparaison des paramètres des courbes d'énergie par unité de surface dans le vent (Mont-Joli)

	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m ⁻²]	98,59	186,49	189,12	187,92
écart	-	89,15%	91,82%	90,20%
Écart-Type [kW.h.m ⁻²]	90,85	180,25	182,33	180,65
écart	-	98,41%	100,70%	98,85%
Quartile 25% [kW.h.m ⁻²]	15,37	22,05	22,79	22,68
écart	-	43,44%	48,25%	47,40%
Médiane [kW.h.m ⁻²]	71,74	123,24	125,31	124,51
écart	-	71,78%	74,67%	73,55%
Quartile 75% [kW.h.m ⁻²]	178,84	341,95	344,41	342,45
écart	-	91,21%	92,58%	91,48%
Surface [kW.h.m ⁻²]	2562,15	4847,15	4915,36	4873,78
écart	-	89,18%	91,84%	90,22%
écart moyen	90,42%			

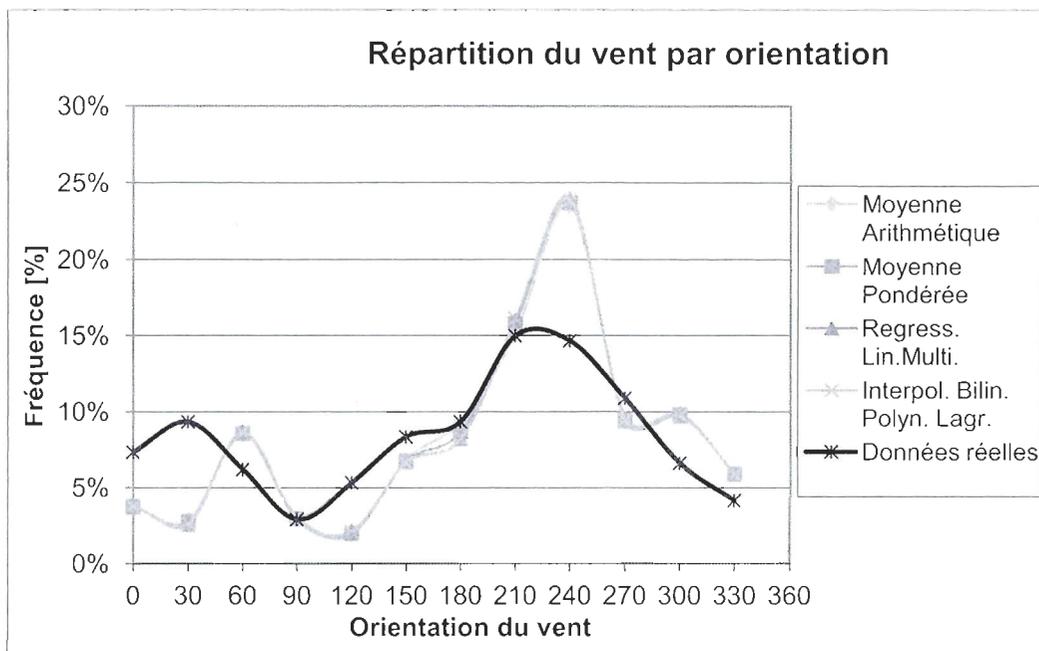
La surface, c'est-à-dire l'aire sous la courbe représente bien sûr l'énergie totale par unité de surface pour toutes les vitesses de vent.

4.2.2 Comparaison de l'orientation du vent

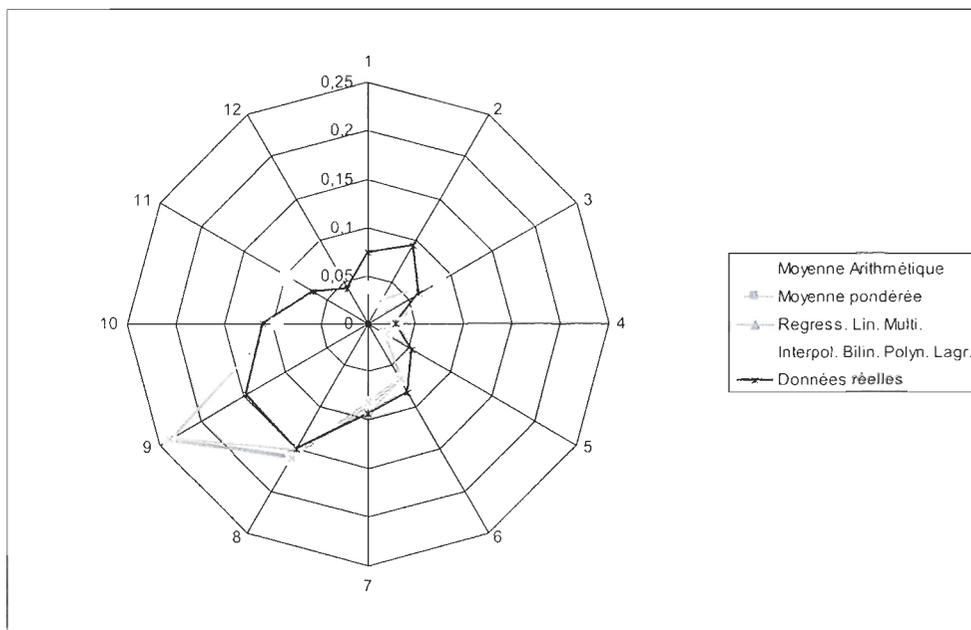
Comme au chapitre précédent, il convient de rassembler les éléments de comparaison. On a tout d'abord un récapitulatif de toutes nos données (Tableau 20). On en tire deux représentations graphiques, la première sous forme de courbes et la seconde présentant les radars de ces mêmes courbes.

Tableau 20: Données récapitulatives du travail d'homogénéisation sur les fréquences d'orientation

Secteur d'orientation	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	Données Réelles
0	3,70%	3,72%	3,82%	3,74%	7,32%
30	2,89%	2,75%	2,59%	2,64%	9,33%
60	8,45%	8,55%	8,64%	8,63%	6,17%
90	2,84%	2,95%	2,98%	3,03%	2,93%
120	1,91%	2,00%	2,14%	2,09%	5,32%
150	6,82%	6,73%	6,68%	6,62%	8,32%
180	9,33%	8,67%	8,20%	8,24%	9,34%
210	15,16%	15,77%	16,00%	16,12%	14,98%
240	23,46%	23,67%	23,96%	23,84%	14,66%
270	9,62%	9,49%	9,37%	9,41%	10,89%
300	9,91%	9,79%	9,72%	9,72%	6,59%
330	5,89%	5,89%	5,89%	5,89%	4,16%
360	99,98%	99,98%	99,98%	99,98%	-



Graphique 11: Graphique des données récapitulatives du Tableau 20



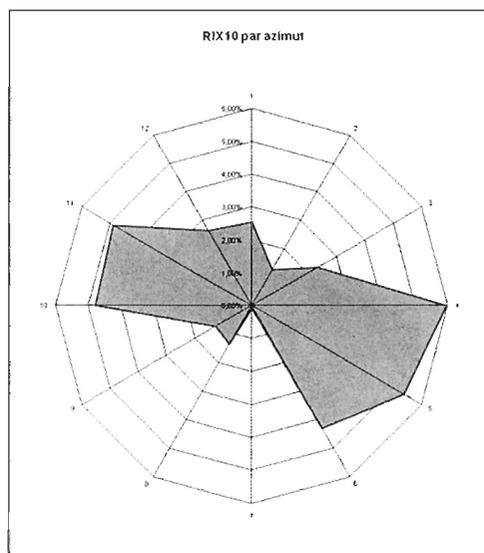
Graphique 12: Graphique radar superposant les données réelles avec les différentes moyennes

Dans le Tableau 21, on calcule les écarts relatifs existant entre les données réelles et les données issues d'AnémoScope et moyennées de différentes manières. On en tire alors une somme des écarts et une moyenne des écarts.

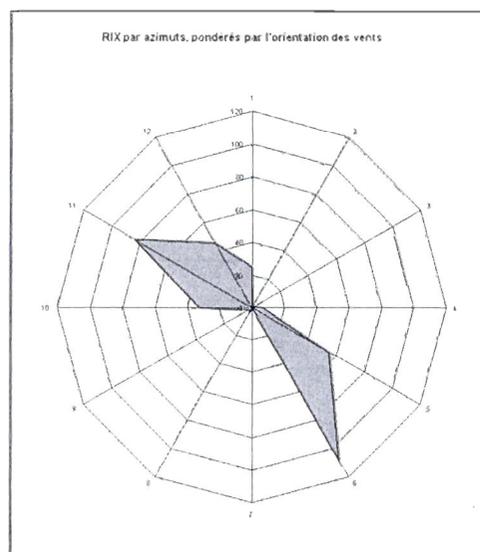
Tableau 21: Calcul des écarts relatifs suivant chaque azimut par rapport aux données réelles

Tour de mesure:	Ecart relatifs: (%)				
	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	
7.32%	49.44%	49.21%	47.79%	48.88%	
9.33%	69.00%	70.53%	72.27%	71.68%	
6.17%	36.97%	38.55%	39.98%	39.81%	
2.93%	3.07%	0.95%	1.72%	3.63%	
5.32%	64.11%	62.48%	59.77%	60.81%	
8.32%	18.07%	19.18%	19.77%	20.51%	
9.34%	0.04%	7.17%	12.14%	11.69%	
14.98%	1.15%	5.24%	6.76%	7.58%	
14.66%	60.07%	61.52%	63.48%	62.69%	
10.89%	11.68%	12.82%	13.98%	13.55%	
6.59%	50.39%	48.58%	47.49%	47.49%	
4.16%	41.58%	41.58%	41.58%	41.58%	
					Moyenne
Somme des écarts:	405,57%	417,81%	426,74%	429,91%	420,00%
Moyenne des écarts:	33,80%	34,82%	35,56%	35,83%	35,00%

Les données d'orientation de vent sont également utilisées pour tracer le radar correspondant aux RIX pondérés par cette orientation. On en tire les radars suivants:



Graphique 13: RIX10 par azimut



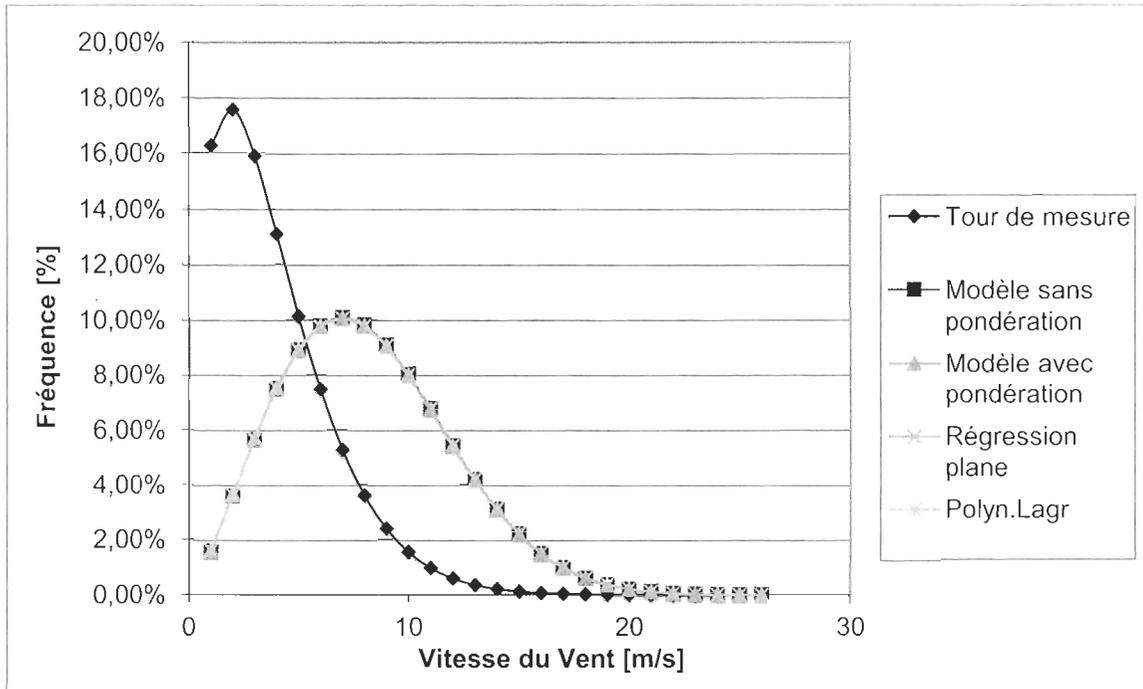
Graphique 14: RIX par azimuts, pondérés par l'orientation des vents

4.3 ÉTUDES DES RÉSULTATS

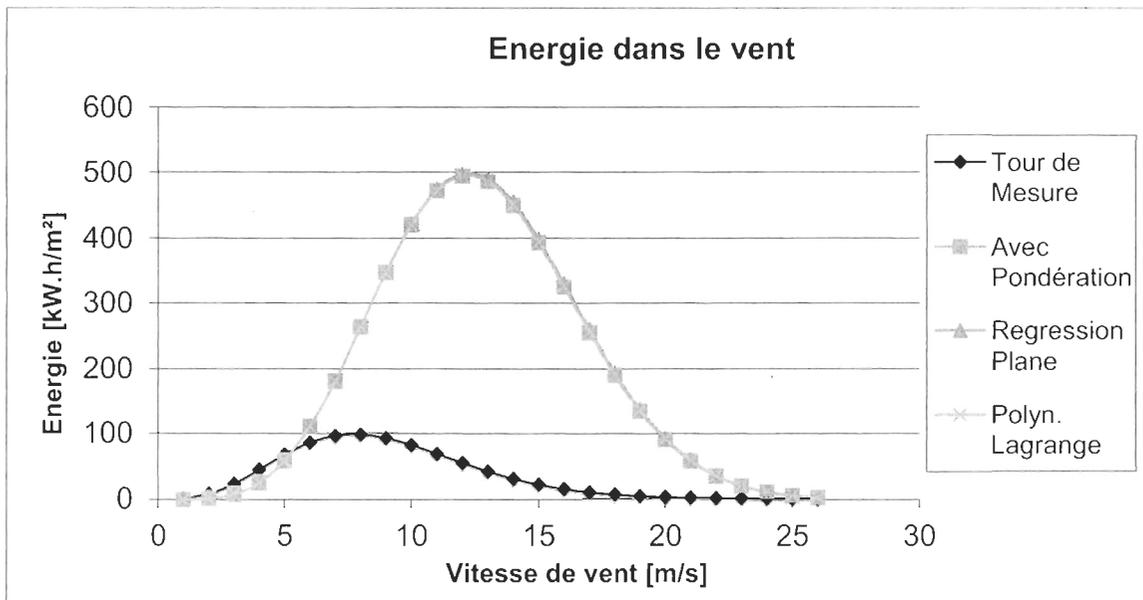
4.3.1 Résultats sur les sites spécifiques

Les tableaux et graphiques qui suivent présentent de manière exhaustive les résultats obtenus à chaque site. Y sont répertoriés les courbes de Weibull, les courbes d'énergie dans le vent, les radars d'orientation de vent ainsi que ceux des RIX et des RIX pondérés par l'orientation des vents.

1) Amqui



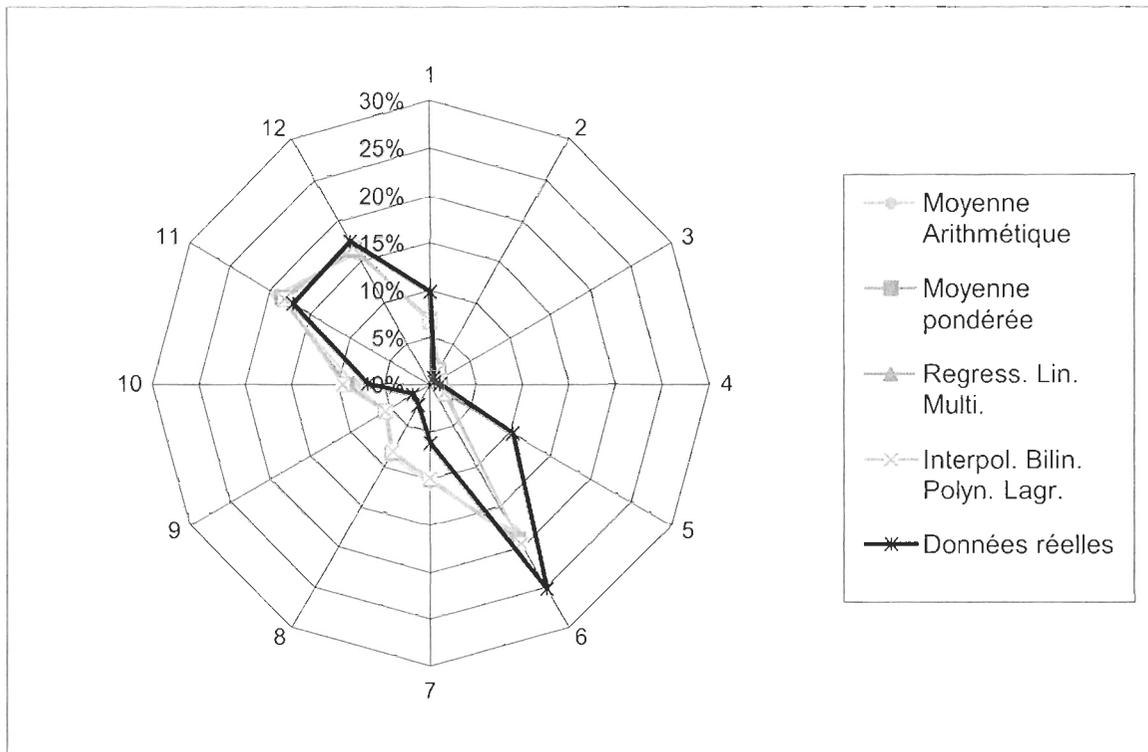
Graphique 15: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site d'Amqui



Graphique 16: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site d'Amqui

Tableau 22: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site d'Amqui

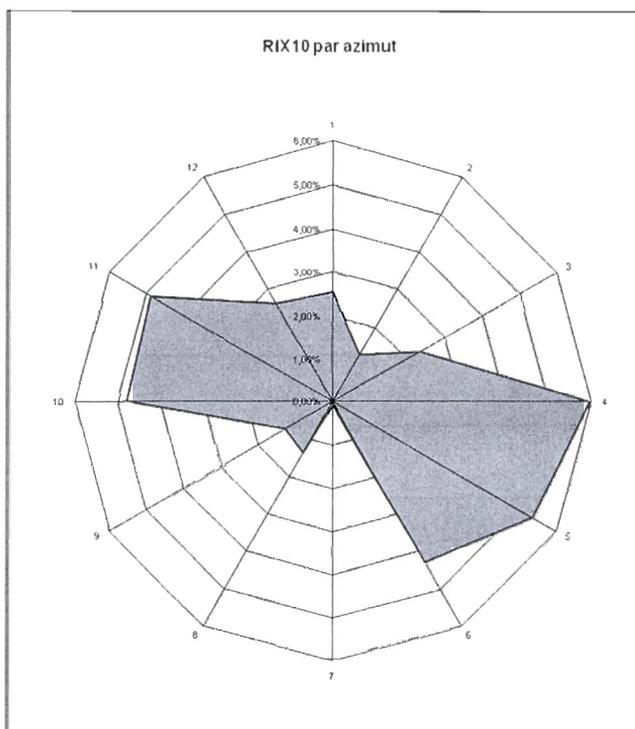
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	32,57	186.34	188.10	186.78
écart	-	472,10%	477,51%	473,45%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	35,21	180.27	181.68	180.29
écart	-	411,95%	415,98%	412,02%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	1.74	21.91	22.38	22.28
écart	-	1157,41%	1184,66%	1178,62%
Médiane [kW.h.m⁻²]	18,08	122.98	124.34	123.68
écart	-	580,21%	587,73%	584,08%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	63,45	341.97	343.64	342.01
écart	-	438,98%	441,62%	439,04%
Surface [kW.h.m⁻²]	846.38563	4843.318933	4889.02606	4854.635203
écart	-	472,24%	477,64%	473,57%
écart moyen	474,48%			



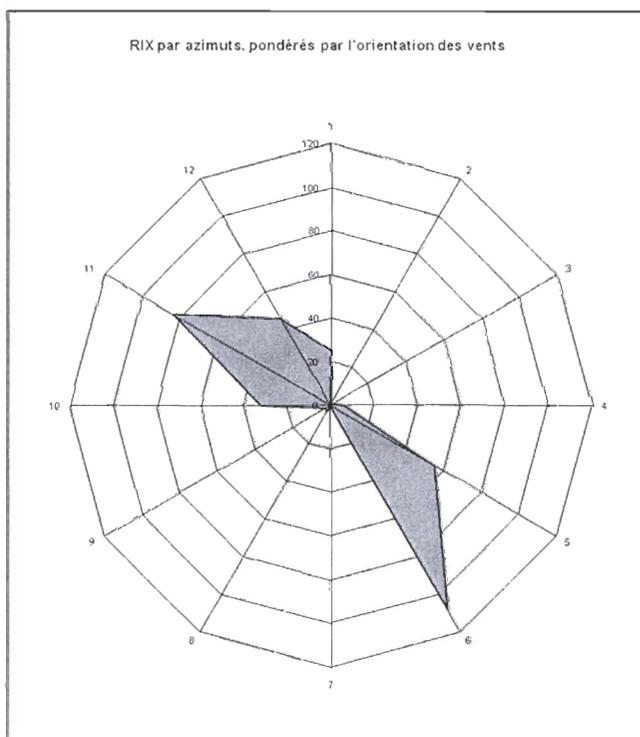
Graphique 17: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site d'Amqui

Tableau 23: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site d'Amqui

Tour de mesure:		Écarts relatifs: (%)				
		Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	
	9.81%	26.94%	28.75%	31.41%	30.27%	
	0.82%	163.28%	126.63%	110.06%	104.69%	
	0.54%	122.95%	120.98%	120.65%	119.92%	
	1.07%	18.86%	7.66%	2.73%	0.33%	
	10.31%	78.39%	81.01%	82.37%	82.64%	
	25.21%	28.34%	24.68%	22.70%	22.42%	
	6.20%	67.57%	61.51%	62.15%	58.71%	
	2.57%	236.45%	222.98%	211.75%	213.67%	
	2.12%	164.27%	163.78%	159.11%	162.43%	
	6.78%	20.50%	32.48%	37.53%	39.58%	
	17.15%	11.50%	8.08%	6.10%	5.95%	
	17.42%	8.40%	5.74%	2.91%	3.77%	
Somme des écarts:		947.44%	884.29%	849.48%	844.38%	881,39%
Moyenne des écarts:		78.95%	73.69%	70.79%	70,36%	73,45%

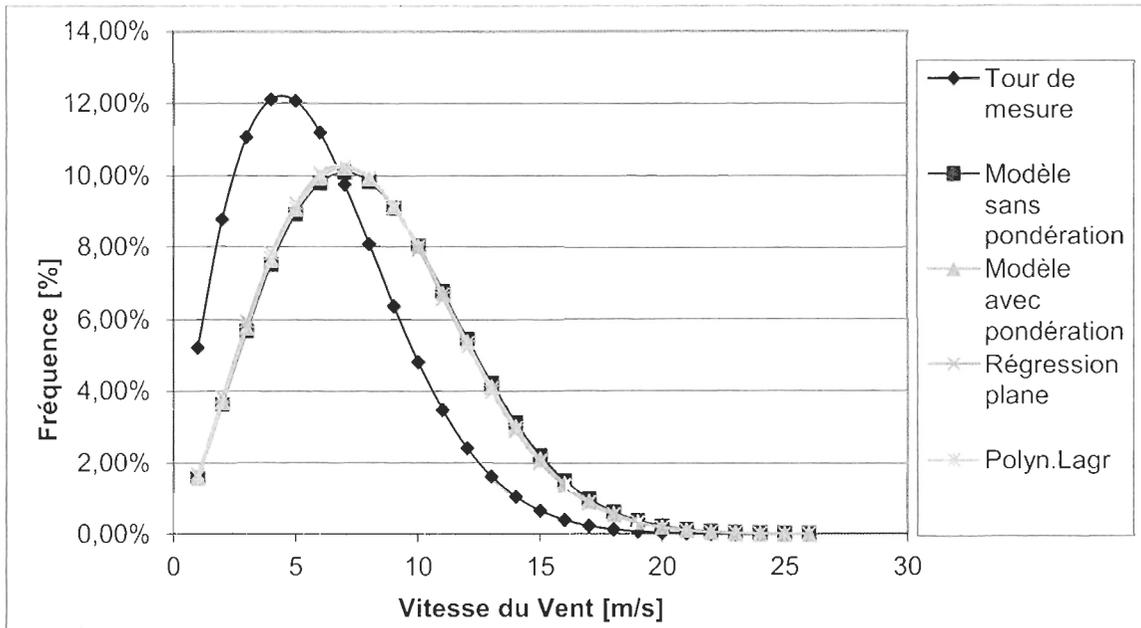


Graphique 18: Radar des RIX sur le site d'Amqui

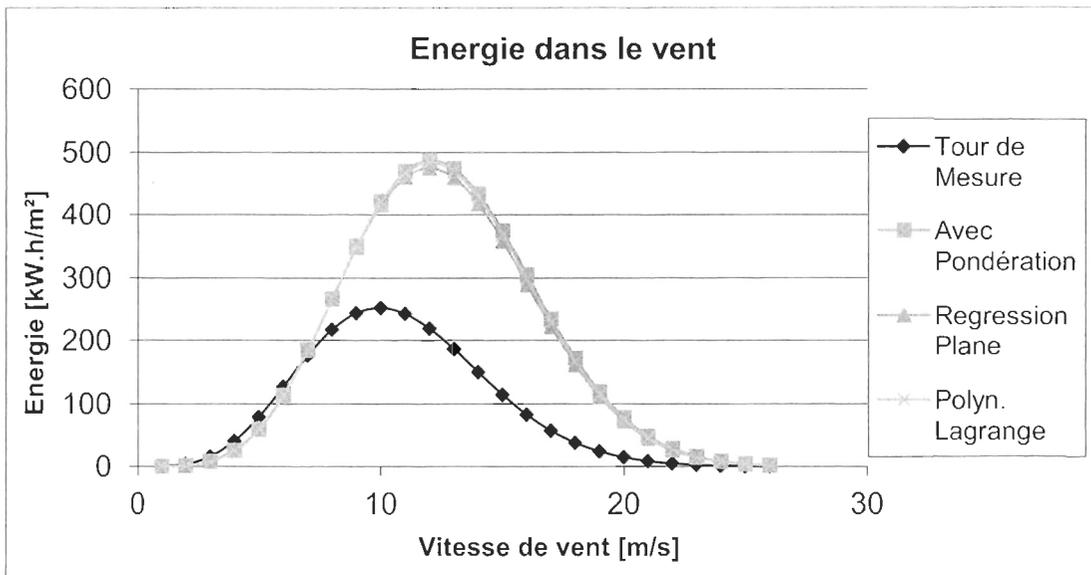


Graphique 19: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site d'Amqui

Baie Comeau 01



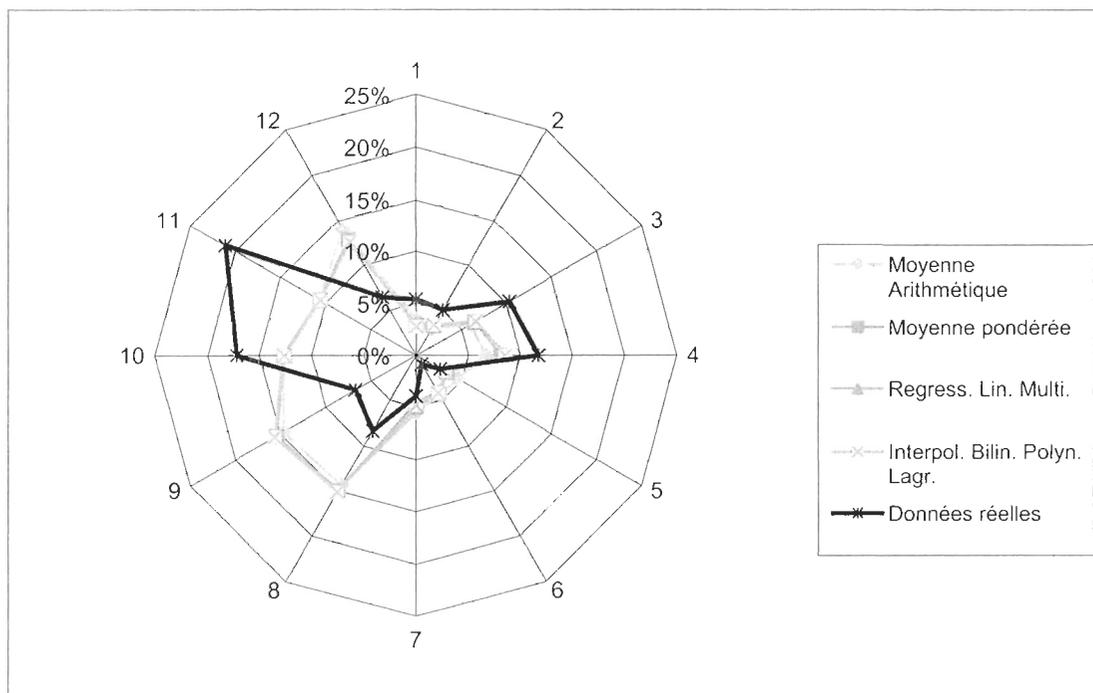
Graphique 20: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Baie Comeau 01



Graphique 21: Courbe d'énergie dans le vent correspondant aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Baie Comeau 01

Tableau 24: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Baie Comeau 01

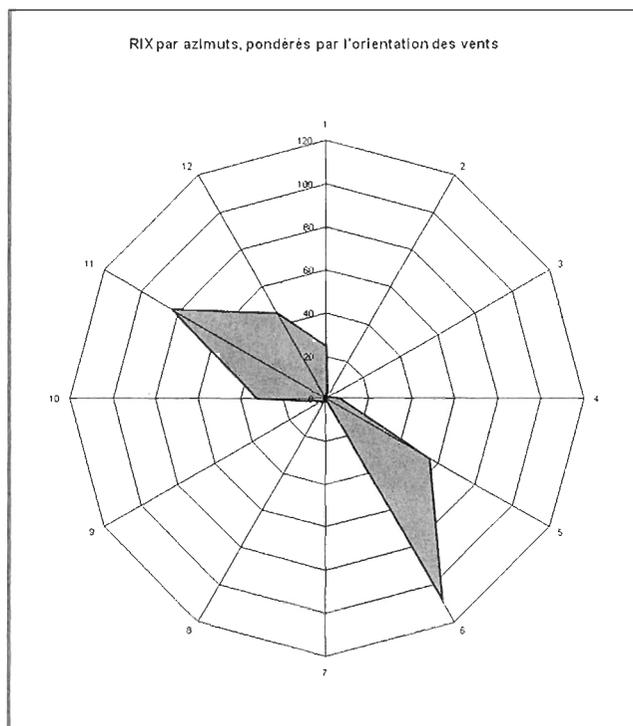
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	88,65	180,39	175,20	178,46
écart	-	103,49%	97,64%	101,31%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	91,92	177,82	173,17	176,63
écart	-	93,45%	88,39%	92,15%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	5,83	18,74	17,89	18,06
écart	-	221,42%	206,84%	209,77%
Médiane [kW.h.m⁻²]	49,13	115,92	112,72	114,13
écart	-	135,96%	129,44%	132,30%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	169,32	338,95	333,28	337,49
écart	-	100,18%	96,84%	99,32%
Surface [kW.h.m⁻²]	2304,532155	4689,019002	4554,20226	4638,889338
écart	-	103,47%	97,62%	101,29%
écart moyen	100,79%			



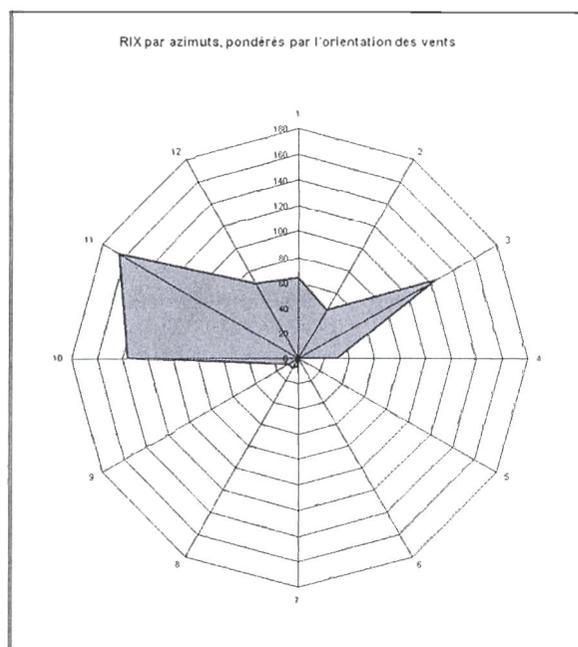
Graphique 22: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Baie Comeau 01

Tableau 25: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Baie Comeau 01

Tour de mesure:	Ecart relatifs: (%)				Moyenne
	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Polyn. Lagr.	
	5,39%	34,99%	45,75%	43,80%	48,09%
	5,07%	40,84%	34,71%	33,59%	32,89%
	10,36%	41,84%	37,35%	38,10%	36,48%
	11,74%	43,48%	30,75%	25,55%	27,32%
	2,64%	72,58%	28,50%	25,59%	17,81%
	0,99%	352,62%	334,32%	319,52%	328,20%
	3,95%	39,27%	26,00%	14,78%	21,92%
	8,36%	71,82%	79,30%	78,17%	81,10%
	6,73%	117,43%	129,02%	131,14%	132,15%
	17,20%	26,55%	26,69%	25,98%	26,69%
	21,12%	49,39%	49,75%	49,32%	49,88%
	6,47%	116,27%	98,88%	94,42%	94,44%
Somme des écarts:	1007,10%	921,02%	879,97%	896,97%	926,26%
Moyenne des écarts:	83,92%	76,75%	73,33%	74,75%	77,19%

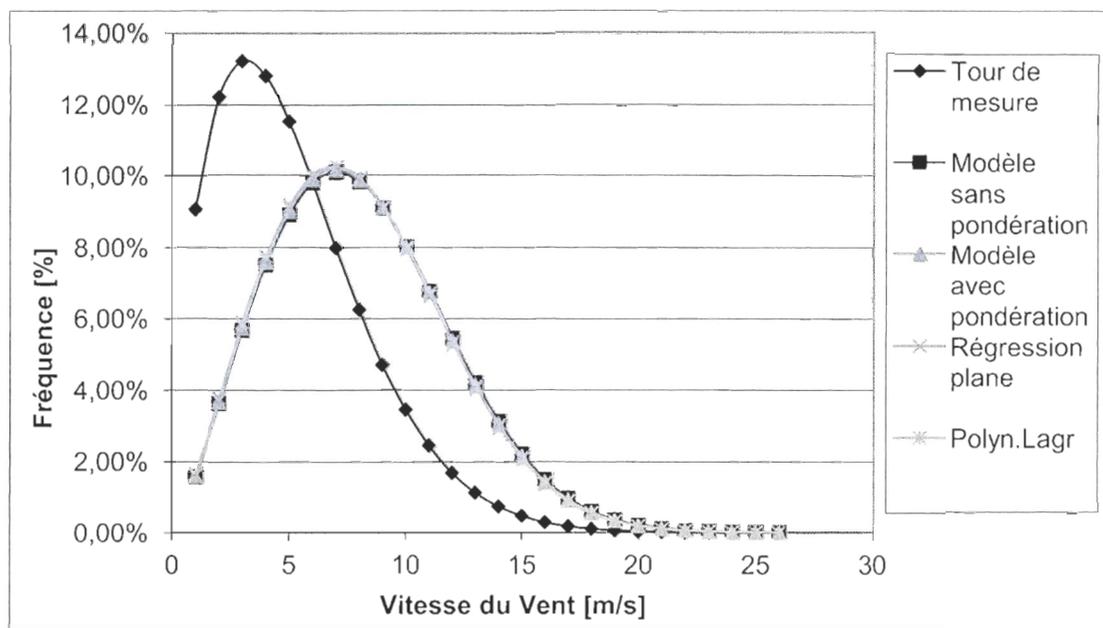


Graphique 23: Radar des RIX sur le site de Baie Comeau 01

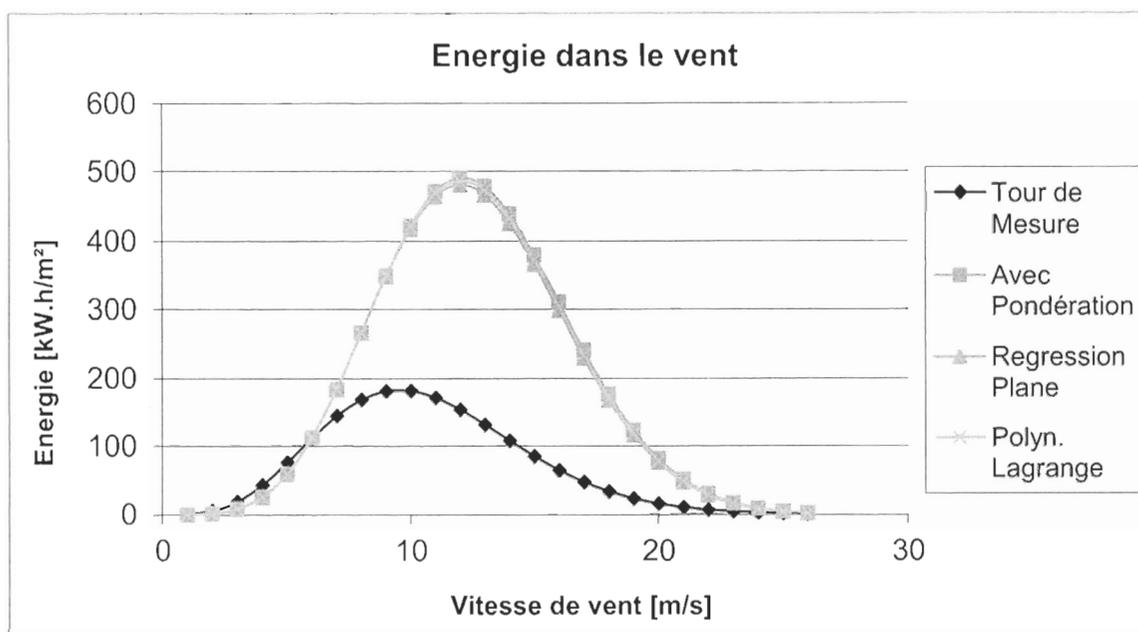


Graphique 24: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Baie Comeau 01

Baie Comeau 02



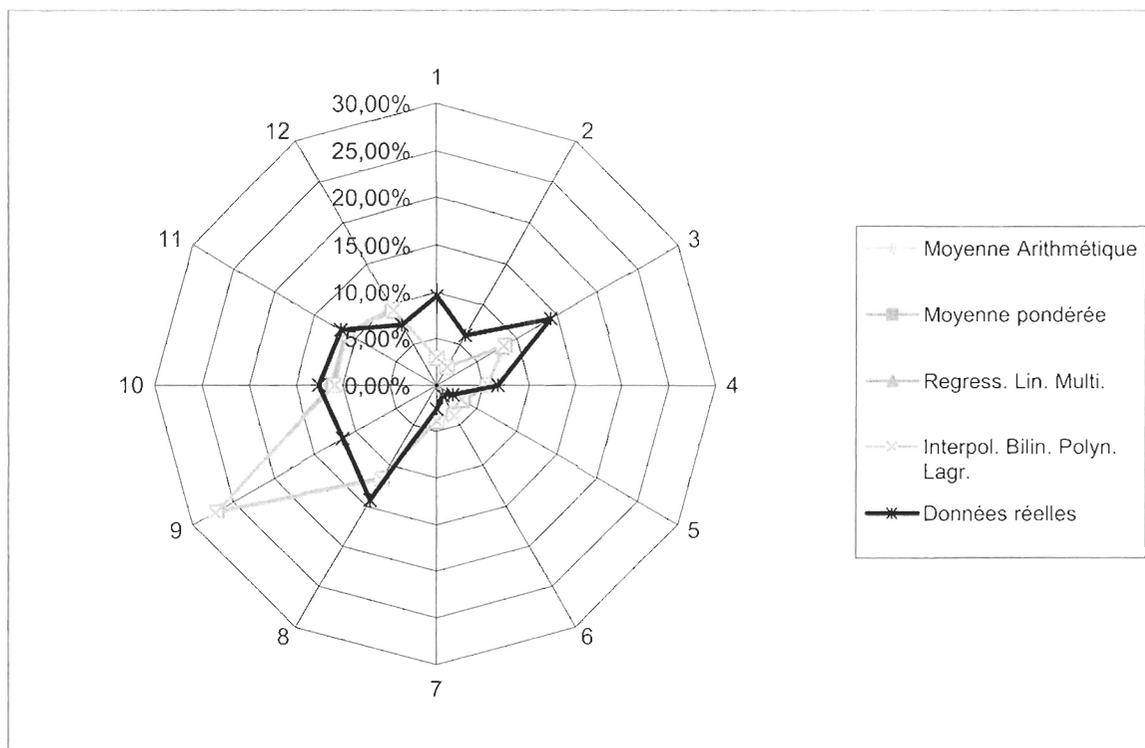
Graphique 25: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Baie Comeau 02



Graphique 26: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Baie Comeau 02

Tableau 26: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Baie Comeau 02

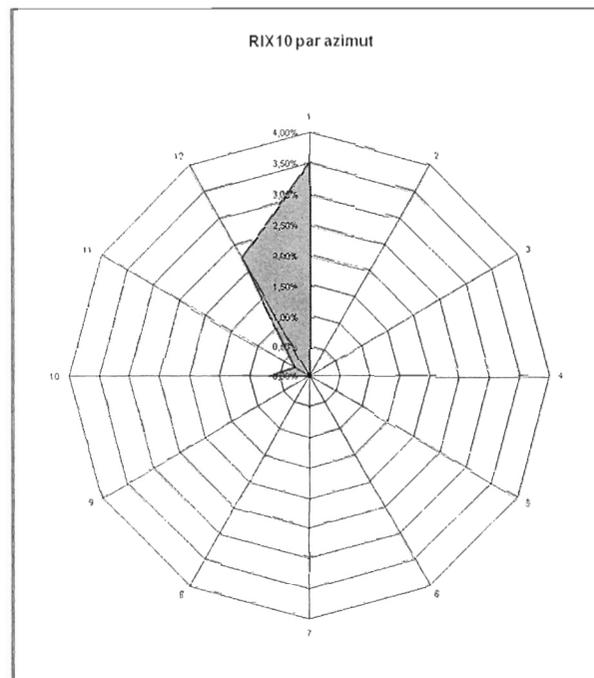
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	68,67	182,21	177,85	179,87
écart	-	165,36%	159,01%	161,94%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	66,17	178,64	174,95	177,08
écart	-	169,98%	164,40%	167,63%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	7,39	19,62	18,71	18,83
écart	-	165,55%	153,33%	154,90%
Médiane [kW.h.m⁻²]	45,11	117,99	115,00	115,89
écart	-	161,57%	154,94%	156,92%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	126,16	339,95	335,49	338,06
écart	-	169,45%	165,92%	167,96%
Surface [kW.h.m⁻²]	1784,663327	4736,231813	4623,01312	4675,343967
écart	-	165,39%	159,04%	161,97%
écart moyen	162,13%			



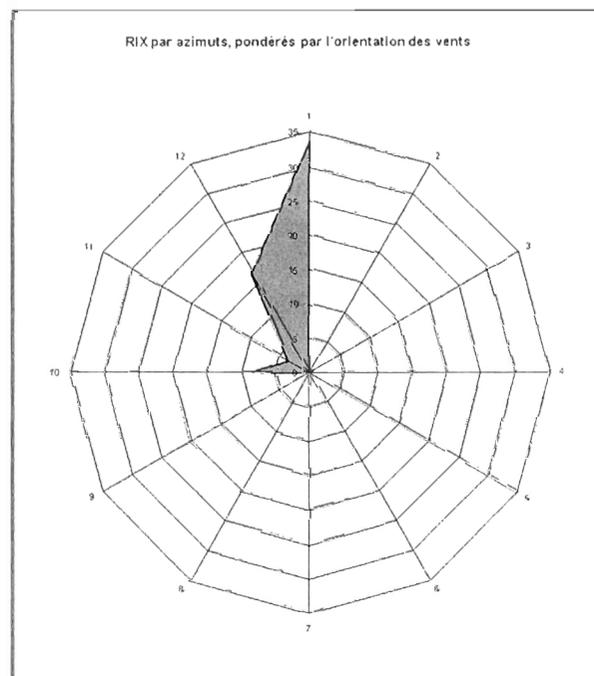
Graphique 27: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Baie Comeau 02

Tableau 27: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Baie Comeau 02

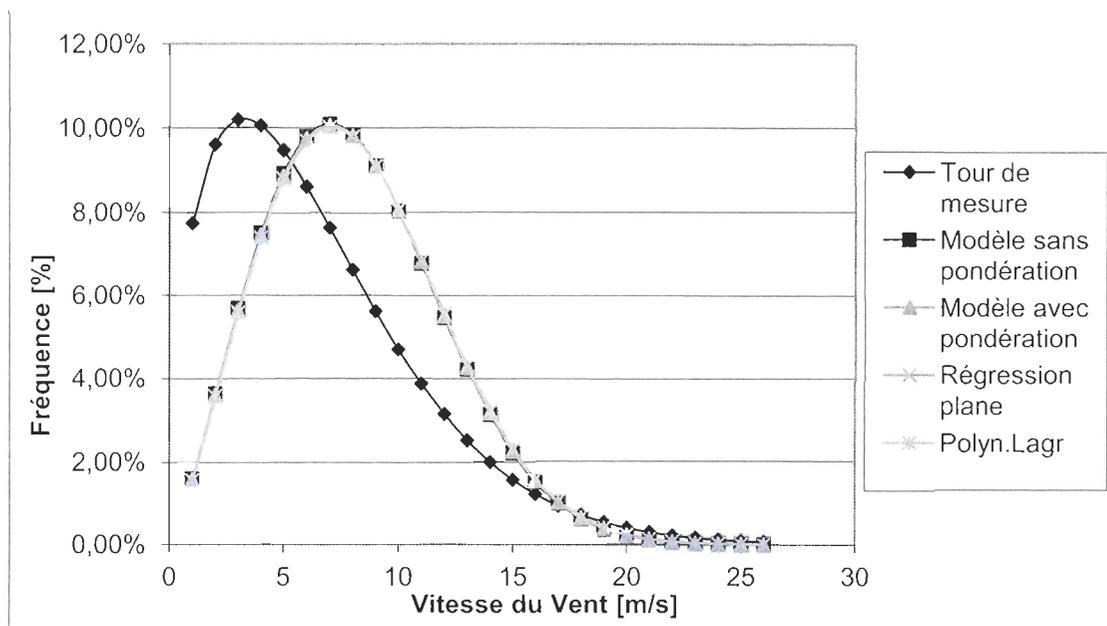
Tour de mesure:	Écarts relatifs: (%)				Moyenne
	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin. Polyn. Lagr.	
	9,59%	70,74%	69,99%	69,86%	69,62%
	6,14%	64,45%	64,03%	63,58%	63,79%
	14,21%	38,49%	40,25%	42,92%	41,36%
	6,60%	18,43%	17,25%	16,03%	16,64%
	2,02%	73,82%	58,73%	64,85%	53,21%
	1,26%	167,05%	193,54%	198,68%	205,29%
	2,58%	45,05%	48,42%	54,36%	50,61%
	14,23%	19,47%	18,08%	19,10%	17,46%
	11,58%	129,75%	133,59%	134,25%	135,24%
	12,53%	9,41%	12,22%	11,64%	13,52%
	11,82%	5,84%	6,43%	4,51%	6,06%
	7,45%	30,35%	26,85%	22,66%	24,37%
Somme des écarts:	672,83%	689,38%	702,44%	697,19%	690,46%
Moyenne des écarts:	56,07%	57,45%	58,54%	58,10%	57,54%



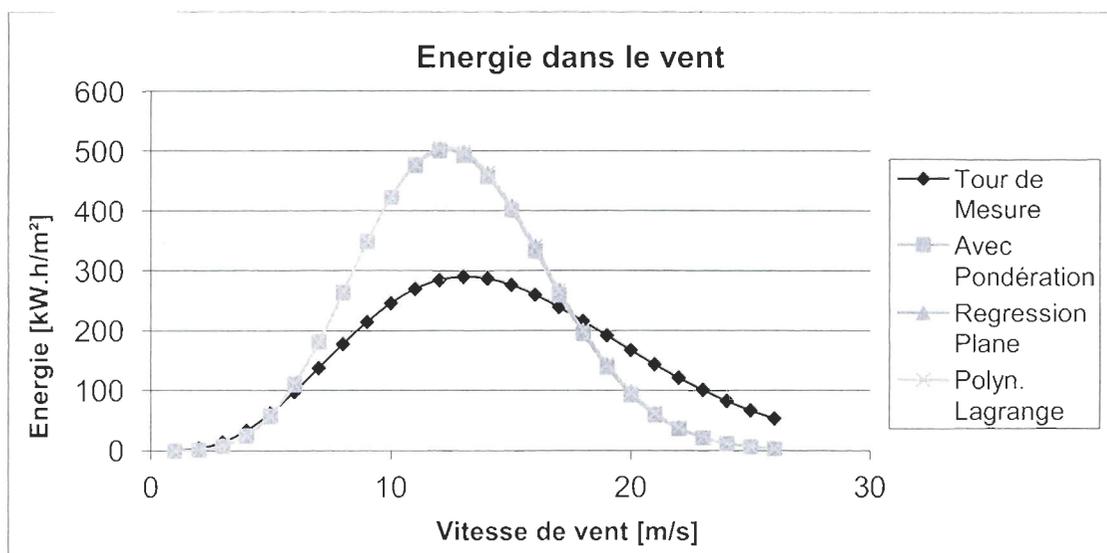
Graphique 28: Radar des RIX sur le site de Baie Comeau 02



**Graphique 29: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Baie Comeau 02
Cap-Chat**



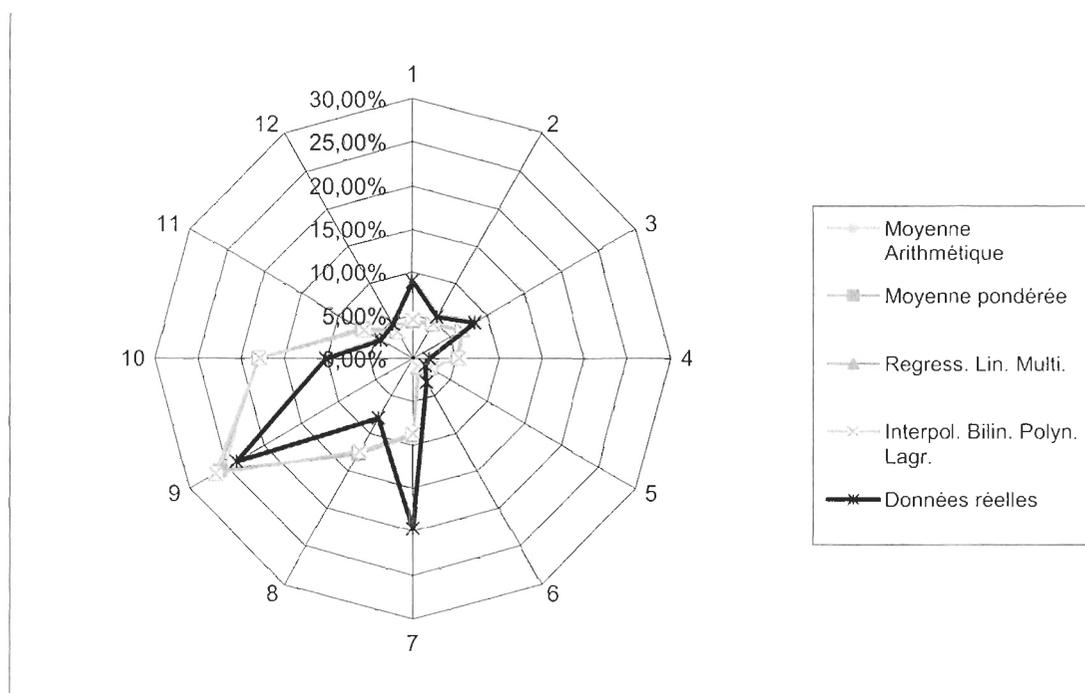
Graphique 30: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Cap-Chat



Graphique 31: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Cap-Chat

Tableau 28: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Cap-Chat

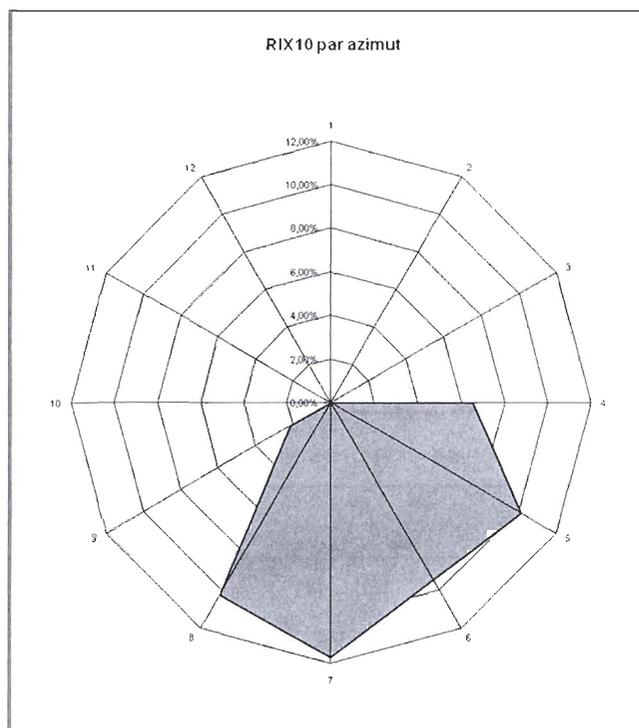
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	155,77	188,63	190,95	191,09
écart	-	21,10%	22,59%	22,67%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	97,55	182,45	183,89	184,03
écart	-	87,02%	88,50%	88,65%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	71,50	22,27	23,24	23,25
écart	-	68,86%	67,50%	67,48%
Médiane [kW.h.m⁻²]	155,60	124,38	126,66	126,73
écart	-	20,07%	18,60%	18,55%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	245,14	344,53	346,23	346,40
écart	-	40,54%	41,24%	41,31%
Surface [kW.h.m⁻²]	4022,670826	4902,848304	4962,9671	4966,486669
écart	-	21,88%	23,37%	23,46%
écart moyen	22,91%			



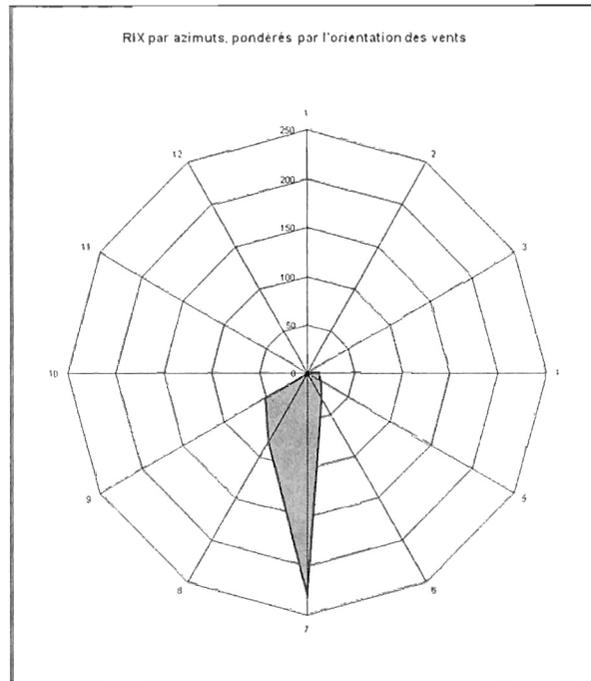
Graphique 32: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Cap-Chat

Tableau 29: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Cap-Chat

Tour de mesure:	Écarts relatifs: (%)				Moyenne
	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	
8.92%	54.09%	51.99%	49.77%	49.66%	
5.58%	20.07%	18.76%	17.16%	17.19%	
8.32%	22.12%	21.02%	19.81%	19.81%	
1.89%	171.93%	178.30%	185.27%	185.22%	
1.66%	44.37%	40.06%	35.93%	35.33%	
3.21%	54.79%	60.19%	65.95%	66.16%	
19.70%	54.73%	55.38%	56.10%	56.02%	
7.98%	60.87%	57.98%	54.05%	54.39%	
23.73%	6.96%	9.53%	12.37%	12.26%	
10.12%	78.50%	77.12%	76.31%	76.04%	
4.29%	62.53%	57.44%	51.61%	51.82%	
4.61%	17.69%	20.25%	23.61%	23.36%	
Somme des écarts:	648.64%	648.02%	647.95%	647.26%	647,97%
Moyenne des écarts:	54.05%	54.00%	54.00%	53.94%	54,00%

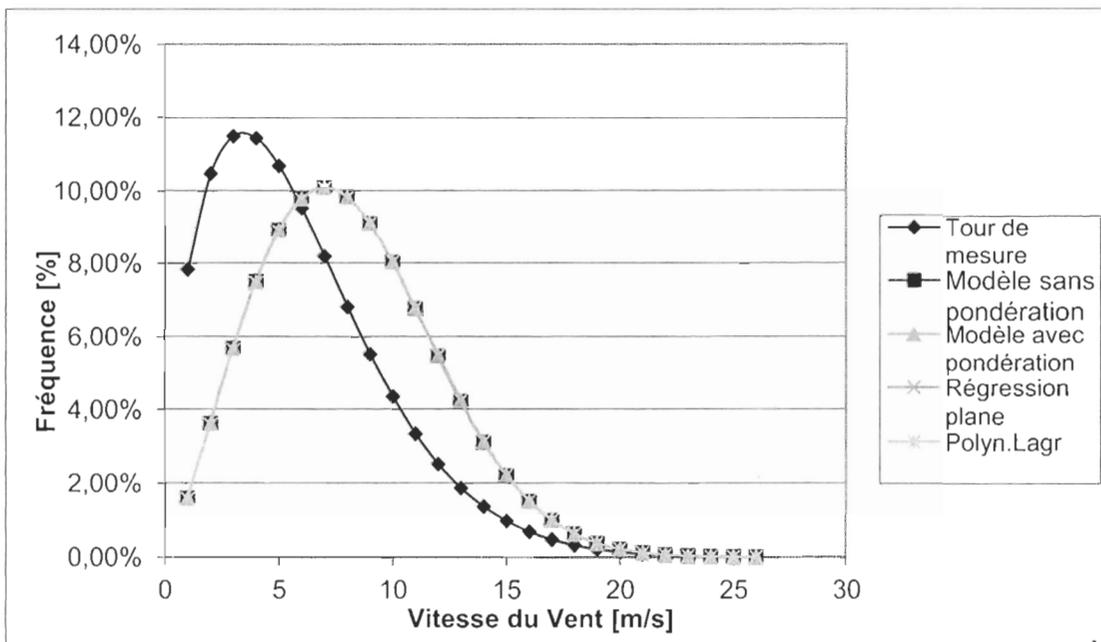


Graphique 33: Radar des RIX sur le site de Cap-Chat

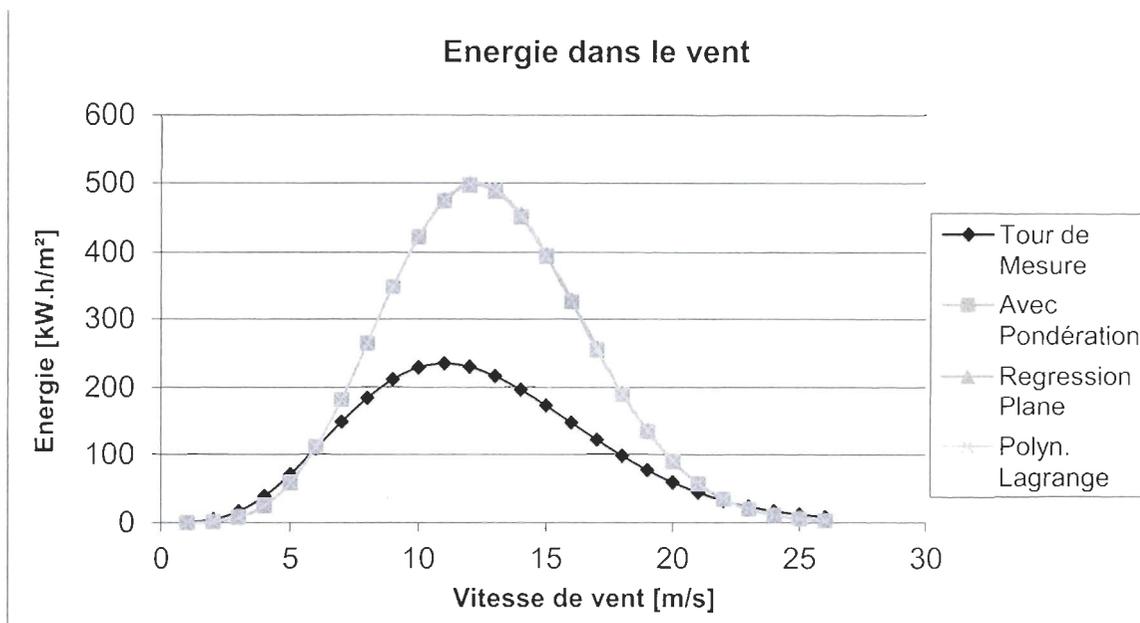


Graphique 34: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Cap-Chat

Cap d'Espoir



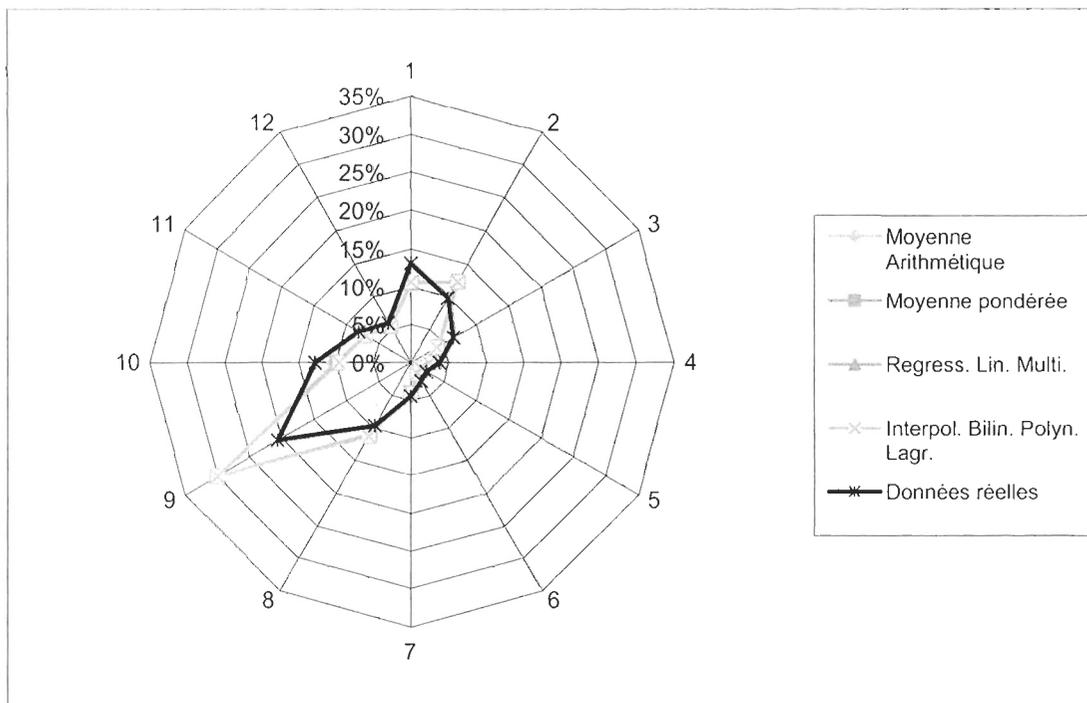
Graphique 35: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Cap d'Espoir



Graphique 36: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Cap d'Espoir

Tableau 30: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Cap d'Espoir

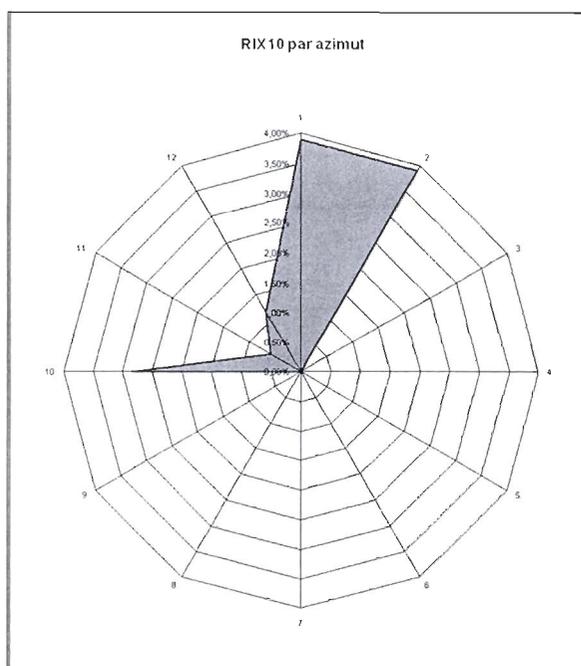
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	103,68	186,61	187,72	187,40
écart	-	79,99%	81,06%	80,74%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	83,26	181,15	182,14	181,80
écart	-	117,57%	118,77%	118,35%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	25,80	21,47	21,69	21,67
écart	-	16,77%	15,91%	16,01%
Médiane [kW.h.m⁻²]	87,09	122,44	123,19	123,03
écart	-	40,60%	41,46%	41,27%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	180,61	342,99	344,15	343,75
écart	-	89,91%	90,55%	90,33%
Surface [kW.h.m⁻²]	2691,523784	4850,335027	4879,24051	4870,731182
écart	-	80,21%	81,28%	80,97%
écart moyen	80,82%			



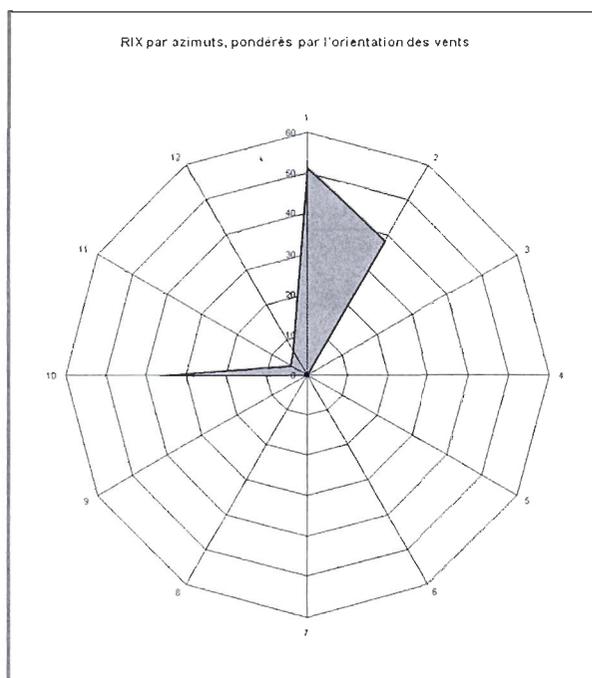
Graphique 37: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Cap d'Espoir

Tableau 31: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Cap d'Espoir

Tour de mesure:	Écarts relatifs: (%)				
	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	
	13,14%	20,80%	19,91%	18,48%	18,67%
	9,84%	25,87%	25,90%	25,23%	25,57%
	6,55%	35,39%	37,71%	39,92%	39,97%
	3,83%	36,73%	37,05%	37,89%	37,78%
	2,35%	39,95%	39,67%	38,52%	38,97%
	2,78%	42,86%	41,38%	40,51%	40,38%
	4,39%	11,66%	10,20%	8,35%	8,68%
	9,63%	12,16%	14,85%	17,50%	17,41%
	20,60%	46,37%	46,12%	44,86%	45,70%
	12,83%	19,95%	22,65%	23,77%	24,96%
	8,07%	12,01%	12,37%	12,95%	12,73%
	5,99%	11,11%	9,43%	7,49%	7,76%
Somme des écarts:	314,83%	317,23%	315,47%	318,57%	316,52%
Moyenne des écarts:	26,24%	26,44%	26,29%	26,55%	26,38%

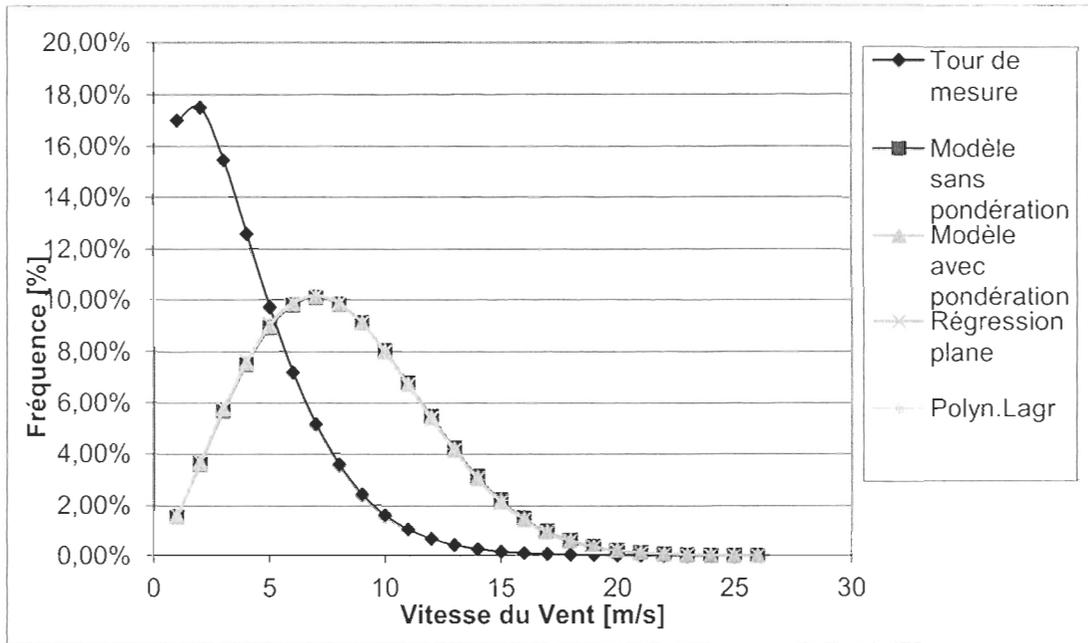


Graphique 38: Radar des RIX sur le site de Cap d'Espoir

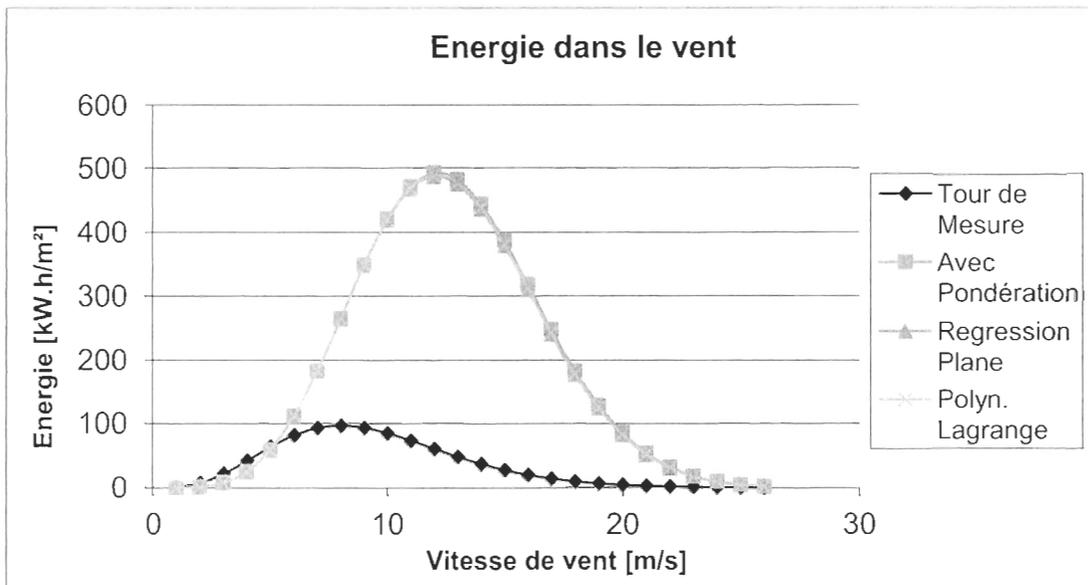


Graphique 39: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Cap d'Espoir

Gaspé



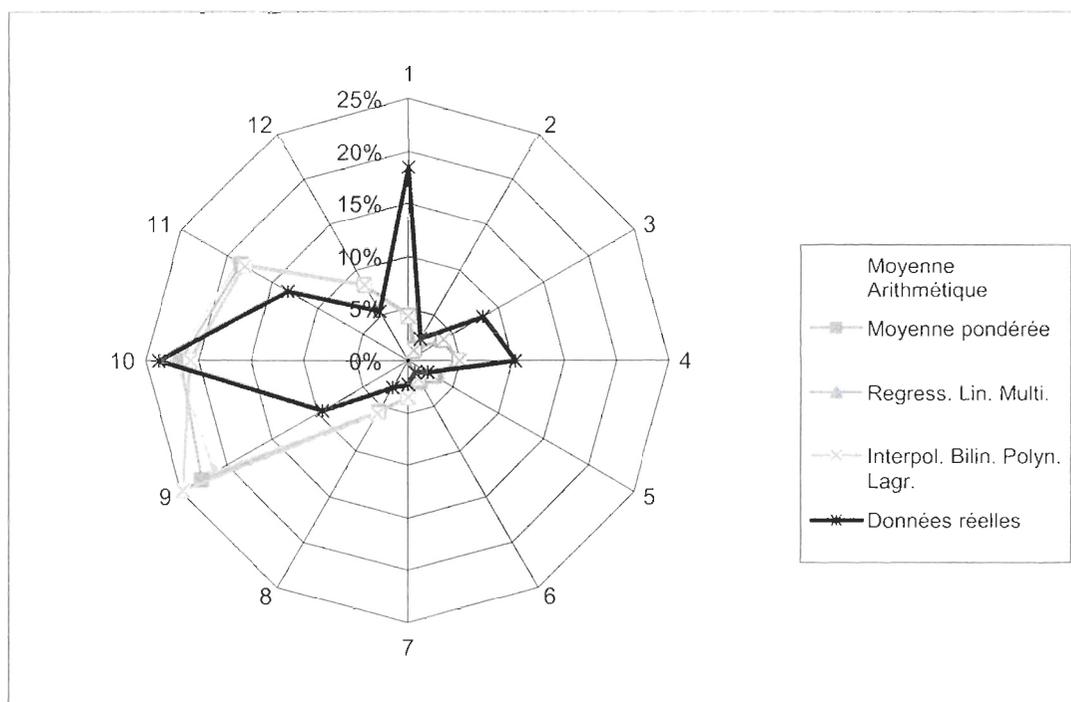
Graphique 40: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Gaspé



Graphique 41: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Gaspé

Tableau 32: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Gaspé

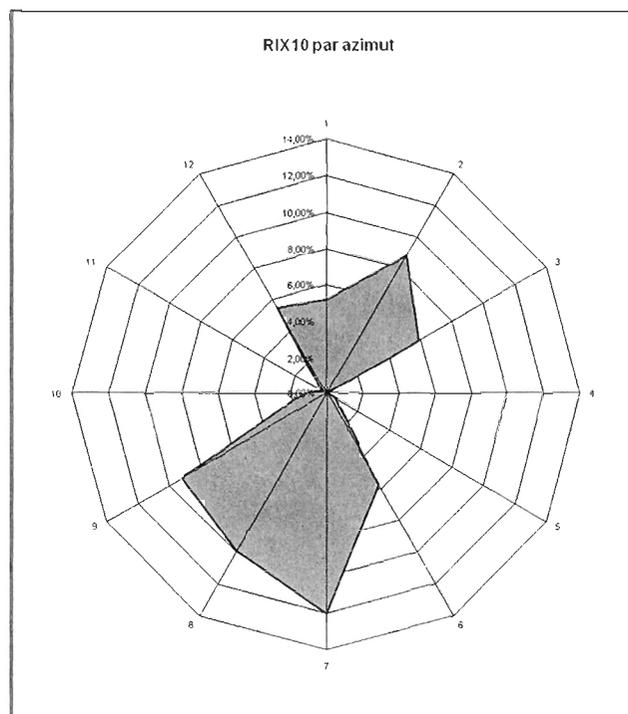
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	34,30	184,27	181,64	182,15
écart	-	437,21%	429,57%	431,03%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	34,78	179,53	177,44	177,98
écart	-	416,22%	410,21%	411,74%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	3,20	20,67	20,00	20,03
écart	-	545,99%	525,09%	526,12%
Médiane [kW.h.m⁻²]	20,94	120,36	118,37	118,61
écart	-	474,69%	465,21%	466,33%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	62,90	341,05	338,54	339,18
écart	-	442,19%	438,20%	439,21%
Surface [kW.h.m⁻²]	891,2371209	4789,491522	4721,39311	4734,494844
écart	-	437,40%	429,76%	431,23%
écart moyen	432,79%			



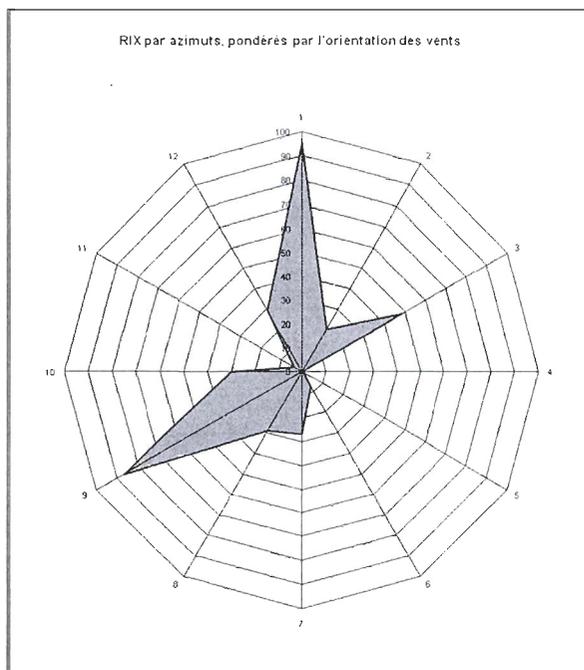
Graphique 42: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Gaspé

Tableau 33: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Gaspé

Tour de mesure:	Ecart relatifs: (%)				Moyenne
	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	
18.51%	75.99%	76.67%	77.41%	77.44%	
2.35%	38.80%	45.35%	55.44%	53.47%	
8.31%	56.79%	54.71%	51.96%	52.43%	
10.30%	52.89%	52.41%	51.56%	51.54%	
2.16%	53.72%	36.88%	18.48%	17.85%	
1.29%	99.65%	79.65%	52.29%	53.08%	
2.23%	56.52%	56.54%	53.52%	55.41%	
2.93%	82.84%	90.06%	96.78%	98.59%	
9.47%	126.10%	140.60%	161.60%	161.60%	
23.76%	6.54%	8.82%	12.19%	12.64%	
13.29%	41.74%	39.26%	36.38%	35.94%	
5.40%	56.41%	55.72%	53.37%	54.67%	
Somme des écarts:	747.98%	736.66%	720.99%	724.64%	732,57%
Moyenne des écarts:	62.33%	61.39%	60.08%	60.39%	61,05%

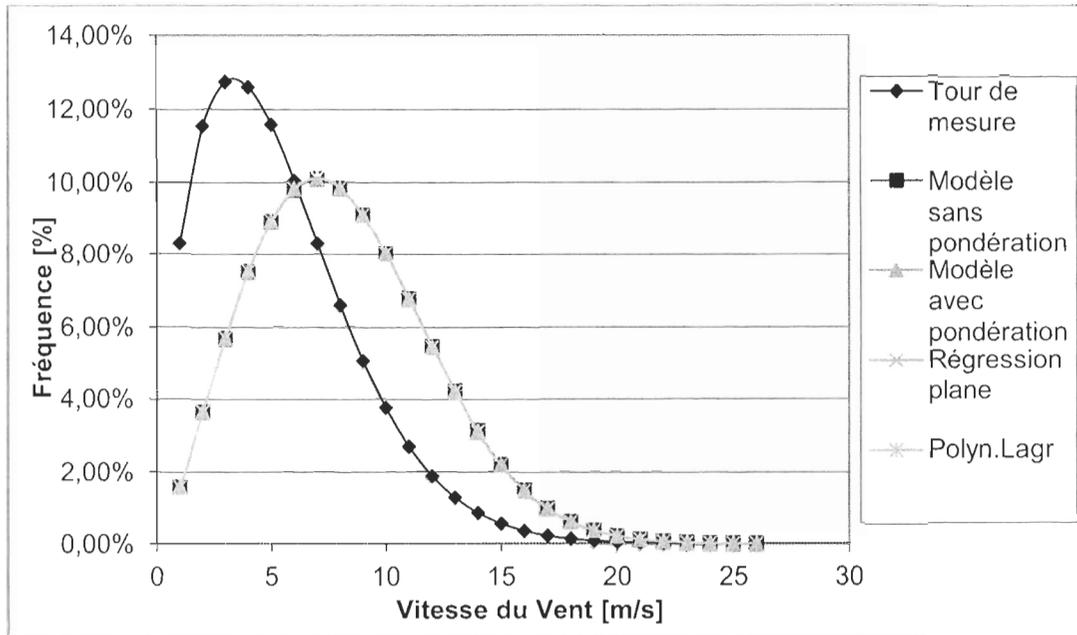


Graphique 43: Radar des RIX sur le site de Gaspé

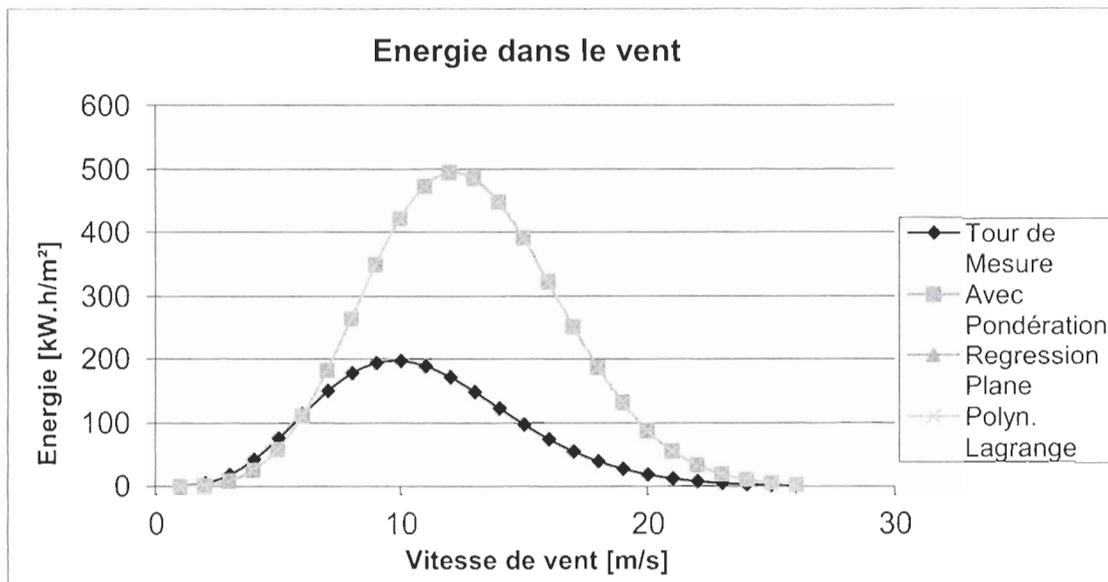


Graphique 44: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Gaspé

Havre Saint Pierre



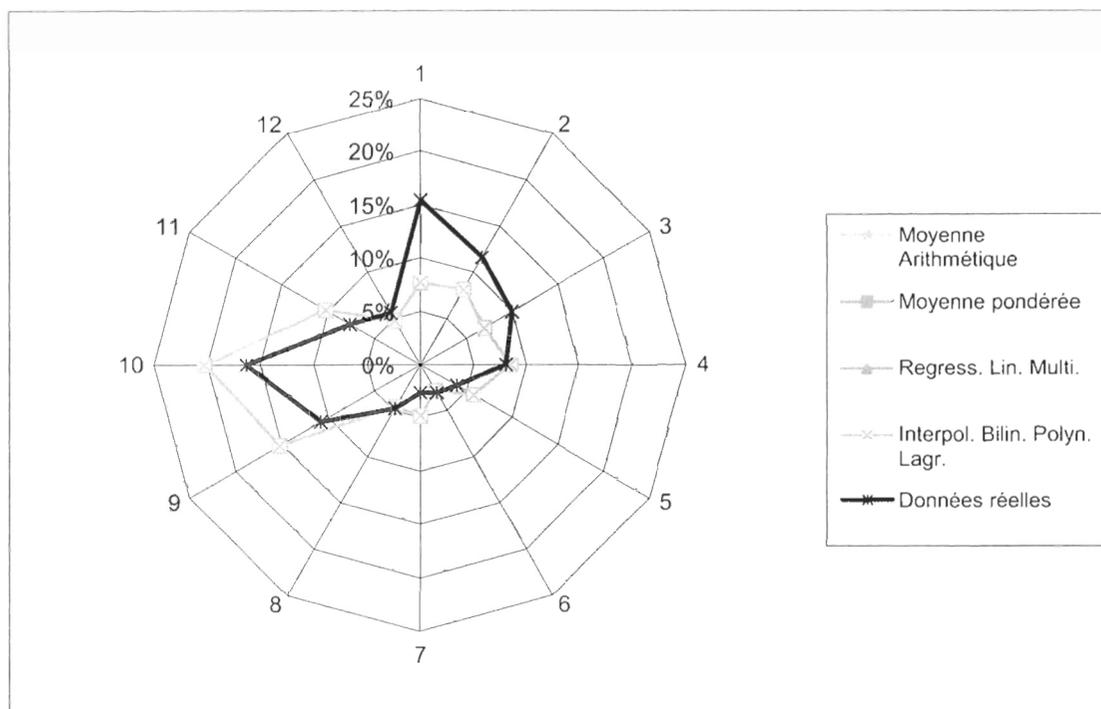
Graphique 45: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Havre Saint Pierre



Graphique 46: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Havre Saint Pierre

Tableau 34: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Havre Saint Pierre

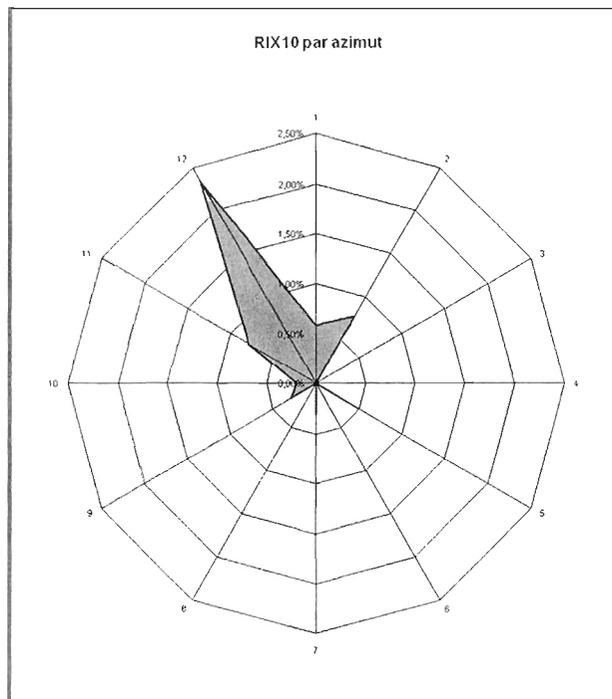
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	74,87	185,81	185,57	185,39
écart	-	148,18%	147,86%	147,61%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	71,45	180,59	180,55	180,36
écart	-	152,74%	152,69%	152,42%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	8,98	21,20	21,02	21,01
écart	-	136,24%	134,24%	134,10%
Médiane [kW.h.m⁻²]	48,91	121,74	121,38	121,30
écart	-	148,93%	148,20%	148,02%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	141,48	342,32	342,27	342,04
écart	-	141,95%	141,91%	141,75%
Surface [kW.h.m⁻²]	1945,882646	4829,616759	4823,37981	4818,617805
écart	-	148,20%	147,88%	147,63%
écart moyen		147,90%		



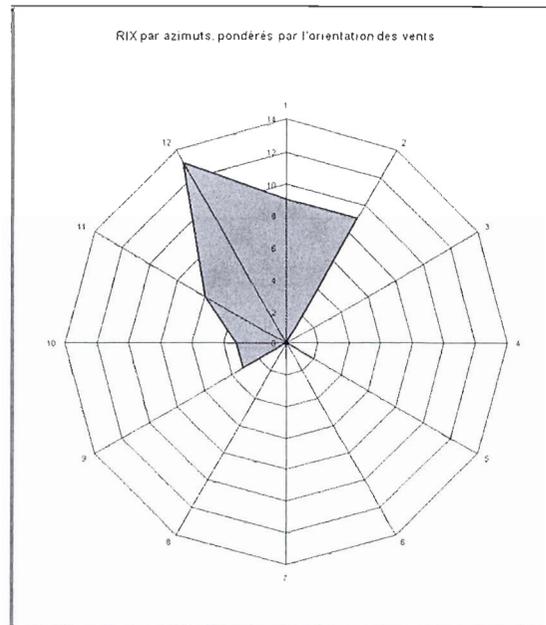
Graphique 47: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Havre Saint Pierre

Tableau 35: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Havre Saint Pierre

Tour de mesure:	Ecart relatifs: (%)				
	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	
	15,45%	51,03%	50,53%	50,05%	50,05%
	11,59%	29,25%	29,72%	30,16%	30,17%
	9,96%	29,23%	29,77%	30,37%	30,30%
	8,06%	5,95%	5,60%	5,22%	5,25%
	3,96%	44,21%	45,10%	46,22%	46,03%
	3,09%	7,91%	7,55%	7,35%	7,25%
	2,68%	81,95%	81,33%	80,23%	80,59%
	4,81%	4,64%	4,35%	3,56%	3,90%
	10,82%	40,39%	40,67%	40,88%	40,90%
	16,31%	23,83%	24,13%	24,37%	24,39%
	7,65%	35,23%	34,70%	34,15%	34,19%
	5,60%	13,47%	13,87%	14,08%	14,19%
					Moyenne
Somme des écarts:	367,08%	367,32%	366,64%	367,21%	367,06%
Moyenne des écarts:	30,59%	30,61%	30,55%	30,60%	30,59%

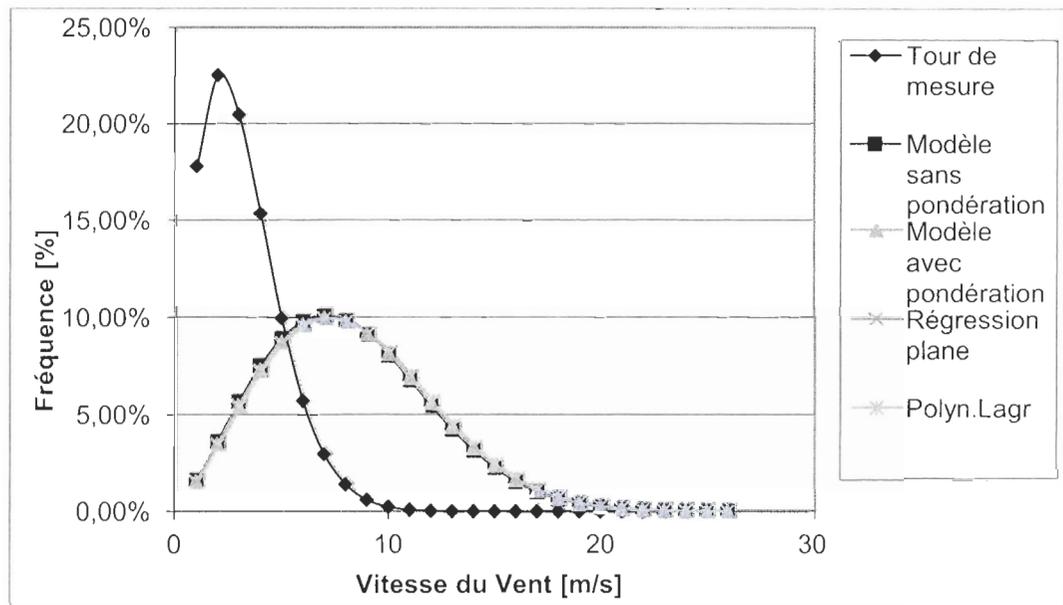


Graphique 48: Radar des RIX sur le site de Havre Saint Pierre

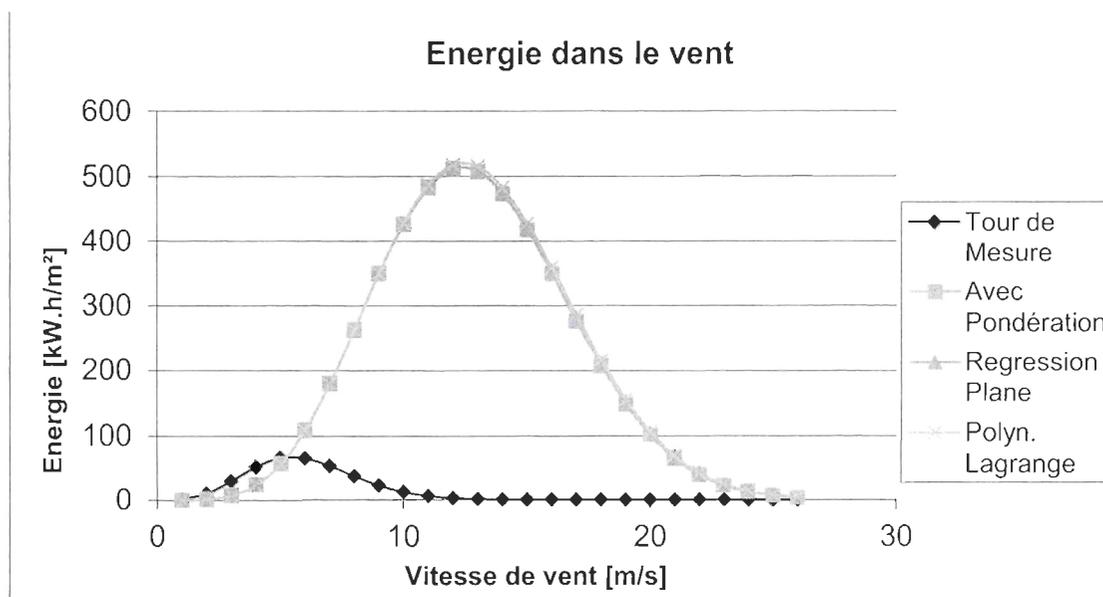


Graphique 49: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Havre Saint Pierre

Longue Pointe de Mingan



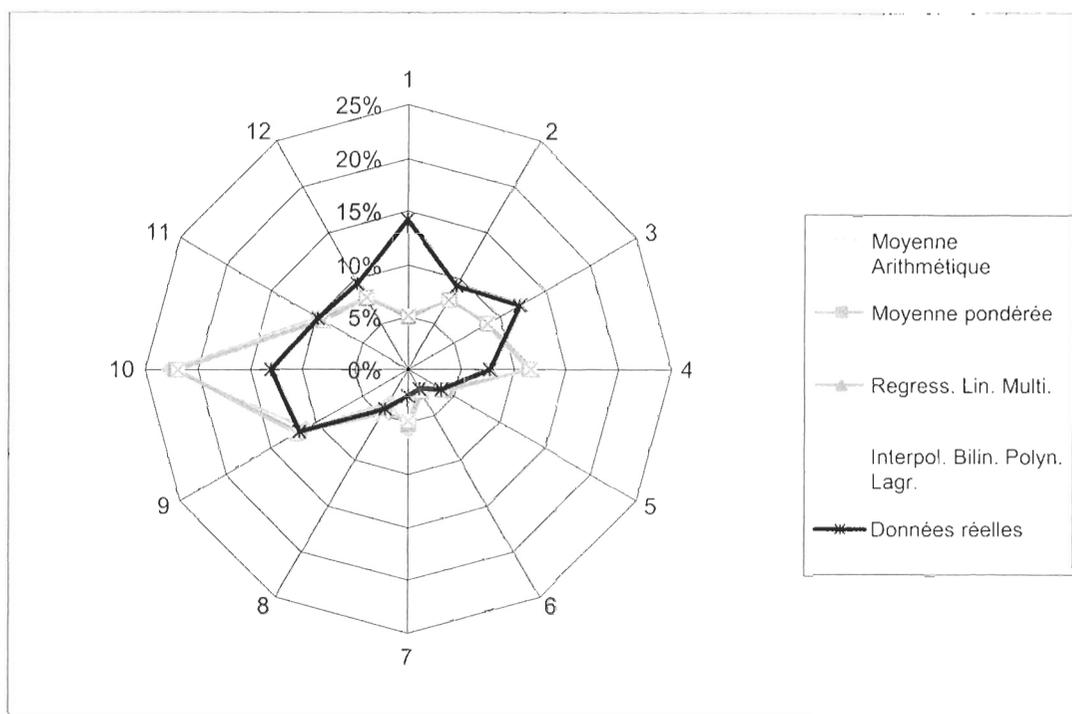
Graphique 50: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Longue Pointe de Mingan



Graphique 51: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Longue Pointe de Mingan

Tableau 36: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Longue Pointe du Mingan

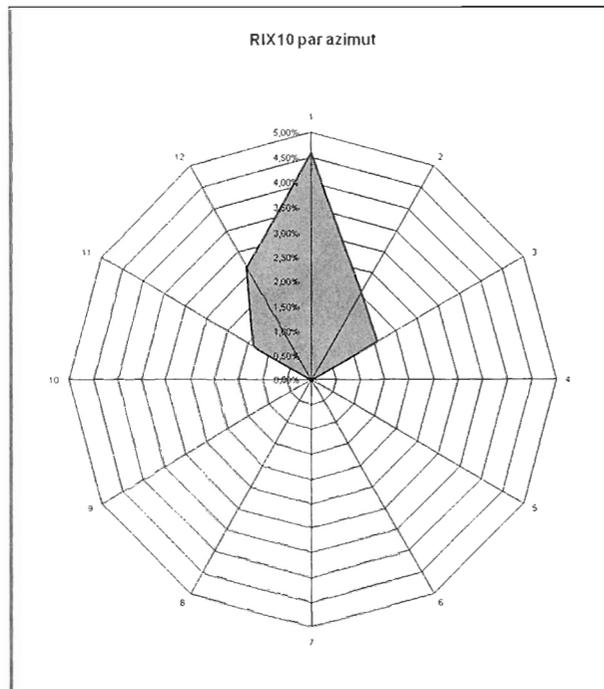
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	13,69	194,19	195,31	197,49
écart	-	1318,16%	1326,32%	1342,22%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	22,04	186,96	187,08	189,36
écart	-	748,44%	748,98%	759,33%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	0,00	23,79	24,55	24,42
écart	-	10624726,68%	10964206,93%	10906339,58%
Médiane [kW.h.m⁻²]	0,64	128,72	130,50	131,68
écart	-	20050,96%	20329,25%	20514,32%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	19,84	349,76	351,87	356,91
écart	-	1662,88%	1673,53%	1698,92%
Surface [kW.h.m⁻²]	355,5535375	5047,139609	5076,034724	5132,635446
écart	-	1319,52%	1327,64%	1343,56%
écart moyen	1330,24%			



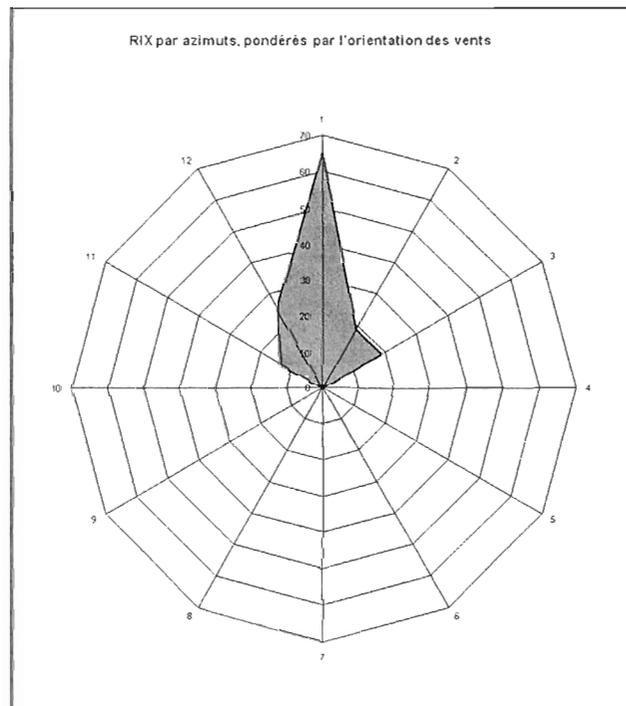
Graphique 52: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Longue Pointe du Mingan

Tableau 37: Ecart dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Longue Pointe du Mingan

Tour de mesure:	Ecart relatif: (%)				
	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin. Polyn. Lagr.	
14,20%	66,09%	64,49%	65,02%	63,95%	
9,25%	16,13%	17,41%	17,49%	17,93%	
12,23%	30,56%	29,68%	29,13%	29,24%	
7,80%	42,92%	46,30%	50,39%	48,34%	
3,66%	14,53%	6,10%	2,41%	2,10%	
2,10%	18,79%	14,26%	4,09%	10,83%	
2,46%	139,90%	110,91%	97,98%	97,18%	
4,25%	17,80%	4,40%	10,69%	14,32%	
11,78%	5,70%	0,67%	3,69%	3,76%	
12,95%	75,47%	70,78%	70,98%	68,94%	
9,78%	1,05%	3,52%	5,26%	5,58%	
9,53%	16,59%	16,61%	17,81%	16,95%	
					Moyenne
Somme des écarts:	445,52%	385,15%	374,96%	379,12%	396,19%
Moyenne des écarts:	37,13%	32,10%	31,25%	31,59%	33,02%

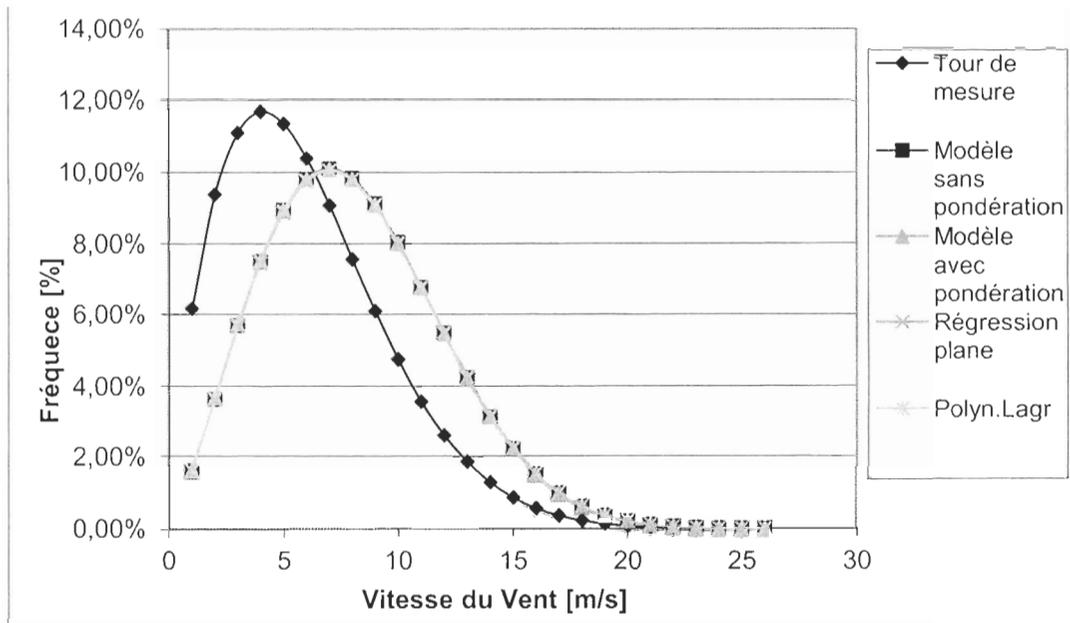


Graphique 53: Radar des RIX sur le site de Longue Pointe du Mingan

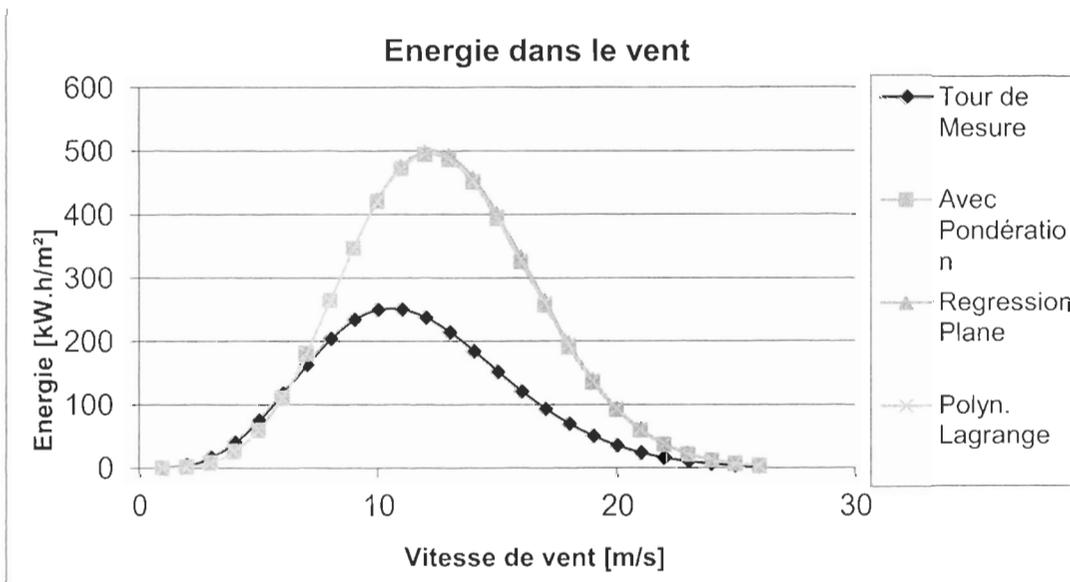


Graphique 54: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Longue Pointe du Mingan

Mont-Joli



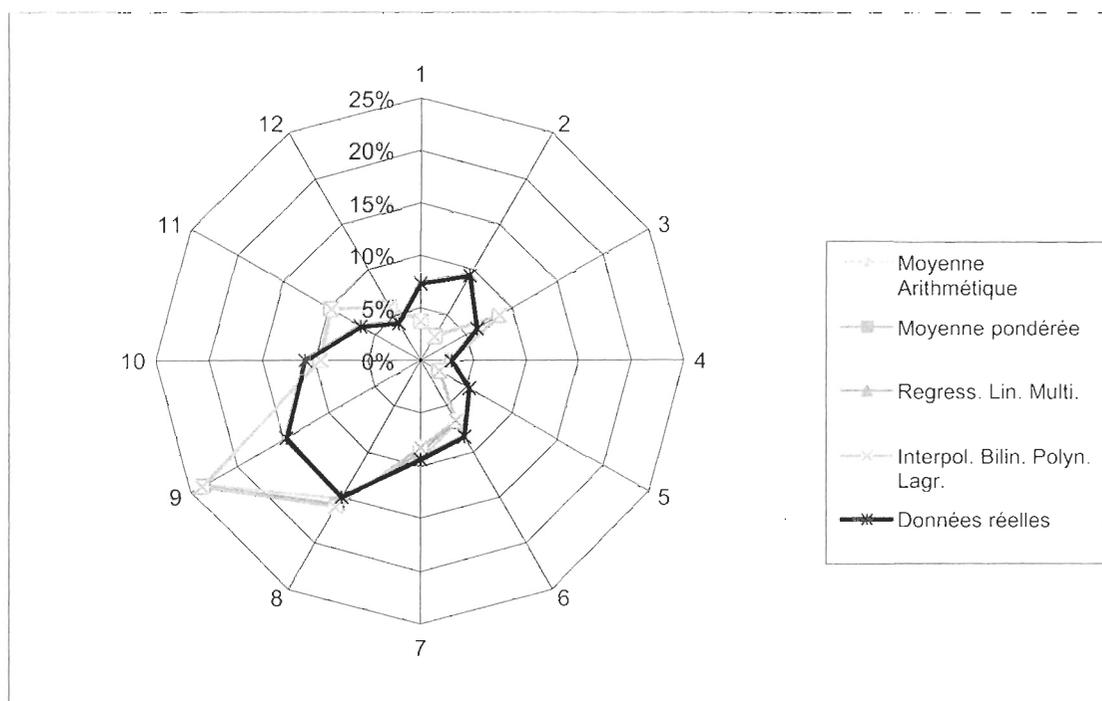
Graphique 55: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Mont-Joli



Graphique 56: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Mont-Joli

Tableau 38: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Mont-Joli

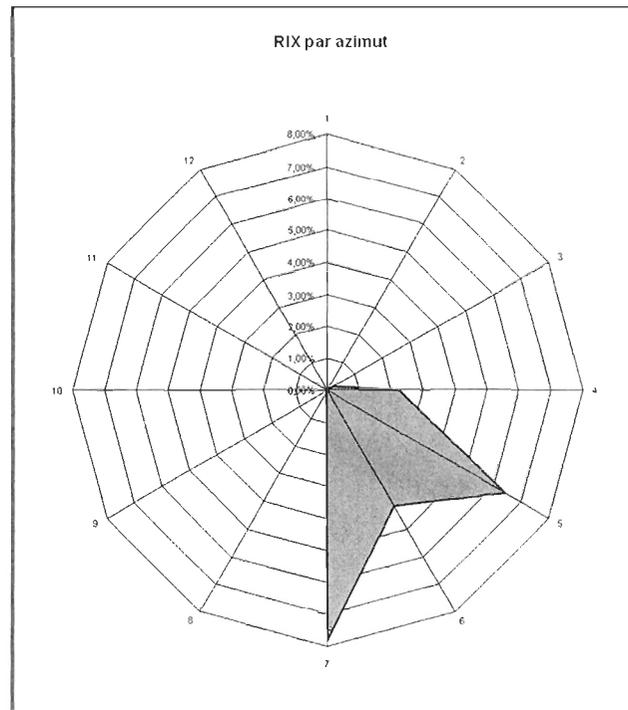
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	98,59	186,49	189,12	187,52
écart	-	89,15%	91,82%	90,20%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	90,85	180,25	182,33	180,65
écart	-	98,41%	100,70%	98,85%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	15,37	22,05	22,79	22,66
écart	-	43,44%	48,25%	47,40%
Médiane [kW.h.m⁻²]	71,74	123,24	125,31	124,51
écart	-	71,78%	74,67%	73,55%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	178,84	341,95	344,41	342,45
écart	-	91,21%	92,58%	91,48%
Surface [kW.h.m⁻²]	2562,146452	4847,145298	4915,34887	4873,780183
écart	-	89,18%	91,84%	90,22%
écart moyen	90,42%			



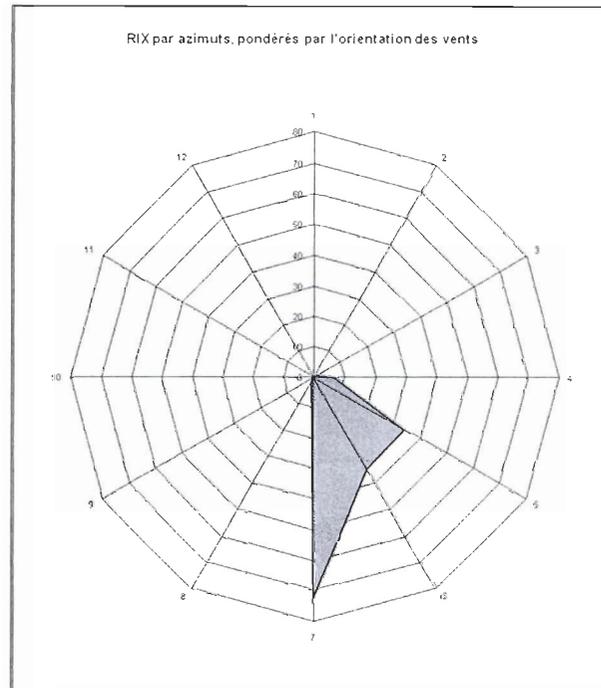
Graphique 57: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Mont-Joli

Tableau 39: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Mont-Joli

Tour de mesure:	Ecart relatifs: (%)				
	Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	
7,32%	49,44%	49,21%	47,79%	48,88%	
9,33%	69,00%	70,53%	72,27%	71,68%	
6,17%	36,97%	38,55%	39,98%	39,81%	
2,93%	3,07%	0,95%	1,72%	3,63%	
5,32%	64,11%	62,48%	59,77%	60,81%	
8,32%	18,07%	19,18%	19,77%	20,51%	
9,34%	0,04%	7,17%	12,14%	11,69%	
14,98%	1,15%	5,24%	6,76%	7,58%	
14,66%	60,07%	61,52%	63,48%	62,69%	
10,89%	11,68%	12,82%	13,98%	13,55%	
6,59%	50,39%	48,58%	47,49%	47,49%	
4,16%	41,58%	41,58%	41,58%	41,58%	
Somme des écarts:	405,57%	417,81%	426,74%	429,91%	Moyenne
Moyenne des écarts:	33,80%	34,82%	35,56%	35,83%	420,00%

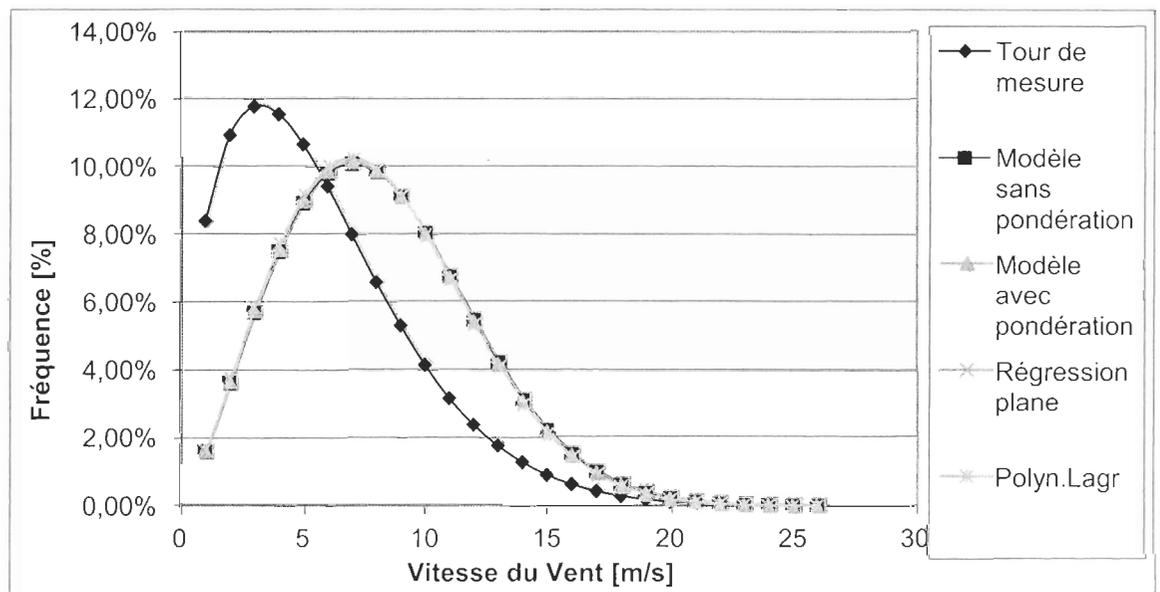


Graphique 58: Radar des RIX sur le site de Mont-Joli

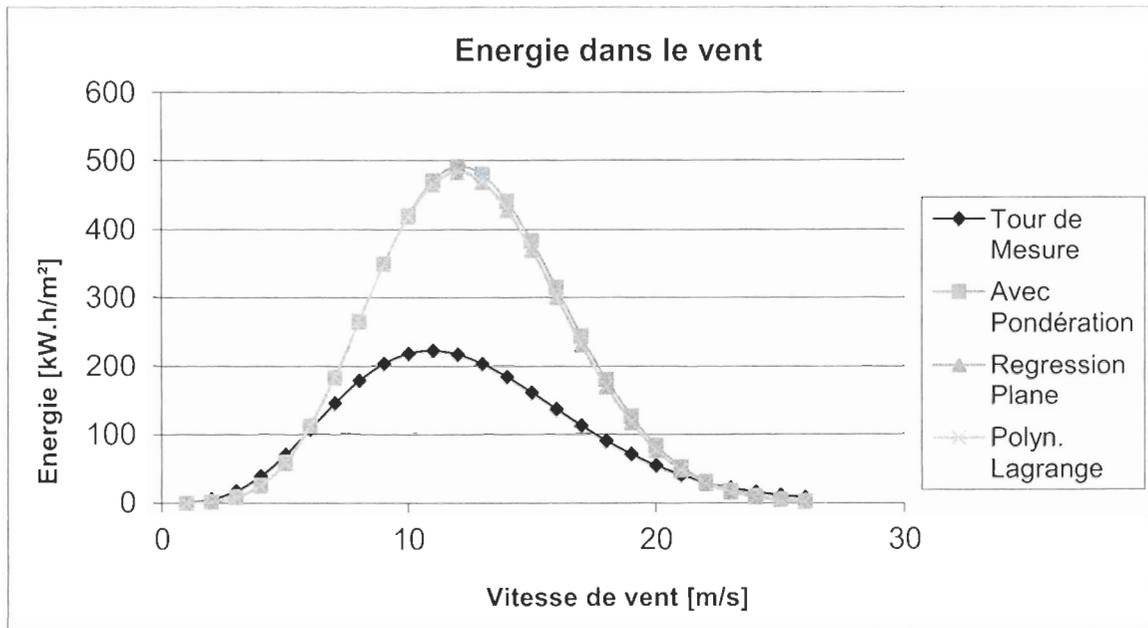


Graphique 59: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Mont-Joli

Pointe au Père



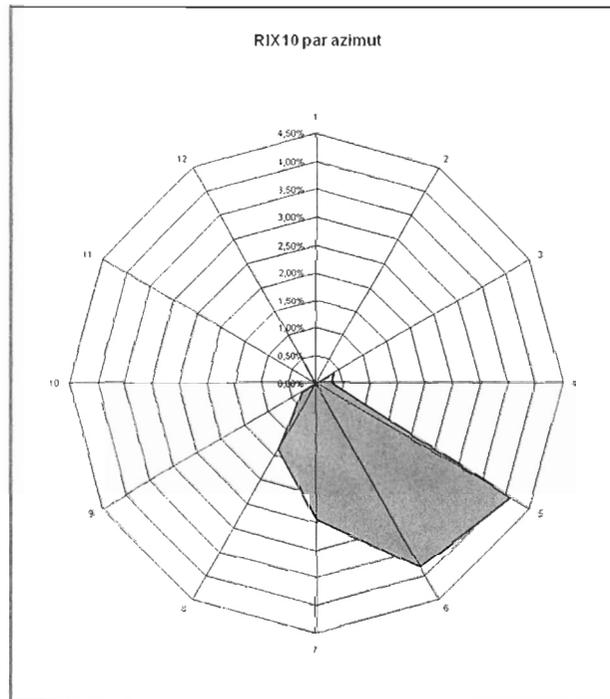
Graphique 60: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Pointe au Père



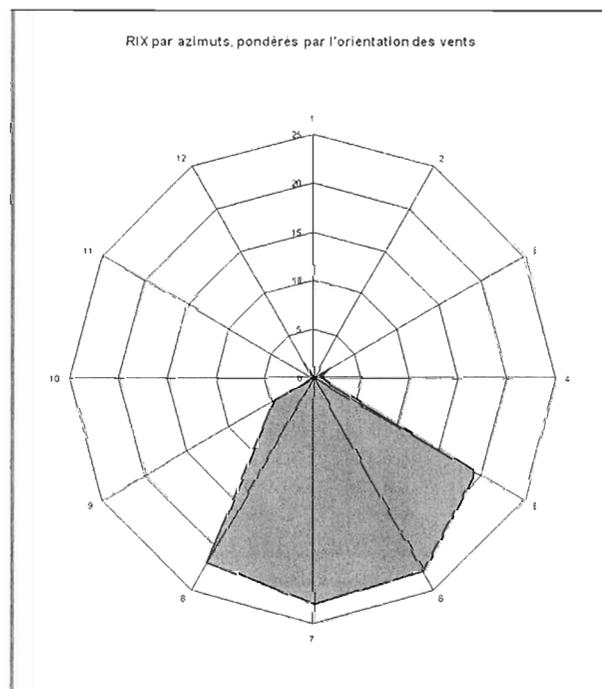
Graphique 61: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Pointe au Père

Tableau 40: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Pointe au Père

	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	98,40	183,29	178,79	179,11
écart	-	86,28%	81,70%	82,03%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	78,89	179,01	175,98	176,33
écart	-	126,90%	123,06%	123,50%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	23,98	20,23	18,74	18,76
écart	-	15,65%	21,88%	21,81%
Médiane [kW.h.m⁻²]	80,62	119,34	115,36	115,50
écart	-	48,03%	43,09%	43,27%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	173,40	340,42	336,74	337,16
écart	-	96,33%	94,20%	94,44%
Surface [kW.h.m⁻²]	2554,352386	4764,296729	4647,27047	4655,737269
écart	-	86,52%	81,94%	82,27%
écart moyen	83,57%			

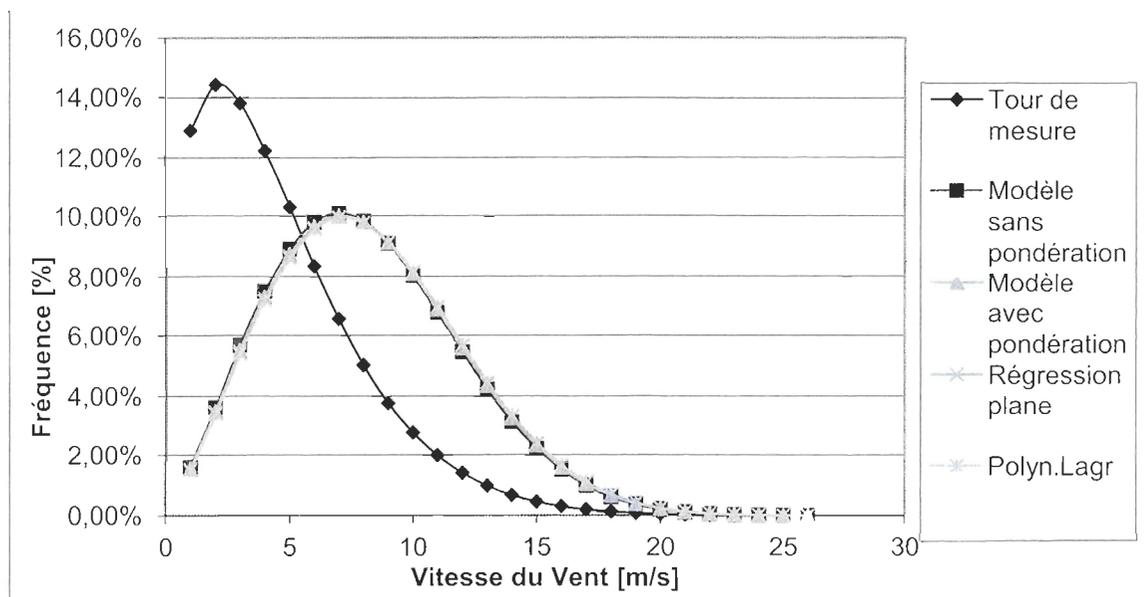


Graphique 63: Radar des RIX sur le site de Pointe au Père

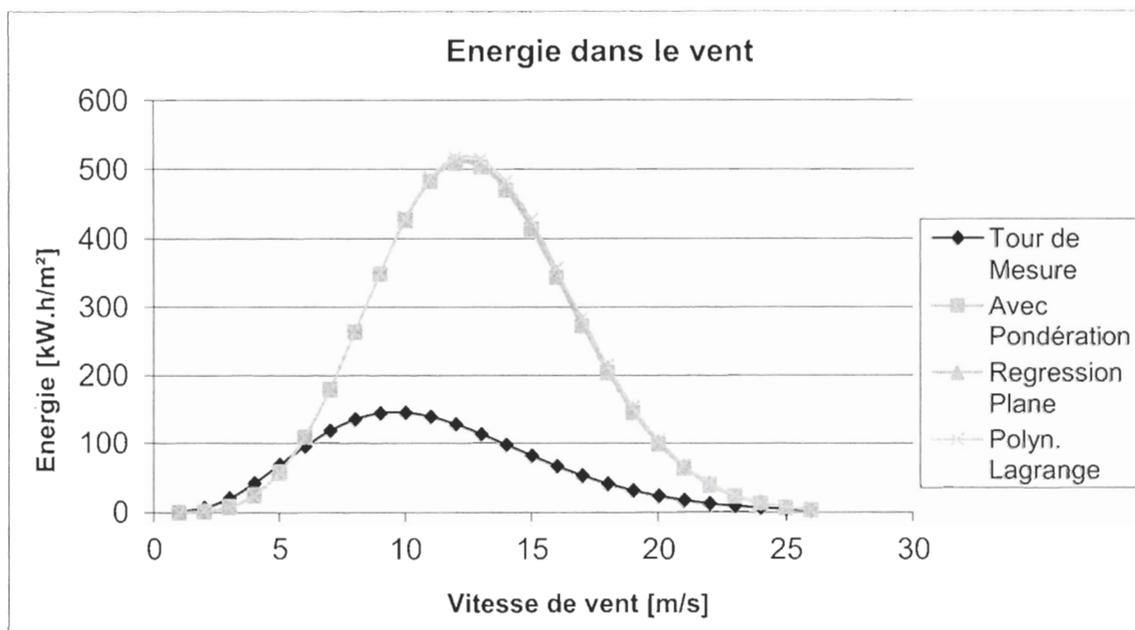


Graphique 64: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Pointe au Père

Port Menier



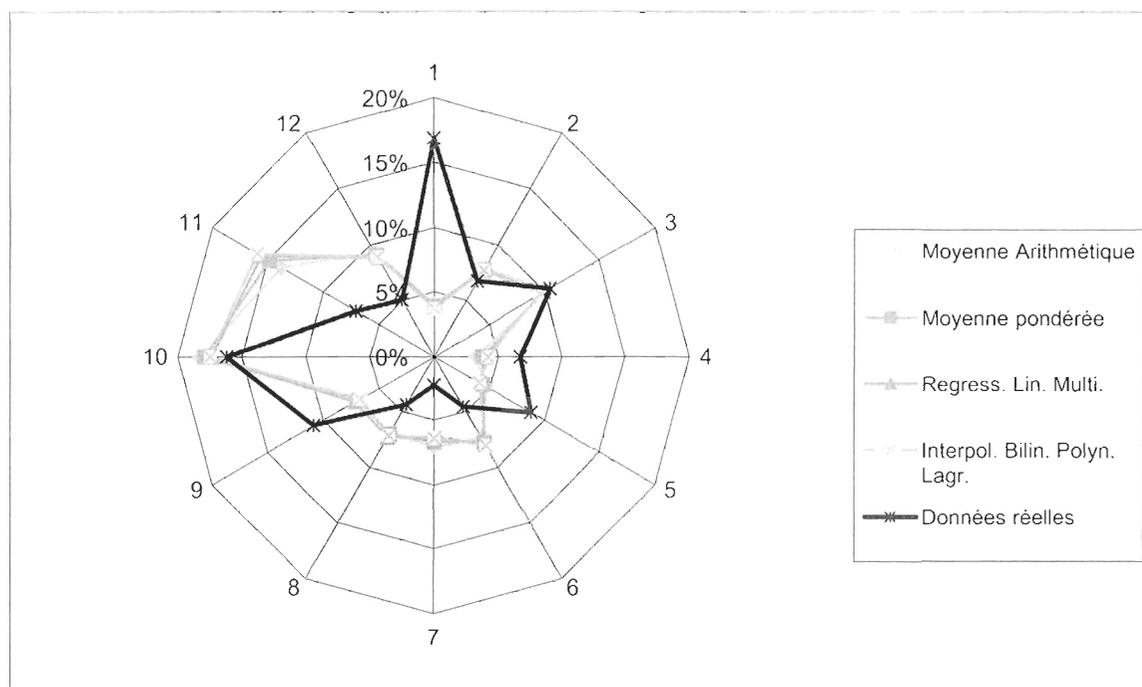
Graphique 65: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Port Menier



Graphique 66: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Port Menier

Tableau 42: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Port Menier

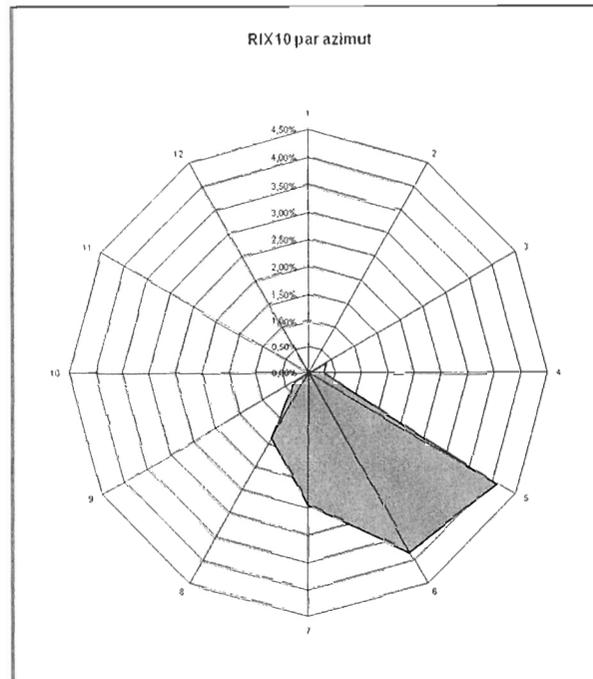
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	61,22	192,73	194,92	196,93
écart	-	214,82%	218,39%	221,68%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	51,96	185,87	187,06	189,17
écart	-	257,75%	260,05%	264,11%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	13,10	23,31	24,40	24,31
écart	-	77,92%	86,26%	85,58%
Médiane [kW.h.m⁻²]	46,56	127,46	129,85	130,94
écart	-	173,78%	178,92%	181,25%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	109,19	348,50	350,92	355,58
écart	-	219,15%	221,37%	225,63%
Surface [kW.h.m⁻²]	1589,991228	5009,219811	5065,94156	5118,260932
écart	-	215,05%	218,61%	221,90%
écart moyen	218,52%			



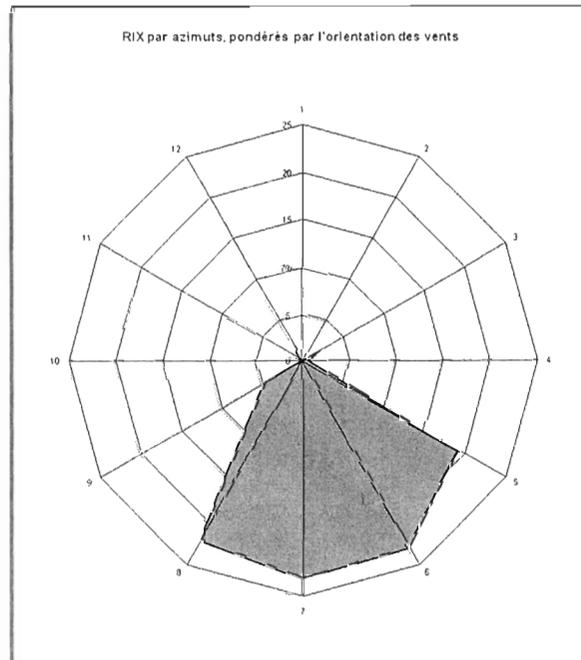
Graphique 67: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Port Menier

Tableau 43: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Port Menier

Tour de mesure:	Écarts relatifs: (%)					
		Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	
	16.91%	75.90%	76.82%	77.83%	78.13%	
	6.75%	16.67%	15.24%	14.32%	14.13%	
	10.49%	1.94%	5.72%	7.46%	8.45%	
	6.77%	52.28%	44.52%	39.66%	38.32%	
	8.78%	46.90%	49.98%	53.72%	53.53%	
	4.57%	62.38%	70.18%	74.68%	76.43%	
	2.23%	217.60%	200.16%	184.87%	188.29%	
	4.36%	59.34%	62.08%	68.56%	64.38%	
	10.84%	35.08%	37.40%	34.16%	38.39%	
	16.20%	12.93%	10.81%	7.36%	7.96%	
	7.04%	95.84%	111.15%	121.55%	126.92%	
	5.07%	83.16%	79.70%	74.62%	75.98%	
					Moyenne	
	Somme des écarts:	760.01%	763.77%	758.79%	770.91%	763,37%
	Moyenne des écarts:	63.33%	63.65%	63.23%	64.24%	63,61%

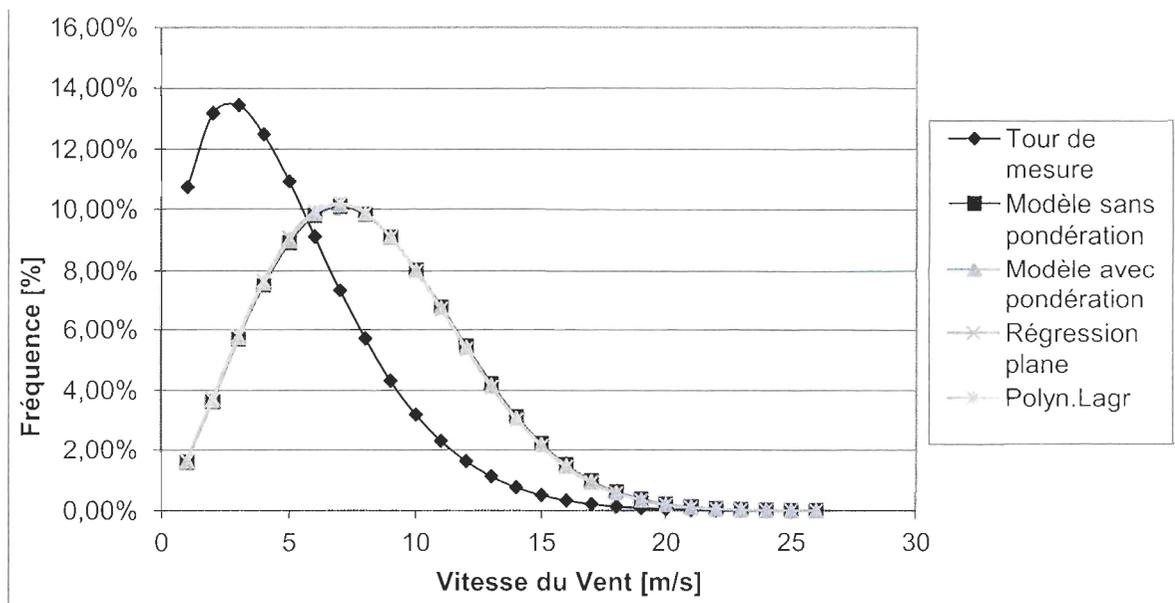


Graphique 68: Radar des RIX sur le site de Port Menier

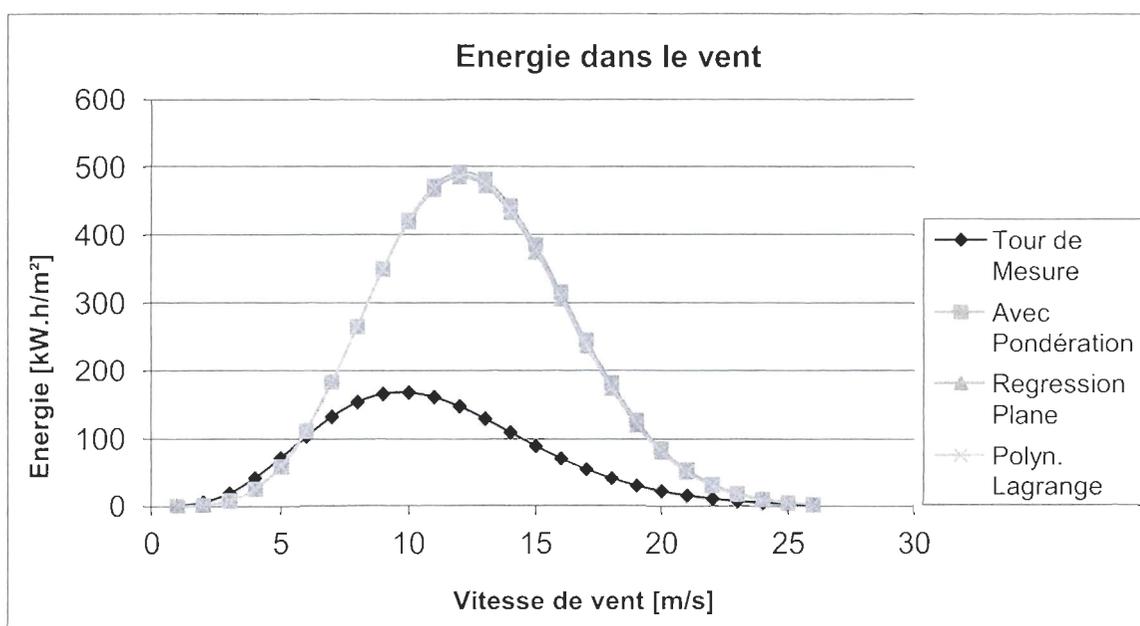


Graphique 69: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Port Menier

Sept Iles



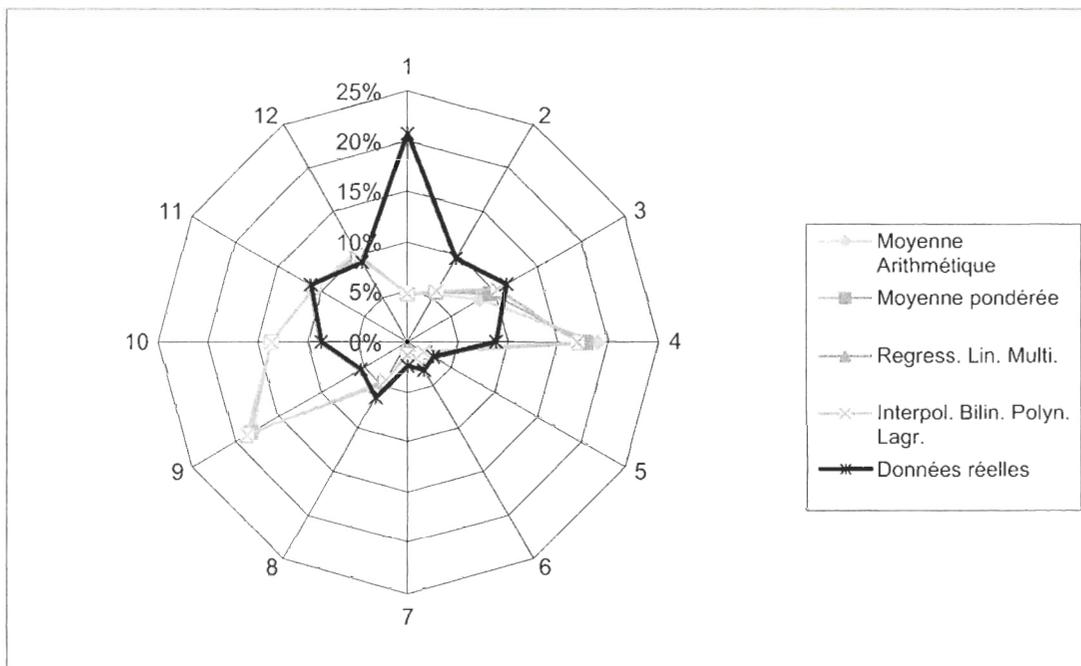
Graphique 70: Courbes de Weibull correspondantes aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Sept Iles



Graphique 71: Courbe d'énergie dans le vent correspondante aux mesures et aux homogénéisations de la simulation sur le site de Sept Iles

Tableau 44: Écarts dans l'énergie du vent des homogénéisations de simulation avec les valeurs mesurées, site de Sept Iles

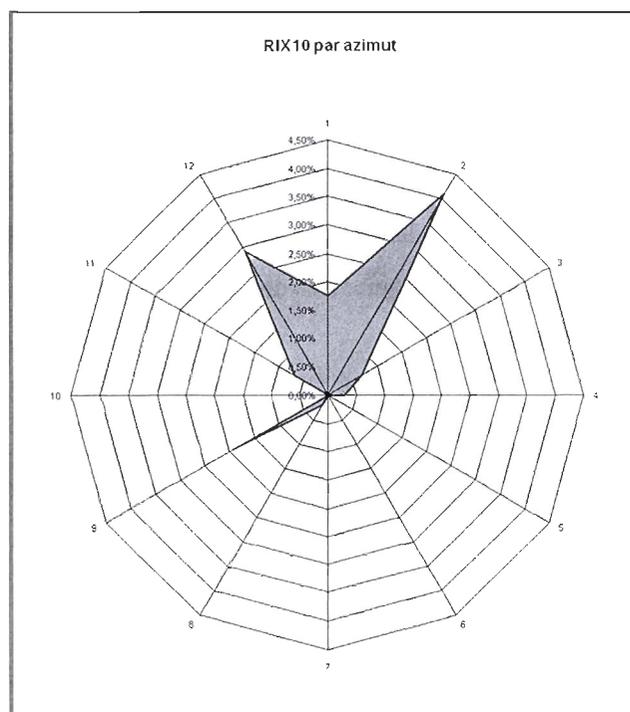
	Tour de mesure	Avec pond.	Régression plane	Polyn. Lagr.
Moyenne [kW.h.m⁻²]	67,70	183,64	180,30	181,15
écart	-	171,27%	166,33%	167,58%
Écart-Type [kW.h.m⁻²]	60,38	179,31	176,79	177,69
écart	-	196,96%	192,79%	194,27%
Quartile 25% [kW.h.m⁻²]	11,77	20,31	19,37	19,42
écart	-	72,56%	64,61%	65,05%
Médiane [kW.h.m⁻²]	48,55	119,58	116,91	117,30
écart	-	146,32%	140,82%	141,62%
Quartile 75% [kW.h.m⁻²]	124,32	340,78	337,74	338,81
écart	-	174,11%	171,67%	172,53%
Surface [kW.h.m⁻²]	1758,848669	4773,348746	4686,55194	4708,540302
écart	-	171,39%	166,46%	167,71%
écart moyen	168,52%			



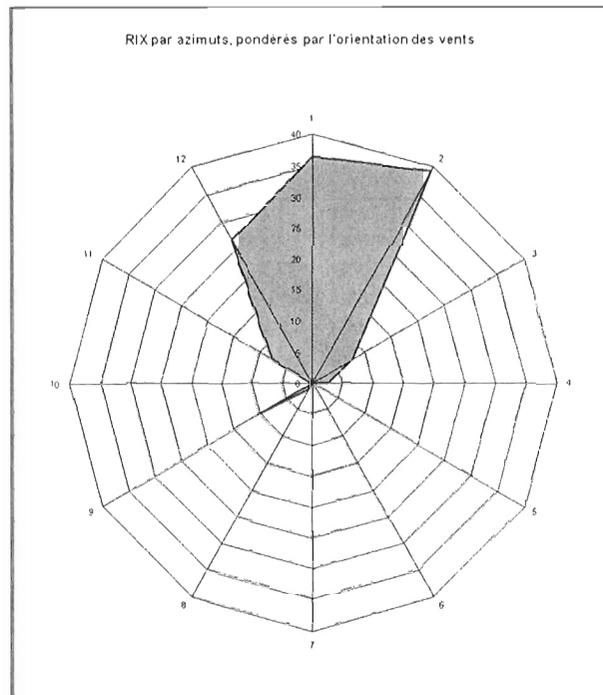
Graphique 72: Radar des fréquences d'orientations de vent, valeurs mesurées et simulations, site de Sept Iles

Tableau 45: Écarts dans les fréquences d'orientation entre les valeurs mesurées et les homogénéisations de la simulation, site de Sept Iles

Tour de mesure:		Écarts relatifs: (%)				Moyenne
		Moyenne arithmétique	Moyenne pondérée	Regress. Lin. Multi.	Interpol. Bilin Polyn. Lagr.	
	20,74%	77,45%	77,21%	76,93%	77,01%	
	9,59%	43,53%	41,33%	40,51%	39,67%	
	11,36%	27,03%	16,44%	9,91%	8,74%	
	8,80%	115,71%	102,43%	94,78%	93,01%	
	2,94%	24,42%	31,20%	34,97%	36,35%	
	3,23%	42,66%	41,75%	43,70%	41,97%	
	2,38%	56,76%	51,50%	47,03%	46,83%	
	6,43%	25,12%	28,95%	32,45%	32,91%	
	5,42%	228,21%	236,53%	245,71%	244,21%	
	8,71%	57,88%	56,50%	56,16%	56,32%	
	11,27%	4,33%	3,94%	4,52%	4,03%	
	9,13%	13,63%	9,45%	5,97%	5,79%	
Somme des écarts:		716,72%	697,21%	692,63%	686,84%	698,35%
Moyenne des écarts:		59,73%	58,10%	57,72%	57,24%	58,20%



Graphique 73: Radar des RIX sur le site de Sept Iles



Graphique 74: Radar des RIX pondérés par l'orientation des vents sur le site de Sept Iles

4.3.2 Résultats de l'homogénéisation

Le tableau ci-après compare les résultats de l'homogénéisation des valeurs suivant les trois méthodes utilisées: homogénéisation avec pondération par la distance, homogénéisation par régression linéaire plane et homogénéisation avec interpolation bilinéaire par polynôme de Lagrange. On calcule dans la dernière colonne le maximum d'écart relatif entre nos valeurs.

Tableau 46: Récapitulatif des valeurs des paramètres de la puissance éoliennes estimés par AnémoScope

Sites	Paramètres	Avec pondération de la distance	Avec régression linéaire plane	Avec Interpolation bilinéaire	Maximum des écarts relatifs entre les valeurs calculées avec AnémoScope
Port Menier	k [m/s]	2,24	2,24	2,25	0,44%
	c	9,28	9,31	9,35	0,81%
	Vmoy [m/s]	6,95	6,65	6,69	4,25%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	5009219,81	5065941,56	5118260,93	2,13%
Havre-St-Pierre	k [m/s]	2,23	2,23	2,23	0,06%
	c	9,15	9,15	9,14	0,07%
	Vmoy [m/s]	7,36	7,36	7,36	0,09%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4829616,76	4823379,81	4818617,80	0,23%
Baie-Comeau 02	k [m/s]	2,23	2,22	2,23	0,49%
	c	9,10	9,01	9,06	0,94%
	Vmoy [m/s]	6,69	6,78	6,77	1,31%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4736231,82	4623013,12	4675343,97	2,39%
Pointe-au-Père	k [m/s]	2,23	2,23	2,23	0,08%
	c	9,11	9,03	9,04	0,85%
	Vmoy [m/s]	8,08	7,94	7,93	1,89%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4764296,73	4647270,47	4655737,27	2,46%
Cap-D'Espoir	k [m/s]	2,23	2,23	2,23	0,15%
	c	9,16	9,19	9,18	0,24%
	Vmoy [m/s]	7,19	7,20	7,20	0,22%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4850335,03	4879240,51	4870731,18	0,60%
Sept-Iles	k [m/s]	2,23	2,23	2,23	0,21%
	c	9,12	9,06	9,07	0,67%
	Vmoy [m/s]	6,25	6,33	6,34	1,52%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4773348,75	4686551,94	4708540,30	1,82%
Longue-Pointe-de-Mingan	k [m/s]	2,24	2,23	2,24	0,47%
	c	9,30	9,31	9,36	0,61%
	Vmoy [m/s]	7,09	6,95	6,90	2,71%
	Energie dans le vent	5047139,61	5076034,72	5132635,45	1,67%

	[W.h/m ²]				
Mont-Joli	k [m/s]	2,22	2,22	2,22	0,36%
	c	9,15	9,20	9,16	0,53%
	Vmoy [m/s]	8,11	8,15	8,12	0,53%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4847145,23	4915348,87	4873780,19	1,41%
Gaspé	k [m/s]	2,23	2,22	2,23	0,22%
	c	9,12	9,07	9,09	0,54%
	Vmoy [m/s]	5,29	5,30	5,30	0,16%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4789491,52	4721393,11	4734494,85	1,42%
Amqui	k [m/s]	2,22	2,22	2,22	0,30%
	c	9,15	9,18	9,15	0,36%
	Vmoy [m/s]	6,42	6,38	6,43	0,91%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4843318,94	4889026,06	4854635,21	0,94%
Cap-Chat	k [m/s]	2,23	2,23	2,23	0,03%
	c	9,20	9,24	9,24	0,44%
	Vmoy [m/s]	7,62	7,77	7,76	1,90%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4902848,31	4962967,10	4966486,67	1,28%
Baie-Comeau 01	k [m/s]	2,24	2,22	2,24	0,76%
	c	9,07	8,96	9,04	1,17%
	Vmoy [m/s]	5,13	5,22	5,16	1,67%
	Energie dans le vent [W.h/m ²]	4689019,00	4554202,26	4638889,34	2,88%

On peut constater que les différences de valeur sont faibles suivant ces homogénéisations et sont strictement inférieures à 4,3% en écart relatif. Cet écart, s'il n'est pas négligeable quant à l'estimation du potentiel éolien reste cependant très faible devant les différences que l'on va observer avec les mesures réelles et l'on décide par conséquent, pour simplifier la suite du rapport de se concentrer sur une seule homogénéisation. On choisit donc arbitrairement d'utiliser uniquement les résultats issus de l'homogénéisation par pondération de la distance comme résultat final de nos modélisations avec AnémoScope.

4.3.3 Regroupement des éléments de comparaison

On vient de voir les éléments de comparaison mis en place pour chaque étude. On regroupe ici ces paramètres en vue d'une synthèse et nous retrouvons tout d'abord les paramètres liés à la puissance du vent, c'est-à-dire les paramètres k et c de Weibull, la vitesse moyenne V_{moy} et l'énergie présente dans le vent. Nous comparons les résultats d'Anémoscope avec les données tirées de la mesure du vent réel.

Tableau 47: Récapitulatif pour chaque site des écarts entre les valeurs mesurées et la simulation sous Anémoscope pour les paramètres de vitesse de vent.

Sites	Paramètres	Valeur réelle Tour de mesure	Avec pondération de la distance	Ecart relatif entre les valeurs calculées par Anémoscope avec pondération de la distance et les valeurs de la tour de mesure
Port Menier	k	1,4008	2,2390	59,84%
	c	5,1017	9,2753	81,81%
	V_{moy}	4,6233	6,9481	50,28%
	Energie dans le vent	1589991,23	5009219,81	215,05%
Havre-St- Pierre	k	1,6353	2,2284	36,27%
	c	5,9877	9,1505	52,82%
	V_{moy}	5,3169	7,3619	38,46%
	Energie dans le vent	1945882,65	4829616,76	148,20%
Baie- Comeau 02	k	1,6062	2,2328	39,01%
	c	5,7621	9,0958	57,86%
	V_{moy}	5,1229	6,6882	30,55%
	Energie dans le vent	1784663,33	4736231,82	165,39%
Pointe-au- Père	k	1,5420	2,2288	44,54%
	c	6,3596	9,1094	43,24%
	V_{moy}	5,6871	8,0842	42,15%
	Energie dans le vent	2554352,39	4764296,73	86,52%
Cap- D'Espoir	k	1,5682	2,2291	42,14%
	c	6,5342	9,1644	40,25%
	V_{moy}	5,8263	7,1851	23,32%
	Energie dans le vent	2691523,79	4850335,03	80,21%
Sept-Iles	k	1,4993	2,2298	48,72%
	c	5,5134	9,1162	65,35%
	V_{moy}	4,9420	6,2473	26,41%
	Energie dans le	1758848,67	4773348,75	171,39%

	vent			
Longue-Pointe-de-Mingan	k	1,7219	2,2411	30,15%
	c	3,4866	9,3011	166,77%
	Vmoy	3,0540	7,0915	132,20%
	Energie dans le vent	355553,54	5047139,61	1319,52%
Mont-Joli	k	1,7270	2,2191	28,49%
	c	6,7443	9,1511	35,69%
	Vmoy	5,9755	8,1050	35,64%
	Energie dans le vent	2562146,45	4847145,23	89,18%
Gaspe	k	1,3686	2,2276	62,76%
	c	4,1327	9,1241	120,78%
	Vmoy	3,7642	5,2904	40,55%
	Energie dans le vent	891237,12	4789491,52	437,40%
Amqui	k	1,4274	2,2205	55,56%
	c	4,1832	9,1502	118,74%
	Vmoy	3,7735	6,4215	70,17%
	Energie dans le vent	846385,63	4843318,94	472,24%
Cap-Chat	k	1,4534	2,2292	53,38%
	c	7,2376	9,1977	27,08%
	Vmoy	6,5291	7,6220	16,74%
	Energie dans le vent	4022670,83	4902848,31	21,88%
Baie-Comeau 01	k	1,8617	2,2373	20,18%
	c	6,7249	9,0704	34,88%
	Vmoy	5,9393	5,1313	13,60%
	Energie dans le vent	2304532,16	4689019,00	103,47%

Le tableau suivant, quant à lui, présente pour chaque site les erreurs en direction. Y sont aussi ajoutés les paramètres de relief que nous avons également posé pour chaque site, RIX (%) et l'aire des radars pondérés par la fréquence d'orientation des vents. Nous avons regroupé ces éléments dans le tableau qui suit:

Tableau 48: Récapitulatif pour chaque site des écarts dans les paramètres de l'étude.

Sites	Ecart relatif sur le paramètre k	Ecart relatif sur le paramètre C	Ecart relatif sur la vitesse moyenne V _{moy}	Ecart relatif sur l'énergie dans le vent.	Différence Orientation	Moyenne des RIX du terrain	Aire du radar des RIX pondérés par les fréquences d'orientation des vents
Port Menier	59,84%	81,81%	50,28%	215,05%	63,61%	0,15%	2,77
Havre-St-Pierre	36,27%	52,82%	38,46%	148,20%	30,59%	0,48%	77,13
Baie-Comeau 02	39,01%	57,86%	30,55%	165,39%	57,54%	0,56%	162,94
Pointe-au-Père	44,54%	43,24%	42,15%	86,52%	39,16%	1,09%	397,52
Cap-D'Espoir	42,14%	40,25%	23,32%	80,21%	26,38%	1,03%	634,69
Sept-Iles	48,72%	65,35%	26,41%	171,39%	58,20%	1,05%	738,54
Longue-Pointe-de-Mingan	30,15%	166,77%	132,20%	1319,52%	33,02%	1,02%	893,06
Mont-Joli	28,49%	35,69%	35,64%	89,18%	35,00%	1,75%	1022,01
Gaspé	62,76%	120,78%	40,55%	437,40%	61,05%	5,35%	3049,76
Amqui	55,56%	118,74%	70,17%	472,24%	73,45%	3,07%	3564,97
Cap-Chat	53,38%	27,08%	16,74%	21,88%	54,00%	4,19%	7696,91
Baie-Comeau 01	20,18%	34,88%	13,60%	103,47%	77,19%	5,51%	13012,63

Comme on peut le voir, les écarts relatifs sont très grands. L'analyse de ces écarts est effectuée au Chapitre 5.

CHAPITRE 5

INTERPRETATION DES RESULTATS ET CONCLUSION

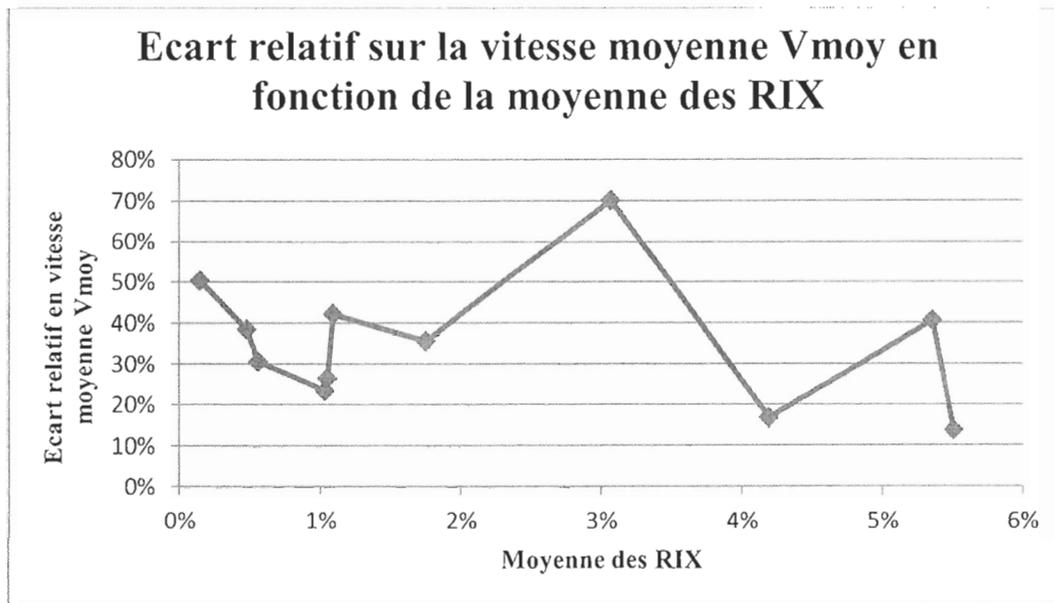
Nous avons vu au chapitre 4 les résultats obtenus par les simulations avec AnémoScope ainsi que les comparaisons faites suivant certains paramètres avec les données mesurées. On y observe des écarts plus que significatifs et il convient de déterminer à présent le pourquoi de ces écarts. Nous montrerons tout d'abord ici que la présence d'un relief compliqué dans la zone d'étude ne semble pas influencer particulièrement ces écarts. Nous émettrons ensuite des réserves quant aux résultats d'AnémoScope puis nous nous pencherons sur la maigre qualité des données mesurées. En dernier lieu, nous concluons par une analyse critique du travail effectué en mettant en exergue ce qu'il conviendrait de faire pour améliorer et poursuivre ce travail.

5.1 INFLUENCE DU RELIEF

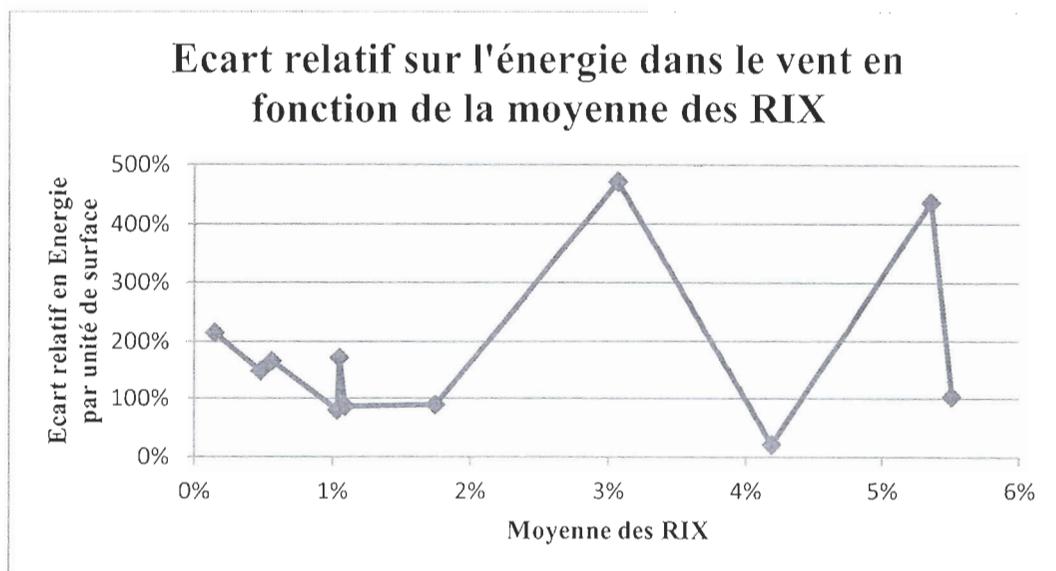
Le but de l'étude était au départ de tester la validité des résultats du logiciel AnémoScope pour différents types de topographies et de rugosités. Nous avons donc tâché de mettre en évidence une potentielle croissance des écarts avec l'augmentation de la valeur des RIX ou des RIX pondérés par l'orientation des vents.

Prenons par exemple le paramètre de la quantité d'énergie dans le vent et observons ce qui se passe aux sites de Port Menier et de Cap Chat. Du point de vue de la rugosité ces deux localisations sont très semblables. Du point de vue de la topographie, à Port Menier, le terrain est très plat et la moyenne des RIX sur place est de 0.15%. Au contraire à Cap Chat, la moyenne des RIX est de 4.19%. Pourtant, si l'on regarde au niveau de la quantité d'énergie dans le vent, on trouve un écart de 215% à Port Menier et de 21.9% "seulement" à Cap Chat.

De manière générale, en se référant aux graphiques présentant les écarts sur la vitesse moyenne et sur l'énergie dans le vent en fonction de la moyenne des RIX, on ne trouve pas de tendance générale qui mettrait en évidence une influence de la topographie sur la qualité de la prédiction du vent par AnémoScope.



Graphique 75: Ecart dans les vitesses moyennes de vent en fonction de la moyenne des RIX du terrain



Graphique 76: Écart dans la quantité d'énergie dans le vent en fonction de la moyenne des RIX du terrain

Il ne nous est par conséquent pas possible de tirer de conclusion sur une quelconque influence de la topographie sur la qualité de la simulation. Quel que soit le terrain, quel que soit le site, nous relevons de bien trop grands écarts entre les données issues des mesures d'Environnement Canada et les données tirées des simulations sous AnémoScope. La topographie ou la rugosité locale ne peuvent en aucun cas expliquer une si grande différence dans tous les calculs effectués.

5.2 CRITIQUE DES RESULTATS D'ANEMOSCOPE

5.2.1 AnémoScope

La disparité peut-elle provenir d'erreurs dans les simulations d'AnémoScope? On considère que le modèle MC2 employé par AnémoScope a déjà été étudié et discuté dans le Chapitre 2 et que par conséquent nos écarts trop importants ne peuvent être issus d'une erreur de modèle. De plus, les paramètres utilisés pour la simulation sont ceux proposés et conseillés par AnémoScope. De même la taille du maillage de 5km, également proposée

par le guide de l'utilisateur est la taille minimale utilisable, en référence au CFL détaillé au chapitre 2.

Il est également difficile d'imputer de tels écarts aux données météorologiques provenant du World Wind Atlas qui servent de base de départ pour la modélisation du vent sur le site. En effet, ces valeurs dont la qualité pourrait être discutée en particulier en les comparant aux données fournies par un vrai mât de mesure, constituent néanmoins une référence pour bon nombre d'entreprises qui souhaitent corréler leur mesures avec une base de données à long terme.

Enfin, l'hypothèse selon laquelle on ne considèrera pas que l'erreur provient de la simulation en elle-même est confirmée par le fait qu'AnémoScope a déjà fait l'objet d'études, et d'autres résultats sont déjà venus au moins conforter une certaine validité de la simulation, en particulier au Québec.

Il convient donc de discuter dans ce chapitre de la qualité des données d'entrée d'une simulation, c'est-à-dire des cartes de topographie et de rugosité, du maillage utilisé et de la pertinence des paramètres obtenus.

5.2.2 Les cartes de topographie et de rugosité

La qualité des cartes employées comme données d'entrées pour les calculs d'AnémoScope peut évidemment être remise en cause. Ces cartes présentent deux types d'informations : la topographie du terrain et la rugosité, c'est-à-dire le revêtement du sol (eau, roche, champs, forêt, ville,...). Les données d'élévation sont des données SRTM (Shuttle Radar Topography Mission) et sont de faible qualité. Rien ne vient confirmer ces données et leur précision approximative ne permet d'avoir qu'un aperçu de la topographie du terrain.

Il en est de même pour la rugosité. Ces données sont également tirées d'images satellitaires d'où la rugosité est estimée. Cependant l'imprécision est grande dans ces données. La différence par exemple entre une forêt d'arbres de 5m et d'arbres de 20m sera ainsi difficile à percevoir alors que cela aura une nette importance pour l'estimation de la vitesse du vent et de ses turbulences, en particulier près du sol et la valeur de la rugosité va passer de 0,3m à 0,92m. En outre, la nature du sol peut grandement varier suivant les saisons. Un champ recouvert de hautes cultures en été n'aura bien sûr pas la même rugosité qu'en hiver quand il aura été moissonné et que le sol sera recouvert de glace et de neige.

La combinaison de ces imprécisions sur ces données ne peut cependant que difficilement expliquer, à elle seule, une si grande différence dans les résultats.

5.2.3 Corrélation difficile entre les données

Considérons à présent le travail effectué sur la comparaison entre les données mesurées par les stations d'Environnement Canada.

Dans la plupart des travaux effectués dans l'industrie sur l'estimation du potentiel éolien, on utilise quasi exclusivement des données de vent obtenues aux 10 minutes. Les données recueillies par Environnement Canada sont disponibles aux 60 minutes. Les données fournies par le World Wind Atlas (WWA) sont éditées aux 6 heures. Avec de telles données, on effectue généralement une corrélation basée sur la comparaison des valeurs aux instants correspondants.

Cependant le logiciel AnémoScope, lui, ne fournit qu'une distribution fréquentielle des vitesses de vent par secteur à partir des données du WWA et donc déjà corrigées sur le long terme. Il est donc impossible d'effectuer les corrélations usuelles entre les résultats d'AnémoScope et les mesures des stations de référence. Nous devons nous contenter d'une comparaison simple entre les paramètres mis à notre disposition ou ceux que nous sommes

capable de générer. Il ne reste que les paramètres de forme et d'échelle des courbes de Weibull, la vitesse moyenne et l'énergie présente dans le vent à titre de comparaison.

Il convient par contre de différencier les corrélations et les comparaisons du potentiel éolien. Une bonne corrélation indiquera que les deux séries présentent le même schéma, c'est-à-dire à titre d'exemple que l'on retrouverait les mêmes pics de vent aux mêmes instants. Par contre, une bonne corrélation ne signifie pas obligatoirement une faible différence dans le potentiel éolien. Les deux séries peuvent se corréler correctement mais présenter un facteur de correction élevé, ce qui signifierait une différence dans l'énergie estimée. De la même manière, deux séries peuvent présenter une énergie dans le vent avec des vitesses moyennes et des paramètres de Weibull identiques sans pour autant présenter une bonne corrélation.

Le fait de comparer les paramètres du potentiel éolien est donc très réducteur et ne permet de connaître que certains aspects du vent. Ces aspects restent toutefois les plus importants puisque ce sont eux qui vont déterminer le potentiel éolien d'un site. Les paramètres étudiés sont largement utilisés dans l'industrie et sont, au final, les éléments clés des projets éoliens.

5.3 ANALYSE CRITIQUE DES DONNEES MESUREES

Analysons à présent la validité des données qui nous servent de référence et de point de comparaison, c'est-à-dire celles issues du mât de mesure. Ces données proviennent d'un mât de 10m, ce qui est considéré comme trop court par les professionnels de la mesure du vent. A cette altitude, les mesures sont bien trop influencées par le sol, de nombreux éléments de la topographie et de la rugosité ne pouvant être intégrés dans les modèles digitaux. A cette hauteur, les mesures sont donc peu fiables car trop soumises aux effets locaux et de surface.

De plus, aucun filtrage n'a été effectué sur ces données, aucun nettoyage et aucune vérification supplémentaire que celle réalisée par l'équipe d'Environnement Canada. Ainsi celles-ci peuvent être contaminées par des épisodes de gel ou des erreurs de capteurs par exemple.

Enfin, afin de comparer le vent à la même altitude, ces données ont été extrapolées à 50 et à 60m à partir d'une valeur de profil identique et standard pour tous les sites. Nous avons là encore une grande source d'erreur puisque cette valeur peut très largement varier suivant la configuration spatiale locale. De plus, cette valeur de profil varie également avec la végétation alentour ainsi que suivant la direction et la vitesse du vent.

Ces données sont par conséquent généralement très intéressantes pour la corrélation et éventuellement la correction des données mesurées par un mât bien plus grand mais ne sont pas suffisantes pour connaître précisément le potentiel éolien d'un site.

Ces raisons expliquent pourquoi le vent mesuré par les stations d'Environnement Canada est si faible devant les estimations d'AnémoScope. Par expérience même, ces valeurs sont bien trop faibles pour être réaliste et donner une estimation correcte du vent à 50m aux sites choisis.

5.4 CONCLUSION

A la vu des résultats obtenus, il nous est donc bien difficile de confirmer ou non la validité des résultats du logiciel AnémoScope. Afin de répondre à la problématique en question, il conviendrait par conséquent d'effectuer le travail du type qui suit:

•Obtenir des mesures réelles de vent de qualité

Pour pouvoir vérifier les résultats d'AnémoScope, des données de vent mesurées par un mât de 60m minimum sont primordiales. Ces données devront ensuite être "nettoyées" et ajustées à long terme. Afin que cette opération soit effectuée convenablement et suivant les normes industrielles actuelles, l'utilisation d'un logiciel tel que WindPro serait particulièrement judicieuse.

•Effectuer les calculs d'AnémoScope à la même altitude que celle des mâts de mesure

En effectuant les simulations d'AnémoScope à la même hauteur de mât, on évite les erreurs dues à l'extrapolation verticale.

•Etudier la qualité des prédictions d'AnémoScope

Il serait intéressant d'intégrer directement les paramètres de Weibull par secteur comme données d'entrée dans WindPro par l'intermédiaire d'un mât de mesure fictif. Il conviendrait ensuite d'effectuer ce que l'on appelle une « cross-prediction » entre les quatre mâts d'AnémoScope et le mât de mesures réelles, c'est-à-dire d'utiliser les données réelles pour déterminer les vitesses de vent aux positions des « mâts » d'AnémoScope et réciproquement par l'intermédiaire des modèles de WASP qu'utilise WindPro. Une autre solution serait de comparer les résultats de simulations d'un parc éolien avec les données réelles mesurées et avec les données issues d'AnémoScope.

Il est bien sûr regrettable de n'avoir que des résultats trop incomplets mais cette maîtrise a également permis d'apporter au Laboratoire de recherche en énergie éolienne (LREE) une première expertise dans le domaine de la simulation méso-échelle. Cette méthode d'analyse du vent étant aujourd'hui un sujet d'interrogation et d'investissement dans toutes les compagnies, il est certain que poursuivre et approfondir cet effort devient tout-à-fait intéressant.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- AIT-DRISS Bouaziz, Francis PELLETIER, Louis ROBERT, Marie-Christine GIROUX, Marion HILL, Nicolas MUSZYNSKI, Radenko PAVLOVIC, Richard LEGAULT et Simon HEBERT. 2004. *Etude sur l'évaluation du potentiel éolien, de son prix de revient et des retombées économiques pouvant en découler au Québec*. Dossier R-3526-2004: HELIMAX. Québec (CANADA). 69 p.
- BERGERON Guy, René LAPRISE et Daniel CAYA. 1994. *Formulation du modèle de mésoéchelle compressible communautaire*. Canada: Centre coopératif pour la recherche en mésométéorologie. 165 p.
- CANADIAN-HYDRAULICS-CENTER. 2005 "AnemoScope - Tutorial". Dans *AnemoScope*. En ligne. 35 p.
<www.anemoscope.ca/Documents/AnemoScopeTutorial.pdf>.
- CANADIAN-HYDRAULICS-CENTER. 2006a. "AnemoScope - User's Guide". Dans *AnemoScope*. En ligne. 167 p.
<www.anemoscope.ca/Documents/AnemoScopeTutorial.pdf>.
- CANADIAN-HYDRAULICS-CENTER. 2006b. "AnemoScope - Reference Guide". Dans *AnemoScope*. En ligne. 59 p.
<www.anemoscope.ca/Documents/AnemoScopeTutorial.pdf>.
- CANALE Raymond et Steven C. CHAPRA, 2002. *Numerical Methods for Engineers*. 4^e édition. New-York (USA): McGraw-Hill. 944 p.
- ENVIRONNEMENT CANADA. 2009a. "Système d'observation météorologique automatisée". Dans *AWOS*. En ligne. <http://www.msc-smc.ec.gc.ca/msb/manuals/awos/chap1_f.html#1210_f>.
- ENVIRONNEMENT CANADA. 2009b. *Archives nationales d'information et de données climatologiques*. Dans *Environnement Canada*. En ligne.
<http://www.climate.weatheroffice.ec.gc.ca/climateData/canada_f.html>.
- GEOBASE. 2009. "Données Géospaciales" Dans *Géobase*. En ligne.
<www.geobase.ca>.
- GLOBAL MAPPER. 2009 "Global Mapper software". Dans *Global Mapper*. En ligne.
<www.globalmapper.com>.
- HOLTON James R. 1992. *An Introduction to Dynamic Meteorology*. 3^e édition. London (UK): Elsevier Academic Press. 511 p.

- IEC. 2005. *Norme internationale 61400-1*. 182 p.
<<http://www.asugards.net/dbpics/uploads/iec61400-1%7Bed3.0%7Db.pdf>>
- IEC. 2008. *Norme internationale 61400-12-2*. "Power performance of electricity producing wind turbines based on nacelle anemometry".
- MANWELL, J.F., J.G. McGOWAN, A.L. ROGERS. 2002. *Wind Energy Explained - Theory, Design and Application*. John Wiley & Sons, LTD.
- MERZOUK N. Kasbadji, M. MERZOUK et N. MESSEN. 2002. *A mass consistent model application to the study of phenomenon in advance of sand towards the Algerian High Plains*. *Renewable Energy* 28 (2003). pp 655-663.
- NRG-SYSTEMS. 2009. "Products" dans *NRG-systems* En ligne.
<<http://www.nrgsystems.com/>>
- PETRUCCI Franco. *Identification et réduction des biais et de l'incertitude dans l'évaluation de la ressource éolienne*. Québec (CANADA). 14 p.
- RETIVEAU Jean-Louis. 2005. "Analyse de données expérimentales et conception d'un générateur numérique de vitesses de vent", Mémoire de Maitrise en ingénierie. Rimouski: Université du Québec à Rimouski.
- ROGERS A.L., J.W. ROGERS, and J.F. MANWELL. 2005. "Comparison of the performance of four measure-correlate-predict algorithms". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. pp. 243-264.
- TAMMELIN Bengt, Hans BERGSTRÖM, Gabriele BOTTA, Dimitris DOUVIKAS, Reijo HYVÖNEN, Birgitta KÄLLSTARND, Erik PETERSEN, Martin STRACK et Ole RATHMAN. 2000. "Wind Power Predictions in European Mountains". *Boreas*. Levi (FINLAND). 21 p.
- TANGUAY Monique, André ROBERT et René LAPRISE. 1990. "A Semi-Implicit Lagrangian Fully Compressible Regional Forecast Model". *Monthly Weather Review*. volume 118. pp 1970-1980.
- TANNEHILL John C., Dale A. ANDERSON et Richard H. PLETCHER. 1997. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. 2nd édition. Philadelphia (USA): Taylor & Francis. 816 p.
- WALMSLEY John L., Ib TROEN, Demetrius P. LALAS et Paul J. MASON. 1990. "Surface-Layer flow in complex terrain: comparison of models and full-scale observations". Dans *Boundary-Layer Meteorology*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers. pp 259-281.

WAsP. 2009. *The Wind Atlas Analysis and Application Program*. En ligne.
<<http://www.wasp.dk/>>.

WINDPOWER. 2009 *Danish Wind Industry Association*. En ligne.
<<http://www.windpower.org/en/>>

