Université du Québec à Rimouski

ÉTUDE DES PRATIQUES DÉCLARÉES D'ORTHOPÉDAGOGUES INTERVENANT SUR LE DÉVELOPPEMENT DE LA PENSÉE ALGÉBRIQUE AUPRÈS D'ÉLÈVES DU PREMIER CYCLE DU SECONDAIRE

Mémoire présenté

dans le cadre du programme de maîtrise en éducation

en vue de l'obtention du grade de maître ès arts

PAR

© ANNE-MARIE CROTEAU

AVRIL 2020

Composition du jury :

Rakia Laroui, présidente du jury, Université du Québec à Rimouski

Mélanie Tremblay, directrice de recherche, Université du Québec à Rimouski

Mireille Saboya, codirectrice de recherche, Université du Québec à Montréal

Hassane Squalli, examinateur externe, Université de Sherbrooke

Dépôt initial le 13 novembre 2019 Dépôt final le 17 avril 2020

À mes chères filles Mila, Alicia et Léane, maman sera toujours là pour vous encourager et vous soutenir dans tous vos futurs défis.

REMERCIEMENTS

Un merci tout spécial pour une professeure et une directrice de maîtrise en or Madame Mélanie Tremblay. Une professeure qui a su me guider dans le monde de la recherche avec brio. C'est du fond du cœur que je te remercie de m'avoir fait confiance et surtout de m'avoir fait une place dans le monde de la recherche à tes côtés. Une deuxième perle m'a pris sous son aile. Merci à Madame Mireille Saboya de m'avoir encouragée tout au long de cette aventure. Ta présence a toujours été réconfortante. Je suis et je serai toujours reconnaissante de ce que vous avez fait pour moi. J'aimerais aussi remercier Madame Rakia Laroui et Monsieur Hassane Squalli d'avoir accepté de prendre un temps précieux pour évaluer mon mémoire.

Un énorme merci aux orthopédagogues qui ont participé à cette recherche. Votre participation a contribué à l'avancement de la pratique des orthopédagogues.

Je souhaite aussi remercier mon remarquable conjoint, Jérôme, d'avoir su me respecter dans mon choix d'effectuer une maîtrise malgré notre jeune famille et surtout de m'avoir encouragée à persévérer. Ce mémoire représente plus que des mots inscrits sur une feuille, plus qu'une contribution au monde de la recherche et au métier de l'orthopédagogie, c'est un cadeau que j'offre à une petite fille qui n'a jamais baissé les bras malgré ses difficultés à apprendre, malgré toutes ses nuits d'insomnie essayant de combattre l'anxiété. Cette petite fille a su relever ses manches et s'entêter pour maintenant vivre une énorme fierté d'avoir accompli son mémoire. Du même souffle, cet accomplissement me permettra de dire à mes trois filles, Mila, Alicia et Léane qu'il ne faut jamais baisser les bras. Malgré les obstacles que la vie nous met sur sa route, il est possible d'atteindre ses objectifs avec persévérance. Je ne peux donc passer sous silence la présence de mes chers parents, Mimi et Jean-Luc, pour cette vague d'amour et d'encouragements qu'ils ne cessent jamais de montrer à mon égard.

RÉSUMÉ

Le métier de l'orthopédagogie désigne des pédagogues spécialisés qui interviennent et évaluent auprès d'apprenants « qui sont susceptibles de présenter, ou qui présentent, des difficultés d'apprentissage scolaire, en lecture, en écriture ou en mathématique, incluant les troubles d'apprentissage. ». (ADOQ, 2013a) Plusieurs chercheurs se sont intéressés aux pratiques des orthopédagogues. Par contre, aucune recherche, à notre connaissance, n'a étudié cette pratique au secondaire dans le champ de l'algèbre bien que ce dernier occupe une place prépondérante dans le programme de formation de l'école québécoise.

La présente recherche vise donc à documenter la pratique des orthopédagogues évaluant et intervenant au premier cycle du secondaire sur le développement de la pensée algébrique. S'appuyant sur des assises provenant de la didactique de l'algèbre, cette recherche analyse les pratiques d'intervention et d'évaluation déclarées d'orthopédagogues. L'étude vise à répondre aux questions suivantes : Comment les orthopédagogues déclarent-ils intervenir pour favoriser le développement de la pensée algébrique? Quelles composantes déclarées de l'algèbre semblent être privilégiées par les orthopédagogues du secondaire dans leur démarche d'évaluation et d'intervention en mathématiques? Quels outils d'évaluation sont mis en place par les orthopédagogues dans leur démarche d'évaluation en algèbre? Quelles difficultés les orthopédagogues perçoivent-ils chez les apprenants en algèbre?

Pour permettre une description riche de la pratique déclarée de cinq praticiens, l'utilisation de plusieurs outils de collecte de données ont été utilisés dont : un questionnaire, des entrevues semi-dirigées et un recueil de problèmes.

Les diverses données obtenues ont été analysées selon les composantes de l'algèbre. Cette analyse a permis de documenter celles qui sous-tendent les actions privilégiées par les orthopédagogues intervenant au premier cycle du secondaire sur la pensée algébrique. De plus, il a été possible de ressortir deux profils d'intervention utilisés chez les orthopédagogues selon que l'intervention peut potentiellement favoriser ou non le développement de la pensée algébrique des élèves.

Mots clés : orthopédagogue, algèbre, pensée algébrique, intervention, évaluation, mathématiques, étude de cas, secondaire

ABSTRACT

Special needs teacher profession includes specialized educators who intervene, and evaluate learners “which are likely to present, or demonstrate, learning difficulties in education, reading, writing or mathematics, including learning disabilities.” (ADOQ, 2013a) Many researchers have been interested of their practice. However, to our knowledge, no research has studied this practice with high school algebra, even if it occupies a prominent place in the Quebec school’s education program.

The purpose of this research is to document the declared practice of special needs teachers when they evaluate and intervene in the algebraic thinking development of students with learning difficulties at the college level. Based on a literature review of learning and teaching algebra, our study aims to answer to the following questions: How special needs teachers intervene to promote the development of algebraic thinking? What tools are implemented by special needs teachers in their assessment in algebra? What are the difficulties, special needs teachers perceive when they intervene in algebra? To answer these research questions, a case study was applied. To provide a rich description of the reported practice of five practitioners, several data collection methods was used, including a survey and semi-structured interviews.

The various data collection has been carefully analyzed to identify on which algebraic learning components special needs teachers declare to intervene and how they doing it. This research also identifies two profiles of intervention. The first refers to those interventions that have a great potential to support students and the second profile integrate actions that may affect algebraic thinking development.

Keywords: Special needs teacher, algebra, algebraic thinking, intervention, evaluation, mathematics, case study, secondary

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

LISTE DES ABRÉVIATIONS, DES SIGLES ET DES ACRONYMES

ADEREQ	Association des doyens, doyennes et directeurs, directrices pour l'étude et la recherche en éducation au Québec.
ADOQ	Association des Orthopédagogues du Québec.
AQNP	Association québécoise des neuropsychologues.
DAP	Dossier d'aide pédagogique.
DEMMI	Démarche d'évaluation en mathématiques pour mieux intervenir.
HDAA	Élève(s) handicapé (s, es) ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage.
OCDE	Organisation de coopération et de développement économique.
UQAM	Université du Québec à Montréal.
UQAR	Université du Québec à Rimouski.
TIFO	Table interuniversitaire pour la formation en orthopédagogie.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Au Québec, l'accompagnement des élèves ayant des difficultés d'apprentissage demeure parmi les priorités importantes en éducation. Plusieurs métiers ont été créés pour accompagner ces élèves dont celui de l'orthopédagogie. Ces spécialistes de l'intervention auprès d'élèves éprouvant des difficultés d'apprentissage évaluent et interviennent dans différentes matières scolaires comme la mathématique où leurs connaissances didactiques et pédagogiques sont constamment sollicitées. Sachant que l'algèbre occupe une place prépondérante dans le programme de formation de l'école québécoise au secondaire et que son apprentissage semble occasionner des difficultés chez plusieurs élèves, les connaissances que doivent mobiliser les orthopédagogues relativement au développement de la pensée algébrique influenceront la réussite des élèves en difficulté. Il existe cependant très peu de recherches ayant documenté la pratique des orthopédagogues intervenant et évaluant en algèbre au début du secondaire.

Cette recherche vise donc à documenter la pratique déclarée d'orthopédagogues évaluant et intervenant sur le développement de la pensée algébrique au premier cycle du secondaire. Pour ce faire, l'étude des pratiques déclarées d'orthopédagogues sera effectuée en portant un regard sur les interventions réalisées pour favoriser le développement de la pensée algébrique, sur la reconnaissance des difficultés rencontrées chez les élèves et sur les composantes de l'algèbre prises en considération lors de leurs interventions.

Ce présent mémoire est divisé en cinq chapitres distincts. Le premier chapitre permet de situer la problématique de cette recherche qui porte sur le métier des orthopédagogues et sur le développement de la pensée algébrique au premier cycle du secondaire. L'objectif de recherche y est précisé ainsi que la pertinence sociale et scientifique de la recherche. Le second chapitre définit les assises sur lesquelles repose notre analyse de la pratique déclarée des orthopédagogues intervenant au secondaire plus précisément en algèbre. Le rôle et la démarche de l'orthopédagogue sont d'abord définis. Puis sont exposées les assises conceptuelles touchant la pensée algébrique et son développement. Pour ce faire, les activités associées à l'algèbre ainsi que les ruptures entre l'arithmétique et l'algèbre sont discutées. Ce second chapitre termine avec la présentation de l'objectif et des questions de recherches. Le troisième chapitre décrit la méthodologie mise en place soit l'étude de cas et présente les outils de collecte de données ainsi que les cinq orthopédagogues participantes. Le quatrième chapitre expose les résultats. Il met en lumière les interventions déclarées des orthopédagogues selon les types d'activités algébriques sollicitées dans un problème. Une discussion en lien avec les résultats de cette recherche constitue le cinquième chapitre. Pour clore ce mémoire, une conclusion permet le rappel de certains de nos résultats.

CHAPITRE 1
PROBLÉMATIQUE

Il existe, dans tous les pays, des élèves éprouvant des difficultés d'apprentissage (Brochu, Deussing, Houme & Chuy, 2012). L'Organisation de coopération et de développement économique (OCDE, 2016) mentionne à ce sujet qu'il y a présentement un consensus important sur la nécessité d'intervenir le plus précocement possible auprès des élèves en difficulté. Différents chercheurs portaient déjà cette vision plusieurs années auparavant (Giasson, 1997; Will, 1986). Plusieurs pays tentent d'ailleurs (p.ex. Belgique[1], Canada, États-Unis[2], Finlande[3]) de trouver des pistes de solutions permettant de mieux expliquer ces difficultés d'apprentissage et du fait même d'optimiser et d'adapter les interventions dans le but de réduire le nombre d'élèves éprouvant des difficultés. Pour ce faire, plusieurs pays dont ceux de l'OCDE[4] ont mis sur pied des réformes (Mons, 2007).

Au Québec, « une réorientation de tout le système scolaire [a été envisagée pour ainsi viser] le succès du plus grand nombre de jeunes Québécois » (Ministère de l'éducation, 2002, p.11). Pour ce faire, des changements ont été effectués dans le système scolaire soit dans l'environnement éducatif, soit dans les contenus de formation, soit dans l'organisation de l'enseignement ou soit dans les programmes d'études (Ministère de l'éducation, 1997). Pourtant, de 2001 à 2016, on a pu constater une forte augmentation de l'effectif des élèves

---

[1] En Belgique, il existe des écoles primaires spécialisées prenant en compte 8 types d'enseignement (École primaire spécialisée).
[2] Exemple : La secrétaire adjointe pour l'*Office of Special Education and Rehabilitative Services* des États-Unis mentionne les limites des programmes destinés aux élèves éprouvant des difficultés d'apprentissage : les critères d'éligibilité, la stigmatisation, l'intervention sur l'échec plutôt que sur la prévention et le manque de collaboration entre les parents et l'école (Will, 1986).
[3] La Finlande favorise l'inclusion des élèves ayant des difficultés d'apprentissage et mentionne que ces élèves ont droit à une éducation spéciale qui sera mise en œuvre par les enseignants (European agency for Special Needs and Inclusive Education).
[4] L'Organisation de coopération et de développement économique compte 34 pays. La majorité d'entre eux sont des pays développés.

handicapés ou en difficultés d'adaptation ou d'apprentissage (HDAA) passant « de 120 500 à 207 000 élèves, soit de 10,8% à 20,4% de l'effectif scolaire total au primaire-secondaire » (Prud'homme, 2019). Ceci pourrait être dû à une forte tendance à effectuer des diagnostics au Québec dans le but de rechercher des causes permettant d'expliquer les difficultés sans nécessairement être dans une perspective d'intervention pour mieux accompagner ces élèves (Bélanger-Fortin & Tremblay, 2013). Qu'il s'agisse d'une augmentation réelle d'élèves en difficulté ou non, il s'avère primordial de mettre en place les services visant un meilleur accompagnement des élèves.

Selon la Loi sur l'instruction publique, dans notre système québécois, les services éducatifs se déploient en 4 volets qui sont : l'éducation préscolaire, l'enseignement général, les services particuliers et les services complémentaires (Ministère de l'éducation et de l'enseignement supérieur, 2016). Ce dernier, visant le soutien aux élèves, se divise en quatre programmes distincts, soient les services de soutien, les services de vie scolaire, les services d'aide à l'élève et les services de promotion et de prévention. Parmi ces quatre programmes, le service d'aide à l'élève peut compter sur les services d'un professionnel qui est spécifique au Québec[5] et qui est l'objet d'intérêt de ce mémoire : l'orthopédagogue. Celui-ci exerce auprès des élèves éprouvant des difficultés et des troubles d'apprentissage[6] et il pratique dans les écoles primaires, secondaires, cégeps, universités, centre d'éducation aux adultes, ou encore, dans des cliniques privées (ADOQ, 2013b).

---

[5] La création de ce cadre d'emploi provient du Québec. Par contre, il est maintenant possible de voir des offres d'emplois provenant d'ailleurs dans le Canada. De plus, dans certains pays, les termes « Remedial education » et « Special éducation » sont étroitement liés à l'orthopédagogie.

[6] Il importe de distinguer la signification des troubles d'apprentissage versus les difficultés d'apprentissage. Le trouble d'apprentissage « est un terme générique désignant un ensemble hétérogène de troubles causés par une dysfonction, détectée ou non, du système nerveux central » (AFPED,2016). Une difficulté d'apprentissage « désigne une détérioration des performances scolaires; elles sont inférieures à celles attendues compte tenu de l'âge de l'élève. Les difficultés ont un caractère transitoire, passager et ponctuel. Elles peuvent apparaître à tout moment au cours de l'apprentissage » (Tousignant, 2014, p.?).

1.1 LE METIER D'ORTHOPEDAGOGUE

Déjà, en 1967, l'orthopédagogue était formé dans le but de se spécialiser dans l'évaluation et dans l'intervention des élèves en difficulté dans le domaine du français et des mathématiques (ADOQ, 2003; Laplante, 2012; Tardif & Lessard, 1992). À cette époque, on distinguait la formation en enfance inadaptée (enseignement en adaptation scolaire) de la formation en orthopédagogie. Comme le précise justement Laplante (2012), la première s'inscrivait davantage dans le courant de la psychopédagogie et était plus spécifique à l'enseignement en classes spéciales alors que la seconde, puisant davantage au courant instrumental et cognitif, incluait les dimensions de l'évaluation des difficultés et troubles d'apprentissage de nature scolaire ainsi que l'intervention spécialisée.

Suite au rapport du Comité provincial sur l'enfance exceptionnelle (rapport COPEX) en 1976, les orthopédagogues intervenaient à différents niveaux selon le système en cascade[7] (Vienneau, 2006). Ainsi, au niveau 2, par exemple, ils agissent davantage comme ressource pour l'enseignant sans être en interaction directe avec l'élève; au niveau 3, il est plutôt considéré comme une ressource intervenant autant auprès de l'enseignant que d'un élève; au niveau 7, il offre un service d'enseignement à domicile alors qu'au niveau 8, son rôle dépasse le cadre de l'école pour plutôt intervenir dans un centre d'accueil ou même dans un centre hospitalier (Laplante, 2012). En 1980, la fusion des baccalauréats en adaptation scolaire et sociale et en orthopédagogie amène un changement considérable dans le rôle de l'orthopédagogue. Ce dernier n'est alors plus limité à des interventions individualisées, mais peut désormais assumer des responsabilités pédagogiques pour ainsi soutenir les élèves dans la classe (Mukamurera & Tardif, 1999).

Considérant ce qui précède, le champ d'actions de l'orthopédagogue se diversifie et les connaissances nécessaires à leurs interventions sont aussi sujet de discussion. De fait, les interventions orthopédagogiques renvoient pour certains à des enseignants en adaptation

---

[7] Ce système se veut une organisation graduée en 8 niveaux distincts des services éducatifs (voir annexe 1).

scolaire, ayant ou non, une classe à leur charge, qui mènent des interventions (souvent en individualisé ou en petits groupes) auprès d'élèves en difficulté (Houle, 2016). Brodeur et ses pairs (2015) vont plus loin en déterminant les disciplines prioritaires d'intervention:

> L'orthopédagogie est la profession qui a trait à l'évaluation-intervention auprès d'apprenants qui manifestent des difficultés ponctuelles ou persistantes sur le plan des apprentissages, tout au long du cheminement scolaire, de l'enfance à l'âge adulte. Ces difficultés d'apprentissage concernent en particulier la lecture, l'écriture et les mathématiques, de même que les stratégies d'autorégulation impliquées dans les apprentissages scolaires (p.1).

Cette définition s'inscrit d'ailleurs dans les travaux de la Table interuniversitaire pour la formation en orthopédagogie (TIFO) qui, à la demande de l'Association des doyens, doyennes et directeurs, directrices pour l'étude et la recherche en éducation au Québec (ADEREQ), a produit un référentiel des compétences nécessaires à l'exercice du métier d'orthopédagogue, lequel permettrait de soutenir une formation de 2e cycle qui serait le prolongement d'un baccalauréat en adaptation scolaire. L'Association des Orthopédagogues du Québec (ADOQ) mène actuellement des travaux afin que le métier d'orthopédagogue soit reconnu par un ordre, lequel permettrait éventuellement d'exiger une formation particulière à ce corps de métier. Dans le cadre de ce mémoire, et en cohérence avec ce qui précède, on retiendra ici, la définition de l'orthopédagogie de l'ADOQ :

> L'orthopédagogie est la science de l'éducation dont l'objet est l'évaluation et l'intervention relatives aux apprenants susceptibles de présenter ou présentant des difficultés d'apprentissage scolaire, incluant les troubles d'apprentissage. Sa pratique prend appui sur la recherche en orthodidactique, en didactique, en pédagogie, en sciences cognitives (ADOQ, 2013a).

La pratique de l'orthopédagogue s'exerce alors dans trois champs d'action particuliers qui sont la prévention, l'intervention et l'évaluation[8]. Lesquels font d'ailleurs partie des composantes de l'acte orthopédagogique (ADOQ, 2003). En d'autres mots, l'orthopédagogue est responsable de : « 1) repérer les obstacles aux apprentissages scolaires; 2) évaluer, avec précision et rigueur, les difficultés affectant les apprentissages scolaires; 3) intervenir, de façon particulière, sur les dimensions directement liées aux apprentissages scolaires » (Boudreau, 2012, p.16).

Dans le cadre de ce mémoire, seules les composantes de l'évaluation et de l'intervention nous intéressent. Ces deux composantes du métier s'appuient et sont d'ailleurs documentées par des «recherches en orthodidactique, en didactique, en pédagogie et en science cognitives » (ADOQ, 2013a). Si l'on se tourne vers celles-ci, on verra que certaines d'entre elles portent leur attention sur le travail des orthopédagogues, elles le décrivent, ou encore, s'intéressent à la mise en œuvre et la mise à l'essai de nouvelles interventions. D'autres s'intéressent plus spécifiquement à l'activité des élèves et/ou à leur prédisposition neurologique ou psychologique (Marcoux, 2013; Houle, 2016).

1.2 UN REGARD SUR LES RECHERCHES EN ORTHOPEDAGOGIE

Certaines recherches (Boudreau, 2012; Boudreau, Cadieux, Laplante, & Turcotte, 2009; Corriveau & Goupil, 1995; Francoeur, 2012; Goupil, Comeau, & Michaud, 1994; Laplante, 2012; Tardif & Lessard, 1992; Verreault, 2006) ou des documents officiels (Office des professions du Québec, 2014) s'attardent à la pratique générale de l'orthopédagogue et la distinguent avec d'autres cadres d'emplois propres au monde scolaire. De plus, l'ADOQ a créé un *Référentiel des compétences professionnelles liées à l'exercice de l'orthopédagogue au Québec* (ADOQ, 2018) qui énumère les compétences générales et

[8] Les composantes, intervention et évaluation, seront davantage explicitées dans le chapitre 2 portant sur le cadre conceptuel.

spécifiques et les actions-clés qui doivent être présentes chez un orthopédagogue. Ce référentiel semble inspiré en grande partie par celui créé par le Comité interuniversitaire sur les orientations et les compétences pour une maitrise professionnelle en orthopédagogie (Tremblay et Fillion, à paraître).

En ce qui concerne les recherches qui se sont plus particulièrement intéressées à l'exercice de l'orthopédagogue dans une discipline particulière telles que le français et les mathématiques, la majorité de celles recensées s'attardent plus particulièrement à l'apprentissage du français. Citons, à titre d'exemples, les travaux de Boudreau & Deslauriers (2012), Boyer (2010), Côté, Mercier & Laplante (2014), Giasson (1997), Marcoux (2013) et Piérart (2002). Si l'on porte notre attention sur les recherches qui se sont penchées sur la pratique de l'orthopédagogue en mathématiques, elles se font plus rares. À ce sujet, Dumas mentionnait d'ailleurs, lors d'une entrevue, que le ratio entre le nombre de recherches en lien avec les mathématiques et les recherches en apprentissage de la lecture et de l'écriture étaient de 1 pour 30 (Lusignan, 2011).

1.3 UN REGARD SUR LA PRATIQUE DE L'ORTHOPEDAGOGUE EN MATHEMATIQUES

Une recension des écrits qui a pour objet la pratique de l'orthopédagogue en mathématiques a été réalisée. Ont été écartées les recherches qui appliquaient une logique cognitiviste pour approcher les interventions du professionnel. On entend ici les recherches qui proposent des interventions en fonction des spécificités des élèves, de leurs processus cognitifs et métacognitifs sans considérer les difficultés propres à l'apprentissage des savoirs culturels en jeu et plus particulièrement, les situations didactiques qui sont vécues entre élèves et orthopédagogue. En se limitant ainsi aux recherches en didactique en mathématiques, un premier constat peut être fait: parmi les quelques recherches s'intéressant à l'évaluation ou à l'accompagnement en mathématiques, la majorité porte sur la pratique d'orthopédagogues à l'ordre du primaire. DeBlois et Squalli (2001) ont démontré que les savoirs d'expérience des orthopédagogues ne sont pas suffisants pour développer un cadre de référence pertinent pour intervenir efficacement. Ils expliquent qu'une conception de l'erreur qui consiste à considérer cette dernière comme une occasion de saisir la logique de l'élève est à favoriser. Cette conception de l'erreur nécessite de la part de l'orthopédagogue de considérer le concept mathématique en jeu ainsi que les raisonnements plausibles à l'origine de cette erreur. Il s'agit là d'une recommandation importante pour la formation des orthopédagogues, mais aussi pour le chercheur qui s'intéresse à l'analyse de séances orthopédagogiques.

Mary (2003) a, de son côté, fait une analyse d'une seule séance orthopédagogique entre une intervenante et un élève du primaire. S'appuyant sur le concept du contrat didactique, elle a montré que malgré une bonne intention, l'intervention menée n'avait pas permis à l'enfant de développer une certaine autonomie de résolution. Cette dernière étant alors nourrie par les questions tantôt posées par l'intervenante, tantôt par l'élève. Celles de l'intervenante laissant présumer un manque de connaissances sur les difficultés associées à la résolution de problèmes de structure additive.

DeBlois (2003) partage de son côté les résultats d'une recherche collaborative menée avec trois orthopédagogues. À partir d'un modèle théorique pour faciliter l'interprétation des activités cognitives des élèves, DeBlois encourage les professionnelles à prendre conscience de leur modèle respectif d'intervention pour ensuite coconstruire un modèle avec elles qui les encouragent à particulariser leurs interventions en tenant compte du concept en jeu plutôt que de chercher à appliquer un modèle générique de résolution d'un problème. On apprend aussi que pour les orthopédagogues impliqués, il fut surprenant de constater qu'il était possible de développer des situations qui font sentir à l'élève la nécessité de modifier leur compréhension. Le simple fait d'encourager les élèves à illustrer leur compréhension peut alors être un moyen pour les orthopédagogues de mieux cerner la compréhension de l'élève et ainsi poursuivre les interventions à partir de celle-ci.

Chesnais et Curin (2015) proposent une comparaison de l'activité de 2 orthopédagogues intervenant chacune avec un élève de 5^e^ année. Elles illustrent la posture difficile des orthopédagogues qui semblent vouloir guider et contrôler la compréhension des élèves ainsi que les interactions. Leurs actions sont alors souvent centrées sur le repérage, le traitement et l'évitement des erreurs. Les chercheures montrent aussi l'ambiguïté des entretiens que réalisent les orthopédagogues. Ces dernières oscillent entre procéder à une évaluation diagnostique des connaissances et des difficultés et intervenir. Les chercheures illustrent alors cette variabilité.

Plus récemment, Houle (2016) a étudié les conditions qui sont favorables en contexte orthopédagogique dans l'orchestration de situations adidactiques. Jouant le jeu d'une orthopédagogue, elle expérimente une séquence didactique sur le concept de fractions auprès de trois groupes de trois élèves jugés en difficulté par leur enseignante respective. Houle (2016) montre comment il est possible de modifier le contrat didactique de dépendance reconnu dans la relation orthopédagogue et élève. Elle démontre qu'il est possible pour l'orthopédagogue de créer un milieu qui permettra à l'élève de juger de l'efficacité de ses stratégies en s'appuyant d'abord sur la logique interne des situations planifiées. Elle illustre différentes caractéristiques du milieu (organisation du travail, qualité des rétroactions exprimées en vue de favoriser les apprentissages autonomes ainsi que le choix des variables didactiques des situations) qui permettent la tenue de situations adidactiques en contexte orthopédagogique. Alors qu'il y a pourtant un contrat explicite d'aide orthopédagogique, la chercheure montre combien le pilotage de la situation de l'orthopédagogue doit être flexible pour ainsi conserver le caractère adidactique. Elle explique qu'il est alors nécessaire de modifier rapidement le milieu s'il ne favorise pas la mise en œuvre de la stratégie faisant appel à la connaissance visée. Elle montre l'importance de soutenir la formulation et la validation des stratégies. Pour ce faire, il est alors nécessaire d'encourager, par moments, le recours à un langage précis, à coordonner les mots avec l'écriture, et parfois, à décontextualiser pour aider l'élève à tisser des liens.

Les précédentes recherches montrent le maillage important entre les interventions réalisées, la conception de l'erreur de l'orthopédagogue et l'influence du bagage didactique de ce dernier pour pouvoir planifier et piloter des situations en contexte orthopédagogique. D'autres recherches, telles que celles de Fontaine (2008), démontrent ce besoin important de formation didactique exprimé par les orthopédagogues eux-mêmes. De fait, l'objet du mémoire de Fontaine était précisément de comprendre ce qui justifiait le peu d'interventions faites en mathématiques de la part des orthopédagogues[9]. Parmi les motifs intéressants à relever, l'évaluation du manque de bagage didactique par les orthopédagogues fait écho aux précédentes recherches exposées. Sans que ce soit une recherche en elle-même, mais bien le fruit de demandes du milieu, Dumas et ses pairs (2011) ont développé un guide de soutien aux interventions en ciblant des recommandations didactiques en lien avec les principaux concepts et processus en arithmétique. Dans le cadre de la démarche d'appropriation, les orthopédagogues vivaient des activités telles qu'ils devaient les faire vivre aux élèves tout en repérant les difficultés potentielles que ceux-ci pourraient éprouver. Une formation sur la démarche d'évaluation orthopédagogique nommée DEMMI s'ensuivait. De son côté, Fortier-Moreau (2016) montre la nécessité de laisser des traces du potentiel d'une analyse didactique réalisée sur les outils d'évaluation diagnostiques qui sont usuellement utilisés en contexte orthopédagogique. Elle réalise alors ce travail à partir d'un outil développé par Giroux (2013), portant sur les structures multiplicatives au deuxième cycle du primaire.

1.4 UN REGARD SUR LA PRATIQUE DE L'ORTHOPEDAGOGUE EN MATHEMATIQUES AU SECONDAIRE

Comme nous l'avons annoncé, si l'on se préoccupe plus spécifiquement de la pratique de l'orthopédagogue en mathématiques au secondaire, les recherches se font rares. À notre connaissance, Bélanger-Fortin (2015) serait l'une des premières à avoir porté son attention sur la pratique effective d'orthopédagogues du secondaire en analysant plusieurs moments d'interventions. S'appuyant sur la méthodologie de l'étude de cas, elle propose de fines analyses de différents moments d'intervention de deux orthopédagogues du secondaire intervenant auprès d'élèves ayant obtenu le diagnostic toujours non officiel de trouble

[9] Malheureusement, la cueillette des données a dû conduire la chercheure à exclure les quelques participants (6) œuvrant au secondaire (N=48), ordre qui nous interpelle davantage dans ce mémoire.

d'apprentissage non verbal en mathématiques. Sa recherche a permis « de documenter les motifs des actions des orthopédagogues et de constater que leurs actions sont souvent motivées par la connaissance que les intervenantes ont du trouble d'apprentissage et par les difficultés qu'elles appréhendent » (Bélanger-Fortin, 2015, p. V). À l'aide d'exemples issus d'analyses d'extraits de séances d'intervention combinés à des données issues d'entretiens avec l'orthopédagogue, elle introduit le concept de sensibilité pour ainsi mieux comprendre le rationnel qui guide la professionnelle. Les connaissances qu'a l'orthopédagogue du trouble d'apprentissage non verbal lui ont fait appréhender certaines difficultés chez l'élève qui ne se manifestent pas toujours, mais cette appréhension influence la formulation et même la gestuelle de certaines questions ou interventions.

Plus récemment, Bolduc (2020) a aussi mené une étude de cas auprès d'une orthopédagogue qui est intervenue, en simultané, auprès de deux élèves de 2e secondaire éprouvant des difficultés persistantes sur le plan des apprentissages. Son analyse combine l'étude de séances orthopédagogiques et d'entretiens en s'intéressant plus particulièrement au processus de régulation de l'acte orthopédagogique[10] pour développer un contrôle mathématique chez les élèves. Elle illustre des interventions (encourager la verbalisation des élèves, recours à la calculatrice pour favoriser l'engagement cognitif sur la tâche) qui favorisent le contrôle sémantique. Elle pointe aussi les interventions (questionnements) qui amènent les élèves à percevoir leurs erreurs. Bolduc (2020) discute aussi de la difficulté des élèves à résoudre le problème proposé sans l'aide de l'orthopédagogue et de l'amélioration possible de certaines interventions par l'accroissement d'un bagage didactique qui permettraient une meilleure analyse *apriori* des problèmes proposés et des difficultés à appréhender. Elle réfère aussi à l'expression de la sensibilité de l'orthopédagogue dans les manières de faire et dans l'expression du rationnel des actions posées alors que l'orthopédagogue intervient auprès d'un élève diagnostiqué pour trouble d'accès lexical.

[10] Ce concept est amené par Bolduc pour mieux rendre compte de la dynamique des composantes évaluative et d'intervention de la pratique de l'orthopédagogue sans la démarche d'accompagnement.

À la lumière de ce qui précède, force est de constater que la pratique de l'orthopédagogue en mathématiques au secondaire, quoique faisant partie des deux disciplines dont l'orthopédagogue doit être un expert du point de vue orthodidactique, didactique et pédagogique (ADOQ, 2003; Boudreau, 2012; Laplante, 2012), n'est que très peu documentée (Fortier-Moreau, 2016). Un constat semblable peut être fait avec les ressources disponibles pour le milieu de la pratique, lesquelles sont considérées comme étant désuètes ou inexistantes (Francoeur, 2012). La revue de la littérature menée dans le cadre de ce mémoire a tout de même permis de trouver un guide de référence[11] développé par les praticiens à l'intention des orthopédagogues du secondaire : *la Démarche d'évaluation en mathématiques pour mieux intervenir (DEMMI)* (Dumas et al., 2011). Celui-ci fait état de la profession et suggère une démarche d'évaluation en mathématiques. Ce document est majoritairement utilisé dans la région de Montréal, mais a fait l'objet de consultations à l'échelle provinciale. Bien qu'il puisse guider les évaluations des orthopédagogues pratiquant au secondaire, il n'existe pas à notre connaissance d'autre document destiné spécifiquement à l'intervention et à l'évaluation en mathématiques qui soit le fruit d'un travail conjoint entre les milieux de pratique et de la recherche. Au secondaire, le travail de circonscription du métier de l'orthopédagogue en mathématiques demeure flou et rend ainsi difficile la description du rôle et des actions attendues dans ce cadre d'emploi.

Qu'elles soient réalisées au primaire ou au secondaire, les recherches recensées démontrent que la pratique de l'orthopédagogue n'est pas uniforme pour un même niveau, elle est voire même considérée comme étant fort diversifiée. En concomitance, plusieurs recherches et spécialistes de l'orthopédagogie affirment qu'il y a un besoin important de formation dans ce métier (ADOQ, 2003; Boudreau, 2012; Boudreau *& al*., 2009; Chesnais & Curin, 2015; DeBlois & Squalli, 2001; Fontaine, 2008; Francoeur, 2012; Laplante, 2012; Office des professions du Québec, 2014). DeBlois et Squalli (2001) avancent que les connaissances didactiques et mathématiques des orthopédagogues gagneraient à être

[11] Il existe des évaluations standardisées telles le Key-math, mais celles-ci ne répondent pas, selon nous, à une évaluation complète (voir Fontaine, 2008 pour plus d'informations en lien avec les évaluations).

enrichies. Ces connaissances incluent celles liées aux usages du matériel didactique nécessaire pour répondre aux besoins des élèves en mathématiques au secondaire, et ce, dans le but de répondre aux attentes reliées à l'action d'un orthopédagogue soit l'utilisation d' « (…) un ensemble de moyens didactiques et orthodidactiques en vue d'aider les élèves en difficulté à réaliser leurs apprentissages scolaires » (Legendre, 1993, p. 951). Ainsi au travail de compréhension des connaissances actuellement mobilisées par les orthopédagogues se juxtapose une nécessité de cibler celles que devraient acquérir les orthopédagogues et qui se transposent souvent par des besoins de formation. Peu de travaux[12] ont permis de documenter la pratique des orthopédagogues en mathématiques[13] et encore moins, à l'ordre du secondaire. Le présent projet de recherche découle de ce questionnement sur les « connaissances requises » chez les orthopédagogues pour intervenir en mathématiques au secondaire.

Les mathématiques à cet ordre couvrent plusieurs champs, mais celui de l'algèbre occupe une place prépondérante dans le programme de formation de l'école québécoise (Proulx, 2003) au secondaire alors que l'arithmétique nourrit la majorité des situations d'enseignement/apprentissage au primaire. La recherche de ces connaissances dites « requises » chez les orthopédagogues tourne alors son attention sur la pratique des orthopédagogues au secondaire en mathématiques et plus particulièrement sur les actions qu'ils posent en algèbre avec des élèves éprouvant davantage de difficultés. À cet effet, nous pouvons penser aux interventions qui sont mises en place pour diminuer les difficultés liées au sens accordé au signe d'égalité (Filloy & Rojano, 1989; Herscovics & Kieran, 1980; Vlassis & Demonty, 1999), à la signification de la lettre (Booth, 1984; Jeannotte, 2005; Kieran, Battista & Clements, 1991; Kuchemann, 1978; Vlassis & Demonty, 1999), au sens

[12] Il existe des travaux dans le monde anglophone qui s'attardent aux « special education » qui se veut étroitement reliés au domaine de l'orthopédagogie.

[13] Les écoles primaires privilégient les interventions en français ce qui représente 80 % du temps d'intervention des orthopédagogues selon Marcoux (2013). Le même phénomène semble être vécu au secondaire.

donné aux expressions et à la résolution d'équations (Herscovics & Kieran, 1980; Booth, 1984; Mason, 1996; Vlassis & Demonty, 1999).

1.5 REGARD SUR LES RECHERCHES PORTANT SUR L'APPRENTISSAGE DE L'ALGEBRE

Considérant ces difficultés, il importe de ressortir les recherches s'intéressant à l'apprentissage de l'algèbre sans qu'elles soient nécessairement issues de contextes d'intervention orthopédagogique. Plusieurs chercheurs ont donc étudié l'activité des élèves pour ainsi documenter les difficultés qu'ils rencontrent (Filloy & Rojano, 1989; Herscovics & Kieran, 1980; Jeannotte, 2005, 2012; Kieran, Battista & Clements, 1991; Kuchemann, 1978; Maher, Goldin, & Davis, 1989; Theis & Ducharme, 2005; Vlassis & Demonty, 1999). D'autres recherches (Beatty, 2012; Landry, 1999; Nathan & Koedinger, 2000; Schmidt & Bednarz, 1997; Tremblay & Saboya, à paraître; Vlassis & Demonty, 2002) se sont intéressées à comprendre et documenter des pratiques d'enseignants intervenant en algèbre. Ces recherches s'appuient sur d'autres qui ont porté un regard historique sur l'émergence de l'algèbre (Chevallard, 1985; Gascon, 1994; Radford, 2004; Radford & Grenier, 1996; Squalli, 2002). Lesquelles ont conduit à la comparaison des raisonnements dits arithmétiques et algébriques et au développement de différentes approches permettant d'introduire l'algèbre qui elles-mêmes considèrent les différents sens de la lettre ainsi que la signification d'expressions sous différents cadres (Bednarz, Kieran & Lee, 1996). Sans entrer dans les détails ici, ces objets, sur lesquels l'orthopédagogue peut porter son attention lors de l'évaluation et de l'intervention, seront repris dans le second chapitre de ce mémoire.

Considérant la place grandissante qu'occupe l'enseignement/apprentissage de l'algèbre au secondaire, les difficultés qu'éprouvent les élèves dans la mobilisation de raisonnements algébriques, les désirs des orthopédagogues que l'on mette à leur disposition des outils d'évaluations standardisés en mathématique (Fontaine, 2008) ainsi que leur souhait de développer des partenariats avec le milieu de la recherche pour enrichir le matériel qu'ils ont en leur possession (Giroux & Ste-Marie, 2014), il apparait donc pertinent d'interroger la pratique de l'orthopédagogue au secondaire en mathématiques et plus précisément leur travail d'évaluation et d'intervention au sujet de l'apprentissage de l'algèbre. Ainsi, la possible prise en compte des éléments précédemment dégagés (p.ex. différents sens de la lettre,…) dans leur pratique et leurs manières de faire nous interpellent plus spécifiquement[14].

1.6 OBJECTIF DE RECHERCHE

Peu de chercheurs se sont intéressés à la pratique de l'orthopédagogue du secondaire en mathématiques et plus précisément, sur son travail d'évaluation et d'intervention relativement à l'apprentissage de l'algèbre. Il est ainsi nécessaire de documenter ce que les orthopédagogues considèrent comme étant les piliers de leurs interventions au sujet de l'algèbre avant de procéder à l'étude de leurs pratiques effectives.

L'objectif de la présente recherche est donc de décrire la pratique déclarée d'orthopédagogues évaluant et intervenant au premier cycle du secondaire sur le développement de la pensée algébrique[15].

1.7 PERTINENCE SOCIALE ET SCIENTIFIQUE DE LA RECHERCHE

Cette recherche, novatrice par l'intérêt porté à la pratique des orthopédagogues œuvrant au secondaire en algèbre, permettra de documenter et de mettre en lumière les

---

[14] On retrouve ces différents éléments sous forme de synthèse développée et partagée dans le cadre d'un projet de recherche de type chantier 7 qui est sous la responsabilité de M. Tremblay (UQAR) et M. Saboya (UQAM). Dans ce projet (Titre : Co-construction, mise à l'essai, analyse et partage de situations didactiques visant à favoriser la transition arithmétique/algèbre.), les chercheures répondent aux besoins d'enseignants, d'orthopédagogues et de conseillers pédagogiques du secondaire des commissions scolaires de la Capitale-Nationale et de Chaudières-Appalaches souhaitant améliorer leur pratique d'enseignement de l'algèbre, et plus particulièrement, contribuer plus efficacement au développement de la pensée algébrique chez leurs élèves. Tous ces éléments seront repris dans le second chapitre.

[15] La pensée algébrique sera définie davantage dans le chapitre 2 (voir section 2.4.1).

pratiques déclarées actuelles d'orthopédagogues intervenant dans certaines de nos écoles secondaires. Ce projet vise donc à éclairer une facette importante du travail de ces spécialistes qui semblent jusqu'à aujourd'hui peu documentée dans la littérature. Il écarte l'étude des pratiques effectives des orthopédagogues, soit l'étude fine des actions posées par les orthopédagogues lorsqu'ils sont en intervention avec les élèves.

Cette recherche s'inscrit donc dans une approche descriptive par la mise en évidence du rationnel qui sous-tend les pratiques déclarées des orthopédagogues. Ce projet, jumelé à d'autres recherches éventuelles, pourrait potentiellement ouvrir la porte à l'identification d'enjeux de formation pour les futurs orthopédagogues et les orthopédagogues en poste. Aussi, le fait de documenter la pratique orthopédagogique au secondaire pourrait contribuer à la création d'outils d'évaluation spécifiques qui traiteront des différents objets discutés dans le prochain chapitre et qui seront enrichis par les résultats de la présente recherche de manière à rendre compte d'aspects considérés par les orthopédagogues qui ne sont pas nécessairement documentés par les travaux de recherche actuels.

CHAPITRE 2
CADRE CONCEPTUEL

Ce chapitre définit les assises conceptuelles sur lesquelles tiendra notre analyse de la pratique des orthopédagogues intervenant au secondaire plus précisément en algèbre. Ainsi, la création d'une clôture sémantique est souhaitée. Cette clôture sémantique permettra d'assurer une terminologie commune entre les termes véhiculés dans le monde de la recherche et ceux que les orthopédagogues utilisent.

Partant de la définition de l'acte orthopédagogique, l'orthopédagogue a comme principaux rôles de « créer des conditions permettant une utilisation maximale du potentiel d'apprentissage des élèves ayant des difficultés » (ADOQ, 2003, p. 9). C'est par la prévention, l'évaluation et l'intervention (Debeurme, 2002) que cela sera possible. Dans le cadre de cette recherche, on s'attarde plus spécifiquement aux volets évaluation et intervention. Bien qu'une interaction systémique (ADOQ, 2003) existe entre ceux-ci, ils seront décrits individuellement pour ainsi permettre une meilleure compréhension. Leur interaction sera discutée dans les sections suivantes.

Dans un premier temps, une brève description du rôle de l'orthopédagogue sera exposée. Elle mènera à la circonscription de l'évaluation en orthopédagogie et plus spécifiquement, en mathématiques. Dans un deuxième temps, le volet intervention sera traité de deux façons distinctes. D'abord, par la différenciation entre les intentions à l'origine des interventions et, par la suite, par la différenciation entre une intervention dite pédagogique et une intervention dite didactique. Finalement, pour mieux comprendre la pratique des orthopédagogues qui interviennent en algèbre, ce chapitre se termine par la circonscription de ce qui est entendu, dans la littérature, au sujet de l'apprentissage de l'algèbre au premier cycle du secondaire[16].

2.1 ROLE ET DEMARCHE DE L'ORTHOPEDAGOGUE

Le rôle de l'orthopédagogue est diversifié selon le milieu dans lequel celui-ci exerce son métier : scolaire, hospitalier, collégial, universitaire, clinique privée (ADOQ, 2013). Un rôle commun sous-tend cette pratique: l'optimisation de la progression des apprenants par la mise en place de pratiques pédagogiques et didactiques (Blouin *& al.*, 2014).

Dans cet ordre d'idées, les composantes évaluation et intervention sont amenées à interagir dans une relation dynamique.

> Dans cette perspective, les évaluations et les interventions orthopédagogiques sont en mouvement et s'ajustent, de manière dynamique, en fonction de la progression des apprentissages, des besoins, de la motivation et des intérêts de l'apprenant (Blouin et al., 2014, p. 13).

L'orthopédagogue est ainsi amené à ajuster continuellement ses interventions en fonction des résultats aux évaluations et vice-versa. L'apprenant est au cœur de ces ajustements comme l'illustre le schéma suivant provenant de l'acte orthopédagogique selon l'ADOQ (2003, p. 12).

---

[16] Nous avons fait le choix de nous concentrer sur les concepts vus au premier cycle du secondaire, car si des élèves sont référés au deuxième cycle du secondaire, il est fort probable que certains concepts du premier cycle ne soient pas bien acquis.

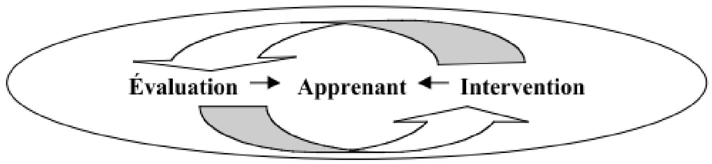


Figure 1 : Relation dynamique de l’évaluation et de l’intervention en orthopédagogie

De plus, la pratique de l’orthopédagogue est continuellement nourrie par les avancées de la recherche qui elles sont issues de différents champs disciplinaires. Chacune de ces avancées porte un regard sur les difficultés rencontrées par l’élève de manière différente. Pour cette raison, une section précisant l’évaluation en mathématiques suivra la section sur la composante évaluation.

2.2 LA COMPOSANTE EVALUATION

L’orthopédagogue qui reçoit des demandes de consultation doit effectuer une évaluation ayant une visée diagnostique.

> […] elle a pour but d’identifier les capacités et les besoins de l’élève en difficulté d’apprentissage ou de l’élève qui risque de développer de telles difficultés en vue de proposer la mise en place d’interventions concertées et adaptées (ADOQ, 2003, p. 12).

Cette évaluation, ne se faisant pas uniquement lors des premières séances de rencontres avec l’apprenant, s’intègre au processus d’accompagnement dans lequel l’orthopédagogue est en constante évaluation des besoins de l’élève. Selon l’ADOQ (2003) ainsi que Dumas et ses collaborateurs (2011), l’évaluation diagnostique s’inscrit plus particulièrement dans une démarche systématique de résolution de problème composée de quatre étapes soient l’identification du problème, l’analyse de la situation, l’émission d’une hypothèse et la vérification de l’hypothèse.

Dans un premier temps, l'identification du problème est observable « par des difficultés ou un retard en lecture, en écriture ou en mathématiques » (ADOQ, 2003, p. 12). L'observation est basée sur la recherche de récurrences dans les erreurs. Par la suite, une analyse de la situation est effectuée à partir de diverses sources écrites telles que le dossier d'aide pédagogique (DAP) de l'élève, des copies de travaux ou d'évaluations des apprentissages, d'observables suite à des observations réalisées par l'orthopédagogue dans un contexte de classe ou avec toutes informations provenant de l'enseignant ou de tous autres spécialistes. Suivant cette analyse, l'orthopédagogue peut émettre une hypothèse, qui guidera non seulement le choix de ses interventions, mais qui aidera à éclaircir la nature des difficultés (ADOQ, 2003). Cette étape de l'évaluation est ainsi teintée par différents éléments (compréhension du possible trouble d'un élève, prise en compte de l'affect dans l'apprentissage, bagage didactique de l'orthopédagogue…) influençant la sensibilité de l'orthopédagogue dans l'interprétation de l'activité de l'élève, sensibilité qui change selon les différentes expériences vécues par les orthopédagogues (Bélanger-Fortin, 2015). En terminant, l'orthopédagogue doit vérifier son hypothèse en observant l'efficience ou l'absence des processus mobilisés chez l'élève. À cet effet, selon l'hypothèse ressortie, les fonctions cognitives[17] et/ou les connaissances seront évaluées. Cette recherche d'informations permet donc à l'orthopédagogue de mieux comprendre ce qui interfère dans le processus d'apprentissage de l'élève (Dumas *& al.*, 2011) dans le but de faciliter leur réussite éducative. Dans le cadre de ce mémoire, l'analyse de la pratique déclarée des orthopédagogues, touchant l'aspect évaluation, pourra référer ou non à ces quatre étapes. Pour y parvenir, il importe de s'attarder aux caractéristiques des outils d'évaluation dont disposent les orthopédagogues dans une démarche d'évaluation.

[17] On entend par fonctions cognitives, selon l'association québécoise des neuropsychologues (AQNP), l'attention, les fonctions exécutives, les fonctions intellectuelles, les fonctions visuo-spatiales, les gnosies, le langage, la mémoire, la mémoire de travail, les praxies et la vitesse de traitement de l'information (Association québécoise des neuropsychologues, 2016).

Évaluation diagnostique : les outils

Cette démarche d'évaluation nécessite le recours à différents outils qui peuvent être regroupés en deux familles différentes selon Schmidt (2002) : de type standardisé et de type non standardisé. L'évaluation standardisée, citons à titre d'exemples le *Kaufman Test of Educational Achievement* (Kaufman & Kaufman, 2014) et le *KeyMath-Revisited* (Connolly, 2007), permet « de situer le niveau de performance des élèves » en fonction d'une norme préétablie (Schmidt, 2002, p. 55). Ce type d'outils n'initie pas de pistes d'interventions, il en revient alors à l'orthopédagogue de rechercher les sources des difficultés de l'apprenant.

En ce qui a trait au type non standardisé, Schmidt (2002) expose neuf différents outils axés sur les processus cognitifs soient le test avec référentiel critérié, le test basé sur le curriculum scolaire, l'analyse d'erreurs, l'entrevue clinique ou semi-structurée, l'entrevue structurée et grille de codification, la mini-entrevue, le portfolio, le journal de bord et l'évaluation dynamique ou interactive. Les deux premiers outils utilisent les connaissances provenant du curriculum tandis que les autres outils concernent plus spécifiquement la recherche de la source d'incompréhension des élèves. Cela se traduit, entre autres, par l'analyse d'erreurs, divers types d'entrevues, l'évaluation dynamique et des outils tels que le journal de bord et le portfolio.

Lors de la démarche systémique de résolution de problème, on constatera une diversification des outils d'évaluation utilisés. Ainsi, selon la nature des difficultés, le processus d'analyse de la problématique repose sur des connaissances issues « de cadres théoriques et de cadres de références (psychologie cognitive, psycholinguistique, développement de compétences, caractéristiques des EHDAA, etc.) » (Verreault, 2006, p. 54) différents. Ainsi, ces cadres étudient soit l'élève en tant qu'individu cognitif dont on cherche à comprendre les mécanismes cognitifs, soit le système didactique (Rajotte, Giroux, & Voyer, 2014). Quand est-il maintenant de l'évaluation dans la discipline mathématique?

Évaluation en mathématiques

En ce sens, en mathématiques, discipline qui nous intéresse plus spécifiquement dans ce mémoire, l'évaluation diffère de celle réalisée en français par exemple. Cette démarche systémique se particularise par une évaluation qui prend en compte le sens que donne l'apprenant à un objet mathématique tel qu'il s'exprime en situation et en considérant les divers registres de représentations[18] sémiotiques en jeu (Duval, 1993). La signification de ces objets va bien au-delà de ce qui est donné à voir pour l'apprenant. Un même objet, pensons par exemple, au cercle, s'exprime et se conçoit différemment selon la représentation dessin fournie ou l'équation algébrique qui permet d'en définir un cas particulier. La définition exprimée en mots donne elle-même accès à une manière particulière de concevoir le cercle qui est enrichie par la capacité de l'élève à établir des liens entre les différents registres de représentation qui façonnent la signification donnée au concept de cercle (Demers, Miranda, & Radford, 2009). Ainsi, évaluer un élève en mathématiques signifie d'emblée de considérer les situations dans lesquelles baigne l'élève en classe et lors de séances orthopédagogiques. Il s'agit alors de rendre compte de sa compréhension des différents concepts en jeu en prenant en considération, d'une part, les variables didactiques, notamment les registres de représentation, présentes dans les tâches que l'on administre aux élèves et, d'autre part, le sens que l'élève donne aux concepts selon les registres en jeu. Cela inclut alors une prise en compte de la capacité de l'élève à convertir, au besoin, une représentation d'un concept dans un autre registre.

[18] Dans le cas qui nous intéresse ici, soit l'algèbre, les différents registres de représentation peuvent se traduire par une représentation en mots, par le dessin, par le symbolique, par une table des valeurs et par le graphique.

2.3 LA COMPOSANTE INTERVENTION

Suite à l'évaluation qualitative et spontanée, l'orthopédagogue élabore usuellement un plan d'action[19] à visée préventive ou rééducative[20] dans le but de travailler les processus cognitifs et métacognitifs qui nuisent à l'apprentissage de l'apprenant (ADOQ, 2003). Selon nos recherches, deux natures d'interventions à visée rééducative peuvent se retrouver dans ce plan d'action. Elles sont de nature corrective ou compensatoire[21] et peuvent être jumelées au besoin. Ceci étant, peu importe la nature de l'intervention ciblée, l'orthopédagogue doit prendre en compte deux types d'approches à cette étape de planification.

Différentes approches d'intervention en orthopédagogie

Dans l'intention de « […] favoriser la progression optimale des apprentissages, en référence à l'état des connaissances scientifiques ainsi qu'au programme de formation concerné […] » (Blouin *& al.*, 2014, p. 19), on distingue dans la littérature les interventions selon qu'elles soient de nature pédagogique ou de nature didactique. Les sections suivantes permettront de distinguer ce que nous entendons par celles-ci dans le souci de bien définir les composantes reliées à la pratique des orthopédagogues.

Les interventions de nature pédagogique

On définit la pédagogie sous un angle normatif comme suit :

---

[19] Le plan d'action contient habituellement les informations suivantes : « l'orientation de l'approche privilégiée; le but et les objectifs poursuivis; les modalités d'intervention : durée, fréquence, séquence des interventions, types d'aide, plan d'organisation de services, etc.; les modalités de suivi des progrès. » (Blouin et al., 2014, p. 18).

[20] L'intervention à visé préventive se veut un moyen de diminuer l'apparition de difficultés d'apprentissage. L'intervention rééducative consiste à rendre plus fonctionnels les processus déficitaires dans des interventions à fréquence répétée et de courte durée (environ 30 minutes). Il serait aussi possible d'utiliser le terme remédiation selon Fontaine (2008).

[21] L'intervention de nature compensatoire favorise « la *surutilisation* des processus les plus fonctionnels. » (ADOQ, 2003, p. 13)

La pédagogie est constituée d’un ensemble de valeurs, de règles, de principes, de préceptes, de modèles ainsi que toutes autres données théoriques et pratiques dont le but est de guider les interventions de l’enseignant de façon à optimiser les apprentissages de tous et chacun (Legendre, 1993, p. 961).

Une intervention pédagogique vise donc à mettre en place des conditions d’apprentissage adaptées touchant la gestion, la discipline, les interactions entre pairs et avec l’enseignant, dans le but de valoriser des formules pédagogiques favorisant la participation de l’élève et sa motivation. Une intervention pédagogique vise principalement à s’assurer que l’élève s’engage et demeure engagé dans l’activité d’apprentissage en jeu. Ce type d'intervention, selon Legendre (1993), part des données qui proviennent de la didactique d’où l’intérêt de définir les interventions de nature didactique.

Les interventions de nature didactique

On doit le qualificatif des interventions dites didactiques à Vannier qui, dans les années 2002, précise que ce type d’intervention « […] concerne l’apprêtage ou la structuration du savoir ou d’un contenu disciplinaire, la gestion de l’information par l’enseignant pour une appropriation par l’élève […] » (Debeurme, 2002, p. 10). Ainsi, la didactique s’intéresse au système didactique qui est centré sur les situations planifiées et orchestrées par l’enseignant (ou l’orthopédagogue) et qui ont une visée de faire progresser l’élève dans l’acquisition d’un savoir particulier. Selon Vannier (2003), ce type d’intervention contient un processus d’élaboration en quatre phases : définir le projet didactique, faire émerger le problème, aider à la résolution et favoriser l’entrée dans la culture.

La première phase s’exprime par la planification d’une intervention en s’appuyant sur des connaissances didactiques dans le but de faire apprendre un nouveau concept. Dans cette optique, l'intervenant doit, dans la deuxième phase, tenter de créer une dévolution[22] (Brousseau, 2011). L'intervenant peut être amené à guider les réflexions pour favoriser la conceptualisation ce qui constitue d'ailleurs la troisième phase. Dans la quatrième et dernière phase, l'élève est en mesure d'utiliser des conventions propres à notre culture. Malgré que le concept de l'intervention didactique de Vannier a été élaboré pour un contexte d'enseignement, l'orthopédagogue doit lui aussi utiliser ce type d'intervention (Blouin *& al.*, 2014), mais en ayant une intention rééducative et/ou compensatoire.

Les interventions de nature didactique s'intéressent donc au développement du savoir et plus particulièrement à l'élaboration et à la mobilisation des concepts mathématiques chez l'élève. L'orthopédagogue pourra alors s'attarder à l'adéquation des raisonnements mathématiques mobilisés par l'élève. L'orthopédagogue doit donc prendre en compte le savoir qui est en jeu lors de ses interventions. Il doit ainsi avoir une certaine connaissance des notions enseignées en classe et aussi être en mesure d'interpréter et d'appréhender les difficultés de l'apprenant. Dans le cadre de ce mémoire, l'intérêt pour la dimension didactique des interventions menées par les orthopédagogues incite à interroger les éléments théoriques qui guident l'orthopédagogue dans un contexte d'analyse d'erreurs en lien avec l'algèbre. Ainsi, comme le souligne Nimier (2008-2009), les interventions dites pédagogiques se distinguent des secondes du fait qu'elles relèvent davantage des moyens mis en œuvre dans le but d'engager l'élève dans son apprentissage. La didactique et la pédagogie sont étroitement liées par l'intérêt qu'elles portent l'une et l'autre à l'activité de l'élève.

2.4 LE DEVELOPPEMENT D'UNE SENSIBILITE THEORIQUE CHEZ L'ORTHOPEDAGOGUE

Pour arriver à cibler les composantes de l'algèbre qui semblent être privilégiées par les orthopédagogues dans leurs actions d'évaluation et d'intervention, les conditions qui sous-tendent le développement de la pensée algébrique seront d'abord exposées. Par la suite,

[22] La dévolution signifie de créer un conflit cognitif amenant l'apprenant à faire sien le problème.

les activités associées à l'algèbre au premier cycle du secondaire seront considérées. L'étude de certaines difficultés rencontrées en algèbre par les élèves dont le sens accolé au signe de l'égalité, le sens accolé à la lettre et l'analyse des expressions en tant qu'outil et en tant qu'objet complètera cette section.

2.4.1 Développement de la pensée algébrique

L'introduction de l'algèbre est souvent associée au monde du secondaire, à l'utilisation de lettre. Mais plutôt que d'envisager l'algèbre en tant que sujet à enseigner, les chercheurs reconnaissent les conditions favorisant l'émergence de ce qui est dorénavant appelé la pensée algébrique. Selon le courant Early Algebra, cette nouvelle appellation fait référence à la tendance à travailler la généralisation et le raisonnement de manière analytique (Squalli et Bronner, 2017). D'après Radford (2014), l'entrée dans le développement de la pensée algébrique se caractérise par l'expression de trois conditions fondamentales soient raisonner sur l'indéterminé, parvenir à nommer ou symboliser l'inconnue et accepter de raisonner analytiquement. Sans ces trois conditions, nous ne pouvons pas admettre que l'élève raisonne algébriquement.

Conditions associées à la pensée algébrique

Raisonner sur l'indéterminée implique que les apprenants exploitent des problèmes impliquant des valeurs non déterminées et qu'ils acceptent de raisonner sur ce qui n'est pas connu (Demonty, Fagnant, & Vlassis, 2015; Radford, 2014; Squalli, 2002). L'expression de cette condition se verra, par exemple, dans la résolution de problèmes particuliers[23] tels que celui-ci :

Martin a un certain nombre de cartes et Martine a le double de cartes que Martin. Luc lui possède le triple de cartes de Martine. Combien de cartes chacun possède-t-il si ensemble ils ont 27 cartes ?

Raisonner sur l'indéterminée signifie chez l'élève de s'engager dans un processus de résolution alors que la quantité de cartes de Martin, de Martine et de Luc n'est pas donnée. Cependant, cette condition, à elle seule, ne permet pas d'assurer une mobilisation de l'ordre du raisonnement algébrique chez l'apprenant. Pour y parvenir, comme nous l'avons mentionné plus haut, l'élève, qui accepte de raisonner sur l'indéterminée, doit dénoter les valeurs inconnues. Celui-ci tente donc de représenter les valeurs inconnues en les nommant ou en les symbolisant à l'aide de signes alphanumériques, d'expressions du langage naturel, de gestes ou de signes non conventionnels (Radford, 2014). Pour reprendre l'exemple précédent, l'élève peut décider d'accoler par exemple la lettre « d » pour représenter le nombre inconnu de cartes que possède Martin. Il aurait tout aussi bien pu dessiner un triangle, ou même utiliser une expression langagière qui pourrait exprimer, sous forme abrégée, les quantités inconnues (p.ex. le nombre de cartes de Martin et celui de Martine).

Par la suite, la dernière condition, nommée raisonnement analytique, implique que l'apprenant traite les valeurs inconnues, opère sur elles, comme si elles étaient connues (Radford, 2014). Ainsi, il pourrait accepter de modéliser le problème à l'aide d'une équation (ici, nous aurions $d + 2d + 3(2d) = 27)$ pour ensuite la résoudre comme si les valeurs étaient connues.

Sachant les éléments qui doivent être mobilisés pour parler d'expression d'une pensée algébrique, il importe de se questionner sur les activités qui sont associées à l'apprentissage

---

[23] Dans le cadre du mémoire, une distinction sera faite entre les problèmes dits connectés et déconnectés (voir section 2.4.4).

de l'algèbre. Celles-ci permettront de mettre en lumière les choix préconisés par les orthopédagogues en lien avec les difficultés rencontrées par les élèves.

2.4.2 Activités associées à l'algèbre

Dans nos écoles secondaires, l'utilisation de l'algèbre s'exprime sous différents types d'activités. Kieran (2007) a développé le modèle GTM qui permet d'identifier trois différentes activités, soient celles permettant de générer des expressions ou des équations (*Generational activities*), de manipuler symboliquement les expressions ou équations (*Transformational or rule-based activities)*, et finalement, les activités qui ne sont pas uniquement liées à l'algèbre, mais pour lesquelles l'algèbre peut être un outil (Global, meta-level, mathematical activities).

La première activité a pour but de générer des expressions ou des équations. Les expressions peuvent alors représenter des nombres particuliers (p.ex. 2n+1 qui renverrait aux nombres impairs si n est un nombre relatif) ou des propriétés. Des expressions peuvent aussi être générées par l'étude de patrons exprimés sous une forme figurale (p.ex. des dessins ou encore une progression arithmétique présentée à l'aide de cubes), soit dans l'étude de suites numériques (p.ex. 1,3,5…) ou dans toute autre situation pouvant être le prétexte à étudier une relation de covariation (exemple : la recherche d'une formule pour trouver la somme des angles intérieurs de polygones). Le travail de traduction menant à des équations renvoie plutôt à la représentation de situations quantitatives dont une ou plusieurs quantités sont inconnues. Il peut s'agir de situations où l'on retrouve des relations de comparaison telles que dans le problème *Frères et sœurs* : « Maïka a deux ans de plus que son frère Hugo, mais cinq ans de moins que sa sœur Camille. (…) » (problème tiré de notre recueil de problèmes utilisé dans le cadre de notre collecte de données. Voir annexe 3).

Les activités transformationnelles (Transformational ou rule-based activities) sont associées aux activités de manipulation symbolique. Elles s'appliquent sur des expressions algébriques ou sur des équations algébriques. Lorsqu'elles sont appliquées sur des expressions, on peut retrouver différentes tâches telles que : développer, réduire, factoriser des expressions algébriques ou leur substituer des valeurs particulières. Tandis que lorsqu'elles sont appliquées sur des équations[24], on demandera à l'élève de résoudre ladite équation[25].

Les activités de niveau méta (Global, Meta-level, Mathematical activities) sont celles qui ne sont pas exclusivement réservées à l'algèbre. Comme le souligne Kieran (2004), elles incluent la résolution de problèmes, la modélisation, prendre conscience d'une structure, l'étude du changement, l'analyse de relations, la justification, la prédiction et la preuve. Ces activités exigent des processus mathématiques plus généraux sans que l'élève s'y engage sans nécessairement recourir à l'algèbre comme outil. Elles sont essentielles aux autres activités algébriques, en particulier dans les activités de généralisation où les formules générées peuvent être plus signifiantes pour l'élève.

Lors de ces trois activités, plusieurs chercheurs (Bednarz & Janvier, 1996; Booth, 1984; Ducharme & Theis, 2005; Schmidt, 1996) ont fait ressortir certaines résistances et difficultés lors du passage d'un raisonnement arithmétique vers un raisonnement algébrique. Ils expliquent celles-ci en portant une attention particulière à la signification différente prise par des objets ou des processus que l'élève a d'abord appris dans un cadre arithmétique, mais qui sont réinvestis, en prenant un nouveau sens, en algèbre.

2.4.3 Ruptures entre l'arithmétique et l'algèbre

Outre les difficultés à raisonner de manière analytique, des difficultés à généraliser, d'autres difficultés de type langage se situeraient au niveau du sens accolé à l'égalité, à l'utilisation de la lettre et aux expressions algébriques.

[24] Une équation est composée d'expressions algébriques et d'une égalité.
[25] Dans le cadre de ses formations, Tremblay (2010) a développé une carte résumant ces différentes activités (voir annexe II).

Sens de l'égalité

Herscovics et Kieran (1980) mentionnent que les élèves en difficulté d'apprentissage éprouvent des difficultés importantes à conceptualiser le signe de l'égalité. Cette complication provient en partie dans le sens qui lui a été accolé dans le raisonnement arithmétique alors que l'égalité est considérée comme un déclencheur de procédures à appliquer pour obtenir un résultat (Herscovics & Kieran, 1980; Filloy & Rojano, 1989; Demonty & Vlassis, 1999; Kieran, 1992; Schmidt, Daneau & Thivierge-Ayotte, 2001; Ducharme & Theis, 2005). Tandis que dans un raisonnement algébrique, il est nécessaire d'appréhender le symbole d'égalité comme une relation d'équivalence entre deux expressions. Même si leur forme diffère, on amène ici l'idée que le membre de gauche de l'égalité est équivalent au membre de droite. Alors que l'élève a été habitué à lire une chaîne d'opérations de gauche à droite, il est alors nécessaire de considérer l'équation dans sa globalité, de mettre en correspondance des expressions qui sont à gauche et à droite du symbole d'égalité. De plus, Schmidt, Daneau et Thivierge-Ayotte (2001) amènent l'idée que certains élèves croient que nous devons retrouver la même expression de chaque côté de l'égalité. Nous ne pourrions donc pas écrire, selon ces élèves, $1+3 = 2+2$. Pour d'autres élèves, il est inconcevable que la réponse soit constituée d'une expression (autre qu'une constante) et non pas d'une réponse écrite sous forme d'un seul nombre (Herscovics & Kieran, 1980).

Sens de la lettre

En ce qui a trait aux différents sens accolés à la lettre, Küchemann (1981) mentionne qu'il existe six sens différents de par leur utilisation dont la lettre évaluée, ignorée, lettre étiquette (*object*), inconnue (*specific unknow*), nombre généralisé et le sens variable. Nous ajouterons à ces différents sens de la lettre celui du nombre arbitraire (Saboya, 2017).

Le sens de la lettre dite évaluée est mobilisé lorsque les élèves accordent une valeur numérique au hasard à la lettre ou associent la lettre à la valeur de position de celle-ci dans l'alphabet (p.ex. a=1). Ils peuvent également remplacer la lettre par un nombre présent dans le problème. L'élève opère alors sur des valeurs déterminées (Jeannotte, 2005).

La lettre ignorée est davantage utilisée lorsque les élèves semblent prendre uniquement en considération les nombres qui sont positionnés devant la lettre dans une expression comme « 5 (pour 2p + 3p) » (Demonty & Vlassis, 1999).

La lettre étiquette, nommée « *letter as object* » par Küchemann (1978), réfère à l'utilisation de celle-ci comme abréviation telle que 3b + 2b = 5 ballons. Cette conception de la lettre peut amener les élèves à raisonner sur un objet concret et non sur une quantité d'objets qui, elle, est reliée à l'utilisation du symbolisme. Dans l'exemple précédent, on devrait davantage comprendre que 3 fois un certain nombre ajouté à 2 fois le même nombre donnera 5 fois cette quantité inconnue.

La lettre inconnue, nommée « *letter as Specific Unknown* » par Küchemann (1978), correspond à l'effet de trouver la valeur d'une donnée non déterminée (représentée symboliquement) qui fait que l'égalité soit vraie.

Pour ce qui est de la lettre en tant que nombre généralisé, cela signifie que la lettre peut prendre plusieurs valeurs entières dans le problème. La lettre variable est utilisée lorsque l'intérêt est porté sur la covariation entre les grandeurs en jeu. Jeannotte (2005) présente la distinction entre ces deux sens en prenant comme exemple la suite de nombres triangulaires (voir figure 1) :

> Par exemple, l'élève qui est capable de généraliser à l'aide de symboles la suite de nombres triangulaires […] doit minimalement utiliser la lettre comme un nombre généralisé. Dans cet exemple, l'élève qui réussit considère que n est la représentation d'un seul rang à la fois comme le 12^{e} rang ou le 101^{e} rang. Il peut aussi considérer que le n représente l'ensemble de tous les rangs possibles, il considère alors la lettre comme une variable (Jeannotte, 2005, p.52-53).

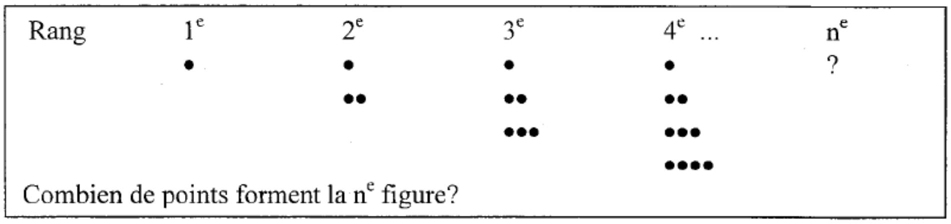


Figure 2 : Suite des nombres triangulaires

En terminant, la lettre comme nombre arbitraire est utilisée dans des tâches de manipulation symbolique comme la factorisation et la réduction ou dans des tâches de reconnaissance d'expressions équivalentes (Saboya, 2017).

Sens d'une expression

Lors de la mobilisation d'un raisonnement analytique (algébrique) deux dimensions permettent d'appréhender l'expression : la dimension opérationnelle et la dimension structurelle. Sfard (1995) s'est intéressée à ces dimensions (*operational/structural*) qu'elle décrit comme étant l'algèbre en tant que processus et l'algèbre en tant qu'ensemble structuré d'objets. Lorsque l'algèbre est perçue comme processus, cela revient à :

> percevoir, à l'intérieur d'une séquence d'actions, sa dynamique plutôt que de travailler sa « forme » actuelle. Reprenant les termes employés par Sfard, nous pouvons dire que tandis que le volet structural du concept mathématique est statique, instantané et intégral, le côté opérationnel est dynamique, séquentiel et détaillé (Bardini, 2003, p.24).

La dimension opérationnelle reviendrait donc à prendre en considération, dans un problème quelconque, les étapes d'encodage qui seront nécessaires au calcul. Voici un exemple concret : dans ma recette, il y a deux poires de plus que ma quantité de pommes. Un premier travail d'encodage du problème permet de prendre en compte la relation qui existe entre la quantité de poires et la quantité de pommes. Ainsi, il faudra donc s'attendre à ajouter deux à la quantité de pommes pour trouver la quantité de poires.

La dimension structurelle comprend davantage la mise en expression à l'aide de symboles algébriques (Sfard, 1995). Dans cette dimension, il importe de bien structurer la solution du problème ce qui reviendrait, en lien avec l'exemple précédent, à écrire ce qui suit :

n = nombre de pommes
m = nombre de poires

$$m = n + 2$$

Chez les élèves, il est possible de retrouver des difficultés dans la dimension opérationnelle et/ou dans la dimension structurelle ce qui peut venir jouer sur le sens donné aux expressions. Par exemple, certains élèves pourraient ne pas comprendre que l'expression $m = n + 2$ renvoie à la relation entre le nombre de pommes et le nombre de poires dans cette recette. Il n'est donc pas nécessaire de concentrer les interventions que sur la recherche du résultat (opérer sur l'objet mathématique) si les difficultés premières résident dans l'étape de la dénotation.

Drouhard (1992) qui s'intéresse à la signification des expressions algébriques précise que la dénotation, l'interprétation et la connotation sont trois éléments qui peuvent aussi aider à analyser le travail en lien avec l'Écriture Symbolique de l'Algèbre (ESA). La dénotation renvoie à l'objet mathématique. 25% et ¼ sont deux écritures différentes d'un même objet mathématique. Arzarello (2001) donne un autre exemple avec $n^2 +1$ et $n(n+1)$ qui sont deux expressions algébriques qui ont deux sens contextualisés différents mais qui renvoient bien à une même fonction (dans un cadre fonctionnel) ; ces deux expressions dénotent donc le même objet. Drouhard précise qu'un élève peut ne pas savoir que l'application de manipulations symboliques conserve les dénotations. Il ajoute aussi qu'un même objet mathématique peut avoir deux dénotations selon le cadre dans lequel il est interprété. Par exemple, l'interprétation de l'expression $3(x + 2)$ diffère selon que nous sommes dans un cadre géométrique ou dans un cadre fonctionnel. Voici un exemple concret :

Tableau 1 : Interprétation d'une expression selon différents cadres

Cadre dans lequel l'objet est interprété	Interprétation
Géométrique	Le périmètre d'un triangle équilatéral dont chaque côté mesure x + 2.
Fonctionnel[26] : associer à une droite du plan	Réfère à la droite d'équation y= 3(x + 2)

Drouhard ajoute le concept de connotation[27] pour renvoyer à l'interprétation subjective de l'élève. La connotation dépendra de l'expérience de la personne et de la variété des contextes de situations qui lui auront été proposées. La connaissance de certaines des caractéristiques que peuvent avoir les situations proposées aux élèves telles que les divers cadres (fonctionnel, algébrique, géométrique, numérique) et les représentations sémiotiques (mot, dessin, symbole, tabulaire, graphique) peuvent donc guider les orthopédagogues dans l'évaluation en mathématiques.

À ce sujet, Duval (1993) mentionne que dans le monde de l'enseignement, nous avons tendance à privilégier la représentation mentale (p.ex. images, conceptions) que les élèves ont sur un sujet au détriment des représentations sémiotiques qui sont essentielles pour l'activité cognitive de la pensée. Cela signifie, comme il a été mentionné dans la section portant sur l'évaluation en mathématiques, que la prise en considération du sens que l'élève donne aux concepts selon les registres de représentation en jeu est peut-être moins valorisée dans les interventions. Dans le cadre de ce mémoire, notre analyse des données sera donc effectuée en considérant qu'

> il est essentiel, dans l'activité mathématique, soit de pouvoir mobiliser plusieurs registres de représentation sémiotique (figures, graphes, écriture symbolique, langue

[26] Bardini parle de cadre graphique dans sa thèse (Bardini, 2003).
[27] Drouhard utilise le terme connotation pour parler de représentation (Bardini, 2003).

> naturelle, etc….) au cours d'une même démarche, soit de pouvoir choisir un registre plutôt que l'autre (Duval, 1993, p.40).

Dans le cadre du projet de recherche « *Co-construction, mise à l'essai, analyse et partage de situations didactiques visant à favoriser la transition arithmétique/algèbre* » dirigée par Mélanie Tremblay (UQAR) et Mireille Saboya (UQAM), le tableau suivant a été créé pour aider les enseignants et les participants intervenant auprès des élèves du secondaire à faciliter la compréhension des divers cadres et registres de représentation à prendre en considération dans l'enseignement de l'algèbre (Tremblay *& al*., 2014).

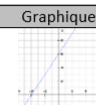
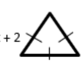
	En mots	Dessin	Symbolique	Tabulaire	Graphique
Cadre fonctionnel	- Au début, j'ai une tour de 6 cubes et ensuite je construis les tours suivantes en ajoutant 3 cubes de plus à chaque tour. - C'est une fonction du 1[er] degré dont le taux de variation est de 3 et l'ordonnée à l'origine est de 6.		y = 3 (x + 2)	x y -4 -6 -2 0 0 6 1 9 3 15	
Cadre algébrique	Le produit de 3 et la somme de 2 et de x.		3 (x + 2)	(Son interprétation dans ce mode renvoie à un cadre fonctionnel)	(Son interprétation dans ce mode renvoie à un cadre fonctionnel)
Cadre géométrique	Le périmètre d'un triangle équilatéral dont chaque côté mesure x + 2.		3 (x + 2)	(Son interprétation dans ce mode renvoie à un cadre fonctionnel)	(Son interprétation dans ce mode renvoie à un cadre fonctionnel)
Cadre numérique	- J'ai un nombre auquel j'ajoute 2 et ensuite je multiplie le tout par 3. - En considérant que les nombres choisis font partie de l'ensemble des nombres naturels, l'expression générera la suite des multiples de 3.		{0, 3, 6, 9, 12…}	(Son interprétation dans ce mode renvoie à un cadre fonctionnel)	(Son interprétation dans ce mode renvoie à un cadre fonctionnel)

Figure 3 : Sens d'une expression algébrique selon le cadre et le registre de représentation en jeu dans un problème

Il semble donc pertinent de vérifier le choix du bon registre de représentation selon une situation donnée et de s'assurer que les élèves peuvent passer d'un registre de représentation à un autre. À titre d'exemple, il est possible de référer aux problèmes où il est demandé à l'élève de représenter sous forme de dessin une expression algébrique (p.ex. 3n+1). Ici, l'élève doit passer d'un registre de représentation, l'écriture symbolique, à un autre registre qui est figural (par le dessin). Le sens qu'une expression peut prendre selon le registre de représentation qui est en jeu dans un problème donné permettra donc aux élèves une meilleure appréhension conceptuelle de celle-ci et donc augmentera sa compréhension lors d'une activité mathématique effectuée dans un contexte de classe.

Raisonner algébriquement impliquerait aussi le développement de nouveaux raisonnements différents (p.ex. raisonnement analytique) de ceux développés en arithmétique ainsi qu'un changement de conception sur le sens de l'égalité, le sens de la lettre et sur le sens des expressions algébriques. On cherchera à développer chez l'élève une aisance lui permettant d'interpréter une expression en changeant, au besoin, de registre de représentation.

2.4.4 Quelques considérations sur les problèmes en algèbre

La distinction entre les problèmes connectés et déconnectés

Bednarz et Janvier (1994) distinguent les problèmes connectés des problèmes déconnectés. Elles précisent que pour les problèmes connectés « une relation peut facilement être établie entre deux données connues, induisant alors un raisonnement de type arithmétique s'articulant sur les données connues du problème pour aboutir en fin de processus à retrouver la donnée inconnue » (p. 279) alors que pour les problèmes déconnectés « aucun pont ne peut être établi a priori directement entre les données connues du problème » (p. 279). Si on reprend le problème impliquant les relations de comparaison « le double de » et le « triple de » :

> Martin a un certain nombre de cartes et Martine a le double de cartes que Martin. Luc lui possède le triple de cartes de Martine. Combien de cartes chacun possède-t-il si ensemble ils ont 27 cartes?

Ce problème a trois données inconnues (nombre de cartes de Martin, de Martine et de Luc), deux relations de comparaison connues et une donnée qui est connue (le total de 27 cartes). L'enchainement des relations de comparaison permet de dire que c'est un problème de complexité moyenne nommé problème de composition (Bednarz & Janvier, 1996). C'est de plus un problème déconnecté parce qu'il n'y a pas de pont direct entre le total qui est connu et les trois autres données. Toutefois si l'on modifie le problème comme suit :

> Martin, Martine et Luc possèdent ensemble un certain nombre de cartes. Martine a le double de cartes de Martin et Luc possède le triple de cartes de Martine. Si Luc possède 12 cartes combien de cartes ont-ils au total ?

Le problème devient alors connecté. On a encore trois données inconnues mais pas les mêmes (le total, le nombre de cartes de Martin et de Martine), les deux relations de comparaison sont les mêmes, mais on connait le nombre de cartes de Luc. Cette donnée permet de retrouver directement les données inconnues en appliquant les relations de comparaison données inverses. Il n'y a pas de raisonnement dit analytique qui est mobilisé.

Une réflexion autour de l'inconnue génératrice

Dans le projet mené par Tremblay et Saboya[28], il est apparu important d'amener les élèves à réfléchir sur le générateur ou l'inconnue génératrice. En effet, lorsqu'on se retrouve face à un problème, par exemple le problème de cartes précédent (le problème déconnecté), l'élève a un choix à faire sur l'inconnue qui sera celle qui va générer les autres inconnues, elle sera alors nommée le générateur. L'élève a trois possibilités qui s'offrent à lui, soit c'est le nombre de cartes de Martin, soit celui de Martine soit celui de Luc. Dans ce problème, l'élève va choisir assez rapidement le nombre de cartes de Martin de par la formulation (Martin possède un certain nombre de cartes). Il est intéressant d'amener les élèves à choisir

[28] Projet de recherche « *Co-construction, mise à l'essai, analyse et partage de situations didactiques visant à favoriser la transition arithmétique/algèbre* » dirigée par Mélanie Tremblay (UQAR) et Mireille Saboya (UQAM).

un autre générateur, par exemple le nombre de cartes de Martine ou même celui de Luc. L'élève est alors amené à remarquer qu'il se retrouve à gérer des fractions pour résoudre son équation, ce qui n'était pas le cas si on choisit le nombre de cartes de Martin. Il y a donc un choix éclairé à faire autour de l'inconnue génératrice qui permet de limiter le risque d'erreurs que représentent les opérations avec des fractions et des parenthèses. Pour certains problèmes, ce choix s'avère déterminant.

Différents types de problèmes

Bednarz et Janvier (1994) soulignent qu'il existe différentes relations travaillées dans les problèmes au secondaire : des relations impliquant des relations de comparaison, des relations impliquant une transformation dans le temps et les relations qui sont des taux.

L'interprétation de ces différentes relations pose des difficultés pour certains élèves. Peu de recherches proposent des interventions en ce sens. On peut classer ces problèmes dans les activités de traduction de Kieran[29]. L'analyse de manuels scolaires amène à voir que les problèmes avec des relations de transformation dans le temps sont peu nombreux dans les manuels (Marchand, 1998; Tremblay et Saboya, à paraître). En ce qui concerne les problèmes de généralisation, ils sont également présents dans les classes du secondaire, certains d'entre eux sous la forme de suites numériques.

2.5 ANCRAGES DU CADRE CONCEPTUEL

Les différents éléments mentionnés dans le cadre conceptuel guideront l'analyse de la pratique déclarée des orthopédagogues. Ainsi, l'analyse s'appuiera d'abord sur l'expression du rôle d'un orthopédagogue dans l'évaluation et l'intervention. Elle permettra

[29] Voir section 2.4.2.

de caractériser la nature des interventions réalisées (pédagogique vs didactique). Par la suite, les composantes de l'algèbre dont les conditions associées à l'expression de la pensée algébrique, les diverses activités associées à l'algèbre, les sens de l'égalité, les sens de la lettre et les dimensions des expressions algébriques permettront de mettre en lumière sur quoi interviennent et comment interviennent les orthopédagogues en algèbre au premier cycle du secondaire.

2.6 QUESTIONS DE RECHERCHE

Rappelons que l'objectif de cette recherche est de décrire la pratique déclarée d'orthopédagogues évaluant et intervenant au premier cycle du secondaire sur le développement de la pensée algébrique. Notre recherche vise donc à analyser les interventions et les évaluations décrites par les orthopédagogues lors d'une entrevue semi-dirigée. Les questions suivantes permettront de répondre à cet objectif :

- Comment les orthopédagogues déclarent-ils intervenir pour favoriser le développement de la pensée algébrique?
- Quelles composantes déclarées[30] de l'algèbre semblent privilégiées par les orthopédagogues du secondaire dans leur démarche d'évaluation et d'intervention en mathématiques?

De plus, des questions supplémentaires permettront d'approfondir notre sujet :

- Quels outils d'évaluation sont mis en place par les orthopédagogues dans leur démarche d'évaluation en algèbre?

[30] Il est opportun de préciser ici qu'il est nécessaire de d'abord comprendre ce qui est considéré par les orthopédagogues comme étant des piliers d'intervention en algèbre avant de procéder à l'étude de pratiques effectives.
De plus, les composantes de l'algèbre sont celles mentionnées dans le présent cadre conceptuel soient les conditions de la pensée algébrique, les différents types d'activités en algèbre, le sens de l'égalité, le sens de la lettre, le sens des expressions, la distinction entre les problèmes connectés et déconnectés, la gestion de l'inconnue génératrice et les différents types de problèmes.

- Quelles difficultés les orthopédagogues perçoivent-ils chez les apprenants en algèbre?

CHAPITRE 3
MÉTHODOLOGIE

Ce troisième chapitre décrit la méthodologie mise en place dans la présente recherche[31] dont l'objectif est de décrire la pratique déclarée des orthopédagogues évaluant et intervenant au premier cycle du secondaire sur la pensée algébrique.

Dans un premier temps, les fondements méthodologiques guidant cette recherche sont expliqués. Par la suite, suivra la présentation des trois étapes de réalisation de cette recherche que sont la préparation, l'actualisation et l'interprétation (Merriam, 1998).

3.1 FONDEMENTS METHODOLOGIQUES

À notre connaissance, il existe peu de recherches ayant traité de la pratique des orthopédagogues au secondaire en mathématiques, il a donc été retenu dans ce mémoire d'étudier quelques pratiques d'orthopédagogues pour ainsi développer une meilleure compréhension des diverses composantes qui guident leurs évaluations et leurs interventions au sujet de l'apprentissage de l'algèbre au premier cycle du secondaire. Pour répondre à cet objectif, une recherche de nature qualitative et exploratoire (inductive) est utilisée. Pour s'assurer de collecter le plus d'informations reflétant les pratiques déclarées des orthopédagogues, la méthodologie sera l'étude de cas. Par son souci « […] de respecter la

[31] Ce projet de recherche est un prolongement du projet de recherche-action dirigé par madame Mélanie Tremblay et madame Mireille Saboya. Ce dernier visait à développer les compétences à planifier des situations d'apprentissage favorisant la transition entre l'arithmétique et l'algèbre; développer des ressources pédagogiques au profit du personnel enseignant des mathématiques et des intervenants tels que les orthopédagogues au premier cycle du secondaire; favoriser le développement professionnel des participants; de documenter les enjeux didactiques et orthopédagogiques associés à des activités. Le présent mémoire permettra d'approfondir la compréhension de la pratique déclarée des orthopédagogues dans le développement de la pensée algébrique.

signification du vécu tel que perçu et défini par les personnes qui sont les sujets […] » (Poisson, 1991, p. 27), l'approche phénoménologique sera privilégiée.

L'étude de cas

Définitions

Il existe plusieurs définitions de l'étude de cas selon la position épistémologique des chercheurs[32] et selon la finalité recherchée (Gagnon, 2005). Selon Merriam (1998), l'étude de cas est utilisée à des fins de compréhension, de description, de découverte et d'élaboration d'hypothèses. Pour Stake (1978), elle sera utilisée à des fins de particularisation, de compréhension, de description, de généralisation formelle ou de généralisation naturaliste. Tandis que pour Yin (2003), la finalité sera davantage utilisée dans le but d'une généralisation, d'une confirmation ou d'une infirmation de l'hypothèse, d'une évaluation, d'une exploration ou d'une élaboration de théories et d'un modèle (Zajc & Karsenti, 2011). Dans tous les cas, le chercheur tente de décrire, à l'aide d'observables, un phénomène particulier et qui a lieu à un moment que l'on situera dans le temps. En parallèle à cette description, le chercheur tente d'interpréter les éléments recueillis. Pour arriver à ces fins, il doit effectuer une démarche rigoureuse.

Une démarche rigoureuse

Dans une recherche d'étude de cas, plusieurs chercheurs dont Merriam (1998), Stake (1978) et Yin (2003) mentionnent qu'il existe trois étapes de réalisation pour mener à bien ce type de projet de recherche (celles-ci sont d'ailleurs la ligne directrice dans la majorité des recherches). Cependant, chacun d'eux donne une couleur particulière à ces étapes

---

[32] Un tableau résumant les différents types de positions épistémologiques se trouve en annexe IV.

dépendamment du but de la recherche. Gagnon (2005) utilise pour sa part huit étapes dans sa démarche de réalisation qu'il nomme : établir la pertinence, assurer la véracité des résultats (fiabilité et validité), préparer le cadre de recherche, recruter les cas, collecter les données, traiter les données, interpréter les données et diffuser les résultats.

La présente recherche

Dans la présente recherche, la finalité est de décrire un phénomène précis, soit la pratique déclarée d'orthopédagogues relativement au développement de l'algèbre. Elle s'inscrit dans une perspective interprétative dont la nature de l'étude de cas est heuristique, descriptive, particulariste et inductive (Merriam, 1998). Cette recherche est donc heuristique, car elle vise à dégager une meilleure compréhension concernant la pratique des orthopédagogues dans un contexte particulier. Elle est descriptive, car elle tente de décrire en détail tout en interprétant la pratique déclarée des participants. Elle est particulariste parce que notre objet d'étude est restreint par le choix des participants, orthopédagogues du secondaire intervenant dans un champ mathématique précis soit sur la pensée algébrique. Elle est aussi inductive par l'étude de différents cas qui permettront d'esquisser des caractéristiques qui permettront de mieux cerner la pratique des orthopédagogues évaluant et intervenant sur le développement de la pensée algébrique.

L'utilisation de l'étude de cas semble donc la plus prometteuse étant donné les visées de découverte et de compréhension de la pratique des orthopédagogues (Karsenti & Savoie-Zajc, 2011). De plus, sachant que plus de 95 % des pensées de l'être humain sont inconscientes et que l'accès à leur propre processus de pensée est limité (Woodside & Wilson, 2003), il importe de considérer l'étude de cas comme un moyen efficace pour prendre en considération plus spécifiquement les éléments intrinsèques et les éléments extrinsèques de ces praticiens. Ainsi, elle permettra d'approfondir la compréhension de la problématique exposée ici tout en permettant de décrire et d'expliquer avec richesse, et ce, en se basant sur des processus ancrés dans des contextes particuliers par le choix, par exemple, de problèmes ciblés dans le recueil de problèmes qui a été utilisé lors de la collecte de données[33].

Pour arriver à cette fin, une démarche rigoureuse, constituée des trois étapes de réalisation, dont celles de la préparation, de l'actualisation et de l'interprétation (Merriam, 1998) sera effectuée[34]. L'étape de préparation est constituée de la problématique, des éléments ressortis dans le cadre conceptuel et de la sélection des participants.

3.2 L'ETAPE DE PREPARATION

3.2.1 Recrutement des cas

Comme le mentionnent Merriam (1998) ainsi que Miles et Huberman (1984), le choix d'utiliser l'étude multicas comporte plusieurs avantages tels qu'un meilleur pouvoir de généralité et l'interprétation des résultats est plus convaincante. Pour notre part, nous désirons partir du principe qu'une étude de cas n'a pas comme principal but de généraliser, mais bien de comprendre le phénomène à l'étude. Ceci étant, une restriction sur le nombre de participants est effectuée pour ainsi permettre de se concentrer et d'analyser en profondeur tous les éléments recueillis lors de la collecte de données.

Étant donné les éléments mentionnés précédemment, le choix de recruter au moins cinq orthopédagogues a été fixé. Ainsi, nous souhaitions avoir un nombre raisonnable de sujets favorisant une description plus riche de certaines pratiques déclarées d'orthopédagogues. Pour orienter adéquatement la sélection des participants, un premier travail de cueillette d'informations a permis de situer globalement les commissions scolaires

[33] Voir la section 3.3.1.
[34] Voir l'interprétation des étapes selon l'approche épistémologique utilisée dans l'annexe IV.

engageant des orthopédagogues dans leurs écoles secondaires (voir annexe V). Ce recensement a été limité aux régions administratives situées près du domicile de la chercheure pour des raisons logistiques. Ce premier travail a permis de constater que le corps d'emploi intitulé « orthopédagogue professionnel » est très peu présent dans les écoles[35]. Du nombre de praticiens travaillant dans le secteur secondaire, deux autres caractéristiques ont été fixées soient celles de recruter des orthopédagogues évaluant et intervenant en mathématique au premier cycle du secondaire et ayant au moins trois années d'expérience. Cette dernière caractéristique augmente les probabilités que ces praticiens aient développé différentes connaissances didactiques et/ou différentes méthodes d'intervention et d'évaluation en lien avec la pensée algébrique.

À la suite de la recherche de candidats permettant d'atteindre les trois conditions précédentes, un premier contact auprès d'orthopédagogues a été possible par l'entremise de conseillers pédagogiques provenant de différentes commissions scolaires, d'une directrice adjointe des services éducatifs et de chercheures. Ce premier échange a permis de valider que les personnes sélectionnées répondaient positivement aux caractéristiques recherchées.

3.2.2 Caractéristiques particulières des participantes

Pour assurer l'anonymat des participantes, une codification particulière réfère à chacune de celles-ci. De plus, le nom respectif de leur lieu de travail ne sera pas précisé pour les mêmes raisons. Cependant, il est possible de mentionner que les participantes proviennent de trois régions administratives de la province de Québec dont la Côte-Nord[36], Capitale-

[35] Un nouveau corps d'emploi intitulé « Enseignant-Orthopédagogue » a été créé dans les commissions scolaires. Certains responsables des ressources humaines des commissions scolaires mentionnent qu'ils engagent dorénavant que des enseignants-orthopédagogues pour effectuer le travail traditionnel d'un orthopédagogue.

[36] Un concours de circonstance nous a fait rencontrer deux orthopédagogues travaillant dans la région administrative de la Côte-Nord. Leur profil professionnel différent nous a amené à considérer leur candidature pour ce présent projet de recherche.

Nationale et Chaudière-Appalaches. Les participantes, toutes des femmes travaillant au premier cycle du secondaire, ont des années d'expérience et un pourcentage de tâche relié à l'intervention et à l'évaluation dans le domaine des mathématiques qui diffèrent l'une de l'autre. Ces caractéristiques divergentes viennent enrichir les données qui seront recueillies en considérant différents contextes de travail. Le tableau suivant montre les caractéristiques générales des six participantes recrutées.

Tableau 2 : Caractéristiques des participantes

Cas	Années d'expérience	% de tâche générale	Pourcentage de tâche consacré à l'intervention en mathématiques
O1	30	100 %	Intervient très rarement sur les savoirs mathématiques car mentionne ne pas avoir une grande base en math.
O2	6	100 %	20 %
O3	15	100 %	57 %
O4	3	50 %	20 %
O5	16	100 %	85 %
O6	5	Entre 100 % et 50 %[37]	40 %

Étant donné que l'orthopédagogue O1 mentionne intervenir que très rarement en mathématiques, il a été décidé d'exclure ce cas. Cependant, ses propos sont fort intéressants considérant que les orthopédagogues doivent intervenir sur les disciplines particulières telles que le français et les mathématiques. Cette orthopédagogue déclare ouvertement manquer de connaissances pour intervenir en mathématiques.

La section qui suit décrit l'étape de l'actualisation qui permettra de recueillir des informations particulières sur les participantes.

---

[37] Entre 100 % et 50 % de sa tâche selon les années.

3.3 L'ETAPE DE L'ACTUALISATION : LA COLLECTE DES DONNEES

Étant donné le choix méthodologique de l'étude de cas, certains instruments de collecte de données ont été retenus, et ce, afin de pouvoir porter une certaine attention au phénomène humain et à ses complexités (Merriam, 1998). L'utilisation de plusieurs instruments de collecte de données permet une plus grande prise en considération de ces aspects complexes, elle permet d'appuyer la validité des résultats qui ressortiront lors de l'analyse.

3.3.1 Instruments de collecte de données

S'appuyant sur les moyens ressortis[38] par Karsenti et Savoie-Zajc (2011) pour recueillir les faits entourant la situation étudiée, l'utilisation d'un questionnaire est favorisée, dans un premier temps, pour mieux cibler les participants de cette recherche. Dans un deuxième temps, en moyenne 3 semaines après la passation du premier questionnaire, un entretien individuel, accompagné d'un guide d'entretien et d'un recueil de problèmes a été réalisé dans le but d'approfondir la compréhension de chaque cas.

Première collecte de données : Le questionnaire

Les premières questions du questionnaire[39] visent à comprendre le contexte d'évaluation et d'intervention et l'intérêt pour l'intervention en mathématiques des orthopédagogues participant au projet. Par la suite, des questions ont comme objectif de faire ressortir les champs mathématiques sur lesquels elles interviennent et aussi situer leur vision sur l'évaluation et l'intervention en algèbre. Ainsi, ce questionnaire permet de cibler les orthopédagogues qui interviennent en algèbre et de dresser un premier portrait du contexte

---

[38] Les 7 moyens ressortis par Karsenti et Savoie-Zajc sont « les archives, les documents, les entrevues structurées, les entrevues semi-dirigées, les entrevues non dirigées (ouvertes), les observations (directe et participative) et les questionnaires » (Karsenti & Savoie-Zajc, 2011, p. 242).

[39] Voir annexe VI.

de travail et des éléments, en lien avec les mathématiques, sur lesquels elles déclarent intervenir. Ce questionnaire comporte des questions qui pourront être reprises lors de l'entretien individuel si l'approfondissement de certaines réponses est requis afin d'accroître notre compréhension. À titre d'exemple, il pourrait être pertinent de reposer la question « intervenir en algèbre auprès d'élèves en difficultés c'est … ». Cela permet d'ajouter des questions supplémentaires, selon la réponse qui est donnée par l'orthopédagogue, telles que : avez-vous un exemple concret de difficultés sur lesquelles vous intervenez; qu'est-ce que le mot variable signifie pour vous. Ces réponses peuvent guider le type de questions qui accompagneront les interventions de la chercheure lors de l'entretien semi-dirigé.

Deuxième collecte de données : L'entretien semi-dirigé

L'utilisation d'un entretien semi-dirigé, administré dans un contexte individuel, permet d'approfondir les propos relevés dans le questionnaire préalablement rempli. Lors de la réalisation de cet entretien, un guide[40] a été prévu pour ainsi diriger les questions vers les composantes qui ont été ciblées dans le cadre conceptuel soient le développement de la pensée algébrique, les activités associées à l'algèbre et les ruptures entre les raisonnements arithmétiques et algébriques.

De plus, l'utilisation d'un recueil de problèmes mathématiques[41], judicieusement élaboré selon les diverses activités algébriques provenant du cadre conceptuel, se veut un prétexte pour simuler les situations où les orthopédagogues doivent intervenir réellement avec des élèves.

Dans ce recueil, il est possible de retrouver des problèmes de généralisation, de traduction (comprenant des problèmes de types comparaison (prise en compte du nombre de relations de comparaison impliquées), de taux, de transformation) (Marchand & Bednarz, 1999) et de manipulations algébriques. Ces problèmes ont été ciblés dans l'intention de favoriser l'échange avec les orthopédagogues sur les composantes qu'elles prennent en

[40] Voir annexe VII.
[41] Voir annexe III.

considération lors des interventions et des évaluations. Les questions posées pendant l'entrevue permettent de faire ressortir ces composantes. Voici quelques exemples: est-ce que la conversion de l'addition à la multiplication a du sens pour l'élève; comment intervenez-vous pour donner du sens à l'élève; vous dites que les élèves ont de la difficulté à comprendre l'utilisation de la lettre, est-ce que vous intervenez sur cette difficulté? Pouvez-vous me donner un exemple concret d'intervention que vous effectuez ?

Lieu de l'entretien

Dans le désir d'assurer une compréhension fidèle à ce qui est réellement perçu par les divers cas à l'étude et dans le souci de respecter la plage horaire des orthopédagogues, l'utilisation de la vidéoconférence à l'aide la plate-forme Via-Solution a été utilisée. Cette plateforme permet d'enregistrer sous forme de vidéo chacun des entretiens pour ainsi garder des traces concrètes des comportements accompagnant les propos des orthopédagogues diminuant ainsi la présence de subjectivité lors de l'analyse (Karsenti & Savoie-Zajc, 2011). De plus, le choix du moment de passation de l'entretien est davantage maniable (matin, après-midi, soir).

Durée de l'entretien

Le guide d'entretien et le recueil d'activités ont été rédigés de manière à ne pas trop amputer de temps sur les journées de travail des orthopédagogues et de manière à recueillir le plus d'informations possible. Ainsi, la durée de l'entretien a été fixée entre une heure trente et deux heures.

Les différents éléments constituant l'étape de préparation servent de base à l'étape de traitement des données et à l'interprétation de celles-ci.

3.4 L'ETAPE DE TRAITEMENT DES DONNEES

Partant des quatre activités guidant le travail de traitement des données soit d'épurer les données recueillies, codifier ces dernières, analyser les données codifiées et rédiger chaque étude de cas (Gagnon, 2005), il a été possible d'exécuter le traitement des données recueillies.

Dans un premier temps, le verbatim complet (propos exprimés oralement et ajout de descriptions du non-verbal telles que la posture ainsi que certains gestes et mimiques) des entretiens semi-dirigés a été effectué pour les 5 orthopédagogues, de façon distincte, et chaque verbatim a été classé dans un cartable.

Dans un deuxième temps, une première lecture des verbatim a permis de sélectionner tous les passages qui donnaient des informations sur la pratique de l'orthopédagogue touchant le volet intervention et/ou évaluation. Un trait de crayon était alors dessiné dans la marge des verbatims pour effectuer une première étape d'épuration des données. Une deuxième lecture des verbatim fut nécessaire pour s'assurer de l'exactitude des premiers passages ciblés. Une troisième lecture, mais cette fois-ci des extraits ressortis, a été faite pour débuter une première codification.

Cette codification du verbatim a été réalisée de manière autonome pour ainsi s'assurer d'organiser et de trier les données d'une façon plus précise. Dans le but d'organiser ces données, un premier travail a été fait pour dégager des unités de sens à partir des composantes décrites dans le cadre conceptuel (Miles & Huberman, 2003).

Lors du codage réalisé pour chacun des verbatim, des couleurs différentes ont été attribuées à chacune des composantes et aux catégories émergentes pour faciliter le repérage d'extraits. Il a été possible de ressortir 44 passages. Ces passages ont permis de donner du sens à la pratique des orthopédagogues telle que déclarée.

En terminant, comme le précise Gagnon (2005, p.8), « un examen systématique des données recueillies dans chaque cas et une comparaison symétrique entre les différents cas » ont été mis en œuvre. Pour faciliter ce travail d'analyse des données, et ce, en considérant les 5 verbatim, cette fois-ci de façon conjointe, il importait de réunir tous les extraits touchant chacune des unités de sens au même endroit soit dans un document Word.

Pour ce faire, de longues discussions, avec ma directrice de recherche et ma codirectrice, ont amené à regrouper toutes les unités de sens selon les activités algébriques, soient celles permettant de générer des expressions ou des équations, les activités de manipulations algébriques et les activités qui ne sont pas uniquement liées à l'algèbre, mais pour lesquelles l'algèbre peut être un outil (Kieran, 2007). Ainsi, à titre d'exemple, tous les extraits touchant l'activité de traduction ont été réunis et numérotés à l'aide de chiffres romains. Il était donc possible de retrouver dans l'activité de traduction toutes les unités de sens ressorties par les orthopédagogues (p.ex. ceux touchant : le sens de la lettre, le sens de l'égalité). Pour faire suite à ce traitement des données, un travail d'interprétation de ces dernières a été effectué.

3.5 L'ETAPE D'INTERPRETATION DES DONNEES : RESPECT DES CRITERES METHODOLOGIQUES DE RIGUEUR ET DE SCIENTIFICITE

Le traitement et l'analyse des données furent guidés par la validité des résultats. Pour ainsi assurer cette dernière, l'utilisation de la validité interne a été rendue possible par la mise en place de la triangulation sous différentes formes soient : théorique, des outils de collecte de données (utilisation d'entrevues et d'observations), des chercheures impliquées dans le projet, des sources (5 cas différents). Tout au long de l'analyse, une attention particulière a été portée pour mettre de côté la subjectivité (Karsenti & Savoie-Zajc, 2011).

Par la suite, la validation externe qui permet de comparer et contraster les résultats obtenus avec d'autres cas (Gagnon, 2005) est possible dans la mesure où une description détaillée des participantes et une analyse transversale des cas sont effectuées (Merriam, 1998). Ainsi, les critères méthodologiques de rigueur sont apparents dès l'étape de recrutement des cas par la description détaillée des règles qui sous-tendent le choix des cas

(Gagnon, 2005). De plus, une attention particulière a été portée à la description de chacune des étapes de notre étude de cas et aux réflexions guidant notre recherche dans le but de bien cerner le contexte dans lequel l'étude a été effectuée. De ce fait, les questions d'entrevues, les processus d'encodage et d'analyse ont été détaillés pour assurer une certaine logique de reproduction.

3.6 CONSIDERATIONS ETHIQUES

Étant donné que les cas sont des êtres humains, un formulaire de consentement a été élaboré et approuvé par le comité éthique de l'Université du Québec à Rimouski campus de Lévis. Le certificat éthique a été délivré après lecture de la structure de notre méthodologie et des mesures mises en place pour assurer le respect de la confidentialité des participantes.

3.7 LIMITES DE LA RECHERCHE

Malgré le souci de réduire les limites de cette recherche, certaines restent présentes, dont celles associées à la validité externe des résultats. L'étude de cas ayant, au sens d'Eisenhardt (1989), des critères de spécificité, de particularité et de diversité entraine du fait même une grande complexité de reconstitution, réduisant la validité externe et le potentiel de généraliser les pratiques déclarées à tous les praticiens en orthopédagogie.

De plus, il importe de mentionner que la durée des entretiens peut constituer une limite. Dans certains cas, un besoin d'approfondir certaines questions posées a allongé le temps de l'entretien à plus de deux heures, ce qui a pu entraîner un manque de concentration chez les orthopédagogues lors des entretiens semi-dirigés.

De surcroit, une limite concernant le choix de l'utilisation de la plateforme VIA-Solutions n'est pas à négliger à cause de la relation indirecte entre les participants au projet qu’elle occasionne. Cela a pu réduire le lien de proximité entre la chercheure et les orthopédagogues participantes et ainsi diminuer la richesse des échanges.

Pour contrer les limites de cette étude de cas, nous avons tenté de garder une grande crédibilité. Pour ce faire, la rigueur a été constamment mise au premier plan dans chacune des étapes de la démarche de l’étude de cas comme il a été mentionné dans la partie précédente. En conclusion, il est possible après l’analyse des données de faire ressortir un ensemble de pratiques sans toutefois avoir la prétention de dresser une liste exhaustive des interventions et des connaissances utilisées dans nos écoles secondaires du Québec.

CHAPITRE 4
ANALYSE DES RESULTATS

Il a été précisé dans la problématique que les interventions des orthopédagogues sont partagées entre deux champs, le français et les mathématiques. Lors des entrevues, trois orthopédagogues sur cinq mentionnent d'ailleurs intervenir davantage en français qu'en mathématiques sous la demande de leur direction d'école. Comme on le verra dans ce chapitre, leurs interventions dans le domaine des mathématiques, souvent effectuées en deuxième et en troisième secondaires, sont teintées par les stratégies mobilisées en français, notamment celles associées à la compréhension de textes.

Les prochaines sections visent à mettre en lumière les interventions déclarées des orthopédagogues selon les activités algébriques sollicitées dans le problème proposé soit des activités impliquant des traductions d'énoncés mathématiques, des activités visant des manipulations algébriques et des activités qui requièrent une généralisation algébrique. Le schéma suivant offre une vision globale de la fréquence de chacune de ces trois activités.

Activités	Nombre d'unité de sens
Traduction	22
Manipulation symbolique	15
Généralisation	7
Total	**44**

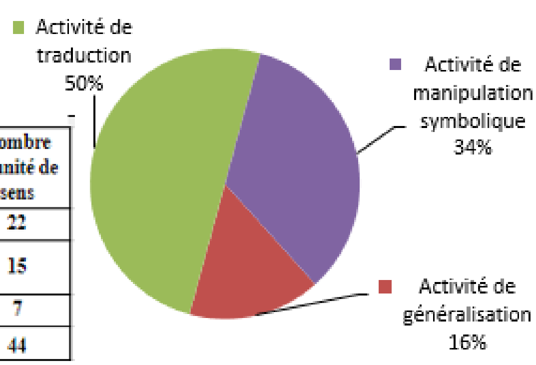


Figure 4 : Fréquences des interventions déclarées des orthopédagogues en lien avec les différentes activités algébriques

Des 44 unités de sens codées à partir des entrevues réalisées, la moitié renvoie à des interventions en lien avec l'activité algébrique de traduction. Une seconde activité semble prendre une place importante dans les interventions déclarées par les orthopédagogues soit la manipulation symbolique qui représente 34% des unités de sens ressorties. Finalement, sept unités de sens sont en lien avec l'activité de généralisation ce qui ne représente que 16% des interventions déclarées recueillies.

Dans ce chapitre, les données recueillies lors des entretiens semi-dirigés individuels sont analysées selon les trois types d'activités algébriques. Cette analyse permettra de décrire des pratiques d'orthopédagogues intervenant en mathématiques au secondaire plus spécifiquement sur le développement de la pensée algébrique au premier cycle du secondaire.

4.1 INTERVENTIONS DECLAREES DES ORTHOPEDAGOGUES AUTOUR D'ACTIVITES TOUCHANT A LA TRADUCTION D'ENONCES MATHEMATIQUES

Les activités de traduction, comme il a été mentionné dans le cadre conceptuel, visent à générer des expressions algébriques exprimant des propriétés ou des relations numériques, des formules ou des équations représentant des situations quantitatives dont une ou plusieurs quantités sont inconnues (Kieran, 2007).

Toutes les orthopédagogues mentionnent être intervenues sur des résolutions de problèmes ressemblant à celles proposées dans l'outil de collecte de données « Problèmes[42] ». Dans ce type de problèmes, les élèves peuvent éprouver des difficultés à identifier les grandeurs inconnues; à traduire les relations de comparaison exprimées à l'aide de mots en une représentation symbolique; à gérer plusieurs grandeurs inconnues en jeu (ex : trois personnes); à comprendre le contexte du problème. Ainsi, selon le discours des

[42] Nous faisons référence aux problèmes Salaire, Père et fils, Frères et sœurs, Taux horaire, Vente de billets, dimension de terrain (voir annexe III).

orthopédagogues, elles sont amenées à intervenir sur des problèmes touchant l'activité de traduction dont les interventions pointent les aspects suivants :

- Gestion des relations de comparaison;
- Gestion des relations de transformation dans le temps.

Dans les prochaines sections, le travail déclaré par les orthopédagogues autour des relations de comparaison et des relations de transformation dans le temps sera décrit. Nous allons voir que de nombreuses interventions variées prennent place quand elles sont face à un travail autour des relations de comparaison. Par la suite, nous présenterons des glissements didactiques que nous avons relevés de leurs propos, ce sont des interventions qui présentent des écueils didactiques. Ce sont des interventions qui laissent de côté certaines difficultés des élèves. Finalement, un regard transversal sur ces différentes interventions déclarées permet de faire ressortir deux profils de pratique.

4.1.1 Interventions touchant la gestion des relations de comparaison entre les grandeurs

Les interventions travaillant la gestion des relations de comparaison entre les grandeurs visent la compréhension du problème. Comment les orthopédagogues déclarent-elles intervenir sur la gestion des relations de comparaison ?

Les problèmes auxquels réfèrent les orthopédagogues sont principalement exprimés en mots, leurs interventions visant la compréhension des problèmes sont majoritairement réalisées en demeurant dans le registre « mots ». Elles y coordonnent parfois des dessins (schémas). Elles interviennent d'ailleurs de différentes façons :

- Travail sur les relations de comparaison à l'aide de la stratégie du soulignement des relations en jeu suivie d'une traduction directe (fois 4 se traduirait par x4) ;

- Travail sur les relations de comparaison par une schématisation sur papier ou par des gestes ;
- Travail sur les relations de comparaison à l'aide de différentes tailles de caractères pour identifier les grandeurs en jeu ;
- Travail sur les relations de comparaison à l'aide d'un enseignement explicite ;
- Travail sur les relations de comparaison à l'aide d'une identification des personnages du problème et une personnification de l'histoire du problème ;
- Travail sur les relations de comparaison en dehors de la résolution de problème à l'aide de situations réelles ;
- Travail sur les relations de comparaison en remplaçant les grandeurs inconnues par des nombres pour ensuite appliquer les relations.

La section suivante illustre à l'aide d'exemples tirés des pratiques déclarées ces différentes façons d'intervenir sur les relations de comparaison.

Travail sur les relations de comparaison à l'aide de la stratégie de soulignement des relations en jeu et par la traduction directe (fois 4 se traduirait par x4)

L'orthopédagogue 03 parle de « schématisation » pour référer au travail de traduction d'expressions langagières impliquant des opérations mathématiques. Elle dirige les élèves sur la façon de traduire les expressions comportant des relations de comparaison en les invitant à « schématiser » c'est-à-dire en écrivant au-dessus de chaque relation de comparaison l'opération en jeu.

> Bien la schématisation je ne la ferais pas sur la feuille. Je la ferais plus au-dessus de la question. Tu sais, je vais mettre quatre fois plus âgé, c'est là que je vais schématiser en langage mathématique. Je leur dis, c'est écrit en français, maintenant on le traduit en math. Alors là quatre fois. Une fois qu'on a fait ça, j'ai des élèves après ça qui vont être capables de trouver les expressions algébriques et de trouver

> la valeur de « x » avec ça. Parce qu’ils ont besoin de ce visuel-là. (O3, p.23, 768-773)

La suite de ses propos détaille une autre intervention accompagnant le travail de traduction. Elle précise qu’elle surligne elle-même les relations de comparaison présentes dans l’énoncé et qu’elle questionne après les élèves sur leur signification. Elle suggère aux élèves de recourir au surlignage ou au soulignage de ces mots clés que sont les relations de comparaison :

> Alors s’il y en a un que ce n’est pas clair, bien là je vais aller souligner le quatre fois plus âgé que. Qu’est-ce que ça veut dire? Alors des fois, il y a des élèves que je vais leur dire peut-être que ça t’aiderait de souligner ou de surligner, peu importe, ça n’a pas d’importance. Mais de mettre l’emphase sur ces petits mots-là, puis je vais aller les faire écrire par-dessus quatre avec fois, en symbole, au-dessus de quatre fois plus âgé que son fils. (O3, p.23, 759-764)

Un travail sur les relations de comparaison à l’aide d’une schématisation

La schématisation est le moyen le plus souvent privilégié par les orthopédagogues pour amener les élèves à bien comprendre les relations de comparaison et à les symboliser. Par contre, ses usages diffèrent dépendamment de l’orthopédagogue qui intervient. Elles utilisent soit la schématisation à l’aide de bulles représentées sur une feuille, soit la schématisation à l’aide du langage oral, sans traces écrites, soit l’accompagnement de gestes illustrant la schématisation. Dans les interventions ressorties, il est possible de constater que l’utilisation de la schématisation a une triple fonction soit (i) rendre apparente l'identification des grandeurs en jeu dans un contexte géométrique et les relations de comparaison entre ces grandeurs (ii) rendre apparent le sens des relations de comparaison entre les grandeurs à l’aide de flèches, (iii) encourager la réflexion sur l'ordre de grandeur des inconnues par le biais de la schématisation (à gauche le plus grand, à droite le plus petit).

Trois orthopédagogues (O2-O3-O4) déclarent intervenir sur les relations de comparaison en faisant un schéma pour représenter chaque grandeur par rapport aux autres grandeurs en jeu dans un problème de comparaison. Selon les gestes qu'elles posent et les déclarations verbales de ces orthopédagogues, les schémas leur servent d'abord à identifier les grandeurs en jeu à l'aide de bulles ou de dessins.

- *Schématiser pour rendre apparente l'identification des grandeurs en jeu dans un contexte géométrique*

À plusieurs reprises lors de l'entrevue, l'orthopédagogue O3 mentionne forcer la verbalisation de la grandeur inconnue dans le problème qu'elle exprime par « c'est quoi mon inconnue? ». Cependant, c'est uniquement dans le problème « Dimensions de terrain », où des concepts géométriques doivent être mobilisés pour favoriser sa résolution, que cette orthopédagogue semble intervenir à l'aide d'une schématisation permettant de représenter la forme d'un terrain rectangulaire.

> Ok! Qu'est-ce qui est écrit? Comment je pourrais le représenter? Donc là, ils vont faire le dessin. Je leur dis tout le temps, écris ce qu'on te dit. La longueur de son terrain est le double de sa largeur. Ok! Comment tu ferais ça? C'est quoi l'inconnue là-dedans? Ah! C'est ma largeur. Je vais mettre un « x » sur ma largeur. La longueur ça va être quoi? Alors là, il va me l'écrire. Ok! Maintenant qu'est-ce qu'on fait? La largeur d'un terrain de soccer. Alors là etcetera, etcetera, etcetera. Alors, je les amène à travailler comme ça. Toujours avec un dessin en géométrie. Et à écrire leurs données. (O3, p.27, 883-889)

L'intervention consiste à guider les élèves, dans un premier temps, à l'aide d'une question ouverte favorisant ainsi la verbalisation des procédures à effectuer selon l'élève. Après une première lecture de l'énoncé, elle amène l'élève à se représenter (dans l'extrait ci-haut, on en comprend qu'elle amène l'élève à utiliser une représentation par le dessin) la situation pour faciliter la mise en apparence des grandeurs en jeu (la longueur et la largeur dans le problème proposé). Une deuxième étape consiste en la lecture phrase par phrase du problème. Dans le discours d'O3, on constate que la présence d'une seule inconnue dans le problème semble être possible et l'élève peut la repérer en identifiant la grandeur ayant le moins de données connues. De plus, le dessin semble uniquement servir de support pour apposer les lettres et les expressions trouvées sans ouvrir sur la relation existante entre la largeur et la longueur.

Dans cet extrait, il est aussi possible de remarquer que la gestion des grandeurs en jeu semble être à la charge de l'orthopédagogue.

- *Schématiser pour rendre apparent le sens des relations de comparaison représenté par des flèches*

L'orthopédagogue 04 apporte une variante à ce type d'intervention comparé aux deux autres orthopédagogues en amenant l'élève à réfléchir au sens des relations qui existent entre les grandeurs en jeu selon l'ordre dans lequel ces grandeurs apparaissent dans la situation.

> Dans un rond, je vais mettre Alim Salam. Dans un autre rond, je vais mettre son fils. […], il y a comme trois personnes […] trois bulles. C'est quoi les liens entre chacun. C'est plus ça que je vais faire que d'arriver à résoudre le problème. Je veux juste que tu me fasses tes flèches. Tu sais, Alim est quatre fois plus âgé que son fils. Bon bien, la flèche elle va dans quel sens? Où tu vas mettre ta flèche? On va tu faire l'âge du fils vers Alim qui est divisé par quatre ou bien là, il est écrit quatre fois. […], on écrit sur nos flèches vers les sens de l'opération qui devrait être fait. […] (O4, p.15, 475-482)

Il est possible de constater que le sens de la flèche reliant les deux bulles, les deux grandeurs inconnues dans ce cas-ci, a une très grande importance pour cette orthopédagogue. Elle amène donc l'élève à se questionner sur la manière adéquate de traduire, à l'aide des bonnes opérations, le problème en rendant apparentes les relations inverses. De plus, il semble qu'elle relie parfois l'inconnue à un objet (Alim) et à d'autres moments à une quantité (l'âge du fils).

Il est aussi possible de remarquer que la gestion des grandeurs semble à la charge de l'orthopédagogue.

- *Encourager la réflexion sur l'ordre de grandeur des inconnues par le biais de la schématisation (à gauche le plus vieux, à droite le plus jeune)*

L'orthopédagogue 06 mentionne intervenir sur les relations, mais uniquement de façon verbale. Elle intervient donc en posant uniquement des questions aux élèves sans effectuer de schéma relationnel sur papier avec eux. Lors de l'entrevue, il a été possible de constater qu'elle utilise un langage non-verbal qui rend apparent l'utilisation d'un schéma relationnel entre chacune des grandeurs en jeu dans un problème. Par exemple, dans l'extrait suivant, elle positionne ses mains dans les airs de façon à illustrer deux bulles placées côte à côte qui représentent les deux grandeurs en jeu présentes dans le problème. Cette intervention se distingue de l'intervention de O4 par l'utilisation d'un outil d'intervention distinct (papier versus gestuel des mains). De plus, elle s'en différencie par la mise en apparence des relations en jeu; elle suit l'ordre d'apparition dans le texte pour l'O4, tandis que l'O6 semble positionner la quantité la plus grande, soit l'âge du père, dans une bulle imaginaire située à gauche alors que la quantité la plus petite, soit celle du fils, est positionnée à droite. Cette orthopédagogue (O6) invite donc les élèves à organiser dans un premier temps les grandeurs inconnues selon un ordre croissant avant même d'effectuer la schématisation.

> Bien là, s'ils me disent c'est Alim qui est le plus vieux. Bien déjà là, moi je me dis bon bien on va partir d'Alim, c'est lui qui est le plus vieux. Donc quand qu'on les met les deux, là, des fois je vais mettre l'âge d'Alim (elle fait une bulle, à gauche, en utilisant ses deux mains) puis je vais mettre l'âge du fils (elle fait une bulle, à droite, en utilisant ses deux mains). (O6, p.46, 1341-1344)

Les orthopédagogues semblent présumer, dans les sections précédentes, que le choix du générateur se fait de façon simple par la lecture du problème alors que c'est une difficulté importante. Le choix du générateur semble donc ne pas être un enjeu d'accompagnement.

Dans le cas contraire, on pourrait retrouver une intervention amenant les élèves à identifier les grandeurs inconnues dans le problème sans d'emblée travailler sur la traduction des relations exprimées dans le texte du problème. Ainsi, les élèves apprennent à repérer les grandeurs qu'on pourrait potentiellement mettre en relation. Par la suite, un travail pourrait amener les élèves à repérer la relation mentionnée dans le problème et les grandeurs qui sont affectées par celle-ci. L'intervention proposée par l'O6, dans l'extrait précédent, pourrait faire suite à notre suggestion.

Travail sur les relations de comparaison à l'aide de différentes tailles de caractères pour identifier les grandeurs en jeu

Comme nous venons de le présenter, l'orthopédagogue O6 amène l'élève à raisonner sur la personne la plus vieille qui est placée à gauche. De plus, elle invite l'élève à utiliser des lettres de différentes grosseurs pour illustrer la différence d'âge. L'utilisation d'une grosse lettre représente la personne la plus vieille et la petite lettre représente la personne la plus jeune. Par la suite, elle amène l'élève à effectuer la relation de comparaison partant de la personne la plus vieille vers la plus jeune.

> C'est, je vais toujours questionner, dans une situation comme ça, où l'âge, on compare deux situations, je veux toujours que l'élève me dise dans la situation, selon toi, qui est le plus vieux? Bien là, s'ils me disent c'est Alim qui est le plus vieux. Bien déjà là, moi je me dis bon, on va partir d'Alim, c'est lui qui est le plus vieux. Donc quand qu'on les met les deux, là, des fois je vais mettre l'âge d'Alim (elle met ses deux mains à gauche) puis je vais mettre l'âge du fils (elle met ses mains à droite). Puis après ça, on va tranquillement essayer d'introduire la version, on va essayer de mettre une variable. Bien si on dit que, je ne sais pas moi, que « x » c'est l'âge d'Alim et que « y » c'est l'âge de. (O6, p.46, 1339-1346)

> À la base, je m'assure qu'il voit la comparaison du plus gros. Même des fois j'ai utilisé une grosse lettre à gauche et une petite lettre à droite. Pour voir lui il est vraiment plus vieux et lui il est vraiment plus jeune. Sté, visuellement d'aller mettre cette emphase là, ça va des fois vraiment les aider là (O6, p.47, 1375-1378).

Travail sur les relations de comparaison à l'aide d'un enseignement explicite

L'orthopédagogue O2 utilise, pour sa part une séquence bien établie en ayant d'abord recours au modelage pour rendre apparent son raisonnement lors de la résolution d'un problème ; elle effectue ensuite un problème sous forme d'intervention guidée ; et elle termine avec une pratique autonome de la part des élèves.

> Bien en fait, moi je fais souvent des problèmes modèles. Je vais modéliser et je vais tout dire ce qui se passe dans ma tête. Je le fais au tableau puis là aussi eee sur une feuille avec eux. […] Après ça, je fais une pratique guidée donc eee on le fait ensemble. Ils s'essayent avec moi et après ça, ils font une pratique autonome, qu'ils font seuls. (O4, p.15, 455-460)

Dans cet extrait, on voit l'influence de l'enseignement explicite dans l'intervention de cette orthopédagogue.

Travail sur les relations de comparaison à l'aide d'identification des personnages du problème et une personnification de l'histoire du problème

L'orthopédagogue O6 propose un travail supplémentaire visant une meilleure compréhension du phénomène sous étude. Suite à la lecture de l'énoncé, elle le reformule de manière à impliquer l'élève en tant que personnage de l'histoire. Elle recourt alors à des pronoms tels que *toi* et *moi*. Cette intervention est motivée par le désir de favoriser une meilleure appropriation du contexte en limitant la gestion des différents noms de personnages.

> Alors vraiment de voir qui qu'on compare avec qui, ça c'est ultra important. Puis je vais y aller vraiment de façon verbale. […] Parce qu'on dirait que Maika, Hugo et Camille ça devient trois personnes dans leur tête. Ça devient comme impossible à gérer. Alors moi je vais souvent dire toi puis moi. Là ça leur parle vraiment. […] Visuellement, si tu ne le rapportes pas à leur réalité à eux, ça veut dire quoi. Ça représente comme une double comparaison (O6, p.48, 1384-1396).

Travail sur les relations de comparaison en dehors de la résolution de problème à l'aide de situations réelles

Cette même orthopédagogue, O6, mentionne amener les élèves à transposer les problèmes dans un contexte de vie réelle. Elle dirige ses questions vers une mise en apparence du raisonnement de l'élève et de sa compréhension de la relation en jeu. Dans l'extrait suivant, elle utilise l'activité de traduction dans un problème de transformation pour illustrer concrètement le type d'intervention qu'elle préconise. Ainsi, elle amène l'élève à raisonner sur son âge actuel et sur la transformation qui est effectuée si on s'intéresse à son âge d'il y a cinq ans.

> Bien je vais beaucoup utiliser le contexte réel pour, tu sais avant de revenir à la situation là, par exemple les cinq ans de moins, je vais le travailler dans un contexte. Ça veut dire aujourd'hui le cinq de moins il arrive quoi? Bien il y a cinq ans. Bon bien ça veut dire toi ton âge moins cinq ans. Mon âge moins cinq ans. Avant d'aller plus loin, je veux que cette notion-là de on recule dans le temps. […] Mais en orthopédagogie, pour moi, ce n'est pas vraiment la réponse qui est importante, mais c'est vraiment la façon (place ses index de chaque côté de sa tête) que l'élève va le raisonner. […] Quand je te disais tantôt de mettre en équation. C'est de lire le contexte et de se l'approprier. […] Laisse faire Maika. Laisse faire Hugo. Qu'est-ce qu'on est en train de dire? C'est qu'ils sont plus jeunes. Bon, il y a cinq ans, ça veut dire quoi ça? Je veux que le moins cinq vienne apparaître. Tu comprends? Je veux qu'on le voie. Alors du point de vue orthopédagogie, ce n'est même pas la résolution qui m'intéresse, mais c'est la façon qu'il comprend. Puis comment il va raisonner. (O6, p.48, 1403-1420)

Travail sur les relations de comparaison en remplaçant les grandeurs inconnues par des nombres pour ensuite appliquer les relations

L'orthopédagogue O6 suggère de substituer différentes valeurs numériques aux grandeurs inconnues pour ainsi favoriser le travail de traduction des relations de comparaison en jeu.

> Si ta largeur c'est « x », bon bien combien va être ta longueur. Moi j'y vais souvent avec des nombres. Ça veut dire quoi, si la largeur est 10 la longueur est quoi? Bien est vingt. Super! Si c'est quinze? Bien c'est trente. Bon ok! On passe le premier. Une fois qu'il l'a compris on passe au deuxième. (O6, p.53, 1542- 1545)

Si la substitution semble être un moyen évoqué pour favoriser la traduction en langage littéral (symbolique) des énoncés du problème, elle n'est toutefois pas rappelée pour valider la résolution d'un problème par cette même orthopédagogue. Il est possible que l'élève ne perçoive pas ce lien entre le nombre déterminé et la variable.

4.1.2 Travail sur les relations de transformation

Pour les problèmes associés à la classe « transformation » (p. ex. problème « Père et fils »), deux orthopédagogues (O5 et O6) déclarent intervenir sur la relation de transformation, mais elles n'interviennent pas sur les mêmes objets. Dans le cas de l'une des orthopédagogues (O5), le questionnement ne semble pas tant tourner autour de la construction d'une expression renvoyant à un second état ayant subi une transformation qu'au repérage préalable d'expressions numérales et de leur traduction numérique, comme c'est le cas de la durée en jeu.

> […] dans vingt ans Alim sera deux fois plus âgé que son fils puis là je le dis. Deux, comment tu l'écrirais? Deux fois plus mais dans combien de temps? Dans vingt ans. Et après ça, là, je leur dis ok, c'est beau, on repart avec Alim. Alim, ça serait quoi? Alim aurait quoi comme âge? […] Ok, et son père à quel âge? Bien, il a « x ». […] Alim sera deux fois plus âgé que son fils dans vingt ans. Et là, je leur fais souligner. […] Et là, je leur dis ici, dans vingt ans. Et là, je leur demande, vingt ans ça veut dire quoi? Bien là, ils vont me dire bien c'est vingt. Ok! Alim sera deux fois plus âgé que son fils. Qu'est-ce que ça veut dire deux fois plus âgé que son fils? Bien là à ce moment-là, ils vont me dire : bien madame, c'est deux fois plus âgé que (elle commence à écrire sous le problème) son fils. Que « x » mettons. Ils vont dire deux fois « x » madame. Ok! C'est bon. Faque là, après ça, on peut le placer en équation. J'y vais terme par terme là. J'y vais vraiment eee je mets en chiffres ce qui est en lettres (elle fait un petit soupir en même temps qu'elle parle). (O5, p.20-21, 669-700)

Le repérage des expressions langagières impliquant des relations et leur mise en évidence à l'aide du soulignage ressort dans plusieurs extraits tirés des différents entretiens réalisés avec les deux orthopédagogues.

Toutefois, des interventions qui sont motivées par une prise en compte de difficultés que rencontrent les élèves dans la phase de modélisation mathématique sont moins présentes dans le discours des orthopédagogues comme nous le verrons dans la section suivante. Il n'y a que l'orthopédagogue O6 qui y va autrement et énonce des questions qui visent un va-et-vient entre une appropriation de la situation chez l'élève et son travail de modélisation. Dans le cas du problème « Père et fils », elle revient ainsi au contexte du problème et demande à l'élève d'expliquer quelle grandeur sera affectée par le « +20 ». Si l'élève éprouve des difficultés, elle utilise la personnalisation du contexte (intervention évoquée plus tôt) pour faciliter la compréhension de l'élève. Ce dernier doit donc raisonner sur son âge actuel et celui qu'il aurait dans vingt ans et sur l'âge qu'aurait l'orthopédagogue dans vingt ans. Cette intervention a pour but de faire généraliser l'élève sur l'influence du « + 20 ans » peu importe l'âge de la personne en jeu. Par la suite, elle amène l'élève à inscrire, au-dessus du terme « dans vingt ans », « +20 » pour montrer que l'élève doit ajouter vingt ans à l'âge actuel des personnes (père et le fils).

> Au moins poser la bonne comparaison de qui qui est qui. Puis tu sais, c'est vraiment de dire, dans vingt ans, ça veut dire quoi? Bien tu sais on va ajouter vingt ans (élève fictif). À qui tu vas ajouter vingt ans? Bien des fois ils vont me dire dans vingt ans Salim sera deux fois (elle lit un bout de passage du problème) bien je vais ajouter vingt ans à Salim. Ok! Tu sais, je vais vraiment travailler le contexte. Je vais vraiment me servir de ce genre de situation là pour dire, dans vingt ans, toi tu vas avoir quel âge? Puis moi dans vingt ans, je vais tu encore avoir trente-cinq? Bien non! (Imite l'élève) tu vas avoir cinquante-cinq. Ah! Alors moi aussi dans vingt ans je vais avoir pris vingt ans. Comme toi tu vas avoir pris vingt ans. Alors ça, vraiment je vais permettre à l'élève de voir ce que ça veut dire. Tu sais, dans vingt ans, toutes les deux on a vingt ans de plus. Ça c'est important qu'il prenne conscience que l'âge de Salim plus vingt ans et l'âge du fils ça va arriver. Puis là, ensuite on commence. Bien là, il va être deux fois plus. Tu comprends! Alors je vais y aller vraiment décortiquer pour voir si l'élève voit le sens en arrière de ça. (O6, p.47, 1363-1375)

Pour travailler les relations de transformation dans le temps, deux stratégies émergent des orthopédagogues : un ***soulignage de ces relations suivi d'une traduction de l'expression en mots en nombres*** et une ***stratégie qui repose sur un va et vient entre le problème et sa mathématisation en s'appuyant sur une personnalisation des grandeurs en jeu et de leurs relations.*** Ce qu'on peut reconnaître de bénéfique pour l'élève en lien avec l'importance accordée au va-et-vient entre la phase d'appropriation du problème et la phase de modélisation, ne semble pas être le cas dans les autres pratiques.

À plusieurs reprises, des écueils du point de vue didactique, que nous appellerons glissements didactiques, ont été repérés lors des entrevues.

4.1.3 Glissements didactiques relatifs à l'activité de traduction

Des 22 unités de sens ressortis touchant l'activité de traduction, 10 unités de sens sont en lien avec des interventions amenant l'élève à traduire, par des expressions algébriques, les grandeurs en jeu. Ces interventions visent à dégager un modèle mathématique. Comment les orthopédagogues déclarent-elles intervenir sur la modélisation du phénomène à l'étude?

Plusieurs interventions distinctes se dessinent, tel que présenté dans les sections 4.1.1 et 4.1.2, mais également quelques glissements didactiques :

- Travail sur la traduction directe d'expressions langagières mathématiques de l'énoncé qui, dans certains cas, n'est pas aidant;
- Travail sur les relations de comparaison en accordant peu ou pas d'importance à une réflexion autour de l'inconnue génératrice;
- Travail sur l'utilisation de la lettre pour symboliser l'inconnue génératrice :
    - en valorisant le sens de la lettre étiquette;
    - en uniformisant la symbolisation de l'inconnue génératrice : recours à la lettre x.

La section suivante permet de se concentrer sur des exemples de pratique qui illustrent les précédents glissements didactiques qui sont reconnus dans la littérature.

Travail sur la traduction directe d'expressions langagières mathématiques de l'énoncé qui, dans certains cas, n'est pas aidant

Lors des activités de traduction, trois orthopédagogues (O2-O3-O5) déclarent intervenir en amenant les élèves à effectuer une traduction directe des relations mentionnées dans l'énoncé mathématique. Cette traduction directe renvoie au recours au langage littéral en suivant la progression d'un énoncé exprimé en mots. Si ce travail s'avère efficace pour certains énoncés de problèmes, cela n'est pas toujours le cas (Sfard, 1995; Mary, 2003). Pour certaines des orthopédagogues rencontrées, l'ajout de symboles (notamment les opérateurs) est promu par leur inscription au-dessus des mots directement dans le texte.

L'orthopédagogue O2 utilise ce type d'intervention dans les petits problèmes qu'elle juge moins compliqués. Si les problèmes semblent plus complexes (les extraits de l'entrevue ne permettent pas de bien comprendre quels sont les éléments de complexité reconnus par l’orthopédagogue), elle amène de plus l’élève à utiliser un schéma relationnel des grandeurs et de leurs relations à l’aide de bulles. De plus, dans le deuxième extrait présenté ci-après, bien qu’elle semble guider l’élève dans le repérage des termes mathématiques présents dans le problème, elle pose des questions forçant l’élève à raisonner sur la signification des termes en jeu dans la situation. Dans ces passages, il est difficile de dire si elle intervient sur cette signification en étudiant les relations entre les données. Cependant, dans le reste de l’entrevue, nous constatons qu’elle utilise un schéma relationnel après avoir traduit les termes mathématiques.

> Souvent pour le vocabulaire ce que je fais, c’est que je fais écrire au-dessus du problème. C’est dur à expliquer comme ça sans avoir de contexte-là. Mais tu sais quand c’est un contexte de problème écrit plus long là. Au fur et à mesure je fais écrire quand ça dit moins que, je fais mettre un moins au-dessus (elle fait semblant qu’elle écrit dans les airs). Deux fois plus que, je fais mettre un 2x par-dessus et après ça, je trouve que c’est un peu plus facile de bâtir l’équation (AMC change la page du document à l’écran. 3 secondes de silence. On voit qu’elle commence à lire les problèmes qui sont affichés à l’écran.) Bon tu vois, le Père et le Fils en bas, ça c’est des problèmes qu’on rencontre. […] Bien moi, je ferais mettre des variables au-dessus. Quatre fois, bien je ferais écrire 4x. Après ça, deux fois plus, bien j’écrirais 2x au-dessus alors après ça, on se fait une représentation puis on est capable de mettre ça en équation. Mais là, celui-là n’est peut-être pas évident en tout cas. Hum! Oui, on peut l’écrire au-dessus, mais on peut faire aussi un dessin d’Alim Salam de son fils et d’aller écrire lui est quatre fois plus âgé que lui pour être capable de voir qu’on a deux personnes. (O2, p.16, 540-562)

> Quand j’ai le double de quelque chose. Qu’est-ce que ça veut dire le double de quelque chose? […] il va dire c’est deux fois plus que. Alors, c’est deux fois. Alors à ce moment-là. Bien là. Moi j’aurais écrit au-dessus bien 2x bien c’est deux fois ça. Bon! Alors eee, je travaille le vocabulaire comme ça. Si on a le triple de. […] Bon le triple de, ça veut dire quoi ça, le triple de. Ça veut dire que c’est trois fois plus que quelque chose. (O2, p.22, 753-760)

L'orthopédagogue O3 met plutôt davantage l'emphase sur la compréhension des expressions langagières mathématiques. Ainsi, elle effectue une intervention préalable sur la compréhension des relations de comparaison avant de les travailler directement dans les problèmes comme le montre l'extrait suivant :

> […] je vais me faire une liste de plus que, de moins que, avec des choses comme ça, avec des chiffres-là. Des petites situations, puis après ça on vient les placer sur mon TBI. Comment ça marche. […] Il faut travailler le vocabulaire constamment. […]. Après ça je le dis en mots et après ça je le mets en symboles. Bien je vais les laisser aller puis là, je vais voir. Alors s'il y en a un que ce n'est pas clair, bien là je vais aller souligner le quatre fois plus âgé que. Qu'est-ce que ça veut dire? Alors des fois il y a des élèves que je vais leur dire peut-être que ça t'aiderait de souligner ou de surligner, peu importe, ça n'a pas d'importance. Mais de mettre l'emphase sur ces petits mots-là, puis je vais aller les faire écrire par-dessus quatre avec fois, en symbole, au-dessus de quatre fois plus âgé que son fils. Parce que je vais avoir des élèves qui vont avoir besoin de ce visuel là pour se rappeler ce qu'il doit faire. […] Bien la schématisation je ne la ferais pas sur la feuille. Je la ferais plus au -dessus de la question. Tu sais, je vais mettre quatre fois plus âgé, c'est là que je vais schématiser en langage mathématique. Je leur dis, c'est écrit en français, maintenant on le traduit en math. (O3, p.23, 738-770)

Dans cet extrait, il est possible de remarquer une certaine fragilité de la part de l'orthopédagogue à exprimer son raisonnement dans un langage mathématique adéquat. Cependant, il est possible de comprendre qu'elle commence en isolant les expressions langagières mathématiques du texte. Ensuite, elle reprend chaque expression langagière représentant une relation de comparaison (p.ex. « de plus que », « de moins que ») et elle les écrit au tableau pour former une liste, comme elle le mentionne sur son tableau TBI. Elle intervient alors à l'aide de plusieurs exemples (petits problèmes) pour amener l'élève à comprendre dans un contexte isolé la signification de ces expressions langagières de comparaison. Par la suite, elle revient sur celles-ci, mais en utilisant la porte d'entrée de l'oral pour inscrire ensuite le symbole qui représente ces formes langagières sous forme écrite au tableau. Il est difficile de voir la place qui est laissée à l'élève dans cet extrait.

Si les élèves éprouvent encore des difficultés concernant la traduction des expressions langagières mathématiques après cet enseignement, elle les invite à souligner celles-ci dans le texte et à ensuite inscrire au-dessus de chacune, en langage symbolique, ce qu'elle signifie. L'intervention semble amener l'élève à apprendre par cœur la signification des expressions langagières mathématiques et non à raisonner sur les relations qui existent entre les données inconnues (Mary, 2003) et sur l'influence que le choix de l'inconnue génératrice va apporter dans l'expression algébrique qui sera éventuellement ressortie. L'orthopédagogue ne favorise donc pas un travail sur les relations qui existent entre les quantités inconnues, mais tend davantage vers l'utilisation du symbolisme pour simplement garder des traces des relations proposées. Cette traduction directe de l'énoncé peut amener des difficultés dans la symbolisation. En effet, Schmidt et Bednarz (1997) ont observé des difficultés de ce type chez des futurs enseignants qui traduisent « 3 fois plus d'argent à Marie qu'à Chantal par : $3x = 1z$ » (p. 141). Dans cet exemple, l'étudiant avait attribué la lettre x à Marie et la lettre z à Chantal. Ces traductions directes des énoncés ne proviennent pas d'une réflexion sur le sens des relations en jeu. Il serait important de « mettre en garde » les élèves en leur donnant des énoncés dans lesquels ces traductions directes ne marchent pas par exemple la traduction bien connue de « Il y a 6 fois plus d'élèves que de professeurs » (Booth, 1984) que les élèves ont tendance à traduire par $6E = P$ au lieu de $P = 6E$. On favorise ainsi une réflexion autour du sens des relations de comparaison selon le contexte proposé.

L'orthopédagogue O5 intervient, comme nous l'avons mentionné dans l'extrait de la page 70, elle aussi en procédant à une traduction directe de l'énoncé, cependant elle le fait différemment de l'orthopédagogue O3. En effet, elle ajoute des questions touchant les relations entre les données inconnues de manière à guider chaque étape de l'appropriation du problème: « Qu'est-ce que ça veut dire deux fois plus âgé que son fils? ». Tandis que l'O3 s'intéresse à ce que signifient les expressions langagières, mais en se référant à une liste préalablement inscrite au tableau. L'O3 fait donc davantage référence à la mémorisation.

> Par exemple, ils disent Alim Salam est quatre fois plus âgé que son fils. Quatre fois, ça s'écrirait comment? Là, ils disent quatre avec une multiplication […] dans vingt ans Alim sera deux fois plus âgé que son fils puis là je le dis : Deux, comment tu l'écrirais? Deux fois plus mais dans combien de temps? Dans vingt ans. Et après ça, là, je leur dis ok, c'est beau, on repart avec Alim. Alim, ça serait quoi? Alim aurait quoi comme âge? […] Alim sera deux fois plus âgé que son fils dans vingt ans. Et là, je leur fais souligner. […] Et là, je leur dis ici, dans vingt ans. Et là, je leur demande, vingt ans ça veut dire quoi? Bien là, ils vont me dire bien c'est vingt. Ok! Alim sera deux fois plus âgé que son fils. Qu'est-ce que ça veut dire deux fois plus âgé que son fils? Bien là à ce moment-là, ils vont me dire : bien madame, c'est deux fois plus âgé que (elle commence à écrire sous le problème) son fils. Que « x » mettons. Ils vont dire deux fois « x » madame. Ok! C'est bon. Alors là, après ça on peut le placer en équation. J'y vais terme par terme là. J'y vais vraiment eee je mets en chiffre ce qui est en lettre (elle fait un petit soupir en même temps de parler). (O5, p.20, 669-700)

Suite à l'analyse de cet extrait, un glissement didactique se dégage dans la pratique de certaines orthopédagogues lors du travail sur la traduction directe des expressions langagières mathématiques de l'énoncé. L'intervention en soi est bénéfique, mais elle nous semble incomplète. En effet, il importe de bien repérer les expressions langagières mathématiques dans les situations, mais il est nécessaire d'ajouter un travail entourant la relation qui existe entre les données inconnues. On aide ainsi l'élève à être capable de choisir les bonnes symbolisations, en prenant en considération les relations données s'affranchissant ainsi de sa dépendance à l'égard de l'orthopédagogue (Mary, 2003). Voici un exemple d'une intervention qui serait à privilégier. Prenons l'exemple suivant : « Marie a quatre pommes de plus qu'Éloi ». On pourrait demander à l'élève ce que ça représente du point de vue de la quantité de pommes d'Éloi, on peut pousser l'élève à reformuler la relation de différentes façons, par exemple en disant qu'Éloi a donc quatre pommes de moins que la quantité de pommes que possède Marie.

Travail sur les relations de comparaison en accordant peu ou pas d'importance à l'inconnue génératrice

Chaque problème proposé aux orthopédagogues (Salaire, Père et fils, Frères et sœurs, Taux horaire, Vente de billets, dimension de terrain) contient plusieurs données inconnues dont les valeurs doivent être trouvées par l'élève. L'expression d'un raisonnement algébrique conduira l'élève à choisir une des inconnues pour générer des expressions algébriques qui représentent les autres données inconnues, à partir des relations de comparaison fournies. La grandeur inconnue, définie comme source pour générer les autres expressions, est appelée l'inconnue génératrice (voir section 2.4.4).

Deux unités de sens touchent l'identification des données inconnues. Il est possible de distinguer deux interventions utilisées par les orthopédagogues qui ont un impact important sur la résolution de problème soit, d'une part, la recherche de l'inconnue ou, d'autre part, l'importance de faire voir à l'élève que la résolution de problème s'inscrit dans une démarche où il doit rechercher des inconnues. En se limitant aux propos exprimés par les orthopédagogues rencontrées, force est de constater qu'elles semblent nommer elles-mêmes les grandeurs en jeu dans un problème pour ensuite amener les élèves à identifier soit l'inconnue ou les inconnues selon l'orthopédagogue qui intervient. L'O3 est la seule à demander aux élèves d'identifier une inconnue génératrice dans le problème. Les autres semblent même présumer qu'il n'y en aurait qu'une dans le problème.

L'orthopédagogue O3 amène donc l'élève à raisonner sur une inconnue génératrice qu'elle semble définir elle-même au lieu d'inviter l'élève à d'abord identifier les grandeurs inconnues dans la situation. Les élèves n'ont donc pas besoin de raisonner sur l'identification des grandeurs inconnues et sur le choix d'une inconnue génératrice selon les relations de comparaison en présence. Cette difficulté qui renvoie à la recherche, au choix d'une inconnue génératrice semble gérée par l'orthopédagogue. Dans l'extrait qui suit, on remarque aussi qu'il y a un certain glissement dans la formulation des données inconnues présentes dans le problème, on suppose qu'il n'y a qu'une seule donnée inconnue. L'orthopédagogue la nomme « L'inconnue ».

> On leur fait chercher l'inconnue. Lequel que je ne connais pas, l'âge. Donc ça va être mon « x » et ainsi de suite, on leur fait mettre le nom. Avec c'est quoi qui cherche à côté. (2 secondes de silence) L'âge de Salam par exemple. Quatre fois plus âgé que son fils donc quatre fois le « x » là. (O3, p.24, 776-779)

On constate aussi que l'orthopédagogue mentionne que l'inconnue est l'*âge* (en référence au problème Père et fils). L'âge du personnage retenu n'est pas indiqué, pas davantage que la référence à son âge actuel ou à celui qu'il aurait dans vingt ans. Cela amène l'élève à raisonner sur un âge qui est mal défini, en effet, il y a plusieurs données inconnues représentant différents âges.

Une autre des orthopédagogues (O5) intervient parfois en utilisant la traduction d'expressions langagières, comme il a été vu dans la section précédente, sans identifier préalablement les données inconnues et les relations en jeu entre ces données avec les élèves. Tandis qu'à d'autres moments, cette orthopédagogue identifie les données inconnues au tableau pour ensuite amener l'élève à se questionner sur les relations qui existent entre chacune des données inconnues en relisant ligne par ligne le problème. « Thomas il gagne quoi? Ok! De plus que qui? ». Ici on en comprend qu'elle utilise la stratégie de la traduction d'expressions langagières pour les modéliser en expressions algébriques. Dans le cas de cette orthopédagogue, il est difficile de comprendre comment elle procède pour identifier les inconnues et plus à précisément une inconnue génératrice étant donné qu'il ne semble pas y avoir de ligne directrice dans l'identification de celle-ci. Parfois l'identification repose sur la donnée pour laquelle il y a le moins d'informations données dans le problème et parfois le choix semble provenir de l'ordre dans lequel les données apparaissent dans le problème. Cependant, l'extrait suivant montre qu'elle porte parfois un intérêt sur le choix d'une inconnue qui sera le générateur : « Qui qu'on sait presque rien? ». Ainsi, elle amène l'élève à réfléchir sur l'inconnue dont nous connaissons le moins d'informations, ce qui semble relié à l'inconnue ayant le moins d'expressions langagières de comparaison s'y rattachant.

> Et après ça, là, je leur dis ok, c'est beau, on repart avec Alim. Alim, ça serait quoi? Alim aurait quoi comme âge? […] Ok, et son père à quel âge? Bien, il a « x ». […] Alim, c'est son père. Bon ok, c'est le petit garçon qu'on ne sait pas (elle se parle à elle-même). Donc eee Alim. (AMC a commencé à parler en même temps car on sent que O5 est perdue dans la résolution et qu'elle trouve ça assez complexe.) Ok! 4x de plus que son fils. Ça veut dire que là. Qui qu'on sait presque rien? Qu'on sait rien sur lui. Bien, ils vont me dire que c'est son fils. […] On va inscrire fils. Puis là, il égalerait quoi le fils? On va mettre « x ». Parfait! Puis si « y » est, […] quatre fois plus âgé que son fils donc ça va être 4x. Puis là, je n'écrirais pas père-là. Je vais écrire juste « P ». Bien « A » pour Alim. Donc Alim a ça. Son fils a ça. […] Alim sera deux fois plus âgé que son fils dans vingt ans. Et là, je leur fais souligner […] Et là, je leur dis ici, dans vingt ans. Et là, je leur demande, vingt ans ça veut dire quoi? Bien là, ils vont me dire bien c'est vingt. Ok! Alim sera deux fois plus âgé que son fils. Qu'est-ce que ça veut dire deux fois plus âgé que son fils? Bien là à ce moment-là, ils vont me dire : bien madame, c'est deux fois plus âgé que (elle commence à écrire sous le problème) son fils. Que « x » mettons. Ils vont dire deux fois « x » madame. Ok! C'est bon. Alors là, après ça on peut le placer en équation. J'y vais terme par terme là. […] je mets en chiffre ce qui est en lettre (elle fait un petit soupir en même temps de parler). (O5, p.20, 671-700)

> […] « taux horaire » là […] Là, ils ne savent plus qui va où. Qui fait quoi. […] on commence à identifier nos variables. On va dire eee Thomas, Ariane eee Samuel, Sophie, Kim, et là, à ce moment-là, on est capable de sortir. Ok! Thomas il gagne quoi? Ok! De plus que qui? […] on résume ligne par ligne. C'est ce que je fais avec eux-autres. Pis là, au tableau j'écris Thomas, Ariane, Samuel, Sophie, Kim. […] Samuel. Sté, j'y vais étape par étape, pour chacun là. Je le sors du contexte du français. (O5, p.25, 847-860)

On peut remarquer que pour l'orthopédagogue O3, il semble exister une confusion entre l'identification des inconnues et le repérage d'une inconnue génératrice dans un problème. Cette confusion l'amène donc à intervenir sur la recherche d'une seule inconnue, « on leur fait chercher l'inconnue ». Tandis que l'orthopédagogue O5 prend parfois en considération l'identification des inconnues et à d'autres moments, elle procède à une réflexion sur une inconnue génératrice en se basant sur l'inconnue ayant le moins de données connues dans le problème.

Une seule orthopédagogue (O2) met l'emphase sur la recherche des inconnues en jeu dans la situation. Cependant, l'entrevue ne nous a pas permis de savoir comment elle intervient auprès des élèves s'ils ont de la difficulté à identifier les grandeurs inconnues en jeu dans le problème.

> Oui je te dis sous forme de dessins, mais il faut aussi bien identifier les eee bien se représenter ce que l'on cherche. Bien! Nos inconnues. On a l'âge de Maika, on a l'âge d'Hugo puis on a l'âge de Camille. (O2, p.20, 694-696)

Dans les trois cas précédents, le discours des orthopédagogues porte à croire que leurs interventions semblent banaliser le travail entourant la recherche des données inconnues dans les problèmes, car elles prennent en charge ce travail. Leurs discours nous amènent à croire qu'elles semblent partiellement conscientes de l'importance de la réflexion entourant le choix d'une inconnue génératrice. Bien que l'on puisse admettre que le choix judicieux d'une inconnue génératrice facilite le travail de traduction, il faut éviter de réduire la modélisation d'un problème à une seule manière de faire (voir 2.4.4).

Travail sur l'utilisation de la lettre pour symboliser l'inconnue génératrice

Lors des activités de traduction, cinq unités de sens sur les vingt-deux ressorties sont en lien avec l'utilisation d'une lettre pour représenter une donnée manquante. Les orthopédagogues interviennent cependant sous des angles différents : (i) en valorisant le sens de la lettre étiquette au détriment d'autres sens de la lettre, (ii) en uniformisant la symbolisation de l'inconnue génératrice en ayant recours à la lettre x.

- *Valoriser le sens de la lettre étiquette au détriment d'autres sens de la lettre*

L'orthopédagogue O2 déclare créer le besoin d'avoir recours à une lettre dans le but d'être plus concise lors de la mise en équation du problème de « la dimension de terrain ». Elle intervient avec une algèbre syncopée passant donc d'une phrase exprimée en mots à un besoin de raccourcir la phrase. Ainsi, elle force les élèves à trouver une façon plus concise pour exprimer les mots pour éventuellement n'utiliser qu'une lettre pour représenter une donnée inconnue. Dans cette intervention, le sens de la lettre qui est favorisé est celui de la lettre étiquette quoiqu'on sente une certaine ouverture vers l'utilisation de n'importe quel symbole pour représenter des inconnues « je ne sais pas moi eee « lo » pour terrain de football ». L'orthopédagogue ne déclare pas intervenir davantage sur le sens de la lettre.

> La longueur du terrain de football est le double de sa largeur. Alors on aurait pu écrire : longueur d'un terrain de football (elle écrit dans les airs) fois deux est égale largeur du terrain de football on ajoute dix-neuf. Plus dix-neuf là. Tu sais, on aurait pu écrire tout de suite tout du long. Puis après ça en venir à dire, c'est un peu trop long notre phrase. C'est du même type que le Restaurant de Marcel. Qu'est-ce qu'on pourrait faire pour réduire, pour que ce soit moins long. Puis là, on pourrait amener le besoin de la lettre. Écrire je ne sais pas moi eee « lo » pour terrain de football et « la » pour largeur du terrain de football. Quelque chose comme ça là. Qu'est-ce que tu en penses? (O2, p.23, 801-808)

Dans le cas de l'O5, elle utilise des symboles sous forme de lettres pour représenter les données inconnues. Le choix de la lettre semble provenir de l'abréviation du prénom du personnage en jeu dans l'un des problèmes ce qui réfère au sens de la lettre étiquette[43] (Küchemann, 1978). La lettre risque donc d'être interprétée comme un objet p.ex. Alim (donc la personne) et non comme un nombre d'objets p.ex. l'âge d'Alim (donc une quantité).

[43] Les différents sens de la lettre sont explicités dans le cadre conceptuel (voir section 2.4.3).

Dans ce cas précis, les interventions ne semblent pas suivre une ligne directrice pour aider les élèves dans la compréhension du problème, mais semblent davantage axées sur sa résolution. Elle parle d'ailleurs qu'une fois l'équation trouvée, elle va substituer à la lettre le nombre trouvé pour arriver à trouver la réponse finale.

Dans l'extrait suivant, on constate que l'orthopédagogue ne laisse pas le choix à l'élève de choisir une lettre, mais impose la lettre à utiliser. De plus, il semble y avoir une imprécision dans l'identification de grandeurs inconnues, car dans ce même problème, elle mentionne que l'âge du père est représenté par « x » sans préciser qu'elle réfère à l'âge actuel du père. Plus loin, consciente de l'influence de la temporalité dans la traduction, mais sans être capable de l'expliciter, elle mentionne que l'âge du père est représenté par la lettre « p » et que la lettre « A » représente Alim. Dans ce problème, Alim est le nom du père.

> Alim, ça serait quoi? Alim aurait quoi comme âge? […] Ok, et son père à quel âge? Bien, il a « x ». […] On va inscrire fils. Puis là, il égalerait quoi le fils? On va mettre « x ». Parfait! Puis si « y » est, […] quatre fois plus âgé que son fils donc ça va être 4x. Puis là, je n'écrirais pas père-là. Je vais écrire juste « P ». Bien « A » pour Alim. Donc Alim a ça. Son fils a ça. […] Alim sera deux fois plus âgé que son fils dans vingt ans. Et là, je leur fais souligner. (O5, p.20, 706-725)

Uniformiser la symbolisation de l'inconnue génératrice : recours à la lettre x

L'orthopédagogue O4 intervient sur la signification de la lettre utilisée par l'élève. Dans l'extrait suivant, elle mentionne que bien que les élèves arrivent à identifier l'inconnue comme étant un prix dans le problème de « Vente de billets », elle va porter une attention particulière à ce que signifie concrètement celui-ci dans la situation. Ce n'est pas juste un prix, mais bien le prix d'un des billets. Par contre, elle n'ajoute pas la précision concernant le type de spectacle (humour ou cirque). Pour faciliter la compréhension des élèves, elle va utiliser la représentation du problème à l'aide de dessins sur le tableau.

> **O4** : La vente de billets pour quatre représentations d'un spectacle est égal. Donc il ferait le prix. Eee quatre fois le prix qui est à mettons le « x ». Là, il faudrait que je leur montre que « x » veut dire quelque chose, le prix d'un des billets. Donc quatre fois le prix est égal à, alors là, il faudrait le, j'ai un petit tableau. Alors là, je le dessinerais au tableau, avec eux, pour qu'ils voient. Parce que sinon, juste à le lire comme ça ils ont quand même de la difficulté à comprendre ce qu'ils lisent. Ils n'y arriveraient pas là. […]
>
> **AMC**[44] : Est-ce que pour les élèves le « x » c'est facile pour eux de comprendre ce que ça signifie?
>
> **O4** : Bien quand ils voient qu'ils utilisent toujours la lettre « x », je ne sais pas pourquoi? Bien souvent le vocabulaire des profs, la variable qu'on ne connait pas, c'est le « x » (dit comme si elle imitait un enseignant). Alors là eux c'est pour ça qu'il dirait bien on le sait pas le prix des billets! C'est ça qu'on veut savoir. Alors là, l'inconnue, on n'a pas de chiffre à mettre dessus donc on va mettre une lettre. Alors c'est le « x » qu'ils choisissent d'emblée.
>
> **AMC** : Je voulais savoir justement si tu invervenais pour donner du sens à ce « x ».
>
> **O4** : (5 secondes de silence.) Bien en fait je vais lui donner du sens en essayant de trouver pour lui le « x » il représente quoi. Je vais commencer par lui mettre, par lui faire dire en mots, pour lui c'est quoi qui veut dire parce que si l'on cherche un prix ou si on cherche des pommes ou tu sais, c'est quoi qui veut. C'est tu le nombre de spectacles. C'est tu les billets. Là je prendrais, en fait, je prendrais le vocabulaire qui est dans la vente de billets, dans ton libellé pour voir s'il l'associe au bon terme. (O4, p.17, 556-579)

L'orthopédagogue O4 n'intervient pas sur le choix de la lettre « x » par l'élève, car celle-ci semble imposée par l'enseignant de mathématiques. Les mêmes propos sont mentionnés par l'O2. Il n'y a donc pas de réflexion sur le fait que l'on peut utiliser n'importe quel symbole, la lettre « x » étant celle qui s'impose d'emblée. Des recherches appuient le constat que les élèves accordent peu de signification au symbolisme. À cet effet, Demonty, Flagnant et Vlassis mentionnent que seulement 1/3 des élèves de secondaire 2, soit 77 élèves,

---

[44] Les lettres « AMC » font références aux initiales du nom de la chercheure principale dans ce mémoire.

participant à l'une de leurs recherches « parvient à symboliser correctement le raisonnement en utilisant spontanément la lettre » (Demonty, Fagnant & Vlassis, 2015, p. 16). Elles ajoutent que 20 % de ces 77 élèves n'expriment pas les quantités inconnues dans le problème, mais expriment uniquement les opérations à effectuer. Ainsi, les difficultés liées à la symbolisation de l'énoncé semblent donc sous-estimées par les orthopédagogues et les enseignants (Koedinger & Nathan, 2004; Demonty, Fagnant & Vlassis, 2015) et l'accent est plutôt mis sur la résolution d'équations. Les habiletés développées lors de la résolution de problèmes permettant d'aider à la mise en équation d'un problème :

> Survey results that algebra teachers and educators typically judge equations to be easier than matched story and word problems, contrary to the results reported here. As we gain expertise in concise symbolic languages such as equations, it feels as though we can transparently understand and solve them, as one teacher said, without thinking. It is tempting to project this ease onto students and not recognize the difficulties learners experience in learning to comprehend and use mathematical symbols. (Koedinger & Nathan, 2004, p. 159).

Les interventions des orthopédagogues sont donc teintées, d'une part, par leurs propres connaissances sur la pensée algébrique, mais d'autre part, par les exigences provenant des enseignants de mathématiques. Un regard transversal sur les différentes interventions touchant l'activité de traduction et les conditions favorisant le développement de la pensée algébrique permet de faire ressortir deux profils d'interventions.

4.1.4 Regard transversal sur les différentes interventions touchant l'activité de traduction et les différents ancrages favorisant le développement de la pensée algébrique

L'analyse de la pratique déclarée des orthopédagogues effectuée sous l'angle des activités algébriques, nous a permis de faire ressortir plusieurs pratiques distinctes en lien avec les activités de traduction. Certaines portent une attention (implicite dans le discours des orthopédagogues) au développement de la pensée algébrique chez l'élève, en considérant certains ancrages didactiques mentionnés dans la littérature. Tandis que d'autres montrent une certaine méconnaissance de ces ancrages amenant des interventions dans lesquelles certains glissements didactiques sont présents. Ces interventions axent sur un accompagnement d'utilisation de stratégies en lecture et de procédures à suivre. Le schéma suivant se veut un aide-mémoire des interventions touchant l'activité de traduction qui ont été répertoriées dans les sections précédentes (4.1.1, 4.1.2 et 4.1.3).

Tableau 3 : Synthèse des interventions privilégiées en lien avec l'activité de traduction

Activités de traduction : interventions déclarées	
Interventions touchant la gestion des relations de comparaison entre les grandeurs	Souligner les relations en jeu et par la suite traduction directe (fois 4 se traduirait par x4).
	Recours à une schématisation <u>sur papier ou par des gestes</u> : ○ pour rendre apparente l'identification des grandeurs en jeu dans un contexte géométrique ; ○ pour rendre apparent le sens des relations de comparaison en utilisant des flèches ; ○ pour encourager la réflexion sur l'ordre de grandeur des inconnues.
	Utiliser des <u>polices de différentes tailles</u> pour identifier les grandeurs en jeu.
	Recours à un <u>enseignement explicite.</u>
	Recours à l'identification des personnages du problème et à une personnification de l'histoire du problème.
	Recours à des situations réelles différentes de celles proposées dans le problème et qui sont plus proches de l'élève.
	Remplacer les grandeurs inconnues par des nombres et ensuite appliquer les relations.
Interventions touchant le travail sur les	Des questionnements visant un va-et-vient entre une appropriation de la situation chez l'élève et son travail de modélisation.

relations de transformation	Souligner les relations et traduire les mots en nombres.
Glissements didactiques identifiés lors d'un travail déclaré autour des activités de traduction	
- Travail sur la traduction directe d'expressions langagières mathématiques de l'énoncé qui, dans certains cas, n'est pas aidant. - Travail sur les relations de comparaison en accordant peu ou pas d'importance d'une réflexion autour de l'inconnue génératrice. - Travail sur l'utilisation de la lettre pour symboliser l'inconnue génératrice : • en valorisant le sens de la lettre étiquette; • en uniformisant la symbolisation de l'inconnue génératrice : recours à la lettre « x ».	

En portant une vision globale sur toutes les interventions déclarées par les 5 orthopédagogues, il est possible de constater que plusieurs types d'interventions se dessinent. Deux profils d'interventions semblent ressortir de l'analyse. Le premier profil concerne les interventions axées davantage sur le modelage. Dans ce type d'intervention, l'orthopédagogue prend en charge certains aspects du développement de la pensée algébrique chez l'élève. Le deuxième profil met l'emphase sur l'utilisation de questions davantage ouvertes et sur la mise en relation entre les inconnues, ce qui favorise une réflexion chez les élèves et donc une plus grande possibilité d'amener l'élève vers le développement d'une pensée algébrique.

Premier profil : Interventions axées sur le modelage s'apparentant à une pratique guidée

Dans ce premier profil, nous retrouvons les interventions pour lesquelles l'orthopédagogue semble gérer l'aspect indéterminé et parfois même l'action de dénoter. Dans ces interventions, les élèves travaillent l'appropriation du phénomène soit la compréhension du phénomène sous étude sans être amenés à raisonner sur les grandeurs inconnues en jeu, sur les relations qui existent entre ces inconnues et du fait même sur l'influence du choix de l'inconnue génératrice sur la modélisation du phénomène. Dans certains cas, l'orthopédagogue prend en charge ce travail. Ainsi, les interventions semblent davantage banaliser tout le travail entourant la gestion des relations pour rapidement amener l'élève à traduire sous forme d'expressions mathématiques les expressions langagières mathématiques qui se retrouvent dans les situations (Mary, 2003). Par la suite, l'élève doit repérer une inconnue et la dénoter soit à l'aide de la première lettre du mot dont nous recherchons la valeur ou de la lettre « x » qui est préconisée dans les classes de mathématiques.

Dans ce profil, nous retrouvons plusieurs glissements didactiques reliés aux types d'interventions mis en pratique.

Profil 2 : Interventions axées sur l'utilisation de questions ouvertes favorisant une réflexion chez les élèves.

Le deuxième profil touche les pratiques utilisant des questions ouvertes dans le but d'amener les élèves à raisonner sur les relations qui existent entre les grandeurs en jeu. Par exemple, dans le problème « Salaire », seule l'orthopédagogue O6 pousse l'intervention plus loin que le travail de traduction en recourant à la comparaison de deux relations différentes dans une même situation. Celle-ci amène l'élève à raisonner sur la comparaison en travaillant la covariation en faisant varier une même grandeur. Elle renforce donc l'importance d'alimenter chez les élèves une réflexion sur la variation du salaire d'un employé selon le nombre d'ordinateurs vendus, et ce, pour deux entreprises différentes en s'appuyant sur les tables de valeurs fournies dans l'énoncé. Elle explique que même si la règle est trouvée par l'élève, elle prend un temps pour questionner les élèves sur la comparaison des valeurs prises par la variable dépendante (ici, les salaires obtenus) pour différentes valeurs prises par la variable indépendante (ici, le nombre d'ordinateurs) dans les deux règles obtenues (ici, règles qui renvoient à deux entreprises différentes). Pour ce faire, elle propose d'étudier différents cas de vente d'articles (un seul vendu, un de plus et encore un de plus). Dans l'extrait suivant, portant sur le problème « Salaire », l'orthopédagogue O6 utilise plusieurs types de questions ouvertes favorisant ainsi les précédents propos.

> Je les interrogerais beaucoup sur la logique de leurs actions […]. À mettons qu'ils trouvent la règle pour Suzie […] pour Luc. […] comment tu interprètes déjà ça. […] Est-ce que c'est à cinq ordinateurs qu'ils vont avoir le même salaire? […] Puis tu sais, voir qu'est-ce que ça veut dire le « y » est égal. […], je la questionnerais sur qui qui gagne plus cher. Qui que ça lui donne plus de vendre un ordinateur que l'autre. […] Je l'interrogerais un petit peu sur l'interprétation de la situation. […] J'aimerais qu'elle aille plus loin dans l'interprétation de ce que ça représente. Dans le fond, c'est tu Suzie ou Luc qui gagne plus cher à chaque fois qu'il vend un ordinateur. Qui qui a besoin de travailler plus fort que l'autre. Tu sais des petites questions comme ça pour voir si elle arrive à contextualiser la situation et à quoi ça sert. Je me servirais jusque-là, de ça, parce que c'est ça qui manque. […] C'est sûr la procédure à suivre, mais je la ferais verbaliser sur la compréhension de la situation. Tu sais le salaire à la limite, c'est super, lui il en a vendu douze ordis et elle dix. Ça veut dire quoi ça. Oui la réponse, je suis bien contente qu'elle me la trouve, mais après ça, j'irais beaucoup plus loin dans le sens de ce problème-là. Qu'est-ce que ça veut dire? Bon, ils ne vendent pas le même nombre. Qu'est-ce que tu peux me dire Suzie par rapport à Luc? C'est un petit peu ça. J'irais plus loin avec cette question-là. Moi, de mon point de vue travailler le sens et travailler vraiment toute la notion de proportion, tout ça. J'irais jusque-là. (O6, p.45, 1281-1329)

Ainsi, elle amène l'élève à étudier la relation qui existe entre les grandeurs en jeu dans une situation réelle. Cette orthopédagogue parle de contextualiser la situation, de l'interpréter, de verbaliser la compréhension.

Une analyse, effectuée de façon à porter un regard individuel sur la pratique de chaque orthopédagogue, a permis de remarquer que l'approche d'intervention privilégiée par une orthopédagogue oscille entre une pratique adéquate selon les ancrages précédemment énumérés et d'interventions tendant vers un glissement didactique. Ce constat nous amène donc à voir que la pratique ne diffère pas seulement entre chaque orthopédagogue, mais aussi dans la pratique d'une même orthopédagogue en ce qui concerne les activités de traduction.

4.2 INTERVENTIONS DECLAREES DES ORTHOPEDAGOGUES AUTOUR D'ACTIVITES IMPLIQUANT DES MANIPULATIONS ALGEBRIQUES

Quatre orthopédagogues (O2-O3-O5-O6) sur cinq déclarent intervenir autour de manipulations algébriques soit sur des expressions algébriques (on y inclut les tâches suivantes : développer, réduire, factoriser, substituer) soit sur des équations (tâche : résoudre). Des extraits ressortis lors des entrevues en lien avec ce type d'activité algébrique, nous avons constaté que plus de la moitié touchent des interventions qui peuvent nuire à la compréhension des élèves à plus long terme.

L'analyse des pratiques déclarées permet de constater que les orthopédagogues interviennent souvent sur le sens des expressions algébriques lorsque celles-ci sont présentées dans une activité de résolution d'équations et donc modélisées sous forme d'équation. Lors de ce travail, les orthopédagogues privilégient peu le va-et-vient entre les différents registres de représentation (en mots, par le dessin, tabulaire, graphique, symbolique). Nous avons relevé dans le cadre conceptuel l'importance d'un travail entre ces différents registres de représentation (Duval, 1993). Ainsi, le passage entre ces différentes représentations permet une meilleure compréhension du sens accolé à une expression (ou relation). Dans le cas des orthopédagogues participantes à notre étude, elles valorisent le passage de la représentation en mots vers le langage dit littéral (la signification d'une expression est colorée par le contexte du problème). Le travail inverse ne semble pas ressortir dans les interventions des orthopédagogues. Cela pourrait être dû au fait que dans les problèmes discutés lors de la collecte de données, aucun n'était formulé de manière à travailler ce travail inverse[45].

[45] Le travail inverse signifie de partir d'un problème partant d'un langage littéral (expression) pour ensuite encourager l'élève à exprimer la ou les différentes significations qu'il peut accorder à l'expression fournie.

Les sections 4.2.1, 4.2.2 et 4.2.3 illustrent, à l'aide d'extraits provenant des entrevues, différentes façons d'intervenir sur les activités de manipulation algébrique, interventions tirées des propos des orthopédagogues. Il en ressort des interventions reliées à un travail sur l'expression algébrique et un travail sur l'équation. Certains glissements didactiques sont également identifiés en lien avec les interventions autour des manipulations algébriques. Après avoir décrit, à l'aide d'extraits de transcription, les différentes interventions, nous ferons une synthèse de ce qui ressort. L'analyse menée dans cette section permet de distinguer comme c'est le cas pour le travail autour des activités de traduction deux profils distincts de la pratique des orthopédagogues.

4.2.1 Travail sur l'expression algébrique

Cette section permet de mettre en lumière deux interventions privilégiées par des orthopédagogues, soit O2 et O3, autour d'un travail sur l'expression algébrique. Les interventions pointent différents aspects qui sont :

- la recherche d'énoncés en mots traduisant des expressions algébriques données (personnification des expressions) et utilisation d'objets concrets;
- le sens accordé à un monôme dans une expression à l'aide de jetons.

Travail sur la recherche d'énoncés en mots traduisant des expressions algébriques données (personnification des expressions) et utilisation d'objets concrets

Lorsque l'orthopédagogue 03 intervient sur les difficultés touchant à la résolution d'équations, elle revient au mode de représentation en mots. Cette intervention se retrouve dans le travail que font les orthopédagogues avec les relations de comparaison (voir section 4.1.1), il s'agit de la personnification de l'histoire du problème. Ainsi, l'O3 amène les élèves à raisonner sur des cas plus concrets pour travailler le sens sémantique de l'expression.

> Il faut faire de l’exercisation pour qu’ils comprennent comment faire les opérations inverses. Mais il ne faut pas trop en faire parce que c’est un équilibre. Parfois des problèmes, parfois de l’exercisation. Parce que dans le problème, il faut que l’élève soit amené à réfléchir pour savoir comment je vais m’y prendre. Tu sais comme là, cinq « x » plus dix-huit. Bien là, à ce moment-là, il faudrait le reprendre en disant, je ne sais pas moi là, Karine a dix-huit de plus que cinq fois l’âge de je ne sais pas qui là. Etcetera. Il faudrait le traduire en mots pour qu’ils arrivent. » (O3, p.25, 807-813)

Comme cette orthopédagogue qui intervient sur le sens sémantique de l’expression en ayant recours au registre de représentation en mots, l’O2 procède de la même façon mais elle a recours en plus à des objets concrets pour favoriser la visualisation et ainsi donner du sens à une expression.

Travail sur le sens accordé à un monôme dans une expression à l’aide de jetons

Certains élèves éprouvent des difficultés à voir qu’il y a une multiplication entre le coefficient et la variable par exemple dans 4x c’est 4 multiplié par x. L’intervention de l’O2 vise à travailler sur la verbalisation de l’expression algébrique dans un premier temps pour ensuite intervenir sur l’équation comme on peut le constater dans l’extrait suivant.

> Comment ça se fait que 5r, c’est 5 fois « r ». Il y en a pour qui ce n’est pas concret le fait qu’il n’y ait pas d’opération entre les deux. Ça peut être une petite difficulté. Puis le fait de dire après ça bien tu sais c’est une multiplication puis qu’en opération inverse ça va être une division. Des fois ça l’accroche un peu à ce niveau-là. […] Bien moi je pourrais faire un, je pourrais faire un dessin là. Tu sais le fait que j’aille, pour moi c’est 5r, c’est d’avoir 5 « r » (elle fait cinq gestes consécutifs de gauche à droite. Elle mime une addition répétée.) Puis là, si mes cinq « r » valent 30, parce que là, en bout de ligne j’aurais fait mon moins 18, là, ça l’aurait fait trente-là. Alors là, si mes cinq « r », j’aurais écrit cinq fois « r » (mime la suite comme une addition répétée). Si mes 5 « r » valent trente combien vaut chacun de mes « r »? Tu sais, j’aurais passé par le dessin et peut-être même par la manipulation. Si les chiffres ne sont pas trop gros comme ça, de prendre trente jetons et de dire : regarde je vais les

> distribuer sur mes cinq « r » pour te montrer que chacun vaut six. Sté là, ça serait possible de faire ça si mes chiffres ne sont pas trop gros.) (O2, p.19, 660-676)

Elle lit donc l'expression de manière à accentuer la distinction entre le coefficient et la variable. « C'est 5, r ». Cette verbalisation est accompagnée de gestes représentant la décomposition du 5r sous forme d'addition répétée r + r + r + r + r. Dans son discours, on peut comprendre que normalement avec des élèves, elle prend le temps d'écrire sur une feuille, sous forme d'addition répétée, l'expression 5r. Ainsi, dans cet extrait, l'orthopédagogue travaille dans un premier temps sur l'expression avec de petits nombres pour donner du sens au monôme « 5r ». Dans ce même problème, un second travail est ensuite effectué sur l'équation. La description de cette intervention est mentionnée dans la section suivante.

4.2.2 Travail sur l'équation

En ce qui concerne le travail sur l'équation, les interventions visent soit :

- le sens donné à la forme ax = b en utilisant le sens d'addition répétée de la multiplication;
- le repérage de termes semblables en utilisant des codes de couleurs et des nuages.

Travail sur le sens donné à la forme ax = b en utilisant le sens de l'addition répétée de la multiplication

Dans l'extrait précédent, l'orthopédagogue O2 verbalise l'équation initiale comme suit : « si mes cinq « r » valent 30, combien vaut chacun de mes « r ». Son questionnement force ainsi l'élève à rechercher la valeur d'un seul « r ». Pour cela, elle guide les élèves vers l'utilisation du sens partage de la division en utilisant des jetons pour représenter le total, ici 30, et en partageant les trente jetons sur les « r » écrits sur la feuille : « Je prends trente jetons et je dis : regarde je vais les distribuer sur mes cinq « r » pour te montrer que chacun vaut six ». L'orthopédagogue semble prendre en charge le travail de partage des 30 jetons. Son intention semble alors viser l'utilisation d'une procédure pour mettre en valeur le résultat 6. Il serait pertinent de regarder si l'intervention effectuée amène l'élève à transférer cette nouvelle procédure dans des contextes mettant de l'avant de plus grands nombres. De plus, on pourrait aller plus loin dans cette intervention et questionner l'élève sur le sens de l'égalité (voir section 2.4.3).

Travail sur le repérage de termes semblables en utilisant des codes de couleurs et des nuages

L'orthopédagogue O5 utilise des codes de couleurs et des nuages pour permettre aux élèves de bien identifier les termes semblables. Cette intervention peut être bénéfique pour les élèves en difficulté lors d'activités de réduction algébrique pour s'assurer de prendre en considération tous les termes semblables.

> Bien je leur dis tout le temps et là c'est là que je sors mes crayons et mes nuages. […]. C'est de rapatrier les termes semblables. Les mettre les pareils ensemble. Ça, ils ont de la misère. Alors là, on utilise de la couleur. Mes « x ». Tout ce qui est « x » vont ensemble. Tout ce qui est les termes, tout ce qui est les chiffres, pas de variables. Là, je ne rentre pas dans le détail de leur dire eee coefficient puis tout ça. Je rentre plus dans ok, tout ce qui a des variables. Est-ce que toutes vos variables sont pareilles? Est-ce qu'ils ont des exposants? Et là, j'élabore. Lui il a tu un exposant? Non! Est-ce qu'il va avec lui? Oui! Pourquoi! Puis là, ils me l'expliquent. Je verbalise beaucoup beaucoup. Et après ça, bien là, on y va, on y va avec de la couleur, les remettre ensemble dans ta règle. (O5, p.10, 343-642)

Malgré que les orthopédagogues semblent peu intervenir sur l'activité de manipulation symbolique, il est possible de constater plusieurs glissements didactiques en lien avec cette activité. Ce qui suit dans les propos de l'O5 dans la précédente intervention met en lumière un des glissements didactiques observés.

4.2.3 Glissements didactiques en lien avec l'activité de manipulation algébrique

Lors d'interventions auprès des apprenants, il importe de prendre en considération le travail de va-et-vient entre la compréhension relationnelle et la compréhension procédurale comme le mentionne Skemp (1976). Cependant, des interventions nommées lors des entrevues, seules deux interventions semblent davantage axées vers une compréhension relationnelle (voir section 2.4.3). Pour les autres extraits en lien avec l'activité de manipulation algébrique, les orthopédagogues semblent davantage travailler une compréhension procédurale au détriment d'une compréhension relationnelle. Leurs interventions portent sur :

- Travail sur le repérage de termes semblables en ne faisant pas ressortir le sens opérateur du signe moins ;
- Travail guidé par la substitution sans un retour au contexte pour donner du sens aux expressions ;
- Travail autour de la substitution omettant de s'attarder sur le sens accolé à la règle en contexte ;
- Travail qui amène à voir la lettre comme un objet et pas comme un nombre d'objets;
- Mise en apparence de deux façons de procéder, d'écrire dans la méthode de la balance : une prise en compte de l'égalité.

Travail sur le repérage de termes semblables en omettant de faire ressortir le sens opérateur du signe moins

L'O5 mentionne intervenir sur la distinction entre les différentes parties d'une expression algébrique (coefficient, constante, terme, partie littérale, partie numérique…), car les élèves éprouvent des difficultés. Elle ajoute qu'il leur est aussi difficile de donner du sens aux variables ayant un exposant 1 et à distinguer les coefficients des variables. L'intervention privilégiée par cette orthopédagogue est la suivante :

> **AMC** : Est-ce que tu pourrais me dire comment tu interviens avec les élèves quand tu les vois pour ces difficultés-là ?
>
> **O5** : Bien, je commence comme je te disais avec un petit mini problème, comme je ne partirais même pas avec 9r-16 là (pointe le problème à l'écran soit le problème #1 : vocabulaire (coefficient, variable, constante)). Je partirais par exemple avec 9r, et là, je leur demanderais qu'est-ce que tu vois? Comment on appelle le neuf? Là, il me le dirait. Comment on appelle le « r »? Ça porte quel nom le « r » dans l'algèbre? Puis après ça, je leur dirais tu sais quand on a juste une lettre, l'exposant ou la valeur de ton « r », ce n'est pas [arrête de parler]. On n'écrirait pas « r » à la 1 parce qu'on l'écrirait partout, donc il vaut, c'est toujours 1. Donc c'est de la façon que je l'explique. Après ça je partirais, là je grossirais comme 9r -16 et là, je lui dirais ok. On réviserait ce qu'il m'a dit pour le 9r et qu'est-ce que c'est d'après toi le moins seize? Et pourquoi? Sté, je leur explique comme ça.
>
> **AMC** : Et est-ce que le moins seize c'est quelque chose qui a du sens pour eux?
>
> **O5** : Le moins seize, au début, non je te dirais. Ils ne comprennent pas pourquoi c'est moins seize au lieu d'être seize. Bien je leur dis tout le temps et là c'est là que je sors mes crayons et mes nuages. Je leur entoure toujours (fait un signe de rotation avec une main) en leur disant tout ce qui est devant ta variable, ta lettre, va ensemble. (O5, p.10, 333-346)

Elle distingue dans l'expression algébrique chacun des termes pour ensuite questionner l'élève sur le nom donné au nombre (coefficient) situé devant la lettre (variable). L'intervention vise une mémorisation des noms accolés à chaque élément constituant une expression algébrique (coefficient, variable, constante). Par la suite, elle intervient sur le signe (positif ou négatif) de chaque terme en utilisant comme stratégie l'utilisation de nuages sur chaque signe. Elle ne discute pas de la difficulté possible chez les élèves à distinguer la négativité d'une expression et la soustraction d'un terme à un autre. Le signe d'opérateur (-)

est associé directement au signe d'un terme par l'orthopédagogue. On pourrait dans ce cas voir l'expression 9r-16 comme 9r + (-16). Ses interventions semblent donc davantage viser une simple application de procédures.

Travail guidé de substitution sans un retour au contexte pour donner du sens aux expressions

Lors de l'entrevue, cette même orthopédagogue explique ses interventions autour d'un second problème (problème #6 : contexte de géométrie et de mesure). Dans cet extrait, l'orthopédagogue utilise à nouveau la stratégie des couleurs pour identifier les termes semblables et ensuite elle amène l'élève à appliquer la stratégie de la balance pour résoudre l'équation obtenue. L'extrait ne nous permet pas de dire si elle s'attarde à une compréhension relationnelle lors de la résolution de l'équation, toutefois il nous semble qu'elle axe plutôt son intervention sur une compréhension procédurale.

> **O5** : C'est de rapatrier les termes semblables. Les mettre les pareils ensemble. Ça, ils ont de la misère. Alors là, on utilise de la couleur. Mes « x ». Tout ce qui est « x » vont ensemble. Tout ce qui est les termes, tout ce qui est les chiffres, pas de variables. Là, je ne rentre pas dans le détail de leur dire eee coefficient puis tout ça. Je rentre plus dans ok, tout ce qui a des variables. Est-ce que toutes vos variables sont pareilles? Est-ce qu'ils ont des exposants? Et là, j'élabore. Lui il a tu un exposant? Non! Est-ce qu'il va avec lui? Oui! Pourquoi! Puis là, ils me l'expliquent. Je verbalise beaucoup beaucoup. Et après ça, bien là, on y va, on y va avec de la couleur, les remettre ensemble dans ta règle. Puis à la fin, on y va avec la balance. Évidemment pour trouver la réponse. Et après ça, bien ils vont remplacer. Je leur dis toujours c'est le « x » que vous avez trouvé donc si « x » vaut dix qu'est-ce que vous faites avec votre 4x. Qu'est-ce qui se passe avec votre 4x? Là, ils vont me dire. Bien! C'est le « x » qu'on a trouvé donc on va faire quatre fois dix. Puis là, ils me regardent avec mille point d'interrogations dans la face! Puis là, je leur dis, oui, c'est ça que tu fais et ensuite, il y avait moins trois (comme si c'est les élèves qui le disent) et moins trois. Alors là, ça va donner la mesure de ton angle. C'est comme ça que je procède.

> **AMC** : Et est-ce que c'est évident justement, pour eux, de dire que le « x », qui est égal à dix, on va aller le remplacer dans mes mesures ici?
>
> **O5** : Eee je te dirais qu'au départ, c'est comme si « x » égalait 10 puis ça finit-là. Il n'y a plus rien qui se passe. Mais après ça, je réécris les problèmes, chacun de tes angles comme l'angle « A ». Je le réécrirais 2x+7, et là, je leur dirais ok l'on a dit, comme je te l'ai dit, on a dit que « x » valait 10. Puis là, bien là, je surligne mon « x » làààà, plein plein de fois. Là, je leur dis on fait quoi avec le dix. Ah! Là. Ah! bien là, on l'a trouvé. Alors là, ils sont en mesure de le faire. Mais au départ, ça n'a pas de lien beaucoup là. C'est assez compliqué. (O5, p.18, 617-642)

Dans cette intervention, elle semble amener l'élève à, dans un premier temps, utiliser un code de couleur pour distinguer les termes semblables dans l'expression algébrique. Par la suite, elle fait rassembler les termes semblables ensemble. Elle pose des questions qui touchent seulement la procédure apprise par cœur. Une fois ces étapes effectuées, elle mentionne que c'est là que les opérations mathématiques commencent. Ici, on en comprend qu'elle entre dans la réduction de l'expression algébrique. L'orthopédagogue mentionne qu'une fois que les élèves trouvent la valeur de x après la résolution de l'équation, ils ne reviennent pas au contexte pour « injecter » la valeur de x et ainsi trouver les valeurs des différentes grandeurs représentées par différentes expressions. Par exemple, si on cherche un des côtés du rectangle qui est de 4x, l'élève donnera la valeur de x comme réponse et n'ira pas jusqu'à calculer 4 fois la valeur du x trouvée. On remarque que l'orthopédagogue ne revient pas au contexte pour donner du sens en contexte. Elle reste sur le littéral, ses interventions reposent sur un surlignement du x plusieurs fois et « là, je leur dis on fait quoi avec le dix ». Elle ne revient pas au contexte pour demander ce que représente 10 par rapport au contexte du rectangle. De plus, lors de la résolution de l'équation, il est important d'amener les élèves à être conscients qu'ils peuvent arrêter la résolution dès qu'ils trouvent la valeur de l'expression cherchée et qu'ils n'ont pas à aller jusqu'au bout de la résolution pour trouver la valeur du x. Par exemple, si on cherche la valeur de l'expression (2r+1) à partir de l'équation 4*(2r+1) + 7 = 35. On a juste à soustraire 7 de 35 et à diviser par 4 le résultat obtenu pour trouver la valeur de l'expression (2r+1). Toutefois, plusieurs élèves résolvent l’équation pour trouver la valeur de r et par la suite substituent cette valeur dans l’expression 2r +1 (Saboya, 2010).

Ainsi, l’élève n’est pas amené à raisonner sur l’expression algébrique d’un point de vue sémantique, mais plutôt à opérer sur celle-ci en portant une attention à sa structure. Cette intervention semble donc utiliser des règles d’action qui peuvent devenir des pièges pour les élèves en difficultés, car ils ne vont que retenir ces règles d’action (procédures) les amenant à être « incapables de les utiliser de manière pertinente devant une structure où intervient ce concept. » (Houdebine & Julo, 1988, p. 8) Ainsi, il nous semble que les élèves ne comprennent pas la réflexion lors de ce travail et sans une aide extérieure, ils resteront bloqués. L’intervention décrite dans la prochaine section vise elle aussi l’application de règles d’action.

Travail autour de la substitution omettant de s’attarder sur le sens accolé à la règle en contexte

Deux orthopédagogues (O6 et O5) interviennent sur des tâches qui mobilisent le statut de la lettre inconnue, elles interviennent auprès de la substitution à partir d’une règle. L’O5 rapporte la façon dont elle travaille avec les problèmes comme celui proposé (voir figure 5).

Les figures carrées

Voici une suite de figures formée de petits carrés :

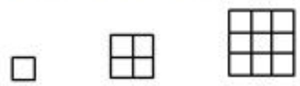


Fig.1 Fig.2 Fig.3

1. Ajoute trois termes à cette suite.
2. Combien y aura-t-il de carrés à la figure 8?
3. Quelle sera le numéro de la figure qui aura 49 carrés?
4. Détermine combien de carrés aura le 50^{e} terme de la suite.
5. Combien y aura-t-il de carrés à la n^{e} figure? Exprime ta réponse en mots et sous forme d'expression algébrique.

Figure 5 : Problème 3 : Les figures carrées

L'O5 amène les élèves à remplir la table des valeurs qui modélise la suite de carrés. Par la suite, elle amène l'élève à écrire la règle correspondant à la table des valeurs et termine en procédant par la substitution de la lettre par une valeur donnée. Dans l'extrait suivant, l'O5 rapporte les difficultés ressenties par les élèves face à ce problème et elle s'attarde à expliciter la façon dont elle procède pour que les élèves identifient la lettre dans la règle qui correspond à la substitution souhaitée (ici pour la $8^{\text{ième}}$ figure, il s'agit de repérer que 8 correspond au rang cherché).

> **O5** : Combien y aura-t-il de carrées à la huitième [ici, l'orthopédagogue fait référence à la huitième figure dans le problème #2 : suite]. Parce qu'elle n'est pas dessinée évidemment. Puis, ils ne font pas de liens entre ma règle puis à quoi elle sert ma règle. Ils sont bons pour la trouver là, mais après ça, ils ne sont pas capables de dire bien si c'est 8n + 3, bien là, je remplace mon « n » par 8. Alors là je vais faire 8 fois 8 plus trois. Ça, il faut que je revienne là-dessus pour leur expliquer parce qu'ils ont de la difficulté. Puis pour l'inverse aussi, si par exemple eee (3 secondes ou elle fait eee et elle regarde l'écran) ouais, comme ton numéro trois-là. Quel sera le numéro de la figure qui aura 49 carrés? Bien ça, c'est toutes les opérations

> inverses qui faut qu'ils fassent à partir de la règle. Ça, ils ne voient pas le lien. Ils trouvent la règle, mais ils ne voient pas de connexion entre chacune de ces deux méthodes-là, là. La deux et la trois.
>
> **AMC** : Et comment tu interviens avec les élèves pour leur donner, pour leur montrer le huit où on le met? Comment tu peux donner du sens aux élèves?
>
> **O5** : Bien à ce moment-là, une fois qu'il est mis en table de valeurs, là, je leur dis, mon huit, ma figure de huit carrés [ici, le problème demandait plutôt « Combien y aura-t-il de carrés à la figure 8 ? » Il y a une confusion dans les propos de l'orthopédagogue], elle va de quel bord ? C'est tu le « n » ou si c'est le résultat de tous les carrés ? Alors là, on les place aux bons endroits dans la table des valeurs. Puis comme ma formule est encore affichée, bien là, je remplace, j'efface mon « n » [dans l'équation] et je remets mon 8 à la place. Alors là, je leur dis, à mettons pour le « n », bien là, je leur dis huit fois ton huit pour trouver ton opération là. C'est ce que je fais. (O5, p.12, 366-382)

Dans cet extrait, l'élève n'est donc pas amené à raisonner sur la signification de la lettre ni sur le sens sémantique de l'équation. L'orthopédagogue lui propose d'apprendre à effectuer une procédure de substitution sans faire le lien entre la règle et le contexte de la suite de carrés. Cette orthopédagogue semble donc vouloir montrer le potentiel de la règle sans donner de sens à l'expression selon le contexte.

Travail qui amène à voir la lettre comme un objet et pas comme un nombre d'objets

Certains élèves semblent avoir de la difficulté à donner du sens à la lettre dans une expression et/ou une équation. L'O3 mentionne que des élèves essaient de mémoriser pour appliquer la procédure dans d'autres situations et non comprendre le sens des expressions. Dans l'extrait ci-bas, l'orthopédagogue cherche à justifier la réunion de termes qui doivent être semblables en cherchant d'abord à matérialiser les lettres présentes dans une expression. Le nom des objets choisis débute par chaque lettre présente dans l'expression, le sens de la lettre étiquette est ainsi promu.

> O3 : (Elle manipule des objets concrets : crayons, feuilles ou TBI et Ipad.) Deux vaches plus trois lions égale, égale quoi? Bon bien, ça égale deux vaches et trois lions. Alors tranquillement pas vite, après ça, on va changer ça pour des lettres. Pour les amener tranquillement pas vite à comprendre le « x » et le « y ». » (Remplace le mot Lion par un « L ») Puis après ça, peu importe le problème qu'on va leur donner, ils vont appliquer la même démarche qu'on vient de voir. Admettons avec trois vaches et deux lions. Alors que ça ne s'y prête pas. Ça va être autre chose. Alors là, il faut défaire ce schéma-là, de mémoriser. Il faut les amener à comprendre et non à mémoriser. (O3, p.14, 455-480)

Outre le fait que l'élève soit inconsciemment amené à associer les symboles (lettres) à un objet dont le nom commence par la même lettre, il faut aussi porter attention à la manière de nommer les grandeurs en jeu. Ainsi, au lieu de parler de la quantité de vaches que la lettre « v » représente, l'orthopédagogue parle de deux vaches lorsqu'elle renvoie à l'expression 2v. Cette conception, considérer la lettre comme un objet et non pas comme un nombre d'objets, est persistante, elle traverse les décennies. Constatée par Booth en 1984, elle est reprise par Bednarz et Janvier en 1992 et elle persiste de nos jours chez les enseignants en exercice (Tremblay & Saboya, 2018). C'est la lettre étiquette qui est ici mobilisée (voir section 2.4.3). Nous verrons que ce type d'intervention autour de l'utilisation de la lettre étiquette revient lorsque les élèves ont de la difficulté avec les opérations inverses dans des équations.

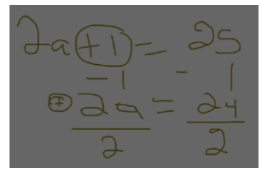
Travail sur les opérations inverses à l'aide de jetons représentant des lettres lors d'une tâche « résoudre une équation »

Dans les problèmes amenant l'élève à résoudre une équation, plusieurs orthopédagogues mentionnent que les élèves éprouvent des difficultés à effectuer adéquatement l'opération inverse pour trouver la valeur de l'inconnue. Pour travailler sur l'opération inverse, elles semblent utiliser des interventions qui diffèrent les unes des autres. Pour l'O3, le nombre d'élèves présents dans une séance et les difficultés de chaque élève influenceront son choix de matériel. Elle utilise soit le papier et crayon, soit des activités sur le TBI soit des jetons pour travailler les opérations inverses. À l'aide du matériel choisi, elle revient sur les quatre opérations (addition, soustraction, multiplication et division). Elle montre que la multiplication et la division sont des opérations inverses l'une de l'autre ainsi que l'addition et la soustraction. Lorsque l'orthopédagogue utilise des jetons, elle mentionne représenter le « x » par des jetons rouges et le « y » par des jetons verts en s'appuyant sur le principe de la balance. Bien que l'intervention effective réalisée avec les élèves soit absente, il est possible de constater que le « x » et le « y » réfèrent chacun à un jeton de même dimension. Le volume, équivalent des jetons utilisés, ne doit pas influencer le raisonnement de l'élève. On note aussi qu'un jeton rouge représente « x ». L'idée que ce « x » puisse renvoyer à une certaine quantité est ici plus difficile à développer par le choix d'un objet unique pour renvoyer à une lettre. Ainsi, des élèves pourraient comprendre que s'il y a 3 jetons rouges devant eux, cela devrait se transposer par l'expression x=3 et non à 3 fois le nombre représenté par le jeton rouge (Booth,1984). Selon le discours de l'O3, les constantes ne sont pas représentées par des jetons.

> **O3** : Ils vont le dire qu'il faut que ça balance, mais ils ne comprennent pas les opérations inverses. Alors ça ne marche pas. Donc il faut toujours que je travaille les opérations inverses. […] Bien je reviens avec des notions du primaire. C'est quoi la multiplication, par exemple. Et après ça qu'est-ce que je veux pour la division. Je fais les parallèles entre les deux. Ou je vais faire les additions et les soustractions, on va faire les parallèles entre les deux. […] Bien j'ai des jetons de couleurs. À mettons j'ai des jetons rouges pour le « x » et j'ai des jetons verts pour le « y ». On va travailler avec ça jusqu'à ce qu'ils comprennent. Des choses comme ça. Pour faire la balance, la multiplication, la division et tout ça. (O3, p.20, 638-661)

Pour l'O5, elle ne mentionne pas utiliser de matériel autre que le papier et le crayon. Lors de son intervention, elle questionne l'élève de manière à diriger son raisonnement « c'est quoi son opération inverse ? ». L'orthopédagogue semble gérer le travail de manipulation algébrique de telle sorte que l'intervention ressemble davantage à un enseignement explicite de la procédure à suivre dans le cas de la résolution d’une équation algébrique.

> **O5** : Évidemment là, en premier, ils doivent me dire que ça, ça va ensemble (encercle le +1) pour qu’on puisse faire les opérations inverses. Pour faire la balance. Faque là, je leur dit ici tu as un plus un. Si tu veux enlever le plus un, qu’est-ce qu’il faut que tu fasses? C’est quoi son opération inverse? Ils me disent un moins. Donc ça va être un moins un ici (écrit un moins 1 sous le +1.) Et ici, ça va être aussi moins un, pour que ça s’équilibre. Pour ce que tu fais d’un bord tu le fais de l’autre. Tu es obligé. (O5, p.22, 760-765)



Il est intéressant de noter que l’orthopédagogue précise que les élèves doivent avoir un regard réflexif sur l’équation et repérer que l’opération à faire en premier pour résoudre l’équation c’est le -1. Elle mentionne, par la suite, qu’elle utilise une deuxième méthode avec les élèves. La première méthode vise à inscrire l’opération à effectuer sous chaque côté de l’égalité, tandis que la seconde méthode intègre les opérations dans l’équation comme le montre l’image suivante. Cet extrait semble, à première vue, montrer un travail sur le signe de l’égalité (la partie de droite est égale à la partie de gauche). Elle amène les élèves à travailler simultanément sur les deux côtés de l’égalité. Par contre, lorsque nous analysons la suite de l’entrevue, qui s’échelonne sur deux pages, il en ressort un inconfort sur la signification du signe de l’égalité. Elle en vient à dire que la réponse doit être un nombre entier et non un nombre décimal. Ainsi, il est difficile de se prononcer sur l’intention exacte de l’orthopédagogue dans l’utilisation de ces deux procédures.


*Problème tiré du manuel de l’élève, secondaire un, Pixel page 151

4.2.4 Regard transversal sur les différentes interventions touchant l'activité de manipulation symbolique et les différents ancrages favorisant le développement de la pensée algébrique

L'analyse de la pratique déclarée des orthopédagogues effectuée en lien avec les activités de manipulation symbolique nous a permis de constater qu'un peu plus de la moitié des interventions, soit 8 extraits sur 15, comprennent des glissements didactiques pouvant nuire à la compréhension des élèves. Voici un tableau synthèse rappelant les interventions ressorties.

Tableau 4 : Synthèse des interventions ressorties lors de l'analyse des activités de manipulation symbolique

Activités de manipulation symbolique : interventions déclarées	
Travail sur les expressions algébriques	- La recherche d'énoncés en mots traduisant des expressions algébriques données (personnification des expressions) et utilisation d'objets concrets. - Donner du sens à un monôme dans une expression à l'aide de jetons.
Travail sur les équations	- Donner du sens à la forme ax=b en utilisant le sens d'addition répétée de la multiplication. - Le repérage de termes semblables en utilisant des codes de couleurs et des nuages.
Glissements didactiques en lien avec l'activité de manipulation algébrique	
- Travail sur le repérage de termes semblables en omettant de faire ressortir le sens opérateur du signe moins. - Travail guidé de substitution sans un retour au contexte pour donner du sens aux expressions.	

- Travail autour de la substitution omettant de s’attarder sur le sens accolé à la règle en contexte.
- Travail qui amène à voir la lettre comme un objet et pas comme un nombre.
- Mise en apparence de deux façons de procéder, et ce, avec un certain inconfort sur le sens qui est accolé au signe de l’égalité.

Le peu d’interventions effectuées sur la manipulation algébrique contient fréquemment des écueils pouvant nuire à l’apprentissage chez l’élève. Le choix d’utiliser ce type d’interventions est catégorisé dans le premier profil.

Premier profil : Interventions axées sur le modelage s’apparentant à une pratique guidée

Ces interventions consistent à s’assurer que les bonnes procédures sont mobilisées de la part des élèves. Parfois, l’utilisation de stratégies accompagne l’intervention, pensons à l’utilisation de codes de couleur pour repérer plus efficacement les termes semblables lors d’une tâche de réduction ou à l’utilisation d’une manière de nommer les grandeurs se référant uniquement à l’abréviation d’un mot (en général la première lettre du mot). Ce dernier portrait touche donc les interventions se basant peu sur les ancrages didactiques comme, par exemple, le travail sur les différents statuts de la lettre, sur le sens accolé à l’équation représenté dans divers types de représentation.

Deuxième profil : Interventions axées sur l’utilisation de questions ouvertes favorisant le raisonnement chez les élèves.

Dans le deuxième profil, il est possible de placer les interventions qui tendent davantage à donner du sens à certains éléments constituant les équations soient le retour aux divers sens des opérations et l’utilisation de la personnification pour donner du sens aux expressions algébriques. Cependant, selon les pratiques déclarées, peu d’orthopédagogues semblent préconiser ce type d’intervention ce qui nous amène une fois de plus à croire qu’il existe une certaine ignorance sur les ancrages entourant le développement de la pensée algébrique.

Cette synthèse montre qu’il semble exister, comme c’était le cas dans l’activité de traduction, un écart autant entre les pratiques des orthopédagogues que dans une même pratique.

4.3 INTERVENTIONS DECLAREES DES ORTHOPEDAGOGUES AUTOUR D’ACTIVITES VISANT LA GENERALISATION

Les activités de généralisation (Kieran, 2007) exigent de l’élève qu’il mobilise un raisonnement inductif qui le conduira à analyser le comportement de différents cas particuliers, repérer une régularité et ainsi être en mesure de dégager une formule qui rend compte de la covariation entre deux grandeurs. Ce qui précède n’est pas simple pour l’élève, car il doit dépasser la recherche d’une valeur pour plutôt entrer dans ce jeu d’analyse des différents cas proposés. Un travail d’accompagnement de la part de l’orthopédagogue peut être nécessaire. En effet, plusieurs recherches soulignent les difficultés des élèves en lien avec le concept de covariation précurseur à celui de fonction (Carlson, 1998; Passaro, 2007; Thompson & Carlson, 2017).

Du même souffle, ce type d’activité permet une belle ouverture pour travailler l’émergence du symbolisme par la recherche de messages en mots; elle peut aussi être l’occasion d’identifier et de comparer différentes expressions équivalentes (différentes formules) associées à un même contexte (Radford, 2012; Demonty & Vlassis, 2016). De même, selon les tâches, l’activité de généralisation peut être l’occasion de travailler sur les différents statuts de la lettre (Demonty & Vlassis, 2016).

Les prochaines sections permettront de mettre en lumière les interventions déclarées mises en place par les orthopédagogues lors d’un travail autour de la généralisation.

Trois orthopédagogues (O4-O5-O6) déclarent intervenir sur l'activité de généralisation. Il en ressort de leurs discours que les interventions menées sont de différente nature entre ces trois orthopédagogues :

- Utiliser du matériel concret et le questionnement pour repérer une régularité et axer l'étude sur le patron donné ;
- Mettre en apparence l'efficacité reliée à l'utilisation de la règle (pour trouver un terme avec un grand rang avec une économie de temps ; dépasser le comptage un à un).

Nous avons également pu relever un glissement didactique :

- Utiliser une procédure pour trouver une règle à partir d'une table des valeurs ou d'une suite de figures (passage direct de la régularité écrite sous forme d'addition (p. ex : +2) à la multiplication dans une règle (*2)) sans explications du pourquoi de ce changement.

À la suite de l'analyse de ces interventions, un regard transversal permet de faire ressortir, comme ça a été le cas pour les deux activités précédentes, deux profils d'interventions.

4.3.1 Travail sur l'utilisation de matériel concret et du questionnement pour repérer la régularité

Lorsque des élèves éprouvent des difficultés à repérer la régularité dans des problèmes représentés sous forme de dessins de patrons géométriques, l'orthopédagogue 06 utilise du matériel concret tel que des jetons pour rendre apparente cette régularité. Selon le discours de l'orthopédagogue O6, on suppose qu'elle utilise des jetons pour créer une suite sur le bureau. L'élève peut donc manipuler ou déplacer au besoin des jetons pour repérer la régularité entre chaque terme de la suite.

> […] Je vais souvent aller avec les jetons. Alors je vais leur faire voir qu’est-ce qui se passe plus tu avances? Puis là, ils vont me dire, c’est sûr que plus la quantité augmente. Et elle augmente de combien à chaque fois? Est-ce que tu peux me dire qu’est-ce qui se passe? Bien c’est sûr qu’ils vont me dire, bien tout dépendamment de la situation là, tu sais s’ils me disent que ça l’augmente de deux tout le temps. Ça fait fois deux tout le temps. Ça fait, tu sais, ça peut tout le temps être ça comme ça là. (O6, p.34, 1003-1008)

Ce travail est accompagné de plusieurs questions encourageant la verbalisation chez l’élève comme le démontre l’extrait précédent. Les questions visent à amener l’élève à remarquer un changement récurrent entre chaque figure composant la suite. L’orthopédagogue semble ensuite vouloir amener les élèves à identifier la récurrence : « elle augmente de combien à chaque fois? ». Cependant, la dernière phrase de l’extrait, « ça l’augmente de deux tout le temps. Ça fait fois deux tout le temps », nous amène à croire qu’il n’y a pas d’intervention sur le pourquoi il y a un changement d’opération qui est effectué lors de la transposition de cette récurrence, repérée dans le dessin, vers une écriture symbolique soit sous forme d’une expression algébrique. Donc si on reprend la situation de généralisation que nous avons proposée aux orthopédagogues (voir le restaurant de Marcel dans le recueil de problèmes), on peut discuter sur ce qui serait prometteur d’utiliser comme intervention pour donner du sens au changement d’opération et ainsi mieux comprendre le changement d’un plus deux sur les figures en un fois 2 dans la formule ou règle. Ainsi, dans les figures…, il est possible d’observer l’ajout d’un paquet de deux personnes entre chaque terme (le nombre de tables) dans la table de valeurs et sur le dessin. Lorsque la transposition vers une écriture symbolique est effectuée, la verbalisation qui accompagne cette transposition *(Lorsque j’ai une table, j’ai un paquet de deux personnes (1 x 2). Lorsque j’ai deux tables; J’ai deux paquets de deux personnes donc j’ajoute deux personnes au nombre de personnes de la table précédente (2 x 2). Etc.)* aide à mieux faire ressortir l’utilisation de la multiplication.

Représentation tabulaire

Nbr. table	Nbr. personne
1	4
2	6
3	8
4	10
5	12

+ 2 + 2 + 2 + 2

Représentation par le dessin

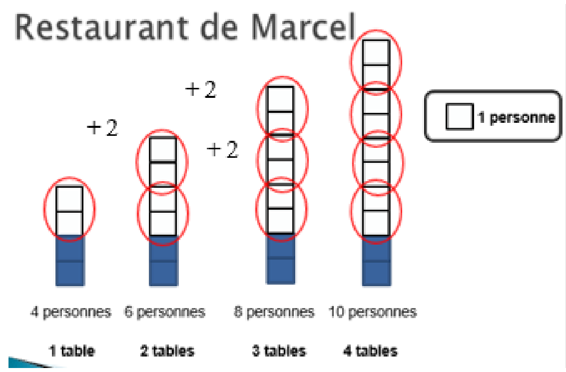


Figure 6 : Représentation du problème Le Restaurant de Marcel. Illustration provenant de la recherche « Co-construction, mise à l'essai, analyse et partage de situations didactiques visant à favoriser la transition arithmétique/algèbre »

De plus, l'orthopédagogue O6 met l'emphase sur l'importance de faire ressortir la régularité sur le patron géométrique, représenté sous forme de dessin, et de dégager l'élève d'un raisonnement sur les nombres. Les propos de l'orthopédagogue reposent sur le problème des figures carrées (voir figure 4) du recueil de problèmes proposés aux orthopédagogues. Dans cette suite numérique, il est plus difficile d'observer une régularité, car les bonds ne sont pas constants dans cette situation (+1, +4, +9, …). Elle souligne qu'elle va amener les élèves à observer que l'on a toujours des carrés et que ceux-ci ont une particularité d'avoir des côtés de mêmes longueurs. L'orthopédagogue met donc l'emphase sur une étude sur le dessin.

> M'intéresser à ce que l'élève va faire. Qu'est-ce qui va faire en sorte qu'il va mettre quatre par quatre la prochaine fois. Est-ce que c'est parce qu'il s'est intéressé. Lui, est-ce que c'est la base, tu sais, une, deux, trois, quatre, cinq. Puis, il fait juste après ça. Tu sais s'il y en a quatre, il y en a quatre, Vu que c'est des carrés, j'en mets quatre, j'en mets quatre. J'en mets cinq, j'en mets cinq. Est-ce que, je m'intéresserais par quoi là? Est-ce qu'il irait par observation? J'ajoute un à la base ou ça serait comment. Qu'est-ce qu'il aurait fait entre la un et la deux? C'est ça que je voudrais savoir; son raisonnement entre les deux. Tu sais celui qui va aller me les

> compter et me dire bien lui, il en a un. Lui, il en a quatre. Lui, il en a neuf. Bien lui, il va peut-être avoir plus de misère que celui qui voit qu'il a juste à en ajouter un à la base puis vu que c'est un carré, la base et les côtés sont égaux là. (O6, p.34, 1014-q1024)

Par le questionnement, elle encourage les élèves à faire le lien entre la mesure des côtés et le nombre de petits carrés par côté. Par la suite, elle guide l'élève vers l'observation et le repérage d'une récurrence additive pour dépasser l'étude de chaque cas particulier (on augmente le nombre de carrés d'un sur la longueur et sur la largeur). La formule qui se dégage (même si elle n'est pas dite explicitement par O6) est celle qui correspond à l'aire d'un carré.

4.3.2 Travail sur la mise en apparence de l'efficacité reliée à l'utilisation de la règle

Deux orthopédagogues (O4 et O6) mentionnent vouloir amener les élèves à voir la pertinence d'utiliser la règle. Par contre, c'est seulement dans le cas de l'orthopédagogue O4 qu'il a été possible de recueillir des informations sur sa manière d'intervenir. L'O6 nous a partagé le potentiel qu'elle voit dans l'utilisation de la généralisation lors de l'introduction de l'algèbre.

- *Pour montrer l'accessibilité aux rangs plus élevés lorsque nous passons par une représentation algébrique*

Selon le discours de l'orthopédagogue 06, nous pouvons présumer qu'elle propose des problèmes de généralisation avec des contextes en mots et avec des figures, plutôt que des tables des valeurs sans grandeurs, pour rendre apparente la relation qui existe entre deux grandeurs.

> **AMC** : C'est quoi ton intention quand tu utilises des problèmes comme ça[46] avec tes élèves?
>
> **O6** : C'est de travailler beaucoup la régularité, sté. De voir qu'est-ce qui se passe. De justement travailler cette fameuse régularité-là qui nous amène éventuellement vers l'algèbre là, sté. Quand je disais tantôt travailler un petit peu les propriétés, les opérations pis les régularités. Bien ça, ça nous permet un peu d'y aller un peu plus visuel pour un élève de se (Elle ne termine pas son mot.). D'après moi, c'est un passage obligé. Comme marcher à quatre pattes là. C'est de voir qu'est-ce qui se passe. Puis tu sais de transposer puis, dans le fond, ça permet de dire à quoi ça va servir l'algèbre. Parce que là, c'est facile, j'ai deux jetons, j'en ai quatre. Puis on augmente. Mais à mettons que je veux avoir, rendu à cent, on en as-tu assez de jetons? Ça n'a pas de bon sens. Tu sais de faire réaliser que l'algèbre c'est une solution pour aller vraiment plus loin. Faque, je vais m'en servir pour démontrer ça là. Sté des fois ils me disent pourquoi on utilise ça l'algèbre. Bien, je pourrais facilement utiliser un problème comme celui-là. (O6, p.34, 989-1000)

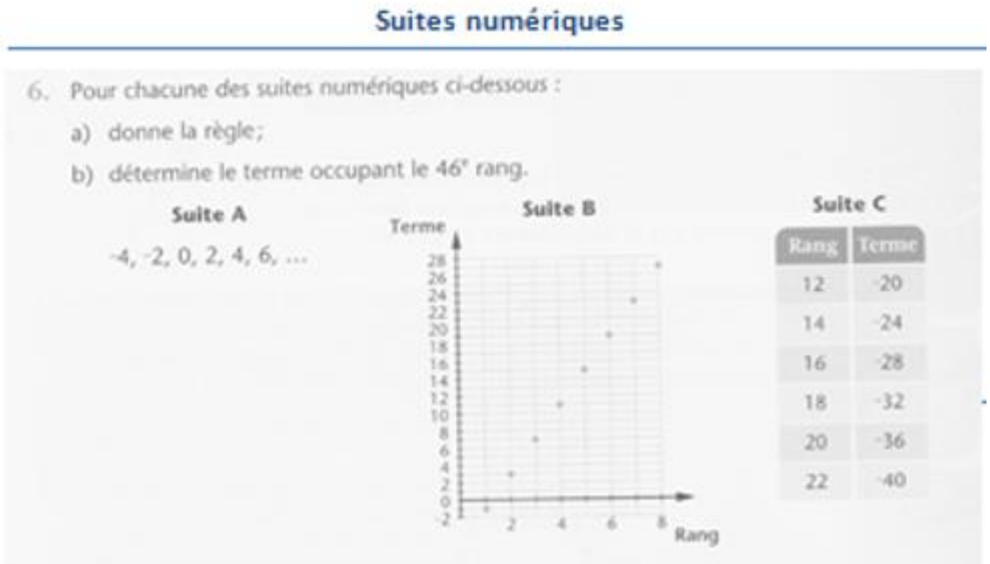
De plus, elle utilise des activités de généralisation pour donner du sens à l'utilisation de l'algèbre chez les élèves. Elle souhaite donc montrer aux élèves que l'algèbre permet de trouver pour un nombre grand, une figure dont le rang est grand sans avoir à les dessiner ou les calculer un à un.

- *Pour montrer l'économie de temps que nous faisons lorsque nous passons par un raisonnement algébrique*

L'intervention de l'orthopédagogue O4 semble porter une moins grande importance à l'étude de la progression qui existe entre les figures à l'aide d'un visuel concret. Elle semble souhaiter montrer le potentiel de la règle pour trouver le terme associé à un certain rang dans une suite donnée. Comme on peut le lire dans l'extrait qui suit, elle encourage d'abord l'élève

[46] Cette question a été posée à la suite de la lecture du problème 2 disponible dans le recueil de problèmes (voir annexe III). Les problèmes dont réfère AMC sont en lien avec les problèmes de généralisation utilisant une approche par les suites.

à rechercher un terme associé à un certain rang en représentant la suite à l'aide de dessins, et ce, même si le rang est grand (p.ex. 22). Les propos de l'orthopédagogue portent sur le problème *suites numériques* (voir figure 7).



Suites numériques

6. Pour chacune des suites numériques ci-dessous :
   a) donne la règle;
   b) détermine le terme occupant le 46e rang.

Suite A

-4, -2, 0, 2, 4, 6, …

Suite B

Suite C

Rang	Terme
12	-20
14	-24
16	-28
18	-32
20	-36
22	-40

Figure 7 : Suites numériques (problème 3 du recueil de problèmes)

O4 : Bien là, il faut qu'il ait trouver la règle pour pouvoir se rendre là. Bien là, pour eux autres, c'est super abstrait là. Là, ils vont faire, ils vont baisser les bras. Ils vont faire : je ne serai jamais capable, je ne le trouverai pas. Ils vont arrêter-là ou d'autres vont faire du essai-erreur.

AMC : Ok. Et comment toi tu peux donner du sens avec les élèves?

O4 : Eee moi je vais intervenir, dans le fond, même si c'est long, parce que le quarante-sixième rang. Parce que là, on en a juste (elle se met à compter à partir du document) un, deux, trois, quatre, sté, jusqu'à vingt-deux là. Bien je le fais, je le fais écrire jusque là pour qu'il voit qu'on peut se rendre. Puis après ça, je leur démontre qu'avec la règle, s'ils avaient juste suivi la règle, bien, il aurait appliqué la règle avec le rang, à mettons numéro douze, pis il aurait pu la trouver tout de suite. C'est un chemin plus court quand on a la règle que de toute faire la démarche de, en longueur. […] Bien en fait, je lui ferais appliquer pas tout de suite la règle, je le ferais découvrir en faisant probablement le tableau, ta suite B là, je montrerais les

> flèches un peu plus longues (elle fait référence à l'axe des abscisses et à l'axe des ordonnées). Sté, on prend de la place dans le bureau et on le fait pour qu'il le voit. Et après ça, je leur démontre qu'en ayant pris seulement la règle, qu'on aurait trouvée, bien, il n'aurait pas eu besoin de toute faire ça. Il aurait pris la règle et Pouf! Il l'aurait appliquée et il l'aurait trouvée. (O4, p.11, 328-347)

C'est par la comparaison des deux méthodes (recours à la règle vs représentation de la suite jusqu'au rang donné) qu'elle souhaite convaincre l'élève de l'efficacité de la règle. Il importe de prendre en considération qu'il manque des informations pour porter une analyse éclairée. Par exemple, il serait pertinent de savoir après combien de rencontres cette orthopédagogue effectue ce type d'intervention. Ainsi, deux hypothèses peuvent être émissent sur l'intention qui sous-tend son intervention : désir d'attirer l'attention sur l'économie de temps amenée par l'utilisation de la règle ou ignore les divers types de généralisation algébrique. Sans cette précision, cette dernière semble prendre en charge l'analyse de la situation exprimée à l'aide d'une représentation tabulaire pour ainsi dégager la formule exprimée de façon symbolique.

Comme il a été mentionné dans les activités de traduction et les activités de manipulation symbolique, il existe des interventions privilégiées par les orthopédagogues qui tendent vers des glissements didactiques pouvant nuire au développement de la pensée algébrique chez les élèves. L'activité de généralisation n'y fait pas exception.

4.3.3 Glissements didactiques

Nous avons présenté un glissement didactique dans le point 4.3.1. Il s'agit d'utiliser une procédure pour trouver une règle, une fois la régularité trouvée, écrite sous forme d'addition (ex. +2), on passe à la multiplication dans la règle (x2) sans explications du pourquoi de ce changement. L'orthopédagogue O6 procède ainsi après avoir repéré la régularité dans les dessins, en énonçant simplement ce changement d'opération comme s'il allait de soi. L'orthopédagogue O5 procède de la même façon, mais elle souligne la nécessité de passer par une table de valeurs.

Travail sur l'apprentissage d'une procédure pour trouver une règle à partir d'une table de valeurs sans expliquer pourquoi la régularité additive dans le dessin devient une multiplication dans la règle

L'orthopédagogue O5 encourage le passage des suites, présentées sous forme numérique ou à l'aide de dessins, dans une table de valeurs. Cette dernière étant considérée par elle comme un moyen « concret » pour les élèves.

> **O5** : On le fait en table des valeurs, c'est beaucoup plus concret pour eux autres. […] Au départ, je repars, je reviens sur ce que c'est une table des valeurs. Comment trouver une règle d'une table des valeurs. Là, on fait des petits exemples concrets. Je leur fais des exemples. Quand je vois que trouver la règle c'est bien inculqué, bien là, après ça, je vais leur dessiner, je vais leur montrer des formes comme ça. Et là, je vais leur dire comment tu me le trouverais, comment tu me la trouverais et comment tu me le marques dans la table des valeurs. Alors ça fait un lien avec ce que nous avons travaillé avant là. Je ne commence jamais avec eee le sujet direct. Je vais toujours à plus facile pour en revenir là. C'est plus gagnant.
>
> **AMC** demande si difficile de voir la régularité entre les figures.
>
> **O5** : Ton « n » fois le nombre que tu as, va te donner quelque chose. Mais pour en arriver à ce quelque chose-là là, il faut soit que tu additionnes, soit que tu soustrais. Mais des fois tu en as pas besoin là. […] C'est ce bout-là, qu'ils ont de la misère à comprendre. Alors quand j'arrive-là, bien je leur dis. Admettons que t'as 1 pis y faut que tu arrives à trois. Mais ta régularité, admettons c'est 1 fois deux, mais qu'est-ce qui te manque pour arriver à trois? Bien là, c'est là qu'ils me disent : bien! C'est plus un madame. Oui, c'est plus un. Tu as raison. Alors, c'est comme ça que je le vois, que je leur montre. Tu pars de ton chiffre-là, mais il faut que tu arrives à l'autre. C'est quoi que tu fais pour arriver à l'autre. […] j'aurais fait pour la figure 1. J'aurais fait un un. Pour la figure deux, j'aurais fait deux quatre. La figure trois j'aurais fait 3 eee (semble calculer les carrés) 9. J'aurais écrit ça dans une table des valeurs. […] Faque là, je leur montre. […] Alors là, je leur dis mettons bon, qu'est-ce qu'on a faite. Il faut que ton 1 donne 1. Qu'est-ce que tu as fait? […] Ça, ça serait

> les Rangs, et ici, ça serait les Termes. On avait le 1, on avait le 2 […] Ok! Première chose eee il faut qu'on trouve la régularité. Alors là, je leur dis, tu pars de là à là […] C'est des bonds de combien? Ça, c'est des bonds de trois. (Baisse le volume) On n'a pas de régularité là-dessus. (Continue à écrire.) Ça, c'est des bonds de cinq. […] Ok. Eee Bon, mettons qu'on aurait une régularité eee veux-tu que je te le résous? (O5, p.11, 393-441)

Plus précisément, elle valorise l'étude des bonds entre les nombres associés à chaque terme de la suite. L'identification de la régularité est la clé pour trouver la formule (règle). Elle semble amener les élèves à convertir la régularité, exemple des bonds de +3, en coefficient dans la règle (3n). On peut présumer ici que ce passage de la reconnaissance d'une récurrence additive au coefficient est introduit à l'aide d'une procédure. Elle ne discute pas de la manière dont elle s'y prend (si cela est fait) pour donner du sens à ce coefficient pour les différents termes de la suite.

Elle ne précise pas de question accompagnant l'étude de la covariation entre le rang et le terme et plus précisément l'influence du coefficient de la règle trouvée, ni davantage le sens de la constante. Elle mentionne terminer ses explications en donnant une série de problèmes à résoudre aux élèves. On constate donc que chez cette orthopédagogue, la recherche de la formule (règle) d'une suite semble liée au développement d'un automatisme du type: conversion des couples de données dans une table de valeurs, recherche d'une récurrence additive constante, association de la valeur de cette récurrence au coefficient multipliant chaque rang, substitution d'un couple de données pour rechercher la constante. Ce travail ne semble pas soutenu par un travail sur le dessin pour aider à mieux cerner ce qui semble constant dans chaque terme et ce qui semble augmenter.

Sans que cela soit une intervention en soi, il est intéressant de constater que la situation proposée pour motiver la discussion (suite de nombres carrés) a déstabilisé l'orthopédagogue. De fait, comme les bonds entre les termes proposés n'étaient pas constants, elle n'a pu conclure.

4.3.4 Regard transversal sur les différentes interventions touchant l’activité de généralisation et les différents ancrages favorisant le développement de la pensée algébrique

L’analyse de la pratique déclarée des orthopédagogues effectuée en lien avec les activités de généralisation nous a permis de constater que les orthopédagogues interviennent peu sur ce type d’activité. Des interventions mises en place, la moitié comprend des glissements didactiques pouvant nuire à la compréhension des élèves. Voici un schéma rappelant les interventions ressorties.

Tableau 5 : Synthèse des interventions déclarées autour des activités de généralisation.

Activité de généralisation : interventions déclarées
Travail sur le repérage de régularités à l’aide de questions posées oralement et accompagnées soit de matériel concret soit de la suite de figures.
Travail sur la mise en apparence de l’efficacité reliée à l’utilisation de la règle.
Glissement didactique en lien avec l’activité de généralisation
Travail sur l’utilisation de procédures pour trouver une règle à partir d’une table de valeurs ou d’une suite de figures sans expliquer comment est déduite la règle (dans une suite arithmétique, passage de la régularité additive sur le dessin à un coefficient dans la règle donc multiplicatif.

<u>Premier profil : Interventions axées sur le modelage s’apparentant à une pratique guidée</u>

Dans ce premier profil, on retrouve les interventions qui favorisent l’apprentissage de procédures pour trouver une expression algébrique. L’intervention vise donc à amener les élèves à remplir une table des valeurs à partir des données représentées sous forme de patron géométrique. Ainsi, le travail entourant le raisonnement sur les grandeurs en jeu, le raisonnement sur les relations existantes entre les différentes grandeurs et le raisonnement inductif sont alors négligés. L’élève apprend donc à toujours se référer à une table des valeurs pour trouver une expression algébrique ce qui réduit tout le possible potentiel de donner du sens à l'expression en étudiant différents cas particuliers pour ensuite arriver à généraliser une expression porteuse de sens selon le contexte.

Deuxième profil: Interventions axées sur l'utilisation de questions ouvertes favorisant le raisonnement chez les élèves

Dans ce second profil, les orthopédagogues souhaitent diriger le raisonnement de l'élève vers le repérage de régularités à partir d'une représentation dessin (sous forme de patron géométrique) et par l'utilisation de questions ouvertes. Un travail sur la mise en apparence des relations qui existent entre les différents cas particuliers permet de donner du sens à la règle dégagée. Malgré que cette intervention permet d'apporter une réflexion sur la recherche de la « $N^{ième}$ » figure et ainsi donner du sens à l'utilisation d'une règle, une orthopédagogue semble utiliser une autre porte d'entrée pour montrer le potentiel de l'utilisation de celle-ci. Elle demande à l'élève de continuer la suite jusqu'à un rang élevé. Par la suite, elle va démontrer que l'utilisation de la règle permet une économie de temps.

De plus, il est possible de relater que les orthopédagogues semblent utiliser un sens unique lors de la conversion d'une expression. Elles encouragent le passage d'une représentation en mots vers une écriture symbolique. Le travail inverse ne semble pas être valorisé.

CHAPITRE 5
DISCUSSION

Cette recherche a pour objectif de décrire la pratique déclarée d'orthopédagogues évaluant et intervenant au premier cycle du secondaire sur le développement de la pensée algébrique. Cette recherche a fait ressortir les composantes déclarées de l'algèbre qui sont privilégiées dans la pratique des orthopédagogues du secondaire, pratique encore peu présente dans la littérature, dans leur démarche d'évaluation et d'intervention en mathématiques et la façon dont celles-ci sont travaillées avec les élèves. L'analyse des résultats permet de constater que 15 interventions déclarées sont bénéfiques à l'apprentissage de l'algèbre tandis que 10 d'entre elles s'expriment plutôt en termes de glissements didactiques. Dans ce chapitre, nous souhaitons discuter dans une première section du rôle attendu d'un orthopédagogue selon l'ADOQ et de ce qui ressort de l'analyse des entrevues menées auprès des cinq orthopédagogues sous l'angle des interventions didactiques favorisant un engagement des élèves en mathématiques. Dans la deuxième section sont discutés les interventions et glissements didactiques les plus saillants qui ressortent de l'analyse des données, cette discussion sera menée à la lumière des recherches traitant de la pensée algébrique.

5.1 ROLE ATTENDU D'UN ORTHOPEDAGOGUE INTERVENANT ET EVALUANT EN ALGEBRE VERSUS LES INTERVENTIONS DECLAREES

L'orthopédagogue se doit d'identifier adéquatement les lacunes en mathématiques des élèves qui lui sont référés (ADOQ, 2003). De plus, son rôle consiste à optimiser la progression des apprenants par la mise en place de pratiques didactiques et pédagogiques selon leur besoin

(Blouin *et al.*, 2014). Force est de constater que les professionnels travaillant avec une clientèle en difficulté ne prennent pas toujours en considération ou ne semblent pas connaître les éléments clés qui favorisent le développement de la pensée algébrique. Pourtant, plusieurs chercheurs ont réussi à mettre en évidence les difficultés les plus souvent rencontrées chez les élèves (voici un petit rappel de ce qui a été considéré dans le cadre de ce mémoire, voir chapitre II : le sens de la lettre, le sens des expressions, le sens de l'égalité, les passages entre les registres de représentation). L'évaluation orthopédagogique, s'intégrant au processus d'accompagnement des élèves en difficulté, devrait donc s'appuyer sur des observables provenant des données de ces recherches pour faciliter une bonne analyse des besoins et des difficultés de ces élèves.

Par contre, les observables dégagés par les orthopédagogues de la présente recherche sont plutôt basés sur l'acquisition de stratégies et de connaissances procédurales au détriment de l'apport d'une approche qui prend en compte le sens que donne l'apprenant à un objet mathématique tel qu'il s'exprime en situation et en considérant les divers registres de représentations sémiotiques en jeu (Duval, 1996). De l'analyse des trois activités algébriques privilégiées par les orthopédagogues, deux profils d'intervention ressortent : les interventions axées sur le modelage s'apparentant à une pratique guidée et les interventions axées sur l'utilisation de questions ouvertes favorisant une réflexion chez les élèves.

Le premier profil comprend les interventions où l'orthopédagogue gère l'expression des différents raisonnements. Dans l'activité de traduction, cela se traduit par des interventions où l'orthopédagogue gère l'aspect indéterminé présent dans les problèmes, gère l'action de dénoter et gère la gestion des relations. L'élève n'a donc pas à raisonner sur les grandeurs inconnues, car ce travail semble pris en charge par l'orthopédagogue. Dans l'activité de manipulation, il a été ressorti des interventions utilisant des stratégies telles que l'utilisation de codes de couleur pour repérer plus efficacement les termes semblables, l'utilisation d'une abréviation d'un mot pour nommer les grandeurs en jeu. Tandis que dans l'activité de généralisation, les pratiques touchent à l'apprentissage de procédures par exemple pour remplir une table des valeurs. Ces interventions montrent une certaine fragilité dans l’orchestration entre les recommandations provenant de la recherche et le monde de la pratique.

Cependant, il a été possible de ressortir plusieurs interventions porteuses de sens dans la pratique des orthopédagogues dont le deuxième profil est constitué. Ce profil touche donc les interventions qui favorisent davantage les réflexions chez les élèves, on peut retrouver celles qui recourent non seulement à la comparaison de deux relations différentes dans une même situation, mais qui amènent l’élève à raisonner sur la comparaison en travaillant la covariation. Dans les activités de manipulation symbolique, il est question des interventions qui donnent du sens à certains éléments constituant les équations (retour aux divers sens des opérations et l’utilisation de la personnification).

En d’autres mots, pour intervenir efficacement auprès d’un élève au sujet du développement de la pensée algébrique, il importe d’avoir conscience du regard que l’on devrait pouvoir porter sur ce que fait l’élève. Ce regard est alimenté par les ancrages que requiert le développement de cette pensée algébrique. Ainsi, évaluer un élève en mathématiques dans ce contexte orthopédagogique impliquerait de posséder certaines connaissances touchant à des variables didactiques, notamment les registres de représentation, présentes dans les tâches que l’on administre aux élèves et, d’autre part, de s’intéresser au sens que l’élève donne aux concepts selon les registres en jeu. Cela inclut alors une prise en compte de la capacité de l’élève à convertir, au besoin, une représentation d’un concept dans un autre registre, amenant ainsi l’élève à mieux comprendre le concept en jeu.

Cependant, il importe de considérer que plusieurs orthopédagogues ont mentionné, lors des entretiens, procéder comme l’enseignant ou procéder d’une certaine façon à la demande des enseignants (p.ex. utiliser des stratégies pour trouver la réponse telle que si tu as +2 comme régularité dans une table des valeurs, tu fais x2 dans l’expression algébrique;

utiliser la stratégie du trottoir[47] lors de la manipulation algébrique; utiliser les lettres favorisées par l'enseignant en classe). Il apparait donc important de souligner que la pratique de certaines orthopédagogues peut être teintée par les choix didactiques des enseignants. Ces derniers peuvent ainsi privilégier l'enseignement explicite plutôt qu'une approche par investigation. Et, leur manière d'introduire l'algèbre peut aussi être teintée par la structure proposée par les manuels scolaires. Hitt (2004) mentionne d'ailleurs à ce sujet que les représentations que les enseignants utilisent habituellement en classe (et celles que nous retrouvons dans les manuels dont le graphique, la table de valeurs, l'équation…) sont trop souvent privilégiées au détriment des représentations sémiotiques[48] produites par les élèves qu'il nomme représentations fonctionnelles et spontanées. Duval ajoute qu'il y aurait une tendance, en enseignement, à proposer seulement des tâches mécaniques sur le passage d'une représentation à l'autre (Hitt, 2004). La latitude laissée aux orthopédagogues dans le choix de leur intervention peut donc parfois être limitée par les exigences des enseignants et/ou par le temps qui est alloué aux rencontres individuelles ou de groupes par cycle. Il serait intéressant pour une prochaine recherche de s'intéresser à la pratique effective des orthopédagogues et à leur prise en compte dans l'action des passages entre représentations et des représentations spontanées des élèves.

De plus, un autre aspect vient jouer dans les interventions choisies par les orthopédagogues. Parfois, il semble y avoir une intention implicite, et parfois explicite selon les cas de notre étude, de focaliser sur la réponse. Leurs interventions sont alors basées sur la recherche de la réponse au détriment du développement de raisonnements. Ceci étant dit, il est vrai qu'une des finalités des problèmes est de trouver la réponse, mais l'intervention de l'orthopédagogue devrait se concentrer sur ce qui est à faire apprendre du point de vue didactique du savoir en jeu. Nous pouvons remarquer que l'orthopédagogue O6 est la seule

[47] Cette intervention ne fait pas partie des interventions connues par la chercheure.

[48] Les représentations sémiotiques font référence à des représentations davantage spontanées et fonctionnelles. Elles sont entre autres des représentations qui ont du sens chez l'élève, mais qui ne sont pas reconnues par la communauté mathématique (p.ex. : utilisation de gestes répétitifs pour illustrer une généralité.)

à avoir spécifié à plusieurs reprises dans l'entrevue qu'elle vise davantage à développer des raisonnements chez l'élève comme le montre l'extrait suivant : « En orthopédagogie, pour moi, ce n'est pas vraiment la réponse qui est importante, mais c'est vraiment la façon (place ses deux index de chaque côté de sa tête) que les élèves va le raisonner. » (O6, p.48, 1410-1412). Tout au long des entrevues, il a été possible de percevoir des interventions déclarées qui demanderaient des bonifications de questions qui viseraient davantage le développement d'une compréhension relationnelle chez les élèves. Il serait donc possible de penser à des questions poussant l'élève à justifier, à expliciter son point de vue, telles que celles commençant par pourquoi, par comment et par « qu'est-ce qui arrive si… ».

Malgré cette possible influence provenant de la pratique des enseignants et l'intention qui sous-tend l'évaluation et l'intervention du praticien, la finalité du mandat des orthopédagogues est, rappelons-le, celui d'optimiser la progression des apprenants par la mise en place de pratiques didactiques, et ce, autant dans le domaine du français que celui des mathématiques.

5.2 CONSIDERER LE POTENTIEL DES DIFFERENTS TYPES D'ACTIVITES ALGEBRIQUES

Selon le discours des orthopédagogues, elles interviennent davantage sur les activités de traduction (50% des unités de sens qui s'y rapportent) que sur celles portant sur la manipulation algébrique (34%) et la généralisation (16%). Les activités de généralisation sont ainsi loin derrière. Dans les activités de traduction, un grand travail est mené en lien avec le français, sur le décodage de ce qui est écrit dans le problème. Cette grande place qu'occupent les interventions en français auprès des élèves en difficulté a aussi été discutée lors de l'analyse de situations en classe d'adaptation scolaire (Saboya & Tremblay, à paraître).

L'importance accordée à la compréhension des énoncés invite tout de même à reconnaitre que les orthopédagogues interrogées font le choix de travailler davantage sur des contextes de résolution de problèmes écrits. Il s’agit là d’un moyen intéressant pour travailler les stratégies de résolution où elles accordent davantage de temps au repérage des informations importantes et à l’expression de raisonnements bâtis à partir des relations de comparaison existantes entre des grandeurs. Dans ce mémoire, les orthopédagogues favorisent les interventions suivantes :

- Travail sur les relations de comparaison à l’aide de la stratégie du soulignement des relations en jeu suivie d’une traduction directe (fois 4 se traduirait par x4);
- Travail sur les relations de comparaison par une schématisation sur papier ou par des gestes;
- Travail sur les relations de comparaison à l’aide de différentes tailles de caractères pour identifier les grandeurs en jeu;
- Travail sur les relations de comparaison à l’aide d’un enseignement explicite;
- Travail sur les relations de comparaison à l’aide d’une identification des personnages du problème et une personnification de l’histoire du problème;
- Travail sur les relations de comparaison en dehors de la résolution de problème à l’aide de situations réelles;
- Travail sur les relations de comparaison en remplaçant les grandeurs inconnues par des nombres pour ensuite appliquer les relations;
- Travail sur la traduction directe d’expressions langagières mathématiques de l’énoncé qui, dans certains cas, n’est pas aidant;
- Travail sur les relations de comparaison en accordant peu ou pas d’importance à l’inconnue génératrice;
- Travail sur l’utilisation de la lettre pour symboliser l’inconnue génératrice

On observe donc une grande diversité d’interventions mobilisées par les orthopédagogues lorsqu’il est question de travailler les relations de comparaison. Dans les problèmes impliquant des relations de transformation, les interventions semblent moins présentes. On ne compte que deux stratégies :

- Travail sur les relations en soulignant celles-ci, suivi d'une traduction de l'expression en mots en nombres;
- Travail sur un va-et-vient entre le problème et sa mathématisation en s'appuyant sur une personnalisation des grandeurs en jeu et de leurs relations.

Les relations de transformation dans le temps ne sont donc pratiquement pas travaillées, ce qui rejoint les résultats obtenus par Tremblay et Saboya (à paraître) qui soulignent que ces problèmes sont sous-représentés dans les manuels scolaires. Ainsi, malgré le potentiel de certaines des interventions touchant l'activité de traduction, les orthopédagogues interrogées ne semblent pas mettre en place des stratégies favorisant un va-et-vient entre le problème et sa mathématisation. Nous retrouvons un exemple frappant de ce constat dans nos résultats. Des orthopédagogues déclarent amener les élèves à utiliser des traductions directes lors de l'étape de traduction du problème. Ce type d'intervention peut effectivement être prometteur dans certaines situations. Cependant, dans d'autres contextes cette intervention pourrait au contraire nuire aux apprentissages de l'élève comme il a été mentionné dans le chapitre 5. Ainsi, il serait favorable dans le cadre des rencontres orthopédagogiques de renforcir les capacités des élèves à davantage raisonner sur les relations qui sont en jeu dans le problème. À cet effet, il serait possible de penser utiliser des interventions comprenant, par exemple, la schématisation de la relation en jeu, la visualisation de la situation à l'aide de matériel tel qu'exprimée par l'expression trouvée par l'élève, mais aussi des interventions comprenant plus de questions ouvertes amenant les élèves à raisonner et à effectuer ce va-et-vient entre le problème et sa mathématisation.

En ce qui a trait aux activités de manipulation symbolique, les orthopédagogues déclarent travailler sur les expressions algébriques et sur les équations. Pour aider les élèves, certaines orthopédagogues personnifient les expressions pour leur donner du sens, d'autres utilisent des objets concrets pour illustrer l'expression. Ce sont des interventions intéressantes pour le développement de la pensée algébrique puisqu'elles permettent aux élèves de donner du sens aux objets algébriques. Par contre, il est possible de remarquer qu'à d'autres moments l'application de procédures semble être mise de l'avant en omettant le savoir qui est à faire apprendre dans ce type d'activité algébrique.

Le travail mené par les orthopédagogues dans les activités de généralisation comprend quelques interventions prometteuses. Ainsi, le travail sur les figures, pour faire ressortir la régularité, ou l'utilisation de matériel à cette même fin nous semblent des pistes intéressantes pour le développement de la pensée algébrique. Il est également intéressant pour favoriser ce développement de montrer aux élèves l'efficacité de la règle pour calculer rapidement et ne plus avoir à compter un à un, qui est une autre intervention déclarée par une orthopédagogue. Même si on reconnaît chez les orthopédagogues deux interventions intéressantes (2 sur 3) pour le développement de la pensée algébrique dans des activités de généralisation, il semble que le plein potentiel de ces situations n'est pas reconnu par les orthopédagogues. Il importe de rappeler que seulement 16% des unités de sens provenant des entrevues touchent les activités de généralisation.

Pourtant, dans la recherche, il est possible de constater que ce type d'activité peut aider à contrer les difficultés reliées à la signification du symbolisme (la lettre comme un nombre et non comme un objet ou comme une étiquette), à l'utilité d'une équation, à la mise en apparence de régularités, à la réflexion entourant la covariation et à percevoir des équations équivalentes.

Ainsi, les orthopédagogues semblent ne pas voir tout le potentiel des activités de généralisation. Selon notre analyse, les problèmes, qui visent l'étude de cas particuliers pour dégager une généralité à partir de patrons géométriques, semblent même devenir de simples prétextes pour remplir une table des valeurs.

De plus, nos résultats permettent de dire que l'intérêt porté aux raisonnements des élèves en lien avec la régularité, au gestuel, au langage utilisé par l'élève pour exprimer la régularité, aux relations observées ne sont que peu présents dans le discours des orthopédagogues. Certains élèves éprouvent des difficultés à exprimer les propriétés de la situation sous forme d'expressions algébriques, comme certaines orthopédagogues ont mentionné en entrevue, mais dans leurs manières de gesticuler, de s'exprimer, nous pouvons situer avec une certaine aisance où se situe notre élève par rapport aux 3 niveaux de généralisation soient la généralisation factuelle, la généralisation contextuelle et la généralisation algébrique[49]. Radford (2004) mentionne à ce sujet que les enseignants devraient « voir la généralisation mathématique comme un processus sémiotique, c'est entre autres, d'être attentif aux moyens sémiotiques d'objectivation, à leurs différentes couches conceptuelles et aux problèmes que cela pose aux élèves de passer d'une couche à l'autre. » (p.25). Il va de soi que les orthopédagogues sont aussi interpelés par ces propos pour arriver à évaluer et intervenir adéquatement avec les élèves en difficulté. Toutefois, nous tenons à faire une mise en garde, nous avons analysé les interventions déclarées. Comme le souligne Bru (2002), il y a des différences entre la pratique déclarée et la pratique constatée, il y a intérêt à s'intéresser aux interventions effectives qui prennent place dans de vrais contextes d'orthopédagogie pour ainsi avoir un double regard sur la pratique réelle de ces praticiens.

La prochaine section permet de discuter des interventions déclarées par les orthopédagogues interviewées à la lumière des avancées des recherches reconnues comme étant des pratiques gagnantes pour réduire les difficultés en lien avec le développement de la pensée algébrique. Les points les plus saillants de l'analyse seront mis de l'avant.

5.2.1 Les pratiques déclarées et les recommandations didactiques provenant de la littérature

Dans les pratiques déclarées par les orthopédagogues ayant participé à la présente recherche, il a été possible de ressortir diverses composantes touchant au développement de

---

[49] La généralisation factuelle réfère : à l'usage de mots chez les élèves tels que *prochain*, *précédent*, *ici*, là, *celui-ci*, *celui-là*; à l'usage de l'adverbe *toujours*; à l'utilisation de gestes qui attirent l'attention; à l'utilisation de mouvements. La généralisation contextuelle réfère, tant qu'à elle, part l'utilisation de termes génériques tels que *la figure, la prochaine figure* au lieu d'utiliser des exemples concrets exprimés à l'aide de nombres provenant de la situation. La généralisation algébrique réfère à l'utilisation d'expressions pour représenter une situation (Radford, 2010).

la pensée algébrique qui sont prises en compte dans leurs interventions. Certaines de ces composantes ont été retenues pour discuter des recommandations didactiques provenant de la recherche, les points suivants qui ont été retenus sont :

- Identifier les grandeurs en jeu dans un problème;
- Raisonner sur les relations possibles entre les grandeurs en jeu;
- Nommer adéquatement les grandeurs inconnues;
- Représenter de différentes manières une même expression.

Ces points sont fort intéressants considérant que plusieurs chercheurs se sont intéressés à comprendre les difficultés rencontrées chez les élèves. Voici un exemple de recherche, dirigée par Labelle (2008), qui s'est intéressée à comprendre le raisonnement d'élèves de troisième secondaire dans des contextes demandant l'utilisation du calcul algébrique et en utilisant des critères semblables à ceux privilégiés dans ce mémoire soient de relever les différentes valeurs recherchées (identifier les inconnues), attribuer une expression algébrique à chacune des valeurs inconnues, traduire les informations par une équation appropriée et résoudre algébriquement l'équation. Dans cette recherche, la chercheure mentionne que la présence de mots faisant appel à des concepts mathématiques dans la situation, l'attachement des élèves à utiliser une procédure enseignée en classe ainsi que les exercices présentés aux élèves constituent des obstacles dans la production de sens chez les élèves. Considérant que ces résultats sont en lien direct avec les difficultés sur lesquelles les orthopédagogues ont déclaré intervenir avec leurs élèves dans la présente recherche, les résultats de la recherche de Labelle (2008) et les recommandations didactiques provenant d'autres recherches appuieront cette discussion.

5.2.2 Identifier les grandeurs en jeu dans un problème

Pour les 5 cas étudiés dans cette recherche, il est possible de dire que la résolution d'un problème revient à identifier « L » inconnue présente dans le problème. Malgré que l'une des orthopédagogues mentionne qu'il est nécessaire de rechercher les grandeurs inconnues dans la phase d'appropriation du problème, les résultats montrent que cette étape est soit prise en charge par les orthopédagogues soit elle revient à appliquer des stratégies peu porteuses de sens et qui ne favorisent pas le développement de la pensée algébrique. Le fait que l'orthopédagogue effectue le travail de recherche des inconnues pourrait amener les élèves à se centrer sur l'intervenant et donc à ne pas développer les compétences nécessaires pour effectuer de façon autonome cette étape de la résolution d'un problème. Mary (2003) a observé ce phénomène, de la centration de l'élève sur l'intervenant, dans une recherche s'intéressant aux interventions orthopédagogiques sous l'angle du contrat didactique dans des problèmes de structures additives. Dans le cadre de ce présent mémoire, cela se transpose dans les interventions où l'orthopédagogue propose, selon le contexte de la situation, que « L »'inconnue du problème soit reliée avec la personne la plus vieille ou la personne dont nous connaissons le moins d'informations. Voici un extrait illustrant ces propos :

> On leur fait chercher l'inconnue. Lequel que je ne connais pas, l'âge. Donc ça va être mon « x » et ainsi de suite, on leur fait mettre le nom. Avec c'est quoi qui cherche à côté. (2 secondes de silence) L'âge de Salam par exemple. Quatre fois plus âgé que son fils donc quatre fois le « x » là (O3, p.24, 776-779).

Cependant, dans la majorité des problèmes algébriques, il existe au moins deux inconnues dans le problème. Ainsi, cela pourrait occasionner des difficultés pour certains élèves dans la mise en action dans des problèmes jugés plus complexes comme le montre la recherche de Labelle (2008). Dans son tableau (voir figure 8), on peut voir que des élèves, de secondaire trois, semblent ne pas être capables de repérer les inconnues en jeu dans certains problèmes (4 élèves). Il est à noter que ces problèmes suivent une gradation dans le degré d'implication de l'algèbre ce qui n'est pas négligeable du point de vue de la didactique.

	Niveau 0 Aucune tentative	Niveau 1 Repérer les inconnues	Niveau 2 Attribuer les expressions algébriques	Niveau 3 Poser l'équation appropriée	Niveau 4 Résoudre correctement l'équation
Item #1	0 élève	1 élève	5 élèves	2 élèves	23 élèves
Item #2	0 élève	11 élèves	5 élèves	1 élève	14 élèves
Item #3	1 élève	6 élèves	16 élèves	2 élèves	6 élèves
Item #4	3 élèves	20 élèves	1 élève	3 élèves	4 élèves

Figure 8 : Niveaux d'atteinte pour chacun des items d'une épreuve écrite par des élèves d'une classe de secondaire 3[50]

Ainsi, les stratégies valorisées par ces orthopédagogues peuvent être utiles seulement dans des contextes s'accolant à la structure travaillée lors de la rencontre en orthopédagogie. Pensons par exemple à une structure de comparaison à trois branches de type source dont nous recherchons la donnée de l'inconnue qui est la « source » des deux autres inconnues. Cependant, lorsque la structure[51] du problème demande une certaine analyse plus approfondie ou distincte de celle travaillée en orthopédagogie, l'élève peut éprouver des difficultés à repérer les inconnues ce qui pourrait expliquer ce résultat. Une fois les inconnues repérées dans un problème, l'orthopédagogue doit vérifier l'habileté de l'élève à choisir l'inconnue génératrice et à raisonner sur les relations qui lient celle-ci avec les autres grandeurs en jeu dans le problème.

5.2.3 Identifier les grandeurs en jeu dans un problème

L'inconnue génératrice est l'inconnue que l'on choisit pour générer les autres inconnues (voir section 2.4.4). Il y a un choix à faire devant les inconnues du problème, un choix qui va mener à faire le moins d'erreurs possible et va limiter les calculs. Le tableau

[50] Source : Labelle, H. (2008). *Les pratiques pédagogiques favorisant le développement de la pensée algébrique.* (maître ès arts), Université du Québec à Chicoutimi.p. 45.
[51] Voir annexe VIII-IX-X pour plus d'informations concernant les types de problème.

précédent montre que l'atteinte du niveau 2, référant à l'étape « Attribuer les expressions algébriques » semble beaucoup plus problématique chez les élèves selon le degré d'implication de l'algèbre dans le problème[52]. Dans la recherche de Labelle (2008), il est possible de voir que des élèves de troisième secondaire déclarent utiliser cette stratégie par automatisme.

> Élève #11 ; « Bien on m'a toujours dit que le x revenait à la personne ou à la chose qu 'on avait le moins de détails donc dans ce cas là, c'était Frederick donc j'ai mis un x sur lui. Fait que là le double du montant de Frederick plus 15 dollars donc ça fait 2x+15 et après ça 40 moins le triple, donc 3x -40... » (Labelle, 2008, p.59)

Cependant, cette stratégie que plusieurs des orthopédagogues utilisent pourrait causer des difficultés lorsque des problèmes, tels que ceux ayant une structure de type puits[53], leur sont suggérés. La recherche de l'inconnue ayant le moins d'informations devient donc une tâche difficile à effectuer dans un problème comme celui-ci: « Maika a deux ans de plus que son frère Hugo, mais cinq ans de moins que sa sœur Camille. Si n représente l'âge de Maika, quelles expressions algébriques représentent les âges d'Hugo et Camille. »[54]

Il importe donc que les interventions orthopédagogiques portent une certaine attention à la recherche des grandeurs inconnues dans les problèmes. Cette étape permet de cibler toutes les informations manquantes. Par la suite, l'élève devrait pouvoir choisir l'inconnue qu'il désire pour générer son expression algébrique. L'accompagnement de l'orthopédagogue reviendrait alors à faire prendre conscience à l'élève de l'impact du choix de son inconnue génératrice pour exprimer son modèle mathématique. Cette intervention permet, du même souffle, de combler un besoin criant de mieux préparer le travail entourant les problèmes de taux où l'élève devra prendre en considération deux grandeurs

---

[52] Voir annexe XI.
[53] Voir annexe IX.
[54] Problème utilisé dans le recueil de problèmes de ce mémoire (voir annexe III).

indéterminées qui sont en relation, en covariation. Le passage à la traduction en expression algébrique pose de nombreuses difficultés aux élèves. Un travail sur les possibles inconnues génératrices dans des problèmes impliquant des relations de comparaison pourrait être réinvesti pour des problèmes avec des taux.

Notre analyse permet de témoigner de pratiques qui semblent *a priori* aider les élèves à utiliser les relations qui existent entre deux grandeurs dans un problème de généralisation. Cependant, tout le travail d'identification des grandeurs et la recherche de cette relation sont pris en charge par les orthopédagogues, sauf pour l'O6. Avant que l'élève arrive à nommer les grandeurs inconnues à l'aide d'une écriture symbolique, il importe d'effectuer un travail sur les relations qui existent entre les grandeurs en jeu dans le problème. Les orthopédagogues semblent présumer, dans les sections précédentes, que le choix du générateur se fait de façon simple par la lecture du problème alors que c'est une difficulté importante. Le choix du générateur semble donc ne pas être un enjeu d'accompagnement.

5.2.4 Nommer adéquatement les grandeurs inconnues à l'aide de symboles : sens accordé à la lettre

Signification du symbolisme

À plusieurs reprises, dans l'analyse de la pratique déclarée des orthopédagogues, une incompréhension entourant la signification de la lettre s'est fait ressentir. Parfois représentant un seul objet, une quantité d'objets, une représentation syncopée d'un mot. Les orthopédagogues utilisent donc différentes significations pour l'utilisation d'une lettre et cela se perçoit parfois dans la pratique d'une même orthopédagogue.

Comme nous l'avons vu dans l'analyse des données (voir chapitre 4), certaines pratiques visent à rendre plus apparente la signification de la lettre en utilisant des objets concrets tels que des objets présents sur le bureau de l'élève et/ou des jetons. Par la suite, il est formulé à l'élève qu'un objet représente la quantité unitaire d'une lettre souvent le « x » ou le « y ». Cette manière de représenter la lettre insinue que la lettre réfère à un seul objet. Ainsi, l'élève peut se représenter « 3x » comme étant 3 jetons rouges. Quand dans les faits la lettre « x » représente une certaine quantité de jetons rouges dont nous ne connaissons pas le nombre qu'elle représente (Booth, 1984). Le coefficient du monôme indique non pas la quantité de jetons, mais le nombre de paquets ou le nombre de fois que la quantité de jetons sera multipliée. La verbalisation qui accompagne l'intervention de l'orthopédagogue doit prendre une place dominante dans l'apprentissage de l'élève : p.ex. : il y a trois fois la quantité de jetons qui est méconnue ou il y a trois paquets d'une certaine quantité de jetons. Cependant, lors de l'entrevue, les orthopédagogues ont mentionné que les élèves éprouvent des difficultés à donner du sens aux paramètres dans une règle algébrique de la forme y=ax+b, à donner du sens à la règle de façon globale et à comprendre la valeur de « x », toutefois aucun travail porteur n'est effectué pour contrer ces difficultés et ce n'est certainement pas par manque de bonne volonté, mais plus par une méconnaissance de l'analyse didactique qui soutient le développement de la pensée algébrique.

Cela se fait d'ailleurs ressentir dans le discours de certaines orthopédagogues qui déclarent que les élèves ont aussi des difficultés à comprendre que le nombre qu'ils viennent de trouver représente la valeur du « x » qu'ils cherchaient. Le fait de bien nommer les données inconnues par le symbole (p. ex : « x ») valoriserait une bonne compréhension de la réponse trouvée par les élèves. Ils n'ont pas juste trouvé que x=6, mais ils ont trouvé que la quantité de jetons est égale à six. Nous croyons donc que si l'identification de ce que représente concrètement la lettre dans un certain contexte donné est bien verbalisée tout au long de l'intervention, l'élève s'habituera à toujours référer l'utilisation d'un symbole, ici la lettre, à une quantité inconnue. Ainsi, cette intervention pourrait réduire les risques que les élèves éprouvent des difficultés lors de tâches de substitution.

Différents sens attribués à la lettre

Dans le discours des orthopédagogues, malgré les difficultés qu'elles identifient chez leurs élèves, aucune réflexion n'est ressortie en lien avec les différents statuts de la lettre quand pourtant la prise en compte de ceux-ci peut aider les orthopédagogues à mieux repérer les difficultés des élèves.

Selon l'analyse de nos données, les orthopédagogues ne semblent pas percevoir le changement du statut de la lettre généralisée au statut de la lettre inconnue dans les problèmes donnés aux élèves. Ainsi, les élèves doivent passer de la formule trouvée suite à l'activité de généralisation (statut de la lettre généralisée) à l'utilisation de la substitution, pour trouver la valeur qui fait que l'égalité est vraie ce qui réfère à un nouveau statut de la lettre. Cela nous amène à croire que cette connaissance est méconnue de leur part ou fragile ce qui pourrait contribuer à induire les élèves en erreur dans leur raisonnement.

Notre conclusion, effectuée à partir de nos observations provenant des interventions touchant l'habileté de nommer les grandeurs inconnues à l'aide de symboles, va dans le même sens que Grugeon (1995) qui mentionne que parfois les approches privilégiées par les enseignants peuvent contribuer à créer des erreurs pour les élèves. Il ajoute que certaines pratiques d'enseignement favorisent la représentation des variables par des objets, tel que l'expression 2x + 5y pourrait signifier deux pommes plus cinq bananes. Ainsi, cet exemple, provenant davantage d'un contexte de la vie réelle, pourrait amener les élèves à écrire 7xy.

D'autres difficultés sont aussi présentes dans les interventions lorsque nous nous intéressons à l'expression algébrique. La prochaine section permet de revenir sur les interventions touchant la représentation d'une même expression, mais de différentes manières.

5.2.5 Représenter de différentes manières une même expression

La prise en considération qu'il existe plusieurs manières de représenter une même expression algébrique, mais dans des registres de représentations distincts tels qu'en mots, en tabulaire, par le dessin, graphiquement ou symboliquement, apporte sans doute une ouverture vers une meilleure compréhension de ce que peuvent représenter des relations. En apprenant qu'une relation entre deux grandeurs revient à beaucoup plus que d'appliquer une procédure pour passer rapidement de la table des valeurs à une expression algébrique, l'élève apprendra à repérer des relations pour donner du sens à l'objet mathématique et donc donnera « un support à la construction du concept en question. » (Hitt, 2004, p.350).

Ainsi, le choix préconisé dans le type de représentation à utiliser, dans le cadre d'une intervention avec un élève, ne devrait pas toujours passer de la table de valeurs vers l'écriture de l'expression recherchée. Ce mémoire a permis de constater que pour plusieurs orthopédagogues, ce type de pratique est malheureusement valorisé. Cela porte à croire que pour certaines de ces praticiennes, le potentiel relié à l'utilisation de divers registres de représentations est peu connu. Pourtant, cette utilisation diversifiée peut devenir une belle stratégie pour les élèves en difficultés. S'ils éprouvent des difficultés à bien analyser une fonction à partir d'une table des valeurs, ils peuvent se tracer un graphique pour aider à bien visualiser cette fonction.

Il importe aussi de mentionner que des cinq orthopédagogues ayant participé à cette recherche, aucune n'a mentionné inviter les élèves à raisonner sur la structure de l'expression (p. ex : multiple de 3 dans l'expression 3p). Le travail entourant l'analyse de l'expression permet parfois de répondre à la question de départ sans avoir besoin de résoudre l'équation. Ainsi, avant de se lancer dans une longue démarche de résolution ou une longue procédure de transformation dans un autre registre de représentation, l'orthopédagogue peut amener les élèves à raisonner sur la structure de l'expression ou de l'équation. Tous les points faisant partie de cette discussion montrent l'importance de développer les connaissances chez les orthopédagogues en ce qui concerne le développement de la pensée algébrique.

Ainsi, le fait d'avoir des connaissances plus pointues sur les assises de la pensée algébrique guiderait davantage l'orthopédagogue dans son travail l'amenant à réaliser des évaluations au sujet de la compréhension de l'apprenant en algèbre. De même, le raisonnement guidant les choix des interventions sera plus adéquat et pourrait permettre de bonifier davantage les connaissances de l'apprenant pour ainsi assurer un meilleur transfert des connaissances dans diverses situations proposées. Certaines difficultés rencontrées au deuxième cycle du secondaire risquent de moins se faire sentir avec un accompagnement davantage basé sur les composantes du développement de la pensée algébrique.

5.3 RECOMMANDATIONS

Ce mémoire permet de dégager l'importance de prendre en compte les diverses recommandations didactiques touchant à la pensée algébrique dans la pratique des orthopédagogues intervenant et évaluant au premier cycle du secondaire. Il a été possible de reconnaitre que ces praticiens recourent déjà à de bonnes interventions. L'ajout d'une analyse plus fine des actions effectuées par les élèves et des problèmes qui leur sont proposés est nécessaire pour ainsi valoriser une meilleure capacité à cibler adéquatement les besoins et les difficultés des apprenants.

L'algèbre occupe une grande place dans les savoirs à faire apprendre au secondaire ce qui montre la grande importance de sensibiliser, et ce, dès le premier cycle du secondaire, les spécialistes qui ont le mandat d'accompagner les élèves ayant des difficultés d'apprentissage en algèbre. Cela permettra aux orthopédagogues, ayant une plus grande sensibilité aux divers ancrages de la pensée algébrique, d'offrir un service davantage axé sur les réels besoins de l'apprenant. Cela est possible, car la relation dynamique qui existe entre l'évaluation et l'intervention en orthopédagogie sera plus facilement accessible à ceux qui possèdent un certain bagage de connaissances sur les diverses recommandations provenant de la littérature.

CONCLUSION

Cette recherche qualitative vise à documenter la pratique déclarée d'orthopédagogues intervenant au secondaire en mathématiques et plus précisément, sur leur travail d'évaluation et d'intervention relativement à l'apprentissage de l'algèbre. La recension des écrits scientifiques nous a permis de constater qu'il existe peu de recherches qui se sont intéressées à la pratique de l'orthopédagogue et le développement de l'algèbre. Notre objectif se veut donc un moyen de décrire cette pratique déclarée d'orthopédagogues intervenant au premier cycle du secondaire sur le développement de la pensée algébrique tout en considérant les avancées prescrites dans le monde de la recherche et le rôle attendu chez les praticiens selon l'ADOQ.

Pour permettre de documenter cette pratique encore peu présente dans le monde de la recherche, une recherche de nature qualitative et exploratoire a été privilégiée. Ainsi, nous avons choisi d'effectuer des entretiens semi-dirigés avec cinq cas d'orthopédagogues provenant de diverses régions administratives de la province de Québec. Ces rencontres se veulent un moyen de développer une meilleure compréhension des diverses composantes qui guident le choix des interventions préconisées dans la pratique. L'utilisation d'un questionnaire électronique, du visionnement des entrevues individuelles, d'un guide d'entretien, d'un recueil de problèmes et de multiples rencontres entre chercheurs nous ont permis de documenter la pratique déclarée de cinq orthopédagogues.

Ces outils de collecte de données et un long travail d'analyse de celles-ci ont permis de montrer que malgré la confiance que nous pouvions ressentir dans le discours de certaines orthopédagogues, en lien avec les interventions mobilisées en rencontres orthopédagogiques, certaines approches utilisées pouvaient au contraire nuire à l'apprentissage chez les élèves.

Bien que les difficultés des apprenants sont au cœur des ajustements dans certaines interventions, des connaissances plus pointues sur les assises de la pensée algébrique permettraient d'effectuer des interventions plus précises préparant ainsi plus efficacement les élèves au deuxième cycle du secondaire.

Notre analyse a aussi permis de dresser une liste d'interventions qui sont les plus souvent utilisées selon des contextes bien ciblés tels que dans des problèmes de traduction (travaillant les relations de comparaison et les relations de transformation dans le temps), de manipulation symbolique et de généralisation. De ces interventions, il a été possible de constater que les orthopédagogues utilisent plusieurs interventions ayant un bon potentiel pour accompagner les élèves. Nous pouvons penser, à titre d'exemple, à l'utilisation de la schématisation, du soulignement des relations en jeu, de différentes tailles de caractères pour identifier les grandeurs en jeu, de la personnification de l'histoire du problème, de la résolution de problème à l'aide de situations réelles et du remplacement des grandeurs inconnues par des nombres pour ensuite appliquer les relations.

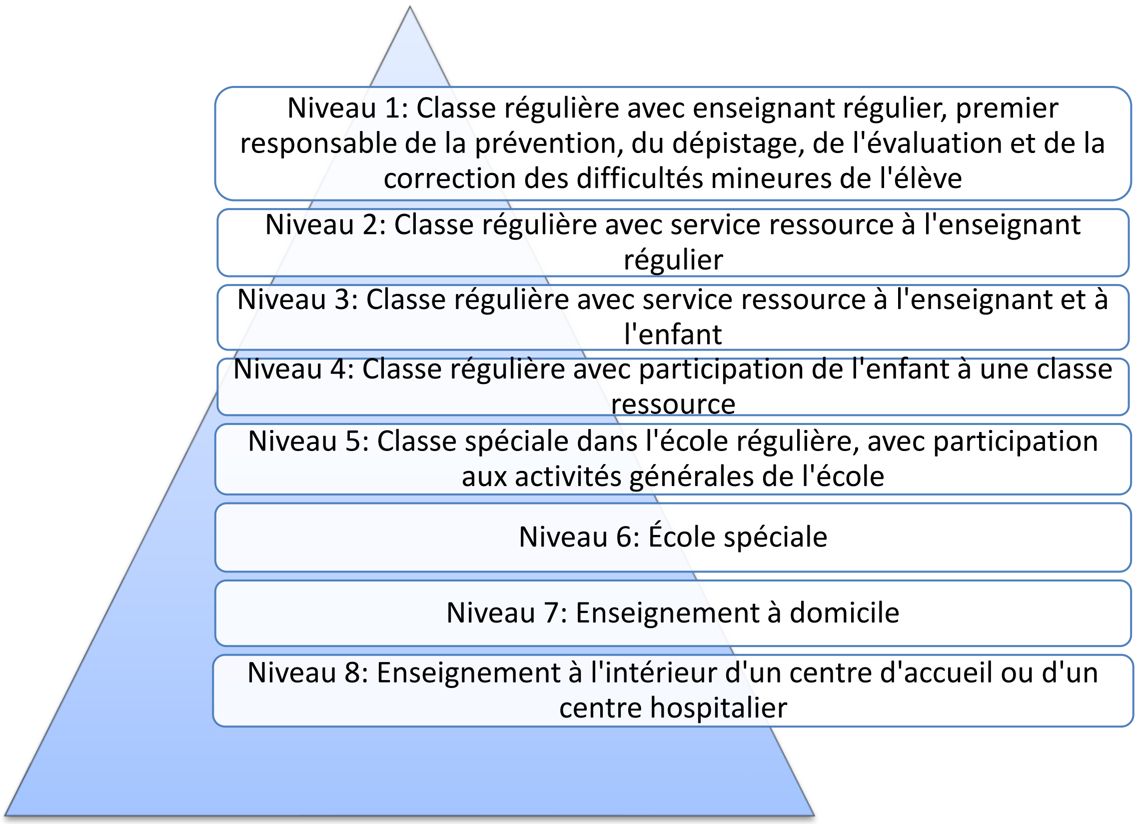
Cependant, ce mémoire permet aussi de dresser une liste des interventions déclarées qui peuvent nuire à un bon développement de la pensée algébrique. Ce constat nous pousse à croire qu'il existe un besoin criant de formation pour mieux outiller les orthopédagogues dans leur pratique en lien avec la pensée algébrique.

Nous sommes conscientes que le contexte de cette recherche a pu influencer certaines déclarations. Le seul fait d'avoir eu accès à des simulations d'interventions et à des problèmes nouveaux peut avoir dirigé l'attention des orthopédagogues davantage vers la familiarisation du problème au détriment d'une recherche plus approfondie d'interventions qu'elles mobilisent habituellement. On ne peut passer aussi sous silence que cette recherche a écarté l'étude des pratiques effectives des orthopédagogues, soit l'étude fine des actions posées par les orthopédagogues lorsqu'ils sont en intervention avec les élèves. Ce qui nous amène à mentionner que l'utilisation de la plateforme VIA a pu réduire les échanges riches pour ce qui touche l'explication à l'aide de matériels didactiques.

Des travaux ultérieurs de recherche pourraient étudier les interventions effectives de la pratique d'orthopédagogues intervenant et évaluant au premier cycle du secondaire. En étudiant ce qui est réellement fait lors des rencontres orthopédagogiques, il serait fort intéressant de documenter non seulement ce qui est dit par l'orthopédagogue durant l'intervention, mais aussi de s'intéresser aux intentions didactiques qui sous-tendent le choix de leurs interventions. Finalement, suite aux conclusions de ce mémoire, un questionnement est maintenant présent en lien avec la formation continue qui est offerte aux praticiens.

ANNEXE I

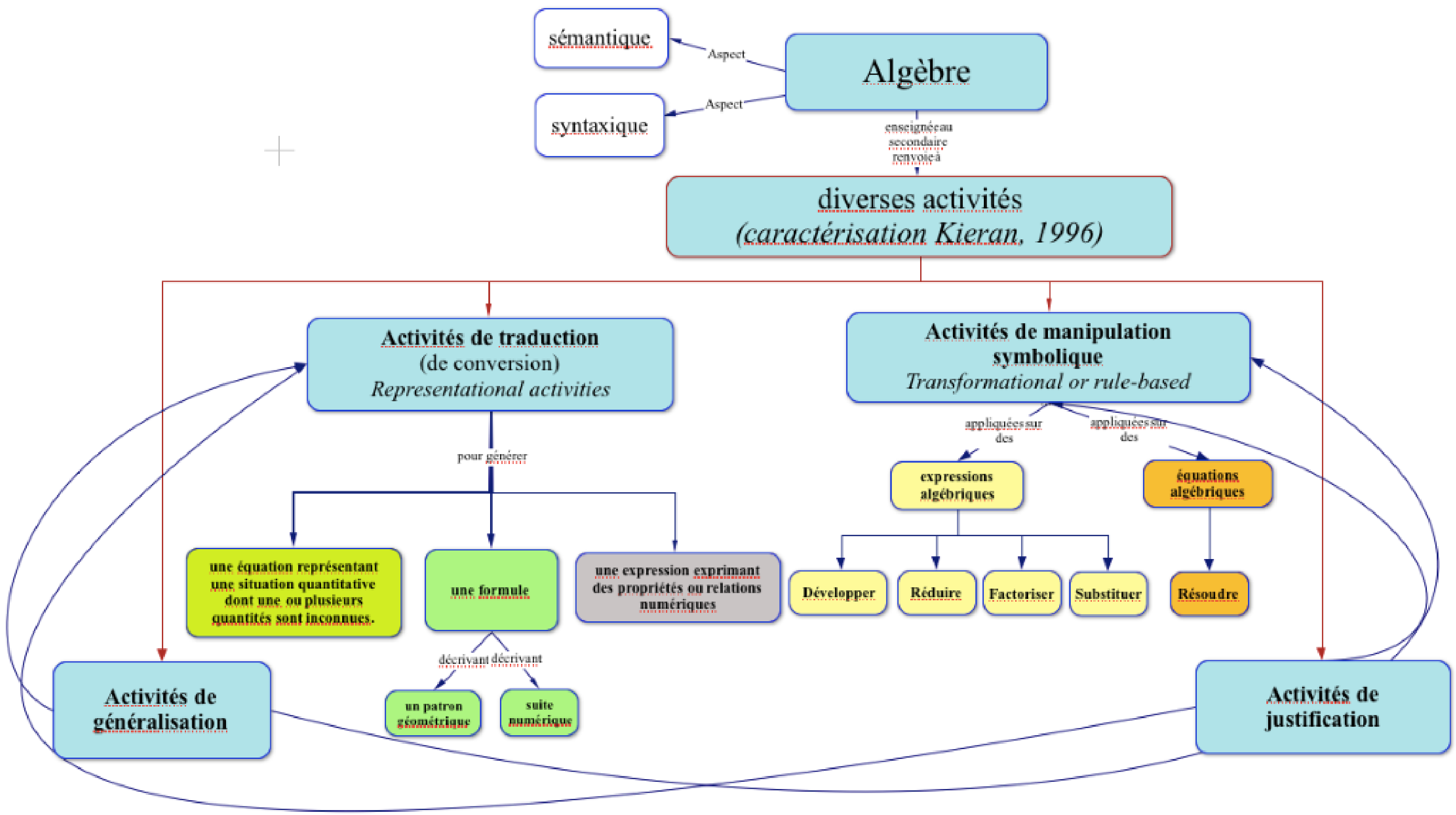
SYSTEME EN CASCADE



ANNEXE II

SCHEMA RESUMANT LES DIVERSES ACTIVITES ALGEBRIQUES SELON KIERAN

*Schéma créé par Mélanie Tremblay dans le cadre du projet « Co-construction, mise à l'essai, analyse et partage de situations didactiques visant à favoriser la transition arithmétique/algèbre ».



ANNEXE IIII

RECUEIL DE PROBLEMES

Dans le cadre du mémoire d'Anne-Marie Croteau

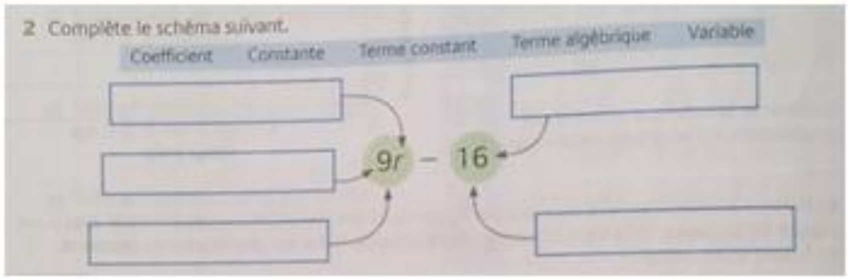
Projet de recherche : L'agir orthopédagogique en mathématique au secondaire

Problèmes

Outil de collectes de données

Table des matières

Le vocabulaire



**Problème tiré du manuel de l'élève Pixel, secondaire un, page 148*

Les figures carrées

Voici une suite de figures formée de petits carrés :

Fig.1 Fig.2 Fig.3

1. Ajoute trois termes à cette suite.
2. Combien y aura-t-il de carrés à la figure 8?
3. Quelle sera le numéro de la figure qui aura 49 carrés?
4. Détermine combien de carrés aura le 50ᵉ terme de la suite.
5. Combien y aura-t-il de carrés à la nᵉ figure? Exprime ta réponse en mots <u>et</u> sous forme d'expression algébrique.

Suites numériques

6. Pour chacune des suites numériques ci-dessous :

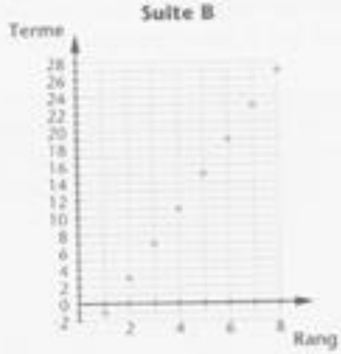
a) donne la règle;

b) détermine le terme occupant le 46ᵉ rang.

Suite A

-4, -2, 0, 2, 4, 6, ...

Suite B



Suite C

Rang	Terme
12	-20
14	-24
16	-28
18	-32
20	-36
22	-40

**Problème tiré du manuel de l'élève, Panoramath page 35*

Graphique

6 a) Donne la raison des suites arithmétiques suivantes.

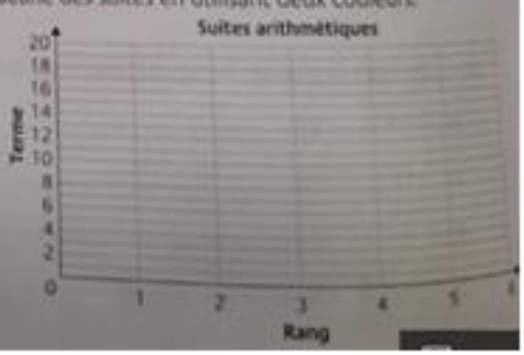
b) Dans le graphique ci-contre, représente chacune des suites en utilisant deux couleurs.

1.

Rang	1	2	3	4	5	...
Terme	19	16	13	10	7	...
Raison						

2.

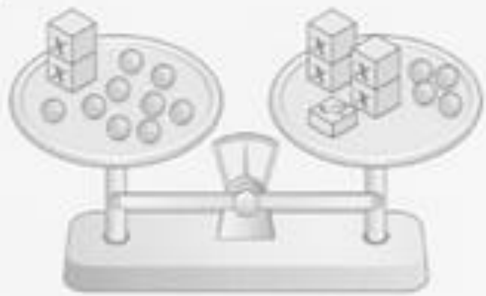
Rang	1	2	3	4	5	...
Terme	2	4,5	7	9,5	12	...
Raison						



**Problème tiré du manuel de l'élève Pixel, secondaire un, page 146*

La balance

2. La balance ci-dessous est en équilibre. Exprime la masse d'un cube selon la masse d'une bille.



*Problème tiré du manuel de l'élève, Panoramath page 34

Contexte géométrique et de mesure

5. Détermine :

a) la mesure de chacun des angles intérieurs du triangle;

b) la mesure de chacun des angles intérieurs du pentagone;

c) la valeur de c si l'aire du triangle est de 28,5 cm²;

d) la valeur de x si le périmètre du parallélogramme est de 23,9 cm.

*Problème tiré du manuel de l'élève, Panoramath page 12

Salaire

Suzie et Luc vendent des ordinateurs pour deux compagnies différentes. Voici le salaire de Suzie :

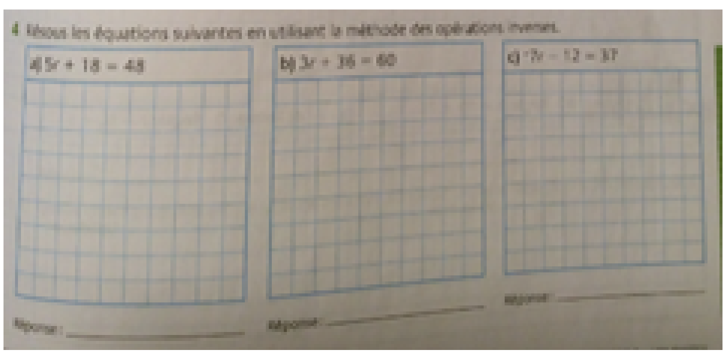
Nombre d'ordinateurs vendus	3	4	5
Salaire hebdomadaire ($)	395	435	475

Voici le salaire de Luc :

Nombre d'ordinateurs vendus	1	2	3
Salaire hebdomadaire ($)	410	445	480

La semaine dernière, ils ont vendu le même nombre d'ordinateurs et ont reçu le même salaire. Quel est ce salaire?

Résoudre



**Problème tiré du manuel de l'élève, secondaire un, Pixel page 151*

Père et fils

Alim Salam est quatre fois plus âgé que son fils. Dans vingt ans, Alim sera deux fois plus âgé que son fils. Quel est l'âge actuel du fils et du père Salam?

(Source : CP2 dans le cadre du chantier 7)

Frères et sœurs

Maïka a deux ans de plus que son frère Hugo, mais cinq ans de moins que sa sœur Camille. Si n représente l'âge de Maïka, quelles expressions algébriques représentent les âges d'Hugo et Camille.

Taux horaire

Thomas gagne 2$ de l'heure de plus qu'Ariane, laquelle gagne 30 cents de l'heure de plus que Samuel. Sophie et Kim ont le même salaire horaire toutes les deux : 2,40 $ l'heure de plus que Samuel. Le salaire horaire de Philippe est de 25 sous inférieur aux trois quarts de celui de Samuel. Si on ajoute 5,80 $ au salaire des trois garçons ensemble, on obtient celui des trois filles. Quel est le salaire de Thomas ?

Vente de billets

La vente de billets pour 4 représentations d'un spectacle d'humour équivaut à la vente de billet pour 5 représentations d'un spectacle de cirque. Chaque représentation d'un spectacle d'humour attire 100 personnes tandis que le spectacle de cirque attire 1000 personnes. Combien coûte un billet de spectacle d'humour?

Dimension de terrains

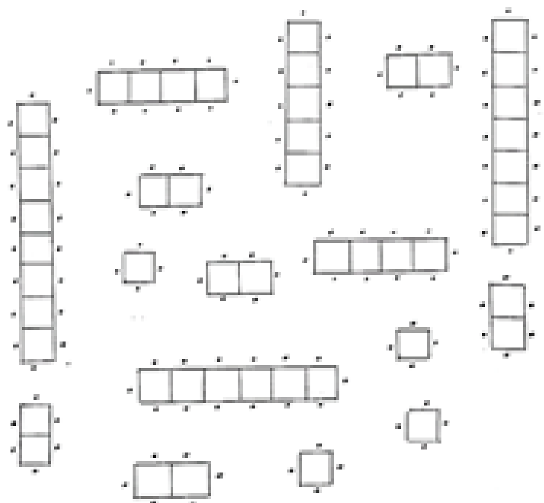
17. Voici des indications sur les dimensions d'un terrain de soccer et celles d'un terrain de football :
    - La longueur d'un terrain de football est le double de sa largeur auquel on ajoute 19 m.
    - La largeur d'un terrain de soccer a 10 m de plus que la largeur d'un terrain de football.
    - La longueur d'un terrain de soccer est le triple de la largeur d'un terrain de football duquel on retranche 72 m.
    - Le périmètre du terrain de football a 44 m de plus que le périmètre du terrain de soccer.

    Détermine les dimensions de chaque terrain.

**Problème tiré du manuel de l'élève, Panoramath page 23*

Le restaurant de Marcel

Marcel, le propriétaire du restaurant, dispose de tables simples dans son restaurant qu'il place l'une à côté de l'autre pour pouvoir placer ses clients lorsqu'ils arrivent. Il dispose ainsi de différentes tables de toutes sortes de grandeurs : des grandes, des petites, des moyennes…



Marcel aimerait bien ne pas avoir à compter à chaque fois les clients qui arrivent pour décider autour de quelle table il les place. Pourrais-tu l'aider à trouver une manière de calculer vite le nombre de clients qu'on peut asseoir autour d'une table, et ce, quelque soit la grandeur de la table?

Notre propriétaire habite loin alors il attend que tu lui écrives à ce sujet. Écris-lui un message en mots qui lui indiquerait une manière de faire pour trouver vite combien de personnes il peut asseoir autour d'une table, et ce, pour n'importe quelle table.

ANNEXE IV

TABLEAU DES DIFFERENTES CARACTERISTIQUES DE L'ETUDE DE CAS SELON L'APPROCHE EPISTEMOLOGIQUE UTILISEE

Source : Karsenti, T. & Savoie-Zajc, L. (2011). *La recherche en éducation: étapes et approches* (3 ed.): Sherbrooke, Québec: Éditions du CRP. p.232.

	Pôle interprétatif ⟷		**Pôle positiviste**
	Merriam (1988)	**Stake (1995)**	**Yin (1994)**
Nature de l'étude de cas	Heuristique, descriptive, particulariste et inductive	Holistique, empirique heuristique, spécifique, descriptive, interprétative, emphatique	Explicative, descriptive, empirique
But de l'étude de cas	Compréhension, description, découverte, élaboration d'hypothèses	Particularisation, compréhension, description, généralisation formelle (théorie), généralisation « naturaliste »	Généralisation, confirmation ou infirmation de l'hypothèse ou de la théorie, évaluation, exploration, élaboration de théories et de modèles
Contexte de sélection du ou des cas	Phénomènes humains sur lesquels le chercheur n'a aucune emprise mais bénéficie d'une possibilité d'interaction dans le contexte du cas	Dilemme humains, phénomènes sociaux complexes où la possibilité d'apprendre est évidente	Phénomène contemporain dans un contexte réel lorsque la frontière entre le phénomène et le contexte n'est pas évidente
Mode d'analyse	Raisonnement inductif afin de créer des catégories et des liens entre les catégories et les propriétés (hypothèses)	Réflexion personnelle, interprétation directe, agrégation de catégories	Selon les propositions théoriques ou vers la description du cas, par logique d'appariement (pattern-matching), analyse séquentielle, élaboration d'explication, modèle de la logique du programme
Résultats	Holistiques, descriptifs	Holistiques, spécifiques, descriptifs	Holistiques, parfois quantitatifs, descriptifs

Tableau de comparaison de la démarche de recherche selon la position épistémologique du chercheur

	Yin		Stake		Merriam	
Première	Planification des données	Sélection du cas Élaborer le protocole de collecte de données	Préparation	Conceptualisation de l'objet à l'étude pour ancrer le cas Question de recherche (éléments à l'étude)	Préparation	Définition du problème de recherche Choix du paradigme Recension des écrits Définition du cas et des unités d'analyse Sélection de l'échantillon à l'intérieur du cas : où, quand et qui ? Observer
Deuxième	Collecte des données (selon le nbr. d' études effectuées)	Mener la première étude Rédiger un rapport de cas individuel	Exécution	Collecte des données	Actualisatio	Collecte des données Analyse des données Révision de la proposition de recherche
Troisième	Analyse des données	Inférer les conclusions intercas. Modifier la théorie Établir des implications pour les politiques institutionnelles. Rédiger un rapport intercas	Analyse et validation des données	Recherche d'un schéma dans les données afin de mieux développer les questions thématiques Triangulation d'observations clés et d'éléments d'interprétation Sélection d'interprétations, option à poursuivre Formulation d'affirmations ou généralisation à partir du cas	Interprétation	Organisation données Révision des données Rédaction d'un texte narratif pour une étude de cas descriptive Élaboration de catégories pour l'interprétation Établissement de liens entre les catégories et leurs propriétés Formulation de théories

ANNEXE V

RECENSION DES ORTHOPEDAGOGUES PROFESSIONNELS

Intention : Recenser le nombre d'orthopédagogues professionnels travaillant au primaire et au secondaire dans les Commissions scolaires des régions administratives de la Capitale et de Chaudière-Appalaches. Contacter les ressources humaines de chacune des commissions scolaires des régions administratives suivantes : Capitale-Nationale et Chaudière-Appalaches.

Tableau de recension des orthopédagogues

Région administrative	Nom de la commission scolaire	Nombre primaire	Nombre secondaire
Capitale-Nationale	Commission scolaire de Charlevoix[55]	0 (tous des ens-ress.)	1 (100 %)
	Commission scolaire des Découvreurs[56]	0 (25 ens.res.)	6 (régulier)
	Commission scolaire de la Capitale	Absence de réponse	
	Commission scolaire de Portneuf[57]	$\frac{1}{2}$ ou 47 ens.res.	7 $\frac{1}{2}$
	Commission scolaire des Premières-Seigneuries		3
Chaudière-Appalaches	Commission scolaire de la Beauce-Etchemin	Absence de réponse	
	Commission scolaire de la Côte-du-sud	44 ens. ou ens.-ress.	2 Cp ortho sec
	Commission scolaire des Appalaches	Absence de réponse	
	Commission scolaire des Navigateurs	Absence de réponse	

[55] Les orthopédagogues sont engagés sous le titre d'enseignants-orthopédagogues. Ils ont donc chacun leur groupe-classe. Il y a un orthopédagogue aux adultes ayant une tâche de 40 %. (Personne contactée l'agente de bureau).

[56] Les orthopédagogues sont engagés sous le titre d'enseignants-orthopédagogues au primaire. Il y a 25 enseignants en adaptation scolaire au primaire.

[57] Les orthopédagogues sont engagés sous le titre d'enseignants-orthopédagogues au primaire. Il y a 47 enseignants en adaptation scolaire au primaire.

ANNEXE VI

QUESTIONNAIRE

Ce présent questionnaire s'intéresse à la pratique des orthopédagogues du secondaire en mathématique. Celui-ci vise à recueillir des informations globales sur votre pratique d'orthopédagogue. Par la suite, une entrevue individuelle permettra d'approfondir sur les éléments qui guident votre pratique.

**Notez que toutes les données recueillies resteront confidentielles.

Renseignements généraux

Prénom, Nom :

Sexe : F ☐ M ☐

Date :

Renseignements spécifiques de votre parcours

1. Depuis combien d'années exercez-vous le métier d'orthopédagogue?

2. Quel est le nom de(s) école(s) où vous travaillez?

3. Quel est le pourcentage de votre tâche?

4. Si vous intervenez en mathématiques, quel pourcentage vos interventions en cette matière représente-t-il par rapport à l'ensemble de vos interventions?

Répartition de votre travail	**Pourcentage de votre tâche**
Évaluation/intervention en français	
Évaluation/intervention en mathématiques	
Tâches Administratives	
Autres : Précisez	

* Le premier entretien visera plus précisément à documenter les objets et actions en mathématiques et plus précisément, en algèbre.

5. Avez-vous une préférence entre l'intervention en français et l'intervention en mathématique? Pourquoi ?

6. Quelles sont les difficultés rencontrées le plus fréquemment par vos élèves en mathématiques?

7. Quels outils utilisez-vous lors de vos interventions et évaluations?

	Matériel de classe	**Matériel didactique ou standardisés**	**Matériel personnel**
Intervention individuelle			
Intervention petit groupe			
Évaluation			

8. Est-ce que vous vous considérez bien outillé pour effectuer des interventions avec les élèves en difficultés en mathématiques? (Mettre votre réponse en surbrillance)
   Oui Non

9. En vous référant à ce que vous avez fait dans vos interventions en mathématiques, parmi la liste suivante qu'est-ce qui qualifie le mieux ce que vous avez fait? (Mettre votre/vos réponse(s) en surbrillance)

- ❖ Rééducation et correction
- ❖ Récupération
- ❖ Enseignement de nouvelles notions
- ❖ Compensatoire (mettre l'accent sur les stratégies acquises)
- ❖ Résolution de problèmes
- ❖ Exercisation

Autres :

10. Mettez en surbrillance, les objets qui sont le plus souvent travaillés lors de vos interventions.

- ❖ Arithmétique
- ❖ Géométrie/Mesure
- ❖ Algèbre
- ❖ Statistiques
- ❖ Probabilités
- ❖ Compréhension des problèmes écrit
- ❖ Méthodes de travail (planification du temps, organisation…)
- ❖ Stratégies de résolution

11. Complétez l'énoncé suivant :

Pour moi, intervenir en algèbre auprès d'élèves en difficultés c'est …

Suite à cette réflexion et en vue de notre première rencontre, je vous invite à recueillir des documents (manuels, outils d'évaluation) sur lesquels vous vous appuyez lors de vos interventions en algèbre. Réfléchissez aussi à des épisodes vécus avec des élèves au sujet de l'algèbre que vous aimeriez partager.

Merci de votre collaboration

Anne-Marie Croteau

ANNEXE VII

GUIDE D'ENTREVUE

Le guide d'entrevue sera davantage axé sur les mathématiques et plus précisément sur l'algèbre.

Présentation	
Présentation personnelle	Travail comme professionnelle de recherche à UQAR campus de Lévis Maîtrise depuis 2 ans. But de la maîtrise : parfaire mes connaissances, trouver des réponses…
Courte présentation du sujet de recherche	❖ Je ne cherche pas à comprendre qui vous a influencé dans votre pratique. Je m'intéresse davantage à votre pratique de tous les jours. Je souhaite documenter ce qui est fait sur le terrain en lien avec l'algèbre. ❖ Demander s'il y a des questions concernant le formulaire de consentement ou le déroulement de la recherche. ❖ Mentionner brièvement que les données resteront confidentielles. Entrevue enregistrée. ❖ Mentionner les grandes lignes de l'entrevue : questions globales, questions en lien avec le matériel et questions en lien avec les interventions en algèbre.

Questions globales		
Question	**Sous-questions possibles**	**Piste de réponses**
1. Comment sont structurées vos interventions? Privilégiez-vous les interventions en petits groupes, en individuel, en classe?	a) Quelle méthode est-utilisée dans votre Commission scolaire? **b)** Ëtes-vous amené à collaborer avec les enseignants? Ces interventions représentent quel pourcentage de vos interventions?	a) Méthode en cascade Méthode RAI Méthode de l'aquarium
2. Dans le cadre de votre travail, êtes-vous amené à collaborer avec d'autres orthopédagogues?	❖ Si oui, comment décriveriez-vous cette collaboration? ❖ Si non, aimeriez-vous collaborer avec d'autres orthopédagogues? Pourquoi?	
3. Revenir sur les réponses données sur la question : « Avez-vous une préférence entre l'intervention en français et l'intervention en mathématique? » (Fontaine 2008)	a. Pourquoi le domaine des mathématiques n'est pas votre préférence? Ou pourquoi préférez-vous intervenir en mathématiques? b. Qu'est-ce qui pourrait vous aider à aimer davantage intervenir en mathématique?	Leurs expériences perso/ le manque de connaissance/ le manque d'outils…
4. Quels sont les difficultés rencontrées le plus	a. Est-ce que les difficultés semblent être plus présentes dans des champs géométriques, arithmétique, algébrique…?	a. Arithmétique b. Algébrique c. Géométrie

L'algèbre Questions en lien avec le matériel		
Questions	**Sous-questions**	
Quel matériel utilisez-vous lorsque vous devez intervenir sur l'algèbre ou quelle recommandation de matériel donnez-vous aux enseignants pour des cas particuliers d'élèves?	a) Vous sentez-vous bien outillé pour intervenir en algèbre? b) Pourquoi avez-vous besoin de tels outils? (Fontaine, 2008) c) Qu'est-ce qui vous aiderait à intervenir en algèbre? d) Est-ce que vous devez adapter votre matériel selon les caractéristiques de l'élève? e) Sur quel aspect vous vous appuyez pour modifier une activité ou du matériel?	Ex : manuel de classe, note de cours des enseignants, logiciel, matériel personnel Demander de détailler le matériel.
fréquemment par vos élèves en mathématique?	b. Avez-vous des exemples concrets d'erreurs que vos élèves font ou que les enseignants vous partagent dans le but d'avoir de l'aide de votre part?	d. Statistique e. Probabilité
Quels types d'interventions devez-vous utiliser pour donner du sens à la matière aux élèves en difficulté ou à risque?	Que suggérez-vous aux enseignants dans leurs interventions auprès des élèves en difficulté ou à risque?	Du matériel concret Des dessins La technologie… La comparaison La modélisation

Voir préalablement la réponse de l'orthopédagogue dans son questionnaire. « Pour vous, intervenir en algèbre c'est… »

L'algèbre Questions en lien avec la nature des interventions
Questions

Suite aux questions en lien avec le matériel :

1) Quelles sont les erreurs que vous rencontrez chez vos élèves en lien avec l'algèbre? (retour sur le questionnaire)
2) Est-ce qu'il y a des éléments que vous considérez davantage important dans l'apprentissage de l'algèbre?
   A. Quels sont les éléments qui guident vos interventions?
   B. Comment ciblez-vous vos priorités d'intervention devant un élève qui ne donne pas de sens à l'utilisation de algèbre?

Voici plusieurs problèmes provenant de divers manuels scolaires ou d'enseignants de mathématiques.
Dans un premier temps : prendre 15 minutes pour les lire et les comparer.
Dans un deuxième temps, utiliser la couleur que je vous ai attribuée pour mettre en surbrillance les problèmes que vous savez que vos élèves éprouvent des difficultés ou que vous travaillez avec vos élèves. Sur quoi elles interviennent en algèbre ? Quels sont les éléments qu'elles considèrent important dans l'apprentissage de l'algèbre, éléments qui guident leurs interventions.

- Parmi les problèmes que vous avez ciblés, est-ce que l'un d'entre eux est utilisé davantage que les autres?

- Pourquoi croyez-vous que ce problème semble plus complexe pour les élèves?

ou

- Est-ce que vous sentez que vos élèves éprouvent davantage de difficulté dans certain type de question?
- Comment accompagnez-vous l'élève lors de ce problème?
- Quels sont les éléments qui guident votre intervention? Quels sont votre intention ou vos intentions?
- Vous intervenez sur quoi?

Ex : Je le questionne sur sa compréhension.
J'illustre le problème
Je modélise la résolution
J'utilise du matériel

Pourquoi avez-vous choisi cette intervention?
Si personne n'a mentionné le problème du Restaurant de Marcel, prendre le temps de leur demander si elles ont déjà vu un problème structuré de cette façon.

Formation (Facultatif : pourrait être posées en fin de rencontre)

Vous sentez-vous bien formé pour intervenir et évaluer les difficultés des élèves en lien avec l'algèbre ?
Aimeriez-vous suivre des formations en lien avec les mathématiques ?
Quel genre de formation répondrait aux besoins des orthopédagogues ? (Fontaine, 2008)

ANNEXE VIII

PROBLEME DE TYPE SOURCE

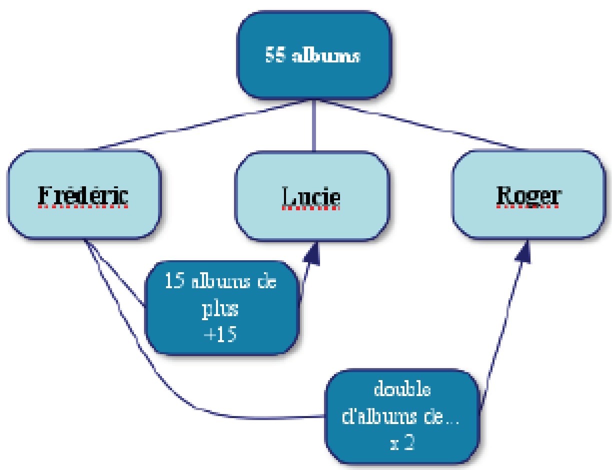
Problème 1 Frédéric, Lucie et Roger ont ensemble 55 albums de bandes dessinées. Lucie a 15 albums de plus que Frédéric et Roger a le double d'albums de Frédéric. Combien d'albums chacun a-t-il ?

Source : Projet dirigé par Adihou, A., Saboya, M., Tremblay, M., Squalli, H., Besançon, V. Résolution de problèmes écrits au moment de l'introduction de l'algèbre: analyse de productions d'élèves du premier cycle du secondaire (2011-2013). Fond CRSH institutionnel.

Structure relationnelle :

Classe «Comparaison», de type source. Problème déconnecté à 3 branches. Forme de l'équation : Ax + B = C. Relations multiplicatives et additives.

Schématisation de la structure du problème :



ANNEXE IX

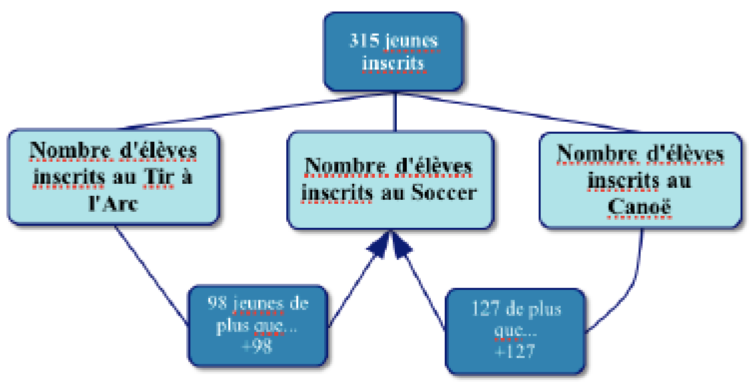
PROBLEME DE TYPE PUITS

Problème 3 Un camp de jour offre trois activités de plein air. Le soccer regroupe 98 jeunes de plus que le tir à l'arc et le soccer regroupe 127 jeunes de plus que le canoë. S'il y a 315 jeunes inscrits à ces activités, combien de jeunes participent à chacune d'elles?

Source : Projet dirigé par Adihou, A., Saboya, M., Tremblay, M., Squalli, H., Besançon, V. Résolution de problèmes écrits au moment de l'introduction de l'algèbre: analyse de productions d'élèves du premier cycle du secondaire (2011-2013). Fond CRSH institutionnel.

Structure relationnelle :
Classe «Comparaison», de type puits. Problème déconnecté à 3 branches. Forme de l'équation : Ax + B = C. Relations additives.

Schématisation de la structure du problème :



ANNEXE X

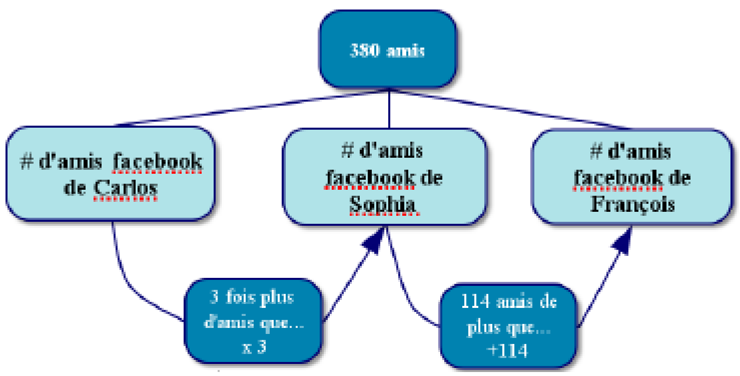
PROBLEME DE TYPE COMPOSITION

Problème 4
Trois personnes comparent leur nombre d'amis sur le site facebook. Sophia a 3 fois plus d'amis que Carlos et François a 114 amis de plus que Sophia. Si au total ils sont 380 amis, combien d'amis ont-ils chacun?

Source : Projet dirigé par Adihou, A., Saboya, M., Tremblay, M., Squalli, H., Besançon, V. Résolution de problèmes écrits au moment de l'introduction de l'algèbre: analyse de productions d'élèves du premier cycle du secondaire (2011-2013). Fond CRSH institutionnel.

Structure relationnelle :
Classe «Comparaison», de type composition. Problème déconnecté à 3 branches. Forme de l'équation : Ax + B = C. Relations additives et multiplicatives.

Schématisation de la structure du problème :



ANNEXE XI

GRADATION DES PROBLEMES UTILISES DANS LA RECHERCHE DE LABELLE (2008)

Intention de la chercheure

Le choix de l'ordre de passation des quatre questions suivantes visait à utiliser une gradation dans le degré d'implication de l'algèbre selon Labelle (2008).

Item 1 : Trois amis se partagent un montant de 425$ de la façon suivante : Marc-André reçoit 15$ de plus que le double du montant que reçoit Frédéric, tandis que Mathieu reçoit 40$ de moins que le triple du montant que reçoit Frédéric. Quel est le montant que reçoit chacun d'entre eux ?

Item 2 : Josiane possède 108 billes (des rouges, des jaunes et des bleues). Le nombre de billes rouges qu 'elle possède est 9 de plus que celui de billes jaunes, mais 6 de moins que celui de billes bleues. Combien de billes de chaque couleur possède-t-elle ?

Item 3 : Le périmètre d'un rectangle est 37 cm. Sachant que la longueur mesure 1 cm de moins que le double de la largeur, détermine les dimensions de ce rectangle.

Item 4 : La somme de deux nombres naturels pairs consécutifs est égale à 16 de moins que le triple du plus petit de ces deux nombres. Quels sont ces deux nombres?

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ADOQ (2003). [L'acte orthopédagogique dans le contexte actuel].

ADOQ (2013a). Définition contemporaine de l'orthopédagogie. [En ligne]. Adresse URL : http://www.ladoq.ca/definition-contemporaine.php

ADOQ (2013b). Le rôle de l'orthopédagogue au Québec. Revue de L'ADOQ.

ADOQ (2018). Le référentiel des compétences professionnelles liées à l'exercice de l'orthopédagogue au Québec.

AFPED. (2016). Qu'est-ce qu'un trouble d'apprentissage (TA)? [En ligne]. Adresse URL : http://www.afped.ca/index.cfm?p=page&id=2

ARZARELLO F., BAZZINI L. & CHIAPPINI G. (2001). A Model for Analysing Algebraic Processes of Thinking. In R. Sutherland et al. (Eds.) Perspectives on School Algebra, 61-81. Dordrecht. Kluwer Academic Publishers.

ASSOCIATION QUEBECOISE DES NEUROPSYCHOLOGUES. (2016). Les fontion s cognitives. [En ligne]. Adresse URL : https://aqnp.ca/la-neuropsychologie/les-fonctions-cognitives/#Gnosies

BARDINI, C. (2003). Le rapport au symbolisme algébrique : une approche didactique et épistémologique. Mathématiques [math]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2003.

BEATTY, R. (2012). From Patterns to Algebra: Lessons for Exploring Linear Relationships (Nelson Education Ed.).

BEDNARZ, N., KIERAN, C. & LEE, L. (Eds.). (1996). Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

BEDNARZ, N., RADFORD, L., JANVIER, B. & LEPAGE, A. (1992). ‘Arithmetical and algebraic thinking in problem solving’. In W. Geeslin and K. Graham (eds.), Proceedings of the 16th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME), Vol. 1, New Hampshire, USA, pp. 65–72.

BEDNARZ, N. & DUFOUR-JANVIER, B. (1994). The emergence and development of algebra in a problem solving context: A problem analysis. In J. da Ponte et J. Matos (din), Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Vol. II, 64-71. Lisbonne: Université de Lisbonne.

BEDNARZ, N. & JANVIER, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic Approaches to algebra (pp. 115- 136): Springer.

BELANGER-FORTIN, A. (2015). Étude de la pratique de l'orthopédagogue en mathématiques au secondaire auprès d'une élève ayant un trouble d'apprentissage non verbal. (maître ès arts), Université du Québec à Rimouski.

BELANGER-FORTIN, A., & TREMBLAY, M. (2013). Interroger et intervenir en mathématiques auprès d'élèves du secondaire ayant un trouble de l'ordre du "non verbal". Paper presented at the Communication présentée au 14e colloque de l'Association des orthopédagogues du Québec (ADOQ), Québec, Canada.

BLOUIN, P., BOUDREAU, C., BOUTIN, J.-F., BRODEUR, M., COTE, C., DOUCET, M. & POIRIER, L. (2014). Référence de compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie. [En ligne]. Adresse URL : http://w3.uqo.ca/moreau/documents/Ref_ortho-M16.pdf.

BOLDUC, A. (2020). Analyse d’interventions menées par une orthopédagogue du secondaire qui contribuent à l'expression d'un contrôle en mathématiques chez des élèves en difficulté d’apprentissage, (maître ès arts), Université du Québec à Montréal.

BOOTH, L. (1984). Algebra:Children'sStrategiesandErrors.A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project, NFER-Nelson,Windsor.

BOOTH, L. (1984). Erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire. Petit x, 5, 5- 17.

BOUDREAU, C. (2012). L'enseignant en adaptation scolaire et l'orthopédagogie : ce qui distingue l'un de l'autre. Vie pédagogique, Numéro 160, p. 14.

BOUDREAU, C., CADIEUX, A., LAPLANTE, L. & TURCOTTE, S. (2009). Plan d'action pour soutenir la réussite des élèves handicapés ou en difficulté d'adaptation ou d'apprentissage, mesure 16. Plan d'action pour soutenir les EHDAA.

BOUDREAU, C. & DESLAURIERS, L. (2012). Évaluation orthopédagogique de la lecture et de l'écriture d'élèves en difficulté d'apprentissage au secondaire (13-15 ans): Puq.

BOYER, C. (2010). Le programme orthopédagogique DIR en lecture: Éditions de l'apprentissage.

BROCHU, P., DEUSSING, M.-A., HOUME, K. & CHUY, M. (2012). À la hauteur: Résultats canadiens de l'étude PISA de l'OCDE (978-0-88987-231-8). Retrieved from

BRODEUR, M., POIRIER, L. LAPLANTE, L., BOUDREAU, C., MAKDISSI, H., BLOUIN, P., BOUTIN, J.-F., CÔTÉ, C., DOUCET, M., LEGAULT, L. & MOREAU, A. C. (2015). Référentiel de compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie. Comité interuniversitaire sur les orientations et les compétences pour une maîtrise professionnelle en orthopédagogie. Association des doyens, doyennes et directeurs, directrices pour l'étude et la recherche en éducation au Québec (ADEREQ) : document inédit.

BROUSSEAU, G. (2011). La théorie des situations didactiques en mathématiques (Vol. 5): Presses universitaires de Rennes.

BRU, M. (2002). Pratiques enseignantes: des recherches à conforter et à développer. In: Revue française de pédagogie, volume 138. Recherches sur les pratiques d'enseignement et de formation. pp. 63-73

CARLSON, M. P. (1998). A cross-sectional investigation of the development of the function concept. In J. J. Kaput, A. H. Schoenfeld, & E. Dubinsky (Eds.), Research in collegiate mathematics education, 3, CBMS issues in mathematics education (Vol. 7, pp. 114–162). Washington DC: Mathematical Association of America.

CARLSON, M. & LARSEN, S. (2003). Integrationg a models and modeling perspective with existing research and practice: In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), Beyond constructivism in mathematics teaching and learning: A models & medeling perspective. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

CHESNAIS, A. & CURIN, R. I. B. (2015). L'articulation de l'activité de l'enseignant avec l'activité mathématique de l'élève: la question de la participation de l'enseignant à l'apprentissage de l'élève en contexte d'orthopédagogie.

CHEVALLARD, Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. Petit x, 5, 51-94.

CONNOLLY, A. J. (2007). KeyMath -3 Diagnostic Assessment: Pearson.

CORRIVEAU, D. & GOUPIL, G. (1995). Perceptions d'élèves en difficulté d'apprentissage sur les services en orthopédagogie. Mcgill Journal of Education/Revue des sciences de l'éducation de McGill, 30(001).

CÔTÉ, M.-F., MERCIER, J. & LAPLANTE, L. (2014). L'efficacité d'une intervention orthopédagogique sur le transfert des apprentissages en lecture: étude de trois cas d'élèves en difficulté. Canadian Journal of Education/Revue canadienne de l'éducation, 36(3), 72-107.

DEBEURME, G. (2002). Introduction - Évaluation concertée et intervention adaptée au service de l'élève. In G. Debeurme et N. Van Grunderbeeck, Enseignement et difficulté d'apprentissage (p. 10-19). Sherbrooke: Éditions du CRP.

DEBLOIS, L. (2003). Interpréter explicitement les productions des élèves: une piste…. Éducation et francophonie, XXXI, 176-192.

DEBLOIS, L. & SQUALLI, H. (2001). Une modélisation des savoirs d'expérience des orthopédagogues intervenant en mathématiques. Difficultés d'apprentissage et enseignement: évaluation et intervention, 155-178.

DEMERS, S., MIRANDA, I. & RADFORD, L. (2009). Processus d'abstraction en mathématique. [En ligne]. Adresse URL : http://luisradford.ca/fr/books/processus-dabstraction-en-mathematiques/

DEMONTY, I. & VLASSIS, J. (1999). Les représentations pré-algebraiques de élèves sortant de l'enseignment primaire. Informations Pédagogiques, 47, 16-27.

DEMONTY, I., FAGNANT, A. & VLASSIS, J. (2015). Le développement de la pensée algébrique: Quelles différences entre les raisonnements mis en place par les élèves avant et après l'introduction de l'algèbre? Espace mathmatique francophone.

DEMONTY, I. & VLASSIS, J. (2016). Evaluer les connaissances pour enseigner l'algèbre élémentaire : élaboration d'un outil diagnostique. Evaluer. Journal international de Recherche en Education et Formation, 2(2), pp. 45-62.

DROUHARD, J.P. (1992). Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire. Thèse de Doctorat. Université Paris 7.

DUCHARME, A & THEIS, L. (2005). Le raisonnement mathématique chez les élèves en difficultés du début du primaire à travers l'exemple du développement de la pensée algébrique. Commission internationale sur l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAEM 57)(dir.), Changements dans la société: un défi pour l'enseignement des mathématiques, 87-92.

DUMAS, B., FORTIN, N., GRIMARD, C., LANDRY, M., LEVESQUE, R. & VEILLETTE, L. (2011). Démarche d'évaluation en mathématique pour mieux intervenir : DEMMI. Service régionaux de soutien et d'expertise à l'intention des élèves présentant des difficultés d'apprentissage.

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5, 37–65.

ECOLE PRIMAIRE SPECIALISEE. Notre enseignement spécialisé de type 8. [En ligne]. Adresse URL : http://www.ecoles.cfwb.be/berthuin/administration/type8/type8.htm

EISENHARDT, K. M. (1989). Building theories from case study research. Academy of management review, 14(4), 532-550.

EUROPEAN AGENCY FOR SPECIAL NEEDS AND INCLUSIVE EDUCATION. FINLAND-SPECIAL NEEDS EDUCATION WITHIN THE EDUCATION SYSTEM. [En ligne]. Adresse URL : www.european-agency.org/country-information/finland/national-overview/special-needs-education-within-the-education-system

FILLOY, E. & ROJANO, T. (1989). Solving Equations: The Transition from Arithmetic to Algebra. For the Learning of Mathematics, 9(2), 19-25. [En ligne]. Adresse URL : http://www.jstor.org/stable/40247950

FONTAINE, V. (2008). Les representations sociales des orthopedagogues du Quebec en rapport avec l'intervention en mathematiques aupres des eleves a risque. (MR42958 M.A.), Universite de Sherbrooke (Canada), Ann Arbor. [En ligne]. Adresse URL : http://openurl.uquebec.ca:9003/uqar?url_ver=Z39.882004&rft_val_fmt=info:ofi/fmt:kev:mtx:dissertation&genre=dissertations+%26+theses&sid=ProQ:ProQuest+Dissertations+%26+Theses+Full+Text&atitle=&title=Les+representations+sociales+des+orthopedagogues+du+Quebec+en+rapport+avec+l%27intervention+en+mathematiques+aupres+des+eleves+a+risque&issn=&date=2008-01-01&volume=&issue=&spage=&au=Fontaine%2C+Veronique&isbn=9780494429587&jtitle=&btitle=&rft_id=info:eric/&rft_id=info:doi/ ProQuest Dissertations & Theses Full Text database.

FORTIER-MOREAU, G. (2016). Analyse didactique d’un outil d’évaluation orthopédagogique sur les structures multiplicatives. 6e édition du Colloque Éducatif présent! Association des étudiantes et des étudiants aux cycles supérieurs en éducation (Université de Montréal), p.30-36.

FRANCOEUR, P. (2012). Une sortie d'impasse pour l'orthopédagogie. Vie pédagogique.

GAGNON, Y.-C. (2005). L'étude de cas comme méthode de recherche: guide de réalisation: PUQ.

GASCON, J. (1994). Un nouveau modèle de l’algèbre élémentaire comme alternative à l’«arithmétique généralisée». Petit x, 37, 43-63.

GIASSON, J. (1997). L’intervention auprès des élèves en difficulté de lecture: bilan et prospectives. Éducation et francophonie, Vol. 25.

GIROUX, J. (2013). Outil d'investigation et d'interprétation des connaissances sur les structures multiplicatives d'élèves du primaire. Document inédit. Projet de partenariat MELS-LLL/ UQAM. Université du Québec à Montréal.

GIROUX, J. (2014). Les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques : historique et perspectives théoriques. In C. Mary, L. DeBlois, H. Squalli, L. Theis (Ed.), Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques (pp.11-44). Québec : Presses Universitaires du Québec..

GOUPIL, G., COMEAU, M. & MICHAUD, P. (1994). Étude descriptive et exploratoire sur les services offerts aux élèves en difficulté d'apprentissage. Revue des sciences de l'éducation, 20(4), 645-656.

HERSCOVICS, N. & KIERAN, C. (1980). Constructing meaning for the concept of equation. The Mathematics Teacher, 73(8), 572-580. [En ligne]. Adresse URL : http://www.jstor.org/stable/27962179

HITT, F. (2004). Les représentations sémiotiques dans l'apprentissage de concepts mathématiques et leur rôle dans une démarche heuristique. Revue des sciences de l'éducation, 30 (2), 329–354. [En ligne]. Adresse URL :https://doi.org/10.7202/012672ar

HOUDEBINE, J. & JULO, J. (1988). Les élèves en difficulté dans le 1er cycle de l'enseignement secondaire. In: Revue française de pédagogie, volume 84. pp. 5-12; [En ligne]. Adresse URL : https://doi.org/10.3406/rfp.1988.1439 https://www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_1988_num_84_1_1439

HOULE, V. (2016). Fondements didactiques pour une intervention orthopédagogique sur la notion de fraction. Thèse (Doctorat)-Université de Québec à Montréal.

JEANNOTTE, D. (2005). L'interprétation de la lettre et les erreurs commises en algèbre par des élèves du secondaire d'aujourd'hui et ceux de la fin des années 70: une étude comparative. Mémoire de maîtrise non publié. Sherbrooke: Université de Sherbrooke.

JEANNOTTE, D. (2012). L'interprétation de la lettre en algèbre par des élèves du secondaire au Québec. CJNSE/RCJCÉ, 4(1).

KARSENTI, T. & SAVOIE-ZAJC, L. (2011). La recherche en éducation: étapes et approches (3 ed.): Sherbrooke, Québec: Éditions du CRP.

KAUFMAN, A. S. & KAUFMAN, N. L. (2014). Kaufman Test of Educational Achievement, Third Edition. Pearson.

KIERAN, C., BATTISTA, M. & CLEMENTS, D. (1991). Helping to Make the Transition to Algebra. The Arithmetic Teacher, 38(7), 49-51. [En ligne]. Adresse URL : http://www.jstor.org/stable/41194818

KIERAN, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 390-419). New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.

KIERAN, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In J. F.K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 707-762): Greenwich, CT: Information Age Publishing.

KOEDINGER, K. R. & NATHAN, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of repre

KÜCHEMANN, D. (1978). Children's Understanding of Numerical Variables. Mathematics in School, 7(4), 23-26. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/30213397

KÜCHEMANN, D. (1981). Algebra. In K. Hart (Ed.), Children's understanding of mathematics (pp. 102-119). London: John Murray.

LANDRY, M. (1999). Développement d'habiletés en résolution de problèmes en algèbre chez les élèves du secondaire. Thèse de doctorat inédite, Université du Québec à Montréal.

LAPLANTE, L. (2012). Historique de l'orthopédagogie au Québec. RevueVie pédagogique, Numéro 160, p. 10-14.

LEGENDRE, R. (Ed.) (1993) Dictionnaire actuel de l'éducation- 2e édition (Guérin ed.).

LUSIGNAN, G. (2011). Une formation continue en mathématique auprès du personnel enseignant en orthopédagogie des commissions scolaires francophones de l'île de Montréal. Vie pédagogique, No 158, 52-55.

MAHER, C., GOLDIN, G. & DAVIS, R. (1989). Proceedings of the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (11th, New Brunswick, New Jersey, September 20-23, 1989), Volume 1: Research Reports.

MARCHAND, P. (1998). Résolution de problèmes en algèbre au secondaire: analyse de deux approches et des raisonnements des élèves. Mémoire de maîtrise. Université du Québec à Montréal, Montréal, Québec.

MARCHAND, P. & BEDNARZ, N. (1999). L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. Bulletin AMQ, 39(4), 30-42.

MARCOUX, D. (2013). Le travail de l’orthopédagogue quant au dépistage, à la référence et à la prise en charge d’un trouble spécifique d’apprentissage en lecture.

MARY, C. (2003). Interventions orthopédagogiques sous l’angle du contrat didactique. Éducation et francophonie, Vol. XXXI, n° 2, p. 103-124.

MASON, J. (1996) Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching. In: Bernarz N., Kieran C., Lee L. (eds) Approaches to Algebra. Mathematics Education Library, vol 18. Springer, Dordrecht.

MERRIAM, S. B. (1998). Qualitative Research and Case Study Applications in Education. Revised and Expanded from" Case Study Research in Education.": ERIC.

MILES, M. B. & HUBERMAN, A. M. (2003). Analyse des données qualitatives: De Boeck Supérieur.

MINISTERE DE L'EDUCATION (1997). L'école, tout un programme: énoncé de politique éducative. (2550321723). Gouvernement du Québec, Ministère de l'éducation.

MINISTERE DE L'EDUCATION (2002). Les services éducatifs complémentaires: essentiels à la réussite. Québec, Ministère de l’Éducation du Québec.

MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR (2016). Services éducatifs complémentaires. [En ligne]. Adresse URL : http://www.education.gouv.qc.ca/enseignants/aide-et-soutien/services-complementaires/

MONS, N. (2007). Les nouvelles politiques éducatives. La France fait-elle les bons choix? Paris:Presses universitaires de France, p. 202.

MUKAMURERA, J. & TARDIF, M. (1999). Comment naît un nouveau groupe professionnel en milieu scolaire? Le cas des orthopédagogues au Québec de 1960 à nos jours. [En ligne]. Adresse URL : http://www.edu.uwo.ca/hse/99tardif.html

NATHAN, M. J. & KOEDINGER, K. R. (2000). Teachers’ and researchers’ beliefs about the development of algebraic reasoning. Journal for Research in Mathematics Education, 31, 168-190.

NIMIER, M. L. (2008-2009). Savoirs de base et compétences clés: Vers une autre approche pédagogique dans les actions de lutte contre l'illettrisme: Éditions universitaires européennes.

OCDE (2016). Les élèves en difficulté: Pourquoi décrochent-ils et comment les aider à réussir? Éditions OCDE, Paris. [En ligne]. Adresse URL : http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-Les-eleves-en-difficulte.pdf

OFFICE DES PROFESSIONS DU QUEBEC (2014). La situation des orthopédagogues au Québec; Groupe de travail sur le rôle des orthopédagogues dans l'évaluation des troubles d'apprentissage (978-2-550-70755-4). Retrieved from

PASSARO, V. (2007). Étude expérimentale sur le développement du concept de covariation entre deux grandeurs révélé par une analyse des représentations spontanées d'élèves du premier cycle du secondaire. Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal.

PIERART, B. (2002). Évaluer les troubles de la lecture: nouveaux modèles et épreuves diagnostiques. In CRP (Ed.), Enseignement et difficultés d'apprentissage (pp. 21-40).

POISSON, Y. (1991). La recherche qualitative en éducation. Québec : Presses de l'Université du Québec

PROULX, J. (2003). Passage de l'arithmétique à l'algèbre dans une perspective de résolution de problèmes: une approche possible et favorable. [En ligne]. Adresse URL : https://archipel.uqam.ca/11188/1/Rapport%20algebre%20-%20JProulx%20-%2010-03-2003.pdf

PRUD'HOMME, J. (2019). De part et d'autre de la classe spéciale. [En ligne]. Adresse URL : https://www.ledevoir.com/opinion/idees/547542/de-part-et-d-autre-de-la-classespeciale?fbclid=IwAR0kXfalEfmaPxZqWS3Z8jdXcRm_Yyzw_n68B9WuLkrgQIQAmA6I8iZxb8g

RADFORD, L. (2004). La généralisation mathématique comme processus sémiotique. Atti del, 11-27. [Mathematical generalization as a semiotic process]. In G. Arrigo (Ed.), Atti del convegno di didattica della matematica 2004. Locarno, Alta Scuola Pedagogica (pp. 11–27). Locarno: Alta Scuola Pedagogica.

RADFORD, L. & GRENIER, M. (1996). Entre les choses, les symboles et les idées… une séquence d'enseignement d'introduction à l'algèbre. Revue des sciences de l'éducation, 22(2), 253-276.

RADFORD, L., DEMERS, S. & MIRANDA, I. (2009). Processus d’abstraction en mathe´matiques. Ottawa: Centre Franco-Ontarien de Ressources Pe´dagogiques, Imprimeur de la Reine pour l’Ontario.

RADFORD, L. (2012). Early algebraic thinking, epistemological, semiotic, and developmental issues. Regular lecture presented at the 12th International Congress on Mathematical Education, held in Seoul, Korea, 8 July–15 July, 2012. [En ligne]. Adresse URL : http://www.icme12.org/upload/submission/1942_F.pdf. (pp209-227)

RADFORD, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. Mathematics Education Research Journal, 26, 257-277.

RAJOTTE, T., GIROUX, J. & VOYER, D. (2014). Les difficultés des élèves du primaire en mathématiques, quelle perspective d'interprétation privilégier? McGill Journal of Education/Revue des sciences de l'éducation de McGill, 49(1), 67-87.

RIVERA VERGARA, A. (2009). Étude de l’efficacité des classes de langage dans la région de Montréal sur la réussite éducative des élèves dysphasiques sévères. (maître ès arts), Université du Québec à Montréal. [En ligne]. Adresse URL : http://vitrine.educationmonteregie.qc.ca/IMG/pdf/Rivera_Vergara_Angie_2009_memoire.pdf

SABOYA, M. (2017). Notes de cours Didactique de l’algèbre. Baccalauréat en enseignant secondaire des mathématiques. Université du Québec à Montréal.

SABOYA, M. et TREMBLAY, M. (à paraître). Le travail mené en français comme support à la résolution d’histoires mathématiques dans des classes de 2e et 3e années en adaptation scolaire. Actes du colloque GDM2018. Université Laval.

SCALLON, G. (2004). L'évaluation des apprentissages dans une approche par compétence: De Boeck Supérieur.

SCHMIDT, S. (1996). La résolution de problèmes, un lieu privilégié pour une articulation fructueuse entre arithmétique et algèbre. Revue des sciences de l’éducation, 22, 277- 294.

SCHMIDT, S. & BEDNARZ, N. (1997). Raisonnements arithmétiques et algébriques dans un contexte de résolution de problèmes : difficultés rencontrées par les futurs enseignants. Educational Studies in Mathematics, 32, 127-155.

SCHMIDT, S., DANEAU, C. & THIVIERGE-AYOTTE, L. (2001). Les significations accordées au signe égal et aux égalités arithmétiques par des élèves en difficulté grave d'apprentissage. Instantanés mathématiques, XXXVIII(3), 4-12.

SCHMIDT, S. (2002). Difficultés d'apprentissage en mathématiques. In É. d. CRP (Ed.), Enseignement et difficultés d'apprentissage.

SFARD, A. (1995). The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives. The Journal of Mathematical Behavior, 14, 15-39.

SKEMP, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. Mathematics Teaching. [En ligne]. Adresse URL : http://proxy.uqar.ca/login?url=https://search.proquest.com/docview/63934176?accountid=14720

SQUALLI, H. (2002). Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire: un exemple de raisonnements à l'aide de concepts mathématiques. Instantanés mathématiques, 39(1), 4-13.

SQUALLI, H. & BRONNER, A. (2017). Le développement de la pensée algébrique avant l'introduction du langage algébrique conventionnel. Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 20 (3), 1–8. [En ligne]. Adresse URL : https://doi.org/10.7202/1055725ar

STAKE, R.E. (1994). Case studies. In N. Denzin et Y. Lincoln (dir), Handbook of qualitative research (p. 236-246). Thousand Oaks (CA): Sage.

TARDIF, M. & LESSARD, C. (1992). L'orthopédagogie en milieu scolaire: Émergence, évolution et Professionnalisation d'une nouvelle catégorie d'intervenants (1960-1990). Historical Studies in Education/Revue d'histoire de l'éducation, 4(2), 233-267.

THEIS, L. & DUCHARME, A. (2005). Le raisonnement mathématique chez les élèves en difficultés du début du primaire à travers l'exemple du développement de la pensée algébrique. Commission internationale sur l'étude et l'amélioration de l'enseignement des mathématiques (CIEAEM 57)(dir.), Changements dans la société: un défi pour l'enseignement des mathématiques, 87-92.

THOMPSON, P. W. & CARLSON, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In J. Cai (Ed.), Compendium for research in mathematics education (pp. 421-456). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

TREMBLAY, M., SABOYA, M., BERGER, L., BOUFFARD, J., CROTEAU, A-M. et LAPORTE, A. (2014). Feuille aide-mémoire des ancrages de la pensée algébrique. Chantier provincial sur l'apprentissage de l'algèbre- Groupe 1er cycle du secondaire et 3e secondaire.

TREMBLAY, M. et FILLION, A. (À paraître). Analyse comparative des référentiels de compétences et de la TIFO. Rapport de recherche déposé à la TIFO.

TREMBLAY, M. & SABOYA, M. (À paraître). Co-construction, mise à l’essai, analyse et partage de situations didactiques visant à favoriser la transition arithmétique/algèbre.

TREMBLAY, M. & SABOYA, M. (À paraître). Kaléidoscope sur l'accroissement des problèmes de mise en égalité dans les manuels scolaires québécois. Nouveaux cahiers de la recherche en éducation.

TREMBLAY, M. et SABOYA, M. (À paraître). Étude de contradictions au sujet de l’émergence de la lettre dans le cadre d’une recherche-action au premier cycle du secondaire. Dans H. Squalli et A. Bronner (dir.) Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire : Recherches et perspectives curriculaires.

TREMBLAY, M. & SABOYA, M. (2018). Étude de contradictions dans le cadre d'un dispositif de formation continue visant le développement de la pensée algébrique. Communication dans le cadre de l'OIPA (Observatoire International sur la Pensée Algébrique), 7-9 mai 2018, Université Sherbrooke, campus Longueuil.

TOUSIGNANT, J.-L. (2014). Comprendre quelques définitions afin de mieux intervenir. [En ligne]. Adresse URL : http://institutta.com/comprendre-quelques-definitions-pour-mieux-intervenir/

VANNIER, M.-P. (2003). Dimensions sensibles des situations de tutelle et travail de l'enseignant de mathématiques. Paper presented at the COPIRELEM.

VERREAULT, M.-A. (2006). Les services orthopédagogiques. In P. d. s. à. l. é. montréalaise (Ed.), L’intervention auprès des élèves en difficulté d'apprentissage: redoublement, différenciation pédagogique et services orthopédagogiques (pp. 41-63).

VIENNEAU, R. (2006). De l’intégration scolaire à une véritable pédagogie de l’inclusion. Transformation des pratiques éducatives. La recherche sur l’inclusion scolaire, 7-32.

VLASSIS, J. & DEMONTY, I. (1999). Les représentations pré-algébriques des élèves de l'enseignement primaire. Informations Pédagogiques, 47, 16-27.

VLASSIS, J. & DEMONTY, I. (2002). L'algèbre par des situations-problèmes: Au début du secondaire: de boeck.

WILL, M. C. (1986). Educating children with learning problems: A shared responsibility. Exceptional children, 52(5), 411-415.

YIN, R.K. (1984). Case Study Research Design and Methods. Newbury Park, CA : Sage Publications, Applied Social Research Methods Series, volume 5.