UQAR
Université du Québec
à Rimouski

ANALYSE DE L'INTRODUCTION DE LA NOTION DE VECTEUR DANS DES MANUELS QUÉBÉCOIS DE MATHÉMATIQUE ET DE PHYSIQUE DE 5^{e} SECONDAIRE

Mémoire présenté

dans le cadre du programme de maîtrise en éducation

en vue de l'obtention du grade de maître ès arts

PAR

Marie-Chantale Landry

Janvier 2016

Composition du jury :

Analia Bergé, présidente du jury, Université du Québec à Rimouski

Mélanie Tremblay, directrice de recherche, Université du Québec à Rimouski, campus Lévis

Adolphe Adihou, examinateur externe, Université de Sherbrooke

Dépôt initial le 31 janvier 2016 Dépôt final le 23 octobre 2016

À tous les enseignants et les enseignantes du secondaire qui, comme moi, s'intéressent autant à leurs élèves qu'à l'enseignement de leur discipline.

LES REMERCIEMENTS

A la fin de ce long parcours, je tiens d’abord à remercier ma directrice de recherche, madame Mélanie Tremblay. Elle a su me transmettre, malgré la distance, son énergie et son souci du détail et de la précision. Grâce à ses compétences inestimables et infinies combinées à sa rigueur, j’ai été en mesure de me dépasser bien plus loin que ce que j’aurais pu imaginer au début de cette route de six longues années. Nos nombreuses discussions ont toujours été des plus enrichissantes et elles m’ont à la fois permis de me questionner sur mon enseignement. Sans elle, je n’y serais jamais arrivée.

Je prends également le temps de remercier mon entourage. D’abord, mon conjoint qui m’a accompagnée à chacune de mes rencontres pour les cours à l’Université et qui m’a soutenue, sans broncher, jusqu’à la toute fin. Principalement au moment où j’écris ces lignes, il a toujours respecté mes retraits et mes absences répétées à notre vie familiale et sociale. Il a su encore une fois rendre compte de son incommensurable patience en apaisant mes propres moments d’impatience et de découragement. Je remercie aussi mes parents, qui m’ont enseigné une belle qualité : celle de la persévérance. En plus de m’avoir encouragée dès le moment où j’ai manifesté mon intérêt pour la recherche, ils ont été présents en me démontrant la croyance qu’ils ont toujours eue en mes capacités. Ils m’ont inculqué ce sens de l’effort et du dépassement. Encore une fois, mille mercis!

Pour terminer, je tiens à remercier mon comité d’évaluation, composé de madame Analia Bergé et de monsieur Adolphe Adihou. Merci du temps consacré à l’évaluation de mon mémoire.

LE RÉSUMÉ

À l'instar de différents curricula à travers le monde, une approche interdisciplinaire est promue dans le plus récent programme de formation (MELS, 2005). Le métissage entre mathématique et science est une occasion de rapprocher les deux disciplines tout en se servant des situations issues de ces dernières pour accroitre l'authenticité des contextes d'apprentissage. Cette approche se transpose dans les manuels scolaires, ressource importante pour les enseignants et enseignantes de ces deux disciplines. S'appuyant sur la méthodologie d'analyse de contenu, la présente recherche s'intéresse plus particulièrement à l'introduction d'une notion abordée tant en mathématique qu'en physique, en 5e secondaire, soit le vecteur. L'étude des énoncés des activités d'introduction, des exercices et des problèmes dits «contextualisés» proposés dans les deux manuels de mathématique et les deux manuels de physique retenus a été rendue possible grâce à l'application d'une grille de codage ciblant la nature du travail exigé de l'élève, les différents cadres tels que physique, géométrique et analytique/algébrique (Côté, 2002; Affognon *et al*., 2011; Dorier, 1997, 2000; Vleeschouwer et Lebaud, 2015), l'authenticité du contexte, les registres de représentation et sens du vecteur (lié, glissant et libre) en jeu. Dans le cas des énoncés dont le contexte est réaliste et qui sont tous issus du cadre de la physique, la particularité de plusieurs d'entre eux a donné lieu à l'émergence d'une nouvelle catégorie portant sur la nature du guidage proposé à même les énoncés (explications fournies, série de sous-questions…) et favorisant ainsi l'appropriation ou la modélisation des situations proposées. Les résultats obtenus démontrent que, dans les manuels de mathématique, un nombre important de problèmes, dont le contexte est authentique, est offert. On constate toutefois des dérives permettant peu de développer le sens du vecteur libre. Conscient des difficultés relatives à la modélisation des situations proposées, un fort guidage est présent. En physique, le vecteur est d'emblée utilisé comme outil de modélisation aux situations proposées, différents sens du vecteur (lié et glissant) sont exploités sans qu'un travail de réflexion accompagne ces différents choix.

Mots clés : interdisciplinarité, vecteur, enseignement des mathématiques, enseignement de la physique, manuels scolaires.

LA TABLE DES MATIÈRES

LA LISTE DES TABLEAUX

LA LISTE DES FIGURES

L’INTRODUCTION GÉNÉRALE

L’arrivée du Renouveau Pédagogique dès le début des années 2000 pour le niveau secondaire a amené l’idée de procéder d’une manière interdisciplinaire, favorisant ainsi l’intégration et le transfert des connaissances. Un premier pas du Ministère pour favoriser le décloisonnement disciplinaire a été celui de la fusion des programmes de science et de mathématique. Quelques recherches (Judson et Sawada, 2000 ; Patonnier, 2004 ; Gauthier, 2011 ; Ba, 2007) ont permis de constater que cette pratique d’enseignement s’appuyant sur l’interdisciplinarité ne demeure pas moins élémentaire. Ce constat a soulevé des questionnements sur les motifs de cet évitement de la part des enseignants. Nos interrogations se sont tournées vers l’outil essentiel récoltant une grande place dans l’enseignement : le manuel scolaire. Croyant que celui-ci pouvait être une jolie porte d’entrée pour la pratique interdisciplinaire, cette recherche confine sa réflexion sur une notion qui est objet d’apprentissage tant en mathématique qu’en physique, soit la notion de vecteur.

Poursuivant les recherches sur l’apprentissage de cette notion, des travaux de chercheurs, notamment ceux de Tanguay (2002), font le constat de lacunes chez les élèves qui arrivent à leurs cours de mathématiques au niveau du collégial. De plus, les travaux de Ba (2007) ainsi qu’un survol des manuels pour chacune des disciplines ont permis de discerner les difficultés des auteurs à mettre en œuvre des contextes réalistes se modélisant par la notion de vecteur.

Afin de préparer l’analyse des manuels scolaires, le cadre conceptuel de cette étude est basé sur une analyse à deux dimensions : celle des recommandations de mathématiciens tels que Noirot *et al*. (2004), Leys *et al*. (2013), Pressiat (1999) et même Lagacé (2015), et de didacticiens notamment Côté (2002), Tanguay (2002), Ba (2007) et Lê Thi (1997) ainsi que celle des attentes ministérielles. Cette analyse a permis de faire ressortir certains éléments à prendre en considération dans l'apprentissage de la notion de vecteur.

La méthodologie s'inscrit dans une approche qualitative basée sur l'analyse de contenu inspiré des travaux de Bardin (2005). Une grille d'analyse a été construite dans le but de codifier l'ensemble des énoncés proposés dans chaque manuel selon des catégories bien distinctes afin de répondre aux deux objectifs de cette recherche : (1) Décrire l'introduction de la notion de vecteur et des opérations appliquées sur les vecteurs dans des manuels de mathématique et de physique de 5^{e} secondaire (2) Comparer l'introduction de la notion de vecteur et des opérations appliquées sur les vecteurs dans les manuels de mathématique et de physique de 5^{e} secondaire.

L'analyse des résultats exposée au chapitre 4 sera suivie d'une discussion exposée au chapitre 5. Lequel s'amorcera avec une comparaison entre les manuels au niveau des cadres exploités, des contextes retenus ainsi que la nature des vecteurs en jeu dans l'introduction de la notion de vecteur. Ensuite seront dégagées les approches préconisées ainsi que les similitudes et les divergences entre les disciplines pour ainsi permettre d'élaborer quelques recommandations didactiques permettant de favoriser l'apprentissage de la notion visée, soit celle de vecteur.

CHAPITRE 1
LA PROBLÉMATIQUE

1.1. L'INTERDISCIPLINARITÉ : UNE CLÉ POSSIBLE POUR DÉVELOPPER UNE MEILLEURE COMPRÉHENSION DU MONDE

L'accroissement des potentialités offertes par la technologie accélère le partage et la construction de connaissances. Dans cette perspective, la pression est grande sur les systèmes éducatifs afin qu'ils puissent outiller les élèves à gérer et critiquer les informations. Comme le précisent Aroq et Niclot (2006) : «la compréhension par les élèves du monde dans lequel ils vivent, caractérisé par l'émergence d'une société du savoir et par une complexité croissante, s'accommode mal d'une appréhension par des disciplines cloisonnées qui souvent s'ignorent» (p.1). L'interdisciplinarité[1] devient alors objet essentiel de réflexion sur la manière d'introduire les savoirs dont on espère l'apprentissage. Ainsi, depuis la fin des années 1980, aux Etats-Unis, les autorités nationales, le *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 1989), l'*American Association for the Advancement of Science* (AAS, 1989), le *National Research Council* (1996) et le *National Science Teachers Association* (NSTA, 2012) suivent cette voie. À l'instar de différents curricula développés dans plusieurs pays, les plus récents programmes de formation de l'école québécoise des niveaux primaire et secondaire encouragent les enseignants à adopter une

---

[1] Lenoir et Sauvé (1998) décrivent l'interdisciplinarité scolaire comme une « mise en relation de deux ou plusieurs disciplines scolaires qui s'exerce à la fois sur les plans curriculaire, didactique et pédagogique et qui conduit à l'établissement de liens de complémentarité ou de coopération, d'interprétation ou d'actions réciproques entre elles sous divers aspects en vue de favoriser l'interprétation des processus d'apprentissage et ses savoirs chez les élèves » (p.12).

approche interdisciplinaire pour colorer l'apprentissage des savoirs en jeu. Ainsi, alors que les programmes scolaires québécois en application dans les années 90 étaient organisés et structurés dans des logiques disciplinaires, les programmes de formation actuellement en application privilégient une formation décloisonnée qui contribuera au développement des compétences ciblées (MELS, 2005). Sachant que le monde auquel nos élèves seront amenés à travailler est celui où l'interdépendance des phénomènes est de plus en plus évidente et où le niveau de compétence exigé pour y faire face est de plus en plus élevé, le rôle des enseignants passe alors par un travail de collaboration entre pairs intervenants dans les diverses disciplines afin de mieux préparer leurs élèves à développer une compréhension des savoirs en ne se limitant plus tant à une seule discipline, mais plutôt en cherchant à rendre compte des diverses dimensions colorant un même savoir, dimensions qui renvoient à plusieurs disciplines (Payette, 2001).

1.2. LA MATHÉMATIQUE ET LES SCIENCES : UN MÉTISSAGE NATUREL D'INTERDISCIPLINARITÉ

Convaincu de l'importance d'une approche interdisciplinaire, le Ministère le transpose dans son plus récent programme de formation de l'école québécoise. De fait, dans celui-ci, le MELS[2] a fusionné certaines disciplines notamment celles qui sont particulièrement interpelées dans ce mémoire soient la mathématique[3] et les sciences[4]:

[2] Programme de formation, chapitre 6 [mathématiques], 2007.
[3] Le MELS utilise les termes *la mathématique*, mais pour les besoins de ce mémoire, nous utiliserons plutôt *les mathématiques* afin de simplifier le texte. À noter que la notion de vecteur est abordée dans 2 des trois séquences mathématiques de 5^e secondaire soit la séquence technico-sciences et sciences naturelles.
[4] On parle ici des cours : pour le 4^e secondaire de sciences et technologies, d'applications technologiques et scientifiques, de sciences et technologies de l'environnement ainsi que des sciences et environnement tandis que pour le 5^e secondaire il s'agit des cours de chimie et de physique.

> Depuis fort longtemps, ces disciplines sont intrinsèquement liées et leur évolution de même que leur dynamique interne témoignent de leur synergie. Ainsi, qu'il s'agisse de la conception ou de la représentation de certains objets technologiques, de la construction de modèles mathématiques ou encore de la représentation de phénomènes, l'interdisciplinarité qui les caractérise s'avère incontournable [5](p.3).

Le regroupement de ces deux disciplines est donc « un pas vers le décloisonnement des matières scolaires » (Hasni *et al.*, 2008, p.2). Pour sa part, Samson (2007) félicite l'initiative en rappelant l'importance de l'interdisciplinarité en mathématique et en science au niveau de l'intégration et du transfert des apprentissages. Les mathématiques peuvent effectivement servir de moteur ou d'outils aux sciences (Gabel et Bunce, 1994; cité par Samson, 2007). Et, comme le suggère le Ministère, les contextes des problèmes de mathématique peuvent facilement être issus de la physique. Cela donne ainsi lieu à des problèmes dont le contexte est issu du réel et qui favorisent le travail de modélisation chez les élèves[6] (Ba, Bessot et Caron, 2012).

En mathématique, Kwon (2002) note que le 21e siècle s'accompagne, à l'échelle internationale d'un tournant important : pour l'élève, il ne s'agit plus tant de pouvoir mémoriser les différents algorithmes et différentes méthodes de résolution que de pouvoir les mobiliser dans des situations dont les contextes sont réels. Ernst et Ellis (2005) expliquent que les élèves développent une compréhension globale et plus profonde des concepts scientifiques essentiels lorsque ces derniers sont enseignés dans un contexte signifiant. De leur côté, Sumrall et Halpin (2000) précisent que percevoir les usages des mathématiques en sciences permet aux élèves une compréhension approfondie de certains concepts mathématiques tels que les fractions par exemple.

---

[5] On lira *science et technologie* dans le programme. Et, dès la 4e secondaire, les cours de physique et de chimie sont tous regroupés sous ce vocable avec les attentes propres à chacun de ces cours.

[6] Les contextes et la nature du travail exigé dans la résolution de problèmes seront traités au second chapitre. On entend ici par travail de modélisation la capacité de l'élève à s'approprier une situation en vue d'y dégager un modèle mathématique dont le traitement contribuera à la résolution de problème.

Ce métissage entre mathématiques et science est une occasion de rapprocher les deux disciplines tout en se servant des situations issues de ces dernières pour accroitre l'authenticité des contextes d'apprentissage (Samson, Hasni et Ducharme-Rivard, 2012). En contextualisant les activités mathématiques dans des situations réelles nécessitant la mobilisation de connaissances scientifiques, on permet du même souffle aux élèves de percevoir les finalités de concepts considérés abstraits pour certains élèves en difficultés (Ross et Hogamboam-Gray, 1998). Évidemment, cela ne devient possible que si les contextes des problèmes étudiés apparaissent pertinents aux yeux des élèves (Lambert, 2006).

Si l'on reconnaît le potentiel d'une approche interdisciplinaire pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques et des sciences, le défi de son actualisation en classe n'en demeure pas moins grand. Le recours aux mathématiques pour modéliser diverses situations en sciences étant déjà une réalité depuis plusieurs décennies dans nos écoles. Et, lorsque les deux disciplines partagent des concepts en commun, il ne faut pas négliger qu'il n'est pas rare de constater que la terminologie pour y référer puisse différer (Judson et Sawada, 2000). Promouvoir un regard croisé de différentes disciplines sur une même notion nécessite chez les enseignants d'être informés sur les différents usages de cette notion dans chaque discipline, mais aussi des différentes manières de la représenter et même de la définir. Parmi les ressources dont les enseignants disposent pour faire face à ce défi, le manuel occupe une place de choix.

1.3. L'ÉTUDE DES MANUELS : UNE ENTRÉE SUR L'INTERDISCIPLINARITÉ

Différents écrits (Lebrun *et al.*, 2002; Lenoir, 2002; Tremblay et Saboya, 2015) témoignent de l'influence importante que jouent les manuels sur les pratiques enseignantes et sur les contenus à faire apprendre. Lebrun et ses pairs (2002) mentionnent :

> La plupart [des enseignants] privilégient un modèle d'intervention éducative où l'élève agit, certes, mais comme un sujet, sous le contrôle systématique de l'enseignant et du manuel qui se substitue à lui sous plusieurs aspects durant le processus d'enseignement-apprentissage (p.511).

Reconnaissant l'importance du manuel dans la pratique enseignante, Langlois (2015) précise que l'utilisation de ces outils doit aussi s'accompagner d'une certaine vigilance. Comme elle le fait valoir :

> D'un côté, « le sceau d'approbation ministériel semble apporter une certitude aux enseignants que les manuels scolaires assurent une adéquation avec l'esprit, les orientations et les contenus des programmes d'études » (Lebrun, Lenoir et Desjardins, 2004, p.510). D'un autre côté, une recherche menée par le Comité d'évaluation des ressources didactiques (CERD) (Ministère de l'Éducation, 2001b, 2002b) révèle « une continuité inquiétante, dans les critères retenus pour évaluer des manuels scolaires réformés » (Lebrun, Lenoir et Desjardins, 2004, p.510). (Langlois, 2015, p.11).

Étant donné un recours si fréquent aux manuels, Hayneman (2006) insiste sur l'importance de l'analyse du rôle des manuels dans une situation donnée, sur leur fonction, de même que leur contenu. Dans une perspective où l'augmentation des liens entre les disciplines est préconisée, cela implique, pour le professionnel en enseignement, une réflexion qui doit dépasser les manuels d'une discipline donnée (par exemple, la mathématique) pour aussi inclure le traitement d'un savoir tel qu'il s'exprime dans un manuel d'une autre discipline (par exemple, la physique). Pour chaque manuel, cette analyse devrait inviter l'enseignant à s'intéresser aux différentes situations proposées et à leur progression pour ainsi cerner les raisonnements que l'élève est invité à développer.

Dans une perspective où l'enseignement-apprentissage de la mathématique doit s'appuyer sur des contextes issus du réel, lesquels pourront être tirés de l'étude de phénomènes physiques, une étude des contextes des problèmes devrait amener les enseignants à réfléchir sur leur authenticité, lire même l'authenticité de leur traitement

(Forman et Steen, 2000). Et, dans la mesure où les notions mathématiques permettent de modéliser et d'interpréter des situations de la physique, il devient pertinent de rendre compte de la manière dont les notions mathématiques se développent dans les cours de science. Ainsi, que l'on introduise une notion en mathématique ou en science, le contexte utilisé devrait avoir une prise dans la réalité du monde qui nous entoure, laquelle est façonnée par le rationnel des différentes disciplines (Grisser, 2001 ; Herrington et Oliver, 2000).

Motivée par l'importance accordée à l'interdisciplinarité, notamment en mathématique et science et reconnaissant le rôle de premier plan joué par les manuels dans la pratique de plusieurs enseignants, la présente recherche circonscrit son intérêt sur l'introduction d'une notion qui est objet d'apprentissage tant en mathématique qu'en physique, soit la notion de vecteur.

1.4. L'ÉTUDE DE LA NOTION DE VECTEUR EN MATHÉMATIQUE ET EN PHYSIQUE DANS LES MANUELS

En cinquième secondaire, dans le programme de mathématique[7] ainsi que celui de physique, le vecteur est un concept dont on vise l'acquisition pour les deux disciplines. La place faite à cette notion vise notamment à faciliter son approfondissement au niveau collégial dans certains programmes, particulièrement en sciences de la nature. Tanguay (2002) qui s'est intéressé à la pratique des enseignants du collégial vis-à-vis cette notion souligne toutefois que bien qu'elle puisse être objet d'apprentissage tant en science qu'en mathématique, son introduction en 5e secondaire est perçue par les enseignants du collégial comme étant si variable qu'il est préférable pour ces derniers de reprendre les bases de son initiation. Considérant la forte présence des manuels tant en mathématiques qu'en science,

[7] La notion de vecteur est au programme pour les séquences sciences naturelles et technico-sciences seulement.

le constat de variabilité exprimé par Tanguay (2002) invite à la réflexion sur la variabilité possible du traitement de la notion de vecteur entre les manuels de mathématique et de science.

1.4.1 LA NOTION DE VECTEUR : SOURCE DE DIFFICULTÉS POUR LES ÉLÈVES

Ba (2007) qui s'est intéressé à l'introduction de la notion de vecteur tant en mathématique qu'en physique explique que les élèves ne semblent effectivement pas établir de liens entre les manières propres à chaque discipline d'approcher cette notion. Ils ne réinvestissent pas ce qu'ils apprennent en mathématique dans leur cours de physique et vice-versa (Ba, 2007). Patonnier (2004) mentionne qu'en physique, lorsque les élèves travaillent sur les forces, certains n'arrivent pas à se détacher des définitions données en mathématiques; ou encore, certains ne font pas le lien entre ces deux disciplines, ce qui peut les conduire à ne considérer qu'une caractéristique des forces pour déterminer l'égalité de deux forces. Elle ajoute que souvent, en physique, seule l'intensité (norme du vecteur) est prise en compte par les élèves.

Notre expérience d'enseignante intervenant tant en mathématique qu'en physique en 5e secondaire nous force au constat suivant : les élèves ont beaucoup de difficultés à accepter qu'il est nécessaire de traiter mathématiquement plusieurs situations proposées à l'intérieur du cours du physique, notamment dans la partie de l'étude des mouvements et des forces où ils ont à utiliser la notion de vecteur pour résoudre les problèmes proposés. Bien que nous ayons tenté d'introduire d'abord la notion de vecteur dans le cours de mathématique à l'aide de contextes variés notamment reliés à la physique, au moment, où nous avons eu à recourir à la notion de vecteur pour modéliser des situations traitées dans le cours de physique, les élèves ne semblaient pas tisser de liens avec ce qui avait été enseigné en mathématique pour ainsi le réinvestir dans le cours de physique. L'année suivante, nous avons alors fait autrement : l'introduction de la notion s'est faite dans le cours de physique. Il est vrai que nous avions alors une autre cohorte d'élèves et une année d'expérience d'enseignement supplémentaire, mais nous avons pu constater une amélioration dans l'apprentissage des vecteurs et plus particulièrement, dans la résolution de problèmes proposés dans le cours de mathématique. Comme si le fait d'avoir davantage travaillé l'analyse des situations proposées en physique avait favorisé leur compréhension et ainsi donné davantage de sens à l'étude des vecteurs en mathématique, et ce, en se limitant toujours à l'utilisation des problèmes proposés dans les manuels.

Un questionnement émerge alors. Dans le travail de l'enseignant, nombreux sont ceux qui utilisent de façon significative le matériel didactique fourni par l'école. Quelques-uns construiront leur matériel certes, mais il faut se rendre à l'évidence que le manuel fait partie de la vie d'un enseignant notamment pour celui de mathématique et de physique et qu'il demeure la principale ressource de différents problèmes et exercices. En considérant le matériel didactique comme un outil important de la pratique enseignante, il convient alors de s'interroger sur les potentialités et limites des manuels offerts aux enseignants lorsqu'il s'agit de traiter une notion dans une perspective interdisciplinaire. Dans la mesure où l'introduction chronologique des vecteurs soit en mathématique, soit en physique, semble avoir une influence sur la compréhension des élèves, il y a alors tout lieu qu'on se préoccupe davantage ce que l'on trouve dans les manuels. D'ailleurs, comme le dit elle-même Gauthier (2011), « l'analyse des manuels scolaires récents de sciences-technologie démontre la présence de lacunes dans la conception et l'élaboration de liens interdisciplinaires » (p.31).

1.4.2 LA MODÉLISATION À L'AIDE DES VECTEURS : UN LIEU À EXPLORER

Favorisant une approche par résolution de problèmes dans notre rôle d'enseignante, un survol des manuels de mathématique et de physique, force au constat que les problèmes proposés pour introduire la notion de vecteur sont de faibles prétextes pour motiver son apprentissage. Comme le constate lui-même Ba (2007) :

> Les situations issues de la physique présentes dans les manuels de mathématique sont peu réalistes du point de vue de la problématique physique. Les difficultés éventuelles des élèves avec les vecteurs sont ainsi mises sur le compte de déficiences de l'enseignement des mathématiques sans que la possibilité d'un questionnement propre à la nature des liens avec les objets physiques puisse être perçue comme un levier intéressant. (p.258).

De plus, selon Hayfa (2006), « l'élève garde en mémorisation les techniques suivies et oublie les principes qui les justifient » (p.4). De son côté, Ba (2007) explique que :

> Le rapport institutionnel au vecteur dans la classe de mathématiques ne laisse que peu d'espace pour des situations issues de la physique. Quand elles existent dans les manuels, celles-ci restent subordonnées à un rapport inadéquat à la modélisation et apparaissent comme un prétexte à faire des mathématiques (p.257).

Par contre, en physique, « les objets mathématiques ne sont traités que comme des outils » (Op.cit., p.258). Si cela a été observé dans l'étude de manuels français, au fil de nos dernières années d'enseignement en mathématique et en physique, nous avons été à même de constater que des problématiques semblables pouvaient être identifiées dans nos manuels québécois.

1.5. LES OBJECTIFS DE RECHERCHE

Le présent chapitre s'est amorcé en relatant l'importance prise à l'échelle internationale d'une approche interdisciplinaire dans nos écoles. Plus près de nous, au Québec, le plus récent programme de formation valorise à son tour le décloisonnement des disciplines, notamment, par la fusion des programmes de mathématique et de sciences, disciplines qui sont particulièrement interpellées dans ce mémoire. Pour les enseignants, le défi est grand. S'il a été souvent formé pour enseigner dans une seule discipline, on espère de celui-ci qu'il puisse dépasser l'établissement de liens pour inviter ses élèves à interroger des phénomènes en prenant en compte différentes disciplines. Ainsi, en considérant le matériel didactique comme un outil important de la pratique enseignante, il convient alors de s'interroger sur les potentialités et limites des manuels offerts aux enseignants lorsqu'il s'agit d'introduire une notion dans une perspective interdisciplinaire. Nos interrogations d'enseignante jumelées aux difficultés recensées dans la littérature ont permis de cibler le vecteur comme notion qui est objet d'apprentissage tant en mathématique qu'en physique et dont on espère une meilleure compréhension de son introduction dans les manuels.

Cette recherche vise deux principaux objectifs. Comme on le verra au troisième chapitre, le premier objectif vise d'abord l'étude de l'introduction du vecteur telle qu'elle s'articule pour chaque manuel analysé. Ce premier objectif est donc formulé comme suit :

a) Décrire l'introduction de la notion de vecteur et des opérations appliquées sur les vecteurs dans des manuels de mathématique et de physique de 5^{e} secondaire.

Dans une perspective où l'on souhaite évaluer l'actualisation d'une approche interdisciplinaire dans nos manuels québécois, l'atteinte du premier objectif permettra de répondre au second objectif qui vise cette fois la comparaison de l'introduction du vecteur entre les disciplines. Le deuxième objectif est :

b) Comparer l'introduction de la notion de vecteur et des opérations appliquées sur les vecteurs dans les manuels de mathématique et de physique de 5^{e} secondaire.

L'atteinte de ces objectifs nécessite un arrêt important sur les travaux qui se sont intéressés à la définition de la notion de vecteur et à son apprentissage. Le second chapitre s'y attardera et donnera lieu à la formulation des questions de recherche.

1.6. LES LIMITES DE CETTE RECHERCHE

Cette recherche s'intéresse à l'introduction de la notion de vecteur en portant son attention sur l'étude des manuels. Elle est moins tournée sur l'identification des difficultés que peuvent rencontrer les élèves dans la modélisation de problèmes nécessitant le recours à la notion de vecteur. On cherche plutôt à comprendre l'acception de la notion de vecteur qui semble se développer à travers une analyse des activités et problèmes proposés.

Le regard interdisciplinaire porté au traitement de la notion de vecteur dans les manuels écarte du même souffle d'autres facteurs pouvant influencer l'implantation d'une approche interdisciplinaire que sont, par exemple, le bagage expérientiel et didactique de l'enseignant, le temps didactique consacré à l'enseignement/apprentissage d'une notion ou même la collégialité entre différents enseignants.

CHAPITRE 2
LE CADRE CONCEPTUEL

2.1. INTRODUCTION

Ce chapitre vise principalement à identifier les différents éléments qui seront utilisés pour étudier les manuels de mathématique et de physique en ce qui a trait à l'introduction de la notion de vecteur par le survol des activités d'apprentissage, tâches et problèmes proposés. Ce chapitre s'amorce par un regard historique qui permettra de mieux définir le vecteur dans les deux disciplines ainsi que ses usages. Un regard mathématique et didactique sur l'introduction du vecteur et des opérations qui y sont appliquées suivra. Cette section sera l'occasion de nuancer les différents sens pris par le vecteur selon différents cadres. Des recommandations sur son enseignement permettront de mieux outiller l'analyse a posteriori des manuels. Une troisième section intitulée «regard curriculaire» permettra de mieux circonscrire les attentes du Ministère relativement à l'introduction du vecteur dans les deux disciplines. Le travail autour de cette section a encouragé la clarification de ce que l'on entend par «étude des contextes» dans une perspective où l'approche par résolution de problèmes est promue dans le programme québécois. La quatrième section en sera donc l'objet et amènera à la cinquième et dernière section où seront présentées les questions de recherche. Les quatre premières sections de ce chapitre ont permis l'élaboration de grille d'analyse des énoncés (d'activités d'apprentissage, de problèmes ou des tâches) proposés dans les manuels de mathématique et de physique. Cette grille sera exposée dans le troisième chapitre.

2.2. REGARD HISTORIQUE SUR L'ÉVOLUTION DU VECTEUR

La naissance de la notion de vecteur n'est pas nouvelle. Un regard historique sur son émergence force au constat qu'elle n'évolue pas dans une seule et même discipline et qu'elle prend aussi différentes significations. Elle se façonne donc à travers différents travaux en mathématiques et en sciences.

Le mot «vecteur» fait son apparition dans la langue française à la fin du 16^{e} siècle. Ses usages renvoient à son sens latin du verbe *vehere* qui signifie alors «transporter un char» ou «porter sur ses épaules» (Noirot, Parisot et Brouillet, 2004). À la fin du 17^{e} siècle, le calcul infinitésimal, prétexte pour mieux étudier des corps en mouvement nait. Leibniz émet l'hypothèse de l'existence de composants infiniment petits de l'univers. Tout ce que nous percevons ne serait que la somme de ces éléments. Il explique parfois ces éléments infinitésimaux en faisant une analogie avec la géométrie : le dx est au x, ce que le point est à la droite. Il suggère alors l'idée de l'impossibilité de comparer des valeurs différentielles à de « vraies » valeurs. Tout comme Newton, il privilégiera les comparaisons entre rapports (Leys, Ghys et Alvarez, 2013). Le vecteur est alors utilisé, sans avoir de représentation fléchée, pour représenter la vitesse moyenne d'un objet à un instant donné. À chaque instant de la trajectoire d'un objet, à différents points représentant différents temps, il est possible de représenter la vitesse de l'objet à l'aide d'un segment dont la longueur représente cette vitesse et l'inclinaison est un premier pas pour rendre compte de l'orientation du vecteur. Ainsi loin d'être formalisée, la notion de vecteur commence à s'exprimer tant dans les cadres géométrique qu'algébrique. Leibniz y critique alors la géométrie cartésienne et prône des calculs opérant directement sur les figures, et non, sur des intermédiaires algébriques étrangers à la géométrie (Patonnier, 2004).

Au 18^{e} siècle, la géométrie analytique poursuit son développement, notamment grâce aux travaux de Newton. Poursuivant son travail sur l'étude du mouvement, notamment, en astronomie, il introduit au caractère vectoriel des notions de vitesse et d'accélération en y distinguant leur intensité et leur direction. Dans son travail, il propose l'utilisation de «parallélogrammes de forces[8]» (Pressiat, 1999). Comme le précise Lagacé (2015), il s’agit là d’une ingénieuse représentation mathématique et physique, où les longueurs et les angles permettent d'évoquer et de manipuler des actions ou interactions entre objets. Toujours en astronomie, le mot «vecteur» est utilisé comme adjectif dans les expressions tourbillon vecteur et rayon vecteur. Ce dernier désignant le segment de droite joignant une planète au Soleil.

Ce n’est qu’à la fin du 19e siècle que l’on trouve une première définition de la notion de vecteur. Ba (2011) précise d’ailleurs qu’en mathématiques, l’interprétation géométrique des quantités imaginaires et le désir de généralisation à l’espace sont des arguments forts à la naissance du concept de vecteur, lequel serait à la croisée de l’algèbre et de la géométrie, puis dans les applications à la physique. Hamilton, astronome et physicien, précisera qu’un vecteur est une partie d’un quaternion, la partie qui caractérise la direction d’une droite orientée. Un vecteur est donc considéré comme :

> une ligne droite AB qui a non seulement une longueur et une direction […]. Un vecteur est conçu pour être (ou pour construire) la différence entre ces deux points ; ou, plus précisément, pour résulter de la soustraction de sa propre origine avec sa propre extrémité (Hamilton, 1899, p.9, cité par Patonnier, 2004).

Les quaternions d'Hamilton permettront de conceptualiser certaines forces (fluides, électrodynamique, magnétisme) (Crowe, 2002). En revanche, les travaux de Gibbs, vers 1880 (cité par Paty, 2007), font clairement voir les fondements mécaniques, géométriques et algébriques à la base de l'élaboration du système et de l'analyse vectorielle. Au même moment qu’Hamilton et indépendamment de celui-ci, Grassmann (1846) mathématicien et linguiste, introduit le calcul vectoriel dans des espaces de dimensions supérieures à 3. Motivé par le développement de sa théorie des marées, il justifiera, entre autres l’utilité du parallélogramme, pour démontrer la multiplication de deux nombres ici, deux segments. Il

---

[8] Ce qu’on nommera «méthode du parallélogramme» pour traiter de l’addition de vecteurs.

travaillera ainsi sur la reformulation de ce qu'on nomme aujourd'hui, la relation de Chasles (Patonnier, 2004).

Au 20e siècle, le calcul vectoriel est étendu à la théorie des espaces vectoriels. Durant le développement de cette dernière, les systèmes symboliques représentant les vecteurs et les définitions ont évolué. De fait, lorsque Hamilton avait défini pour la première fois le vecteur, la notation utilisée pour le représenter était A-B, ou bien encore, **AB**. En vingt-cinq ans, on peut toutefois observer ses changements. Au début du 20e siècle, on peut effectivement lire dans le Nouveau Larousse illustré[9] (Dictionnaire Encyclopédique Universel, sous la direction de Claude Augé, 7 volumes) la définition du vecteur et sa notation particulière :

> On appelle vecteur une droite AB ayant une direction, un sens et une grandeur (celle de la longueur AB, essentiellement positive). Les points A et B se nomment respectivement l'origine et l'extrémité du vecteur AB. Deux vecteurs sont égaux lorsqu'ils possèdent une direction, un sens et une grandeur identiques, quelles que soient du reste leurs positions dans l'espace. On n'altère donc pas un vecteur en le transportant parallèlement à lui-même; aussi, pour désigner un vecteur de position déterminée on se sert souvent du mot segment

25 ans plus tard, on le définit plutôt comme suit :

> Segment rectiligne que l'on suppose parcouru par un mobile allant d'une extrémité à l'autre. Le sens défini par le mobile qui se déplace sur le segment est le sens du vecteur, son point de départ est l'origine du vecteur, son point d'arrivée est l'extrémité. On désigne un vecteur par la notation $\overline{AB}$, A étant l'origine et B l'extrémité du vecteur (le Larousse du 20e siècle, 6 volumes, sous la direction de Paul Augé[10]).

[9] Tiré du site web *Chronomath* par Serge Melh sur http://serge.mehl.free.fr/anx/vecteur.htlm
[10] Idem

Cette définition ne rend pas compte explicitement de la direction du vecteur qui est tout de même définie par la prise en compte de la position des points de départ et d'arrivée du vecteur. Reprise par de nombreux mathématiciens, le symbole de la flèche n'est toujours pas présent. Patonnier (2004) précise que cette notation perdurera jusque dans les années 1940. Pour leur part, les représentations dans le plan furent longtemps de simples segments de droite, sans flèche. Il faut comprendre ici que les vecteurs sont la plupart du temps introduits tel que Crowe (1967) le précise, c'est-à-dire « comme des classes d'équipollence de segments orientés, sur lesquelles on définit des opérations d'addition et de multiplication par les scalaires (p.132)». Ce n'est qu'à partir de la moitié du 20^{e} siècle, que les notations vectorielles actuelles des vecteurs, c'est-à-dire la notation fléchée $\overrightarrow{AB}$ en mathématique ou encore, $\vec{F}$ en physique, se sont imposées. D'abord utilisée principalement dans les travaux en physique, cette notation se répandra en mathématiques aussi aux environs des années 1960.

On dégage de ce qui précède trois éléments importants. Premièrement, l'origine des vecteurs ne tient pas aux travaux d'une seule discipline. Elle s'est plutôt façonnée à travers des intérêts de recherche diversifiés. D'une part, en physique, l'étude des mouvements de corps célestes ou non, et aussi, l'étude des forces appliquées sur un corps. Et, d'autre part, en mathématiques, les avancées des travaux en géométrie analytique s'appuyant sur des cadres algébrique et géométrique, le développement de la théorie des espaces vectoriels et enfin, des intérêts géométriques visant à représenter les quantités imaginaires. Ainsi, les avancées des travaux en mathématiques et en physique ne se sont pas faites en vase clos, mais doivent être considérées en tant que coévolution. Aujourd'hui encore, les vecteurs sont utilisés dans plusieurs disciplines. Ce qui amène au deuxième point important : il n'y a pas une seule et même définition de la notion de vecteur puisqu'elle est elle-même façonnée par les enjeux propres à chaque discipline. Et, troisièmement, la notation et les représentations des vecteurs ont elles aussi connu une longue évolution. Il n'existe pas une seule et même notation, ni même une seule représentation du vecteur dans le plan.

2.3 REGARD DIDACTIQUE ET MATHÉMATIQUE SUR LA NOTION DE VECTEUR

2.3.1 DÉFINITION DU VECTEUR ET SES SENS PARTICULIERS : LIBRE, LIÉ ET GLISSANT

Ce qui précède a permis de mettre en évidence différents sens du vecteur selon ses usages à travers différentes disciplines. La distinction de ceux-ci servira, on le verra, à porter un regard plus fin sur les énoncés des problèmes des manuels.

D'abord, on définit, de façon générale, la notion de vecteur comme suit : un vecteur est défini par sa norme, sa direction et son sens, ou de manière équivalente par deux ou trois composantes par rapport à une base ou un repère (Taillet, Febvre, Villain, 2009). On retient donc ici les trois éléments fondamentaux définissant le vecteur soient sa norme, sa direction et son sens. Noirot, Parisot et Brouillet (2004) s'intéressant à la modélisation de situations de la physique ajoutent ses précisions :

> L'espace G dans lequel nous vivons est un ensemble de points. Un couple (A,B) de points de l'espace G, pris dans cet ordre, est-ce que l'on appelle un bipoint dont A est l'origine et B l'extrémité. Par les deux points A et B passe une droite Δ que l'on appelle support du bipoint. La longueur du segment de droite AB est la norme du bipoint. (A,B) et (B,A) dont des bipoints de même norme, de même support et de sens opposés. Des bipoints dont les supports sont parallèles sont dits de même direction. On peut définir une relation d'équivalence entre bipoints, que l'on appelle équipollence : on dit que deux bipoints sont équipollents s'ils ont même direction, même sens, même norme. On appelle vecteur un objet caractérisé par ces trois grandeurs (p.2).

Prise dans son sens le plus strict, la définition proposée en caractères gras renvoie à la définition du vecteur dit libre. On peut donc considérer que tous les bipoints (terme issu de la physique) équipollents entre eux jouent des rôles identiques et que chacun de ces bipoints est un représentant d'un même vecteur. Pour mieux saisir le sens du vecteur dit libre, on le contrastera au vecteur dit lié, construction nécessaire pour mieux comprendre la modélisation de situations de la physique. Bittar (1999) souligne que dans leur introduction aux vecteurs, les notions de direction et de sens sont rarement distinguées des élèves puisque dans le langage courant, elles sont souvent confondues. L'auteure précise que les manuels scolaires ont cette tendance à croire que la signification de ces termes va de soi et on retrouve rarement des explications visant à bien les distinguer.

Dans son sens général, en physique[11], un vecteur est une flèche tracée dans l'espace ou le plan. Il est donc défini par sa norme, sa direction et son sens, ou de manière équivalente par deux ou trois composantes par rapport à une base ou un repère. En mécanique, on utilise souvent ce qu'on nomme des vecteurs liés, par exemple, pour représenter des forces exercées en un point particulier d'application (Taillet, Febre et Villain, 2009). Ainsi, si l'on réfère à ce qui a été exposé dans le précédent paragraphe, si on fixe une origine en plus de la norme, la direction et le sens du vecteur, cela revient à choisir un bipoint particulier pour représenter le vecteur. En physique, ce vecteur lié associé à un certain vecteur $\vec{V}$ est usuellement noté (A, $\vec{V}$) où A est l'origine spécifiée. Côté (2002), Lê Thi (1997) et Tanguay (2002) qui se sont intéressés à l'enseignement et l'apprentissage du vecteur à différents moments du cursus en mathématiques utilisent plus ou moins explicitement cette distinction pour mieux comprendre le cheminement d'un élève dans l'acquisition de la notion visée. Propre à la physique, lorsque l'on ne réfère pas à tous les représentants équipollents d'un vecteur, mais bien uniquement à ceux qui ont la même droite support et qui sont aussi, des vecteurs liés de par la prise en compte d'un certain point d'application, on parle plutôt de vecteur glissant ou de glisseur (Noirot, Parisot et Brouillet, 2004). Pour mieux illustrer ce type de vecteur, on pourrait penser à un objet glissant sur un plan incliné. L'étude des forces de frottement, ou encore, des composantes

[11] C'est aussi souvent le cas en mathématiques. Surtout, si on appréhende le vecteur dans un cadre géométrique. On reviendra sur les différents cadres ultérieurement.

de la force gravitationnelle sont des exemples pouvant être modélisés à l'aide de vecteurs glissants.

En résumé, on dira que tous les vecteurs, libre, lié ou glissant, sont définis par une norme, une direction et un sens. Ils se distinguent toutefois comme suit : un vecteur libre n'est pas défini par un point d'application. Comme le précise Tanguay (2002), on parle toujours de segment orienté, mais on réfère davantage à la classe d'équivalence des segments orientés, ou dit autrement, on réfère aux différents représentants d'un même vecteur. Un vecteur lié a un point d'application bien défini[12]. Un vecteur glissant a aussi un point d'application, mais ce dernier varie (se déplace) sur une droite qui est son support.

2.3.2 LE VECTEUR SOUS DIFFÉRENTS CADRES

Tel que démontré précédemment, la notion de vecteur est colorée par les usages qui en sont faits dans les différentes disciplines. Dans ses travaux en didactique des mathématiques, Douady (1992) a introduit l'idée d'explorer comment l'activité dans la classe pouvait faire résonance avec l'activité des mathématiciens[13]. Selon elle : «on peut construire effectivement des connaissances mathématiques en faisant jouer la dialectique outil-objet au sein de jeu de cadres appropriés, grâce à des problèmes répondant à certaines conditions» (1986, p.9). L'intérêt de la notion de «cadre» et de celle de «registre de représentation sémiotique» est de porter directement sur cette dynamique propre à l'activité mathématique, pour tenter de décrire avec précision les changements de direction de pensée qu'elle génère et pour en identifier les processus sous-jacents (Douady, 1992). Elle définit alors comme cadre, un ensemble de concepts susceptibles d'être organisés en une progression théorique, soit une branche des mathématiques, ou encore, de physique dans le

[12] On discutera au chapitre 3 du vecteur lié qui émerge de problèmes issus de contextes purement mathématiques.
[13] Dans le cadre de cette présente recherche, on ajoutera l'idée de prendre en compte les différents sens pris par le vecteur dans les travaux de physique.

cas qui nous intéresse. Douady poursuit en définissant un registre comme un système sémiotique producteur d'un type de représentations, et dont la production peut répondre à des fonctions cognitives différentes.

À partir de ce qu'a été dégagé plus tôt dans ce chapitre et à partir des travaux d'Affognon et ses collègues (2011) et de Dorier (1997, 2000), la notion de vecteur peut être appréhendée selon trois principaux cadres que sont les cadres physique, mathématique géométrique et mathématique algébrique (analytique).

Dans le cadre physique, le vecteur est principalement considéré comme segment orienté. On pourrait reprendre ici l'idée de vecteur lié ou de vecteur glissant, lesquels, on le rappelle, nécessitent une réflexion sur le point d'application où sont exercées les forces, ou encore, les autres vecteurs étudiés (vitesse, accélération par exemple). Dans ce cadre, l'intensité ou la norme du vecteur occupe une place prépondérante (Patonnier, 2004). Dans le cadre de ce mémoire, il a été choisi de référer au cadre dit «physique», lequel inclut des situations du champ de la cinématique (étude du mouvement des corps) et du champ de la dynamique (étude des forces exercées sur un corps).

Ba (2007) s'appuyant sur le travail de Gasser (1996) discute d'un aspect fort important lorsqu'il s'agit de reconnaître le potentiel de la notion de vecteur pour modéliser une situation de physique, mais aussi pour expliquer les difficultés que rencontre l'élève qui a d'abord approché la notion de vecteur en mathématique. De fait, contrairement, à ce que l'élève peut penser, le lieu défini par la trajectoire d'un objet se déplaçant au fil du temps n'a pas nécessairement à être une droite. Il prend alors l'exemple du déplacement de la nacelle d'une roue de fête foraine. Bien que visuellement, la trajectoire de la nacelle puisse faire penser à une rotation. Pour un intervalle de temps *t*, la comparaison de la position de la nacelle à un instant puis à un autre est plutôt décrite par ce qu'en physique on nomme «mouvement de translation». La nacelle restant toujours parallèle à elle-même à différents instants comparés. Ba (2007) ajoute que, pour l'élève, les liens entre la translation qu'il a appris à connaître en mathématique et le mouvement de translation qu'il s'approprie en physique ne sont pas si évidents. Il explique :

S est animé d'un mouvement de translation si et seulement si : Pour tous points A et B de S, et tous instants t et t' : $[A(t)B(t)] \parallel [A(t')B(t')]$ (Ba, 2007, p.19).

Dans un cadre géométrique, le vecteur est souvent nommé «vecteur géométrique». On mise davantage sur sa représentation dans le plan ou dans l'espace (Dorier, 1997). Il est défini de façon géométrique par trois caractéristiques (longueur, direction et sens). Et, pour dépasser la signification d'un vecteur représenté dans le plan qui peut être considéré par certains élèves comme étant limité aux points de départ et d'arrivée fixés dans le plan, on espère alors un travail de l'enseignant ou des manuels qui encouragera davantage la réflexion sur la classe d'équivalence de représentants de vecteurs, représentants équipollents. Dorier (2000) précise que le vecteur géométrique a été défini pour pallier le saut entre le vecteur physique et le vecteur algébrique. Le cadre géométrique étant plus particulièrement exploité lors de l'introduction du vecteur, notamment dans l'étude de la translation.

Dans un cadre algébrique, on considère alors davantage le vecteur comme élément d'un espace vectoriel. Le vecteur géométrique est alors modélisé algébriquement. Le vecteur algébrique renvoie aux vecteurs définis par leurs composantes selon un repère (exemple, le plan cartésien).

Dans le plan, le vecteur algébrique est en fait un couple de nombres (v_1, v_2). Il s'agit du vecteur géométrique dont l'origine se confond avec l'origine du plan et dont l'extrémité est le point (v_1, v_2). Côté (2002) et Tanguay (2002) ajoutent que les composantes représentent les accroissements selon les dimensions respectives horizontale et verticale.

> La situation « déplacements dans le plan cartésien » conduit, à travers la notion d'accroissement, au vecteur numérique. Les problèmes de construction géométrique deviennent des problèmes de calculs. Le vecteur se libère de sa représentation géométrique pour devenir un objet mathématique pouvant être représenté géométriquement ou numériquement, sa représentation numérique ne réfère à aucun point du plan (Côté, 2002, p.30).

De cette façon, même si on a un vecteur qui est représenté dans le plan cartésien (vecteur géométrique), Côté (2002) parle de vecteur numérique lorsqu'il a traitement du vecteur représenté dans un cadre géométrique à partir de ses composantes. Il parle aussi de cadre analytique, lorsqu'il s'agit de calculer la distance entre deux points définissant le vecteur. D'autres (De Vleeschouwer et Lebaud, 2015) parlent plutôt de cadre algébrique/calculatoire pour référer aux possibles opérations que l'on peut appliquer sur les composantes du vecteur qui est représenté dans le plan.

Dans le cadre de ce mémoire, on définira de vecteur algébrique, lorsqu'il y a travail à partir des composantes du vecteur et que son origine n'importe peu. On pourra le noter par exemple $\overrightarrow{AB} = $ (a,b) où *a* représente son accroissement horizontal et *b* représente son accroissement vertical. Un vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, étant ainsi définit comme suit :

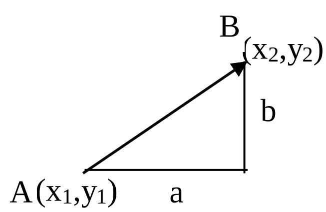


Figure 1: Représentation des composantes d'un vecteur AB

L'accroissement selon l'axe des abscisses est défini ici par *a* et se calcule donc x_2-x_1 et l'accroissement selon l'axe des ordonnées est défini par *b* et se calcule donc y_2-y_1. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ peut ainsi se caractériser sous la forme de composantes. De cette manière, les informations sur l'orientation sont rendues apparentes par le signe + ou – des composantes a et b et sur la grandeur du vecteur en faisant appel à la relation de Pythagore entre a et b pour trouver la longueur du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Plus précisément, un nombre peut représenter un point sur un axe, mais aussi un déplacement à partir d'un point et que si ce nombre est positif, il s'agit d'un déplacement dans le sens de l'axe (vers la droite ou vers le haut) et l'inverse s'il est négatif (Côté, 2002, p.30).

Tanguay (2002) s'appuie sur la présentation d'un vecteur par ses composantes pour initier l'importance de considérer les différents représentants d'un même vecteur. Il précise alors qu'un certain vecteur est un représentant d'un autre vecteur s'il a les mêmes composantes (un déplacement équivalent) (p.42). De cette façon, il est donc possible de reconnaître des vecteurs opposés : ils $\overrightarrow{CD}$ ont les mêmes composantes, mais de signes opposés par exemple $\overrightarrow{AB}$ = (4,5) est opposé à = (-4,-5). En suivant un raisonnement semblable, on dira que deux vecteurs sont colinéaires si le rapport entre les composantes est le même, par exemple, $\overrightarrow{AB}$ = (2,4) et $\overrightarrow{CD}$ = (3,6) sont colinéaires, car 4÷2 = 6÷3 = 2. Ce raisonnement est basé sur la pente d'une droite. Deux droites sont parallèles si elles ont le même taux de variation. En ce qui concerne la relation entre deux vecteurs orthogonaux, nous y reviendrons plus loin dans la démonstration du produit scalaire.

2.3.3 LE VECTEUR ET SES DIFFÉRENTES REPRÉSENTATIONS

L'exposition tout juste réalisée des différents cadres s'est elle-même appuyée sur différents registres sémiotiques du vecteur qu'il convient maintenant de traiter. Chacun de ces registres rend explicites certaines propriétés du vecteur qui sont plus opaques dans un autre. Dans sa thèse, Bittar (1998) discute de quatre types de représentations sémiotiques dans le cas des vecteurs :

- le registre de l'écriture symbolique vectorielle avec, par exemple, les notations $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$;

- le registre de la langue naturelle ;
- le registre graphique où l'on réfère au vecteur représenté par une flèche dans le plan ou par un segment fléché sur un parallélogramme ;
- le registre géométrique numérique renvoie à la notation du vecteur selon ses coordonnées$\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ ou (2,5).

Dans le cadre de ce mémoire, comme les coordonnées du vecteur sont en fait ses composantes, il a été choisi de reformuler ce que Bittar nomme «registre géométrique numérique» ou que d'autres (par exemple Najar, 2006) nomment plutôt «registre analytique» par «registre algébrique». On pourrait aussi ajouter à ces notations, celle de la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$, soit sa longueur qui aussi exprimée comme suit $\overline{\|AB\|}$.

La présentation du vecteur en langage naturel incite à quelques précisions qui seront utiles lors de l'étude des manuels. De fait, dans la mesure où l'on préconise l'apprentissage du vecteur dit libre, on mettra l'accent sur les différents représentants d'un même vecteur. Tanguay (2002) mentionne alors que deux représentants de vecteurs sont dits équipollents s'ils représentent le même vecteur. Dans les verbalisations à éviter, il recommande de ne pas parler de « vecteurs équipollents ». De même, deux vecteurs seront dits colinéaires si leurs représentants sont parallèles ou alignés et, on évitera de parler de « vecteurs parallèles». Enfin, on dira que deux vecteurs sont dits orthogonaux quand les droites qui supportent leurs représentants sont perpendiculaires et suivant cette même logique, on ne parlera pas de « vecteurs orthogonaux ». Il s'agit donc de représentants de vecteurs qui sont en relation et non un nouveau vecteur sous un nouveau nom.

Si l'on revient sur l'équipollence entre les représentants d'un vecteur, Côté (2002) rappelle la pertinence de s'appuyer sur la méthode du parallélogramme. Les vecteurs qui représentent les côtés du parallélogramme sont équipollents : « Ainsi, une flèche devient le représentant de l'ensemble des flèches ayant même longueur, même direction et même sens, et n'importe lequel de ces représentants détermine la même translation » (p.25). En fait, il part du déplacement dans le plan pour la construction du vecteur. Il questionne sur « comment déplacer des points de la même façon [plus précisément] étant donné les points

A et B, comment faire à partir de n'importe quel point P du plan le même déplacement que celui qui conduit de A à B » (p.25). On a le parallélogramme ABCD suivant :

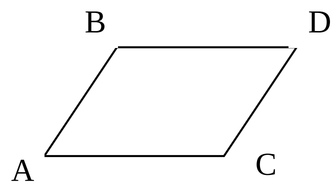


Figure 2: Parallélogramme ABCD

Deux segments orientés $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont équipollents (équivalents, égaux) lorsque $\overline{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ se coupent en leur milieu (basé sur la définition d'un parallélogramme). Un vecteur est donc une classe de segments orientés équipollents (p.28). Pour sa part, Tanguay (2002) met un bémol à cette définition, car selon lui, l'élève : « n'est ainsi porté à envisager l'équipollence qu'entre paires de représentants, sans que l'appréhension de la classe d'équipollence dans sa globalité ne soit sollicitée » (p.40). De plus, Côté (2002) ajoute que si on a :

> A…………………P…………………B où P est le point milieu de $\overline{AB}$. Nous avons donc le cas où A, B et P sont alignés. Alors, $\overline{AP}$ *et* $\overline{PB}$ sont égaux, car P est le point milieu de $\overline{AB}$ (p.27).

Par contre, tant Côté (2002) que Tanguay (2002) demeurent muets sur les stratégies d'enseignement à privilégier pour discuter des autres relations entre les vecteurs.

2.3.4 OPÉRATIONS SUR LES VECTEURS

Au secondaire, l'élève doit se familiariser avec différentes opérations sur les vecteurs appliquées tant dans un cadre géométrique qu'algébrique. Il est important de rappeler ici que le cœur de ce mémoire porte sur l'introduction de la notion de vecteur par une étude comparative des significations qu'elle prend à travers l'étude de manuels de mathématique et de sciences de 5^{e} secondaire. S'il est vrai qu'apprendre à opérer sur les vecteurs fait aussi partie des apprentissages visés en 5^{e} secondaire, ce mémoire met tout de même l'emphase sur ce qui précède. Compte tenu de cela, bien que différents travaux en mathématiques ou même en sciences aient permis de traiter des origines des opérations sur les vecteurs, la présente section se limite plutôt à traiter des opérations que l'on retrouvera probablement dans les manuels à l'étude, d'abord sous un cadre géométrique, puis le cadre algébrique. Différents travaux en didactique des mathématiques et en sciences permettront de faire ressortir quelques recommandations.

2.3.4.1. Opérations sur les vecteurs dans un cadre géométrique

2.3.4.1.1 L'addition de vecteur

A priori, pour définir l'addition de vecteurs, il faut que la notion d'équipollence entre différents représentants d'un vecteur soit acquise, car géométriquement, l'application de l'addition vectorielle oblige à travailler avec des vecteurs de même origine (méthode du parallélogramme) ou à les placer bout à bout (méthode du triangle). En physique, la méthode du parallélogramme est aussi connue sous le nom de parallélogramme des forces ou des vitesses.

Côté (2002) précise que le développement naturel de l'étude des translations peut amener à la situation de «composition de deux translations» qui elle-même conduit à définir et à étudier une «opération» sur les vecteurs. Il ajoute qu'il ne faut cependant pas négliger le saut épistémologique qu'est le passage de la recherche du vecteur correspondant à la composition de deux translations, à la constitution d'une opération d'«addition» sur les vecteurs.

Soit l'addition des vecteurs $\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{CD}$.

Figure 3: Représentations de vecteurs AB et CD

Par définition, la somme géométrique de ces deux vecteurs est le vecteur $\overrightarrow{AD}$.

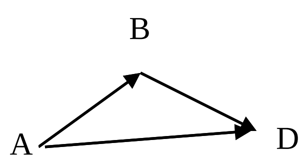


Figure 4: Représentation du vecteur somme AD

Le vecteur $\overrightarrow{BD}$ étant le représentant du vecteur $\overrightarrow{CD}$. La méthode du triangle permet donc de joindre bout à bout les deux vecteurs que l'on souhaite additionner et le vecteur *somme*, ou vecteur dit *résultant*, est représenté par la flèche qui relie l'origine du premier vecteur à l'extrémité du second vecteur. On a donc que $\overline{AB} + \overline{BD} = \overline{AD}$.

Il est aussi possible de considérer l'addition de vecteurs en cherchant les représentants respectifs de chaque vecteur qui auront une même origine. Supposons ici A comme origine. On construit alors le représentant du vecteur $\overrightarrow{CD}$ ayant pour origine A, on obtient alors le représentant $\overrightarrow{AD'}$. En utilisant un raisonnement semblable à la méthode du triangle, il est possible de construire un second représentant du vecteur $\overrightarrow{CD}$ ayant cette fois pour origine B. La somme est alors la diagonale $\overrightarrow{AE}$ du parallélogramme ainsi obtenue.

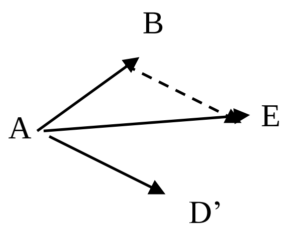


Figure 5:Représentations des vecteurs AB, AE et AD' de même origine

La méthode du parallélogramme est une belle occasion de traiter de la commutativité de l’addition des vecteurs. On reprendra ici le travail de Côté (2002) qui en traite.

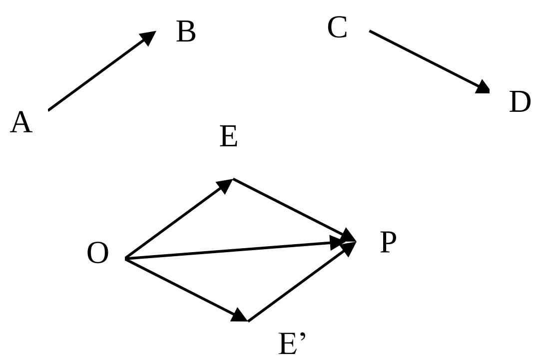


Figure 6: Représentation de la propriété de la commutativité de l'addition des vecteurs par la méthode du parallélogramme

Il est possible, de constater que $\overrightarrow{OE}$ est le représentant de $\overrightarrow{AB}$ et que $\overrightarrow{EP}$ est le représentant de $\overrightarrow{CD}$. De plus, il est aussi possible de constater que $\overrightarrow{EP}$ est le représentant de $\overrightarrow{OE}$' et que $\overrightarrow{OE}$ est le représentant du vecteur $\overrightarrow{E'P}$. Comme on a que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OE}$ et que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EP}$, si $\overrightarrow{OE'} = \overrightarrow{EP}$ alors $\overrightarrow{E'P} = \overrightarrow{OE}$car OEPE’ est un parallélogramme. Donc, si $\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EP} = \overrightarrow{OE'} + \overrightarrow{E'P} = \overrightarrow{OP}$ alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$ d’où la propriété de commutativité dans l’addition de vecteurs (p.32).

L'auteur poursuit en démontrant, par la méthode du bout à bout, que l'addition de vecteurs peut aussi être associative. Il part des vecteurs suivants :

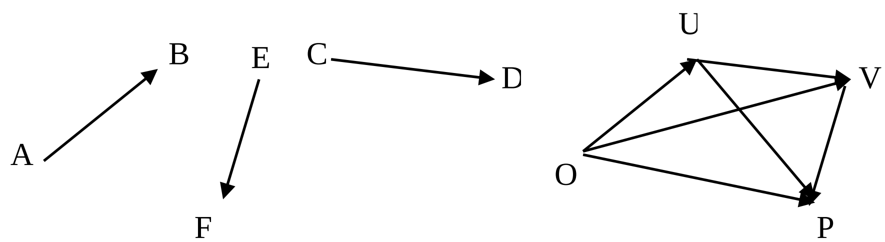


Figure 7: Représentation de la propriété de l'associativité par la méthode du bout à bout

Et montre, comme plusieurs autres mathématiciens l'on déjà fait, que $\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}) = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{EF}$. On a que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OU}$, $\overrightarrow{UV} = \overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{VP} = \overrightarrow{EF}$. Il suffit de placer bout à bout les représentants de ces vecteurs pour trouver le vecteur résultant. Pour l'utilité de la démonstration, on ajoute les vecteurs $\overrightarrow{UP}$ *et* $\overrightarrow{OP}$. Donc, on peut écrire ce principe d'addition de vecteurs comme $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ tel que démontré précédemment à l'aide de la méthode du triangle. À l'aide de cette relation, on en déduit que

$$\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}) = \overrightarrow{OU} + (\overrightarrow{UV} + \overrightarrow{VP}) = \overrightarrow{OU} + \overrightarrow{UP} = \overrightarrow{OP} \text{ et que}$$

$$(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{EF} = (\overrightarrow{OU} + \overrightarrow{UV}) + \overrightarrow{VP} = \overrightarrow{OV} + \overrightarrow{VP} = \overrightarrow{OP}$$

L'addition de vecteurs est donc associative (p.32).

Par ces deux démonstrations qui peuvent être présentées aux élèves de cette façon, on peut aussi s'appuyer sur la loi de Chasles qui est basée sur les vecteurs placés bout à bout comme il vient d'être démontré.

Pour cette étude, il faudra vérifier si les manuels présentent ces deux propriétés dans l'addition de vecteurs et s'ils le font selon une méthode géométrique *a priori* c'est-à-dire par la méthode du parallélogramme. L'on portera une attention particulière à la place possible faite à la loi de Chasles qui peut aussi être présentée à partir de ces démonstrations.

2.3.4.1.2. Le vecteur nul

Ces deux démonstrations dirigent maintenant sur ce qui se passe dans le cas de l'addition de deux vecteurs opposés. Comme Tanguay (2002) ne fait pas mention de cette particularité dans l'addition, nous avons retenu quelques propos de Côté (2002) et Lê Thi (1997). D'abord, selon Côté (2002), géométriquement, additionner deux vecteurs opposés renvoie au point de départ. Comme on a que la somme de deux vecteurs donne un vecteur, on peut donc en conclure que d'additionner deux vecteurs opposés donne le vecteur *nul* c'est-à-dire un vecteur « dont la longueur est nulle et dont la direction et le sens sont indéterminés » (p.32).

De son côté, Lê Thi (1997) discute de la non-pertinence de démontrer géométriquement le vecteur nul, car « il n'a pas de direction » (p.32) et que la longueur nulle est « difficile à concevoir » (p.32). Plus précisément : « Si A et B sont confondus, $\overrightarrow{AB}$et $\overrightarrow{BA}$ sont identiques. Dans ce cas, ce vecteur est appelé vecteur nul » (p.32). Tel qu'expliqué précédemment, l'addition de deux vecteurs donne un vecteur. Ainsi, l'addition de deux vecteurs opposés donne le vecteur *nul* et non le scalaire 0. On recommande deux aspects : que la notion de représentants de vecteurs soit acquise, car les élèves pourraient croire « qu'il y a autant de vecteurs nuls que de points dans le plan » et donc, « d'aborder le vecteur nul lorsque les élèves seront en mesure de travailler avec des vecteurs algébriques » (p.32).

À la lumière de ces démonstrations, il sera donc essentiel de vérifier si les manuels font mention du vecteur *nul*. Et si tel est le cas, on portera une attention particulière à leur manière de faire. De plus, selon les chercheurs, on peut affirmer que la notion de vecteur opposé doit être acquise avant de présenter l'addition de deux vecteurs opposés.

2.3.4.1.3. La soustraction de deux vecteurs

Par définition, l'opération de la soustraction est d'additionner l'opposé du nombre. Lê Thi (1997) et Côté (2002) vont dans le même sens en donnant comme définition de la soustraction de vecteurs qu'il s'agit d'additionner au premier le vecteur opposé du second. Côté (2002) propose une démonstration géométrique de cette définition. Par la méthode du bout à bout utilisée pour démontrer l'addition, l'auteur part de la figure ci-dessous:

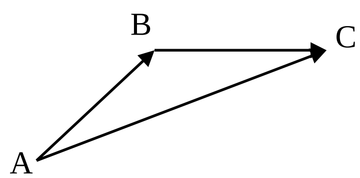


Figure 8: Représentation de la soustraction par l'addition du vecteur opposé

Tel que démontré pour l'addition et en posant que la soustraction revient à l'addition de l'opposé du second vecteur, on a que

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}\ d'où\ \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\ (p.33)$$

La commutativité peut aussi s'appliquer en prenant soin de faire suivre le signe à la notation du vecteur. Comme la soustraction peut être exprimée sous la forme d'une addition, l'associativité s'applique également.

Aux fins d'analyse des manuels, on vérifiera si les manuels présentent la soustraction de vecteurs comme l'addition du vecteur opposé, et ce, selon une méthode géométrique *a priori* (méthode du bout à bout). Il faut noter que les élèves doivent savoir reconnaître un vecteur opposé. Il faut encore ici amener les élèves à travailler avec des vecteurs libres. Il sera important de rendre compte de la possible prise en compte des propriétés présentées pour l'addition.

2.3.4.1.4. La multiplication d'un vecteur par un scalaire

Que se passe-t-il maintenant dans le cas d'une addition successive de représentants d'un même vecteur? Lê Thi (1997) et Tanguay (2002) effleurent dans leurs travaux la multiplication d'un vecteur par un scalaire dont le résultat est un vecteur. Côté (2002), tout comme pour l'addition de vecteurs, suggère d'en faire la démonstration de façon géométrique préalablement, c'est-à-dire à l'aide de la méthode du triangle. En considérant les deux vecteurs suivants, placés bout à bout

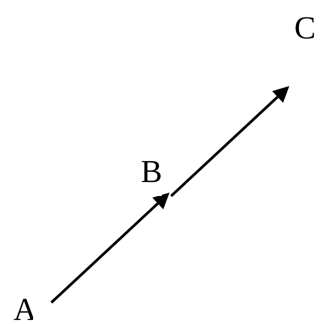


Figure 9: Représentation de la multiplication d'un vecteur par un scalaire

On a que $\overrightarrow{BC}$ est un représentant de $\overrightarrow{AB}$: « on constate que la somme est un vecteur de même direction et de même sens que le vecteur de départ et que sa longueur en est le double » (p.33). En les plaçant bout à bout, on a que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AB}$. Ainsi, l'addition répétée est en fait le produit d'un nombre et d'un vecteur dont le résultat est un vecteur. Il est donc possible de faire cette addition répétée autant de fois en plaçant les vecteurs bout à bout. En posant k comme le nombre de fois où nous en appliquons l'addition, il est possible de généraliser par k $\overrightarrow{AB}$. La notion de colinéarité est donc préalable, car on obtient un vecteur de même sens et de même direction tel que démontré.

Par cette démonstration, il va d'emblée de se questionner sur le résultat si k < 0, si 0 < k < 1 ou si k = 0. D'abord, comme la notion de vecteur opposé est un préalable, les élèves connaissent que - $\overrightarrow{AB}$ (ou $\overrightarrow{BA}$) est l'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$. Si on a 2 $\overrightarrow{AB}$ comme la démonstration précédente, nous obtenons un vecteur dont la longueur est le double. Par contre, si on a -2 $\overrightarrow{AB}$, nous obtenons donc un vecteur dont la longueur est le double, mais de sens opposé dû au signe négatif. Si on a 0,5 $\overrightarrow{AB}$, la direction et le sens ne changent pas. Seule la norme, soit la longueur du vecteur est réduite de moitié. Pour terminer, si k = 0, nous obtenons le vecteur nul.

Les propriétés mathématiques qui s'appliquent à la multiplication d'un vecteur par un scalaire sont l'associativité et la distributivité. Pour l'associativité, un élève dont la multiplication d'un vecteur par un scalaire est bien ancrée sera en mesure de comprendre que k(r$\overrightarrow{AB}$) $= (kr)\overrightarrow{AB}$ où k et r sont des scalaires. Ainsi, les mêmes propriétés s'appliquent pour k et r nul (on obtient le vecteur nul), k et/ou r est un nombre réel n où 0 < n < 1 (seulement la grandeur du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est diminuée) et le cas où k ou r est négatif (on obtient le vecteur opposé). Par contre, si k et r sont négatifs : on obtient le même vecteur que l'exemple de départ présenté ci-haut, car la multiplication de deux nombres réels négatifs résulte un nombre positif. Toutes ces affirmations pourraient aussi être démontrées géométriquement par la méthode du triangle.

Pour la distributivité de la multiplication d'un scalaire sur la somme de vecteurs, Lê Thi (1997) propose une démonstration géométrique qui est accessible à des élèves de 5^{e} secondaire. On part de l'illustration suivante :

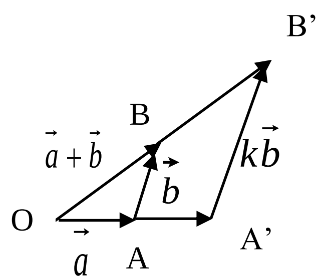


Figure 10: Démonstration géométrique de la multiplication d'un vecteur par un scalaire
*Lê Thi, 1997.

On a donc ici que le vecteur $\overrightarrow{OA}$ est appelé $\vec{a}$ et que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est appelé $\vec{b}$. Ainsi, par la méthode du bout à bout, on a que $\overrightarrow{OB} = \vec{a}+\vec{b}$. De plus, on a formé le vecteur $\overrightarrow{AA'}$ colinéaire au vecteur $\overrightarrow{OA}$. Donc $\overrightarrow{OA'} = k\overrightarrow{OA} = k\vec{a}$. On a, de la même façon, formé le vecteur $\overrightarrow{BB'}$ colinéaire au vecteur $\overrightarrow{OB}$. Donc $\overrightarrow{OB'} = k\overrightarrow{OB} = k(\vec{a} + \vec{b})$. Selon la figure, il est possible de constater que le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{A'B'}$. Il existe donc un scalaire k qui les unit de façon à ce que $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{AB} = k\vec{b}$. On obtient que $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{OB'}$. Donc, par ses équivalents, on a donc que $k\vec{a} + k\vec{b} = k(\vec{a} + \vec{b})$ (p.41).

Cette démonstration géométrique de Lê Thi s'appuie sur la colinéarité des vecteurs et au moment de se tourner vers l'étude des manuels, on pourra alors considérer la prise en compte de ces préalables lors de la présentation possible d'une démonstration de la distributivité de la multiplication d'un scalaire sur la somme de vecteurs. Plus globalement, l'attention portera sur la manière dont cette propriété est introduite aux élèves.

2.3.4.1.5. Le produit scalaire de deux vecteurs

Le produit scalaire de deux vecteurs est noté $\vec{a} \bullet \vec{b}$. Le produit scalaire, noté par •, ne doit pas être confondu avec le produit vectoriel qui est plutôt symbolisé par une croix (×). On le lira comme : «le produit scalaire de $\vec{a}$ et de $\vec{b}$, ou encore, $\vec{a}$ point $\vec{b}$.» Il est défini par l'égalité suivante : $\vec{a} \bullet \vec{b} = \|\vec{a}\|\|\vec{b}\| cos\theta$ *où* θ est l'angle entre les vecteurs. Il s'agit en fait du produit de la norme de la projection orthogonale, sur le vecteur $\vec{b}$, d'un représentant du vecteur $\vec{a}$ qui aurait même origine que le vecteur $\vec{b}$. La recherche du produit scalaire permet d'évaluer l'orthogonalité de deux vecteurs. Ainsi, lorsque les deux vecteurs impliqués ne sont pas nuls et que le produit est égal à zéro, ces vecteurs seront perpendiculaires.

Comme démonstration géométrique, Côté (2002) pose $\vec{u} = \overrightarrow{ou}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{ov}$, deux vecteurs perpendiculaires de même origine, selon la figure suivante :

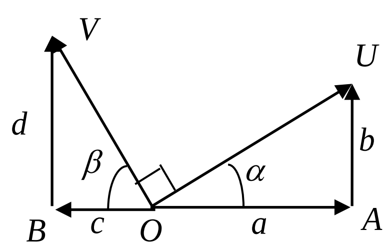


Figure 11: Démonstration géométrique du produit scalaire de deux vecteurs
*Côté, 2002

Par cette figure, nous obtenons deux triangles rectangles semblables car $\frac{|b|}{|c|} = \frac{|a|}{|d|}$.

Comme $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont perpendiculaires alors α +β = 90°. De plus, comme l'explique l'auteur, les quantités a, b, c et d correspondent aux composantes des vecteurs c'est-à-dire qu'elles renvoient à des déplacements dans le plan (p.36). Il faut donc tenir compte des signes. Par cela, on a que ac + bd = 0. Est-ce toujours ainsi ? Dans le cas de deux vecteurs perpendiculaires oui, mais que se passe-t-il avec deux vecteurs dont l'angle entre ceux-ci est différent de 90° ? Le produit scalaire nous servira donc à trouver l'angle entre deux vecteurs lorsque celui-ci est ϵ [0,180]°. Voici ce que nous retenons de la démonstration de Côté (2002) à partir de la figure suivante[14] :

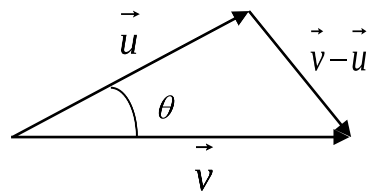


Figure 12: Représentation de l'angle entre deux vecteurs
*Côté, 2002

À l'aide de la loi des cosinus, on peut déduire que :

Cos θ = $\dfrac{\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{v}-\vec{u}\|^2}{2\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|}$ où $\|\vec{u}\|$ est la norme de $\vec{u}$ c'est-à-dire la longueur correspondante au vecteur $\vec{u}$. En connaissant la valeur des composantes de $\vec{u}$ et $\vec{v}$, l'équation devient donc

$$\text{Cos } \Theta = \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - (c-a)^2 - (d-b)^2}{2\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{c^2+d^2}} = \frac{ac+bd}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{c^2+d^2}}$$

Par cette relation, il est possible de déduire que si Θ = 90°, alors cos Θ = 0 et comme les vecteurs sont non nuls, que le dénominateur est non nul alors nécessairement on a que ac + bd = 0. De plus, si Θ = 0 ou 180° alors cos θ = 1 ou -1 donc ac + bd = $\pm\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{c^2+d^2}$ donc $(ad - bc)^2 = 0$ et ainsi ad – bc = 0 (p. 37).

[14] Selon Côté (2002) : « deux vecteurs de même origine déterminent un triangle (pouvant être aplati) dont le troisième côté correspond vectoriellement à la différence des deux premiers » (p.36).

Nous pouvons donc généraliser le produit scalaire comme suit :

$\vec{u} \cdot \vec{v} = ac + bd = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos\theta$ ce qui nous permet de trouver l'angle entre deux vecteurs, peu importe la valeur de celui-ci.

L'enseignement du produit scalaire de vecteurs conduit à la proposition de différentes tâches que l'on pourrait s'attendre à retrouver dans les manuels. Parmi celles-ci, Matheron (2015) note la démonstration que deux directions sont perpendiculaires, la recherche d'un angle (via son cosinus) défini entre deux vecteurs, ou encore, la recherche de longueurs dans des situations pouvant être modélisées à l'aide de vecteurs.

En sciences, le produit scalaire est fort utile en 5e secondaire pour le calcul du travail effectué par une force appliquée pour déplacer un objet. Le travail est le produit scalaire du vecteur force par le vecteur déplacement (Claessens et Richard 2011). C'est en fait, l'énergie qu'un objet gagne sous l'action d'une force. Claessens et Richard (2011, p.188) exprime bien cette idée lorsqu'il s'agit d'étudier le déplacement d'objets : «Lorsqu'une force déplace son point d'application, on dit qu'elle travaille. Ce travail est l'énergie que la force fait gagner à l'objet sur lequel elle s'applique».

Barachet, Le Quang et Noirfalise (2015) qui ont eux-mêmes développé une séquence d'enseignement du produit scalaire en mathématiques rappellent que ce dernier devrait être le fruit d'une démarche d'investigation sous la direction de l'enseignant qui, par un jeu de questions, guide les élèves sans leur fournir la solution ni chercher à briser la dynamique de l'étude. Sans se limiter au cas du produit scalaire de vecteurs, leur propos doit résonner dans l'étude faite des manuels pour ainsi rendre compte du potentiel d'engagement des activités proposées chez les élèves.

2.3.4.2. Opérations sur les vecteurs dans un cadre algébrique

2.3.4.2.1. L'addition de vecteurs

Même si on passe aux vecteurs algébriques, la notion de flèches équipollentes est toujours de mise. Les élèves passent à une visualisation mentale de la situation au regard des composantes. Pour l'addition de vecteurs, Côté (2002) la présente comme un déplacement total donc en faisant une addition indépendante de composantes selon les deux axes, par exemple, si on a $\overrightarrow{AB}$ = (a,b) et $\overrightarrow{CD}$ = (c,d) alors $\overrightarrow{AB}$ + $\overrightarrow{CD}$ = (a+c, b+d).

Si ce raisonnement s'exprime sur des inconnues que sont les composantes *a, b, c* et *d,* il ne faut pas négliger la possible compréhension de nature procédurale que pourra exprimer l'élève. En supposant des vecteurs déjà exprimés à l'aide de leurs composantes, l'élève pourra opérer sur ces valeurs sans nécessairement comprendre le potentiel réinvestissement de cette procédure dans différentes situations et plus globalement, l'interpréter sous la lunette de vecteurs qui devraient être considérés comme étant libres. Comme l'a exprimé Côté (2002), l'élève peut facilement passer du cadre algébrique au numérique.

Si l'on poursuit avec la soustraction de vecteurs exprimés à l'aide de leurs composantes, la différence entre deux vecteurs revient à additionner le vecteur opposé du second vecteur. Par exemple, si on a $\overrightarrow{AB}$ = (a,b) et $\overrightarrow{CD}$ = (c,d) alors $\overrightarrow{AB}$ - $\overrightarrow{CD}$ = (a+ -c, b+ -d) = (a-c, b-d). Et, si l'on obtient comme vecteur résultant un vecteur dont les composantes sont (0,0), il s'agit donc du vecteur nul.

Ce qui précède met en lumière l'importance que l'addition et la soustraction de vecteurs est d'abord été introduite dans un cadre géométrique, avec un travail préalable favorisant l'apprentissage du vecteur considéré comme étant libre afin que l'élève puisse transposer le tout dans un cadre algébrique s'appuyant sur les composantes des vecteurs qui ne se limitera pas à opérer sur des valeurs numériques. On espère alors éviter de perdre de vue la considération des procédures en tant que règles permettant d'exprimer une relation de covariation entre les composantes impliquées dans la sommation et les composantes du vecteur résultant.

2.3.4.2.2. Multiplication d'un vecteur par un scalaire

Le produit d'un vecteur par un scalaire est en fait la multiplication des composantes par un certain scalaire k pour obtenir le nouveau vecteur. On appellera ainsi tous les vecteurs de même direction, des vecteurs colinéaires tels qu'expliqués précédemment. Côté (2002) clarifie cette idée comme suit : « tous les vecteurs de même direction que (a,b) sont de la forme (ka, kb), que l'on peut noter k(a,b) où k est n'importe quel réel non nul » (Côté, 2002, p.34). Lorsque $k=0$, on obtient le vecteur nul. Si $0 < k < 1$, on obtient un vecteur dont la grandeur est plus petite que le vecteur initial. Pour terminer, si $k < 0$, on obtient donc un vecteur opposé au vecteur initial. Ces différents cas peuvent être démontrés par des exemples dans le plan cartésien.

Cette section mène aux propriétés de la multiplication d'un vecteur par un scalaire, exprimées dans un cadre algébrique. Lesquelles sont résumées dans le tableau ci-bas :

Tableau 1: Propriétés de la multiplication d'un vecteur par un scalaire

Propriétés mathématiques	Démonstration
Associativité	k(r(a,b)) = k(ra,rb) =(kra, krb) et que (kr) (a,b) = (kra, krb)
Distributivité de l'addition ou la soustraction	(k+r) (a,b)= k(a,b)+r(a,b)=(ka, kb) + (ra, rb) = (ka+ra, kb+rb) et que k((a,b)+(c,d)) =k(a+c, b+d)= (k(a+c), k(b+d)).

2.3.4.2.3 Produit scalaire de deux vecteurs

Si l'on s'appuie sur les composantes cartésiennes des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont respectivement (a,b) et (c,d), alors $\vec{u} \bullet \vec{v}$ = ac+bd. Ainsi, en passant d'un cadre géométrique au cadre algébrique (analytique), on obtient l'égalité suivante : $\vec{u} \cdot \vec{v} = ac + bd = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos\theta$. Laquelle permet de trouver l'angle entre deux vecteurs. Si on suppose les vecteurs $\vec{u} = (a, b)$, $\vec{v} = (c, d)$ et $\vec{w} = (e, f)$, voici un tableau qui résume les différentes propriétés mathématiques du produit scalaire lorsque les vecteurs sont exprimés à l'aide de leurs composantes.

Tableau 2: Propriétés du produit scalaire

Propriétés mathématiques	**Démonstration**
Commutativité	$\vec{u} \cdot \vec{v} = ac + bd$ $\vec{v} \cdot \vec{u} = ca + db$
Distributivité	$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = (a, b) \cdot (c + e, d + f) = a(c + e) + b(d + f) = ac + ae + bd + bf$ Et que $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w} = (ac + bd) + (ae + bf) = ac + bd + ae + bf$

L'étude des manuels permettra d'analyser la manière dont les manuels introduisent le produit scalaire. Ce dernier est-il considéré comme une donnée qui est alors présentée explicitement ou est-il plutôt la finalité d'une activité d'apprentissage ? On portera aussi notre attention à la possible présence d'une démonstration de la relation. Dans l'affirmative, il sera pertinent d'évaluer le ou les cadres impliqués. Rappelons que dans une séquence d'enseignement, il a été recommandé que le produit scalaire dans un cadre algébrique soit présenté en dernier lieu.

2.3.5 CONCLUSION DU REGARD MATHÉMATIQUE ET DIDACTIQUE PORTÉ AU VECTEUR ET SUR LES OPÉRATIONS

La présente section a permis de dégager une définition du vecteur mettant en évidence les trois composantes importantes à considérer que sont la norme, la direction et le sens. Les différentes significations du vecteur (lié, libre et glissant) ainsi que ses différentes représentations ont été dégagées en prenant en considération les différents cadres (géométrique, physique et algébrique/analytique) qui devraient colorer les activités et problèmes que l'on retrouvera dans les manuels. Les différents sens du vecteur ont conduit des chercheurs (Côté, 2002 ; Tanguay, 2002 ; Lê Thi, 1997) à préconiser une séquence d'enseignement où il aura d'abord un travail dans un cadre géométrique à partir de vecteurs liés. Ce n'est qu'une fois la notion d'équipollence de différents représentants d'un même vecteur bien ancrée que l'on favorisera l'apprentissage du vecteur libre, lequel est nécessaire pour ainsi mieux saisir les situations issues du cadre algébrique. L'attention accordée au cadre physique (situations issues de la cinématique ou de la dynamique des corps) a conduit à une clarification importante de Ba (2007) sur la nécessité de bien distinguer la translation mathématique et le mouvement de translation.

Une étude des opérations traitées en 5^{e} secondaire sous les cadres géométriques et algébriques a permis de faire ressortir différentes méthodes qui pourraient apparaître dans l'étude des manuels. Il sera particulièrement intéressant de porter une attention particulière à la manière dont ces opérations sont introduites afin, comme le rappellent Barachet, Le Quang et Noirfalise (2015), de vérifier si elles sont issues d'une démarche d'investigation ou plutôt introduites de façon explicite à l'élève, comme un donné à réinvestir dans d'autres problèmes ultérieurement proposés.

2.4 REGARD CURRICULAIRE SUR L'INTRODUCTION DU VECTEUR

Dans le cursus du secondaire, l'introduction informelle de la notion de vecteur se fera à travers différents cours. Elle s'amorce, en mathématique, par l'étude de la translation au premier cycle du secondaire sans que l'expression «vecteur» ne soit explicitement utilisée. La représentation géométrique du vecteur, soit la flèche est alors souvent associée à un cas particulier de figures proposées (figures initiale et image). Le ou les vecteurs sont visuellement associés aux représentants «flèches» qui sont construites ou fournies dans le plan (Hayfa, 2006). Cette représentation géométrique du vecteur en tant que segment orienté tend à renforcer l'idée de vecteur lié s'il n'y a pas, de la part de l'enseignant une intention d'encourager l'élève sur l'équipollence de différents représentants du vecteur définissant la translation en jeu. Plus tard, c'est dans les cours de sciences que l'élève se familiarisera davantage avec la notion de force appliquée à un objet et représentée par un vecteur[15]. L'étude des forces s'avérant pertinente par la prise en compte d'un point d'application sur lequel ces forces sont exercées (Boumghar *et al*. 2012). Dans les deux disciplines, on représentera d'abord le vecteur à l'aide d'une flèche. Le rôle de l'enseignant étant d'accompagner l'élève afin qu'il puisse bien distinguer les trois composantes importantes du vecteur que sont la grandeur de la force ou la longueur du déplacement (selon la longueur de la flèche), le sens (pointe de la flèche) et la direction d'application (angle d'inclinaison de la droite supportant la flèche). Bien qu'il y ait utilisation de la flèche, cela ne signifie tout de même pas que les élèves distinguent bien ces trois composantes importantes du vecteur que sont sa norme, sa direction et son sens.

On se tournera maintenant sur la circonscription des attentes ministérielles face à la notion de vecteur tant dans le programme de formation, recouvrant l'enseignement de la

[15] Dans la progression des apprentissages de science et technologie, on écrit : « Définir la force efficace comme étant la composante de la force appliquée qui est exercée parallèlement au déplacement » (MELS, 2011).

mathématique et de la physique, que dans le document nommé «progression des apprentissages»[16].

Dans le plus récent programme, le Ministère explique les relations à établir entre les disciplines notamment que la mathématique permettent d'expliquer, par la modélisation, différents phénomènes scientifiques (MELS, 2007, p.10). Pour ce qui est de la physique, le MELS explique que par le biais de cette discipline, certains savoirs mathématiques deviennent davantage concrets pour les élèves et on y identifie alors le vecteur (Ibid, p.6). On peut donc en conclure qu'en mathématique, les contextes exploités devraient être liés à l'explication de phénomènes physiques dont la modélisation permettra d'en simplifier la compréhension grâce à une représentation mathématique recourant à la notion de vecteur. En concomitance, la compréhension des situations proposées en physique nécessitera, elle aussi, de recourir aux vecteurs.

2.4.1 LES ATTENTES DU PROGRAMME DE MATHÉMATIQUE

Le programme de formation de base diversifiée en mathématique (3e à la 5e secondaire) s'articule autour du développement de compétences dont les situations qui seront proposées aux élèves exigeront entre autres le recours à la notion de vecteur. Pour la compétence *Résoudre une situation problème*, le Ministère fait la recommandation suivante: « [les situations-problèmes] supposent une combinaison de concepts et processus géométriques et algébriques ou encore font appel, pour leur résolution, à la représentation vectorielle » (Ibid, p.26). On y ajoute : « des situations-problèmes à caractère géométrique mettent à profit les concepts et les processus associés aux coniques et aux vecteurs afin de représenter et d'analyser différents phénomènes » (Ibid, p.27). Pour les deux séquences en mathématique, le Ministère suggère de recourir aux vecteurs pour représenter et analyser certains phénomènes.

[16]MELS, 2010 [mathématique] ainsi que MELS, 2011 [physique].

Dans le développement de la compétence *Déployer un raisonnement mathématique*, le Ministère fait la recommandation suivante : « [des situations] renvoient au concept de vecteur, à la représentation dans un plan cartésien et aux concepts géométriques dans la validation de conjectures » (Ibid, p.36). Il est ajouté que: « [les situations] requièrent la combinaison des raisonnements géométrique et algébrique mobilisant les concepts de conique et de vecteur » (Ibid, p.37). Le Ministère demeure vague sur les contextes d'application à proposer aux élèves.

C'est dans un tableau où l'on présente l'évolution des concepts et processus prescrits à la troisième année du deuxième cycle (5e secondaire) pour la séquence technico-science que l'on retrouve quelques éléments de la notion de vecteur : la résultante, la projection et les opérations. Le MELS spécifie « [qu'] on entend par vecteur un vecteur géométrique ou libre. Ces qualificatifs (géométrique ou libre) qui ne sont pas décrits dans le programme suscitent interrogation. Tel que démontré dans la précédente section, il est usuellement question de vecteur libre ou lié, ou encore, de vecteur géométrique, algébrique ou physique si l'on réfère aux cadres. Ces termes n'apparaissent pas tous dans le programme, mais on ne peut supposer qu'ils sont écartés. Dans le cadre géométrique, on invite souvent l'élève à raisonner sur des cas spécifiques de vecteurs représentés dans le plan. Cette manière de faire accentue nécessairement le sens du vecteur dit lié. On peut donc supposer que c'est cet argumentaire qui a conduit les rédacteurs du programme à traiter de vecteur libre ou géométrique.

En ce qui concerne les opérations sur les vecteurs, tant pour les séquences *technico-science* que *sciences naturelles*, on renvoie à : « l'addition, la soustraction de vecteurs, la multiplication d'un vecteur par un scalaire et au produit scalaire de deux vecteurs, et elles s'effectuent en contexte » (Ibid, p.94). Les cadres permettant de discuter des méthodes à privilégier ne sont pas précisés ; les méthodes préconisées ne le sont pas davantage. Au niveau des repères culturels, le MELS explique que l'élève devra produire une explication mathématique de différents phénomènes reliés à la physique notamment ceux impliquant l'étude des forces ou de trajectoires d'objets (Ibid, p.99). Sans qu'il ne soit nommé, ce dernier énoncé renvoie au vecteur physique. Bref, il est possible de retenir que les exercices et problèmes proposés doivent toucher les vecteurs libres ou géométriques, que les différentes opérations sur les vecteurs doivent être travaillées en contexte et que l'élève devra être capable de donner des explications de certains phénomènes physiques. Afin de poursuivre dans le même sens, le Ministère reste large quant aux contextes à traiter.

C'est dans la progression des apprentissages (MELS, 2010) que l'on pourra trouver plus de détails : « sur les connaissances que les élèves doivent acquérir et être capables d'utiliser à chaque année » (p.3). Voici les éléments qui composent le développement de la notion de vecteurs (pour les deux séquences en mathématique), dans le plan euclidien ou cartésien, selon le MELS (Ibid, p.33):

1. Définir un vecteur en termes de grandeur, direction et sens. Pour le 1er cycle du secondaire, le vecteur est utilisé dans les translations[17].
2. Représenter graphiquement un vecteur (flèche dans un plan ou couple dans le plan cartésien)[18].
3. Dégager des propriétés des vecteurs[19].
4. Effectuer des opérations sur les vecteurs (en technico-science, les opérations se font en contexte).
   a) Recherche de la résultante ou de la projection d'un vecteur
   b) Addition et soustraction de vecteurs
   c) Multiplication d'un vecteur par un scalaire
   d) Produit scalaire de deux vecteurs
   e) Combinaison linéaire de vecteurs
   f) Application de la loi de Chasles (exclusif à la séquence sciences-naturelles)
5. Justifier des affirmations à partir de propriétés associées aux vecteurs.
6. Analyser et modéliser des situations à l'aide de vecteurs (déplacements, forces, vitesses).

[17] À noter ici que le Ministère reste vague dans l'utilisation de la translation pour la notion de vecteur. Au 1er cycle du secondaire, on présente bien à l'élève un vecteur pour représenter une translation, mais l'expression «vecteur» n'est pas introduite.

[18]Il faut souligner que les vecteurs dans l'espace ne sont pas mentionnés, même si leur introduction favoriserait la modélisation de situations de vie. De même, le Ministère reste muet face à la manière dont les vecteurs *liés* ou *libres* doivent être traités dans le plan. Ces précisions permettraient ainsi de mieux circonscrire le traitement attendu de la flèche (représentation du vecteur) dans le plan cartésien, par exemple. Il va de même pour le traitement attendu des composantes du vecteur dans le plan.

[19] On suppose ici que l'enseignant saura identifier les propriétés visées. Le Ministère est aussi muet par rapport à l'associativité, la commutativité ou la distributivité qui peuvent s'appliquer aux opérations appliquées sur les vecteurs.

Les attentes du Ministère face au développement de compétences nécessitant la mobilisation de la notion de vecteur renvoient à des situations d'ordre de la physique (voir point 6 ci-haut). Les vecteurs servent à expliquer et résoudre certains phénomènes connus. Il reste à savoir si les manuels de mathématique présentent ces différents contextes qui seront présentés dans la dernière section de ce chapitre. On constate que le Ministère laisse libre choix à l'enseignant dans sa façon de développer la notion de vecteur. Les manuels étant approuvés par le Ministère, leur étude permettra d'identifier les différents types de vecteurs avec lesquels les élèves seront familiarisés et comment ils le seront à travers l'étude de l'ensemble des activités, exercices ou problèmes proposés.

2.4.2 LES ATTENTES DU PROGRAMME DE PHYSIQUE

Le Ministère[20] explique des liens essentiels doivent être faits avec la mathématique dans le développement des compétences en physique : « [La mathématique est] aussi utilisée dans la résolution de problèmes (…) La physique contribue en outre à rendre concrets certains savoirs mathématiques, comme la notion de variable, les relations de proportionnalité, les vecteurs et diverses fonctions » (p.6). De plus, on explique que les mathématiques possèdent un langage dont se sert la physique : « le vocabulaire, le graphisme, la notation et les symboles auxquels elle recourt constituent un langage rigoureux dont tire profit la science » (Ibid, p.6). Comme les mathématiques servent à la résolution de certains problèmes et évidemment à communiquer les stratégies et les solutions possibles, leur travail assorti est : « propice au développement de la capacité d'abstraction et des stratégies de résolution de problèmes » (Ibid, p.6). Par ces énoncés tirés du programme, il est possible de constater que la mathématique sert à résoudre certains problèmes issus de la physique notamment ceux nécessitant le recours à la notion de vecteur.

[20] Selon le programme de formation, chapitre 6 [physique], 2010.

Le programme de physique présente plus clairement que celui de mathématique les orientations et les concepts prescrits. Premièrement, pour le domaine de la cinématique (le mouvement des objets), on explique que « les changements de position, les vitesses et les accélérations sont considérés comme des grandeurs vectorielles et les opérations sur celles-ci doivent être maîtrisées » (Ibid, p.22). Dans le domaine de la dynamique (les forces appliquées sur des objets), on explique que : « les systèmes mécaniques, qu'ils soient en équilibre ou non, sont abordés par la construction d'un diagramme de corps libre, c'est-à-dire une représentation vectorielle des forces auxquelles ils sont soumis. Diverses méthodes peuvent être utilisées pour déterminer les caractéristiques[21] des vecteurs résultants et équilibrants relatifs au système de forces considéré » (Ibid, p.22). Il va d'emblée de vérifier si, au travers ces différents contextes proposés, on amène l'élève à modéliser ces problèmes proposés par la notion de vecteur. Dans la progression des apprentissages en physique, le Ministère est plus discret qu'en mathématique sur la mobilisation de la notion de vecteur. Notons qu'il n'y a d'ailleurs aucune référence à la notion de vecteur dans la section *Cinématique*, contrairement à ce qui est exposé dans le programme. L'étude du mouvement de projectiles implique pourtant une analyse selon les deux dimensions (horizontale et verticale).

Voici les éléments retenus où on peut repérer une référence à la notion de vecteur, dans la section sur la *Dynamique* (MELS, 2011, p.9) :

1. Diagramme de corps libre
   a) Représenter les forces qui s'exercent sur un corps à l'aide de vecteurs
2. Équilibre et résultante de plusieurs forces
   a) Déterminer la grandeur et l'orientation du vecteur associé à la force résultante d'un système de forces
   b) Déterminer la grandeur et l'orientation du vecteur associé à la force équilibrante d'un système de forces

[21] On entend ici par caractéristiques la grandeur, la direction et le sens du vecteur qui représente la force en jeu.

Ces deux éléments énumérés ci-haut devraient être abordés tant en mathématique qu’en physique selon ce qui a été exposé précédemment dans le programme. De cette façon, il sera pertinent de vérifier la façon dont la notion de vecteur est traitée dans les contextes reliés aux forces appliquées sur des objets.

Pour conclure, les attentes du Ministère face à la notion de vecteur dans le développement des compétences en physique sont plutôt centrées sur la représentation d’une situation de mouvement ou de forces en jeu à l’aide des vecteurs. Le programme fait également mention de la force du langage mathématique et de la rigueur de la mathématique pour résoudre des situations problèmes. Il y a divergence sur la mobilisation de la notion de vecteur dans le domaine de la cinématique entre ce que le programme recommande et la progression des apprentissages. On peut conclure qu’en cinématique, elle n’est pas essentielle. Pourtant, nous savons qu’elle peut être aidante à la compréhension d’un phénomène impliquant l’étude du mouvement dans une représentation en 2 dimensions. La présente recherche sera l’occasion de documenter comment les manuels de physique traitent la notion de vecteur dans l’étude du mouvement de corps et dans le calcul relié à l’équilibre et la résultante d’un ensemble de forces.

2.4.3 PROPOSITION DE CONTEXTES MOBILISANT LA NOTION DE VECTEUR

Il a été précisé que l’introduction de la notion de vecteur est colorée par différents cadres. Dans les programmes, la résolution de problème dont les contextes sont issus du réel est valorisée. Le présent tableau résume d’ailleurs les différents contextes à exploiter selon le MELS tant en mathématique qu’en physique.

Tableau 3: Contextes d'application des vecteurs selon le MELS

En mathématique*	En physique**	
	En cinématique (mouvement)	**En dynamique (forces)**
Représenter des forces dans des structures ou engins	Sécurité routière	Parachutisme
Représenter des trajectoires	Vitesse de propagation des ondes	Contraction des muscles
Déplacement des avions (contrôleur aérien)	Vitesse des fluides	Balance et pèse-personne
	Mouvement dans les systèmes sanguin et lymphatique	Aérodynamisme
	Mouvement des organismes vivants	Optimisation des performances sportives
	Projectiles	Biomécanique
	Appareil d’entrainement sportif	Tectonique des plaques
	Distances à l’échelle microscopique et astronomique	Apesanteur
	Instruments de mesure (chronomètre, radar, GPS etc)	Satellite géostationnaire
	Moyens de locomotions (trains, automobile, luge, bicyclette etc)	Structures (tour, pont etc)
	Ascenseur, téléphérique	Poulie et systèmes de poulies
	Tapis roulant, convoyeur	Systèmes de freinage
	Chaine cinématique de machines	Objet du quotidien
		Cric mécanique, pince de désincarcération, casse-noix
		Éolienne
		Montage russe et manège
		Saut à l’élastique (bungee)
		Appareil d’entrainement sportif
		Haltérophilie
		Trampoline
		Biocarburant
		Centrales hydro-électriques et marémotrices
		Roue à aubes
		Marteau-pilon
		Amortisseur
		Pendule
		Catapulte ou trébuchet

* MELS, chapitre 6 [mathématique], 2007, p.113
** MELS, chapitre 6, [physique], 2010, p.30 à 32

L’étude des manuels permettra d’identifier les contextes exploités dans les différents problèmes et ainsi comparer s’ils sont semblables à ceux proposés dans le programme.

2.4.4 CONCLUSION DE LA DIMENSION CURRICULAIRE DE LA NOTION DE VECTEUR

Par cette analyse des deux programmes, il est possible de conclure que le Ministère recommande d'utiliser des contextes issus de la physique en ayant comme enjeu premier d'utiliser les vecteurs dans le travail de modélisation d'une situation. Pour y parvenir, la notion de vecteur doit d'abord être définie et symbolisée sans que le MELS ne suggère une manière de faire au détriment d'une autre. De même, l'élève devra apprendre à le représenter. Il devra utiliser, par exemple le vecteur géométrique, qui est un vecteur du plan (plan cartésien et euclidien) défini par trois caractéristiques (norme, direction et sens). Le MELS insiste à ce que l'élève devrait aussi être en mesure de travailler à partir de vecteurs libres. Le vecteur géométrique ayant pour visée d'être conceptualisé en tant que vecteur libre, l'interprétation à faire de tout cela nécessiterait clarification. Vecteurs algébriques et physiques ne sont pas explicitement nommés. Mais, le MELS est clair sur un point : placer les élèves en contexte issu du réel, en privilégiant ceux qui sont issus de la physique pour développer la notion de vecteur. Dans la progression des apprentissages, on ne mentionne l'importance à accorder aux vecteurs physiques liés ou libres. Pour la résolution de problèmes nécessitant d'opérer sur les vecteurs, en mathématique, le MELS balise bien les opérations à traiter. Par contre, les méthodes à privilégier sont laissées à la discrétion des manuels et des enseignants.

Le MELS préconise un apprentissage des vecteurs qui font d'eux des outils pour résoudre des problèmes dont les contextes sont issus du réel. Une liste exhaustive et détaillée est d'ailleurs présentée dans le programme, une ressource utile pour les compagnies d'édition et enseignants souhaitant s'en inspirer. Le programme québécois ne s'inscrit pas en faux avec les constats de Ba (2007), les plus récents curriculums tendent à valoriser la dimension outil de la notion de vecteur. En mathématique, l'approche par résolution de problèmes est préconisée pour l'enseignement et l'apprentissage. En science, on parlera plutôt de valoriser l'expression d'une démarche d'investigation[22]. La dernière section de ce chapitre s'attardera maintenant à mieux circonscrire la manière dont seront approchés les différents contextes des activités et problèmes qui seront analysés dans les manuels.

2.5 L'ÉTUDE DES CONTEXTES UTILISÉS POUR DÉVELOPPER LA NOTION DE VECTEUR

Le plus récent programme de formation renforce l'importance de varier les problèmes proposés. Au surplus, il est suggéré d'accroître les situations dont la mise en contexte s'apparentant à celles que vit – ou pourra potentiellement vivre – l'élève en dehors du cadre scolaire (Tremblay, 2013). La proposition de problèmes dont le contexte est issu du monde du réel invite à la distinction des différents contextes. Ce qui suit présente donc les variables à prendre en considération pour cette étude, inspiré du mémoire de Cotnoir (2010) qui fait ressortir une typologie pour les types de contextes.

Un contexte est dit réel s'il: «se produit effectivement dans la réalité» (MELS, 1988a, p. 20). L'élève est donc mobilisé dans le travail et l'effectue véritablement par exemple calculer le temps de vol d'un projectile. Par expérience, la situation où on engage l'élève et on lui fait vivre réellement la situation n'est pas toujours possible[23] compte tenu de l'organisation scolaire. Pour cette raison, il est possible de lui proposer des contextes dits réalistes c'est-à-dire ceux qui sont susceptibles de se produire réellement (Cooper et Harries, 2002, cité par Cotnoir, 2010) par exemple lancer un frisbee ou pousser un chariot d'épicerie. Le MELS (1988a) explique : «un contexte est réaliste s'il est susceptible de se produire réellement. II s'agit d'une simulation de la réalité ou d'une partie de la réalité» (p.21). L'élève reste donc en classe et effectue les calculs reliés à ces contextes.

---

[22] Les processus de résolution de problèmes en mathématique et la démarche d'investigation comportent plusieurs similitudes qui ont été traitées par Diaz (2005).
[23] Tiré de notre expérience d'enseignante.

De surcroit, on ajoute une caractéristique au contexte dit réaliste : son authenticité. Dans son mémoire, Cotnoir (2010) présente un répertoire d'auteurs qui ont campé une définition d'un contexte dit authentique. Elle arrive au constat que ces définitions tendent vers celle que le MELS propose du contexte réaliste présenté précédemment. Pour cette étude, comme le contexte de classe ne permet pas toujours de réaliser les tâches réellement[24], tel qu'expliqué précédemment, on peut proposer un contexte réaliste aux élèves, mais qui est authentique c'est-à-dire qu'il peut être réalisé pour vrai ou du moins être simulé. Il faut donc que l'ensemble des facteurs soit pris en compte c'est-à-dire qu'aucun aspect de la réalité n'est mis de côté. Par exemple, dans le contexte où l'on lance un frisbee, il faut tenir compte de la vitesse du vent et de la friction de l'air appliqués sur l'objet. Si on ne veut pas en tenir compte dans nos calculs, il faut du moins le spécifier à l'élève. De cette façon, le contexte est dit réaliste et authentique. Pour ce mémoire, on s'intéressera à la place prise par les contextes authentiques issus du réel dans la proposition d'activités et de problèmes visant l'introduction du vecteur.

L'évaluation des contextes permettra de rendre compte du cadre en jeu (géométrique, algébrique ou physique). Et, dans le cas des contextes issus du réel, on portera notre attention sur le réalisme et l'authenticité des énoncés des activités ou problèmes. Ce travail sera conjugué à la qualification de la nature du travail demandé à l'élève. En effet, Ba (2007) démontre par son analyse des manuels que « l'utilisation du vecteur est incontournable pour modéliser certaines notions physiques en jeu » (p.142). Il faudra donc se pencher à savoir si, à l'aide du contexte présenté, on amène l'élève dans un processus de modélisation du problème à l'aide de la notion de vecteur c'est-à-dire que la notion de vecteur est indispensable pour résoudre le problème. Pour mieux identifier ce type de travail au travers des contextes proposés, la description du processus de modélisation mathématique a été retenue[25].

---

[24] On entend ici de proposer des tâches en contexte réel.

[25] La démarche d'investigation scientifique aurait aussi pu être exposée, mais compte tenu des similitudes, un seul modèle suffira.

On nomme «modélisation» le processus de résolution qui exige de l'élève de s'approprier la situation proposée pour la modéliser mathématiquement. Verschaffel, Greer et De Corte (2000) illustrent le processus de modélisation à l'aide du schéma qui suit.

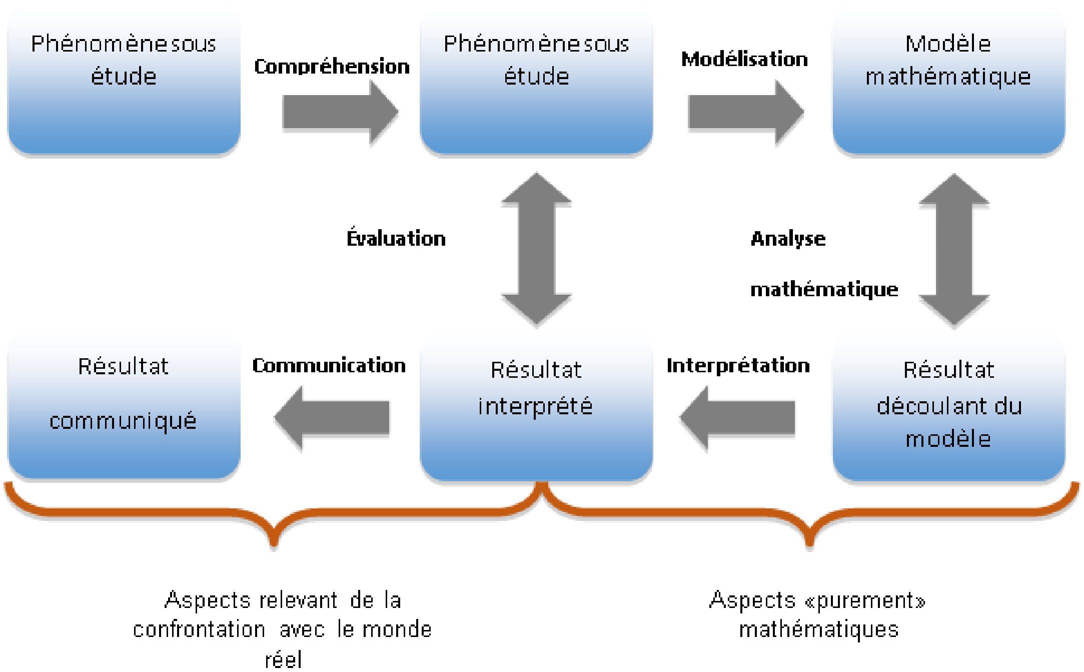


Figure 13: Processus de modélisation

La partie droite du schéma correspond aux aspects «purement» mathématiques du processus de résolution ; la partie gauche renvoie aux aspects relevant de la confrontation avec le monde réel. La démarche proposée doit être considérée de façon cyclique et dynamique. La validation des résultats obtenus pour chaque phase pouvant conduire à revenir sur une phase déjà réalisée.

Fagnant, Demonty et Lejong (2003) expliquent chacune des phases de ce processus. Le point de départ est le « phénomène sous étude ». Il correspond à la description de certains aspects de la réalité, considérés comme potentiellement capables d'être soumis à une analyse mathématique. Les auteures précisent :

> À l'école, il s'agit habituellement d'une description simplifiée d'une situation, présentée généralement sous la forme d'un texte, avec éventuellement des informations supplémentaires, présentées sous la forme de dessins ou de données organisées sous différentes formes (tableaux, graphiques…) (p.30).

Il peut aussi s'agir d'une situation présentée oralement secondée par l'usage d'une vidéo ou d'une situation d'expérimentation qui nécessitera ultérieurement de l'élève qu'il collecte de données (Tremblay, 2013).

La première phase implique la compréhension de la situation décrite et la construction d'un modèle de situation. Tel que le précise Tremblay (2013), la construction de ce modèle peut être médiatisée par du matériel, des outils technologiques ou non. Lesquels peuvent contribuer à mettre en évidence les variables importantes dans la situation, ainsi que les relations temporelles et causales entre ces variables. La construction du modèle nécessite de disposer de certaines connaissances relatives au phénomène impliqué dans la situation décrite.

Si l'on revient au modèle, la seconde phase (la modélisation) du modèle de Fagnant et ses pairs (2003) consiste à transformer le modèle de situation en un modèle mathématique. Elle vise à effacer progressivement la réalité au travers de divers processus, tels que la formulation d'hypothèses concernant l'identification des principales caractéristiques du problème, la généralisation, la formulation, dont l'objectif est de faire ressortir les caractéristiques mathématiques de la situation et de transformer le problème en problème mathématique qui soit le plus fidèle possible à la situation (OCDE, 2006).

La troisième phase consiste à appliquer une analyse mathématique au modèle mathématique. Les ressources mobilisées jouent un rôle primordial tant pour l'analyse elle-même que pour l'anticipation espérée des résultats découlant du modèle. Cette étape permet d'aboutir à une ou plusieurs solutions qui doivent être soumises à interprétation.

La quatrième phase consiste à interpréter la ou les solutions en relation avec le modèle de situation. Les résultats interprétés doivent être évalués en fonction du modèle de la situation : la solution obtenue a-t-elle du sens ? Si ce n'est pas le cas, le modèle de situation peut être soumis à une nouvelle analyse et le processus cyclique peut redémarrer. Une fois la solution trouvée, interprétée, évaluée et acceptée, la dernière étape consiste à communiquer la solution en fonction des requêtes de la tâche.

Dans le cas particulier où l'on s'intéresse à l'étude de problèmes dont le contexte est issu du réel et dont la modélisation à l'aide de vecteurs est espérée, il sera intéressant de constater les moyens mis en place par les auteurs pour que les élèves se familiarisent avec les contextes et ainsi être en mesure de les traiter mathématiquement.

2.6 SYNTHÈSE DES ÉLÉMENTS À CONSIDÉRER DANS L'ÉTUDE DES MANUELS RELATIVEMENT À L'INTRODUCTION DE LA NOTION DE VECTEUR

Le présent chapitre a permis de dégager différents éléments qui guideront l'analyse des énoncés des activités et problèmes proposés dans les manuels. Le regard mathématique et didactique de l'introduction de la notion de vecteur et des opérations qui y sont appliquées a permis de statuer sur une définition du vecteur mettant en évidence ses trois composantes (norme, direction et sens). Les différents sens du vecteur (lié, libre et glissant) ainsi que ses différentes représentations ont été dégagés en prenant en considération les différents cadres (géométrique, physique et algébrique/analytique) qui devraient colorer les activités et problèmes que l'on retrouvera dans les manuels. Le survol de la littérature a permis de dégager des recommandations sur l'introduction de la notion, lesquelles préconisent un enseignement où il aura d'abord un travail dans un cadre géométrique où le sens vecteur lié doit s'accompagner d'un travail sur l'équipollence de différents représentants d'un même vecteur qui favorisera alors l'apprentissage du vecteur dit libre, lequel est nécessaire pour ainsi mieux saisir les situations issues du cadre algébrique.

L'attention accordée au cadre physique (situations issues de la cinématique ou de la dynamique des corps) a conduit à une clarification importante de Ba (2007) sur la nécessité de bien distinguer la translation mathématique et le mouvement de translation.

L'étude des opérations appliquées sur les vecteurs sous les cadres géométrique et algébrique a permis de faire ressortir différentes méthodes qui pourraient apparaître dans l'étude des manuels. On s'intéressera à la manière dont ces opérations sont introduites dans chacun des manuels, afin, comme le rappellent Barachet, Le Quang et Noirfalise (2015), de vérifier si elles sont issues d'une démarche d'investigation ou plutôt introduites de façon explicite à l'élève.

Le regard curriculaire porté dans le programme québécois de 5e secondaire, en mathématique et en science a permis de constater les visées similaires de l'apprentissage du vecteur, notamment pour la résolution de problèmes dont les contextes sont issus de la vie et où les situations tirées de la physique sont favorisées. Les contextes à exploiter dans la proposition de problèmes doivent inciter l'élève à mobiliser le vecteur comme objet permettant de modéliser les situations, ou encore, à recourir aux propriétés et opérations sur les vecteurs. La recommandation d'engager les élèves dans des contextes issus de la physique qui sont réalistes et authentiques a été relevée. Ce qui a conduit à la circonscription de qu'on entend par contexte réaliste et authentique pour ensuite, s'intéresser plus spécifiquement aux phases du processus dynamique de résolution de problèmes. Ces phases permettront ainsi de mieux rendre compte du possible accompagnement proposé par les manuels dans l'appropriation des contextes et leur modélisation.

2.7 QUESTIONS DE RECHERCHE

Compte tenu de ce qui précède et des objectifs exposés plus tôt, cinq questions de recherche guideront le travail de collecte et d'analyse des données. Les trois premières permettent de mieux circonscrire la conceptualisation du vecteur telle qu'elle s'exprime à travers l'analyse de ce que propose chaque manuel. Elles permettront aussi de mieux cerner comment sont introduites les opérations sur les vecteurs.

Les résultats dégagés permettront de répondre à la 4^{e} question qui porte sur la progression proposée dans un manuel. Les résultats tirés de cette question permettront de rendre compte de leur accord avec les recommandations issues des travaux de recherche du présent chapitre. Finalement, la dernière question vise explicitement la comparaison des manuels relativement aux approches qui ont été retenues par les auteurs de chacun.

a) Quels sont les cadres exploités dans les activités d'apprentissage et les problèmes proposés dans l'introduction de la notion de vecteur dans les manuels de mathématique et de physique de 5^{e} secondaire ?

b) Quels sont les contextes (mathématique ou réaliste) retenus pour chaque manuel dans leurs activités d'apprentissage et problèmes proposés dans l'introduction de la notion de vecteur dans les manuels de mathématique et de physique de 5^{e} secondaire ?

c) De quelle nature (libre, glissant ou lié) sont les vecteurs représentés ou nécessaires à la résolution des activités et problèmes proposés ?

d) Quelle est l'approche préconisée pour introduire la notion de vecteur dans chaque manuel de 5^{e} secondaire ?

e) Quelles sont les similitudes et différences dégagées dans l'introduction de la notion de vecteur dans les manuels de mathématique et de science ?

CHAPITRE 3
LE CADRE MÉTHODOLOGIQUE

3.1 RAPPEL DES OBJECTIFS ET DES QUESTIONS DE RECHERCHE

La présente recherche s'intéresse à l'introduction de la notion de vecteur en 5^e secondaire. Elle se centre plus particulièrement sur son développement à l'intérieur de manuels de science et de mathématiques. Il est utile de rappeler les deux objectifs fixés :

- Décrire l'introduction de la notion de vecteur et des opérations appliquées sur les vecteurs dans les manuels de mathématique et de physique de 5^e secondaire
- Comparer l'introduction de la notion de vecteur et des opérations appliquées sur les vecteurs dans les manuels de mathématique et de physique de 5^e secondaire.

De par sa nature compréhensive, la méthodologie de recherche qualitative et plus précisément, l'analyse de contenu ont été retenues. Ce chapitre s'amorce donc avec une description de la méthodologie. Elle sera suivie d'une présentation du portrait des quatre manuels retenus. Celle-ci sera accompagnée d'une exposition de la structure de chaque manuel et des contenus associés à l'introduction de la notion de vecteur. Les étapes de cette recherche seront ensuite exposées ainsi que la grille utilisée pour l'analyse des données. Les critères méthodologiques de rigueur et de scientificité suivront de même que les limites de cette recherche.

3.2. FONDEMENT MÉTHODOLOGIQUE

3.2.1 LA RECHERCHE QUALITATIVE

Cette recherche s'inscrit dans une approche qualitative d'analyse de données. La recherche qualitative a pour but : « d'aider à mieux percevoir, saisir, expliquer et interpréter la réalité, met en évidence certains éléments de cette réalité et de ce fait, influence à l'avance la nature des observations et des conclusions d'une recherche » (Poisson, 1983, p.372). Dans notre cas, on s'intéresse plus particulièrement à identifier, entre autres, les différents sens du vecteur qui s'expriment dans les activités et énoncés de problèmes proposés dans chaque manuel. On cherche ainsi à saisir comment se développe la notion de vecteur et quels sens sont rendus apparents alors que d'autres demeurent peut-être opaques pour l'élève. En mettant aussi l'accent sur la dimension outil de vecteur, on porte alors notre attention sur ce que propose chaque manuel pour favoriser ou non l'expression du processus de mathématisation dans la résolution des problèmes. En portant finalement un regard croisé sur ce qui est proposé dans les manuels de mathématique et les manuels de physique, on espère alors contribuer à une meilleure interprétation de la réalité d'un élève de 5^{e} secondaire qui côtoie ces manuels dans son parcours scolaire.

En considérant les objectifs de cette recherche, l'analyse de contenu a été retenue comme méthode de traitement de données. En effet, selon Gohier (2009), ce type d'analyse « est utile à la mise à jour des données d'un texte […] ce matériel peut servir de base d'une analyse sémantique et conceptuelle » (p.99). De plus, Landry (1997) soutient que cette méthode d'analyse peut être opportune lors d'une étude portant sur le contenu des manuels scolaires[26]. Donc, l'analyse de chaque manuel a été subdivisée en trois parties afin de mieux répondre aux objectifs de recherche : 1- une analyse de la planification de l'enseignement 2- une analyse de l'introduction de la notion de vecteur en ciblant particulièrement les activités et explications proposées 3- une analyse des énoncés de problèmes servant au développement de la notion de vecteur.

Plus précisément, pour la première partie, les énoncés (activité ou problème dit déclencheur par les auteurs des manuels) visant l'introduction de la notion de vecteur seront analysés, et ce, en prenant soin de suivre l'ordre de présentation des contenus (voir tableaux 6, 7, 9 et 10). S'ajoutera ensuite, pour cette première partie, une analyse de la présentation des savoirs essentiels reliés à la notion de vecteur, et ce, en tenant compte des éléments didactiques relevés au chapitre 2. La seconde partie portera sur l'analyse de l'ensemble des énoncés de problèmes proposés dans chaque manuel, énoncés visant l'apprentissage de la notion de vecteur. Finalement, la troisième partie s'intéresse à la planification proposée dans le guide d'enseignement accompagnant chaque manuel.

3.2.2 L'ANALYSE DE CONTENU

La description de ce procédé d'analyse est basée sur les travaux de Bardin (2005) qui propose une méthode en trois étapes : la préanalyse, l'exploitation des documents et la formulation des conclusions.

Pour la phase de préanalyse, Wanlin (2007) précise que trois missions y sont associées allant de la formulation des objectifs, le choix des documents qui constituera le corpus des données en passant par l'élaboration d'indicateurs sur lesquels s'appuiera

[26] Pour cette recherche, il s'agit d'une analyse de contenu dite catégorielle, car le travail se fait à partir d'une grille d'analyse qui sera présentée plus loin, permettant de déblayer le contenu des manuels et de récupérer les informations recherchées. Cette grille permet ensuite de classifier et de dénombrer selon les différentes catégories pour ainsi faire ressortir les ressemblances et les divergences entre les manuels.

l'interprétation finale. Cette étape est donc intrinsèquement liée à la circonscription des premiers chapitres de ce mémoire où un va-et-vient entre des dimensions de l'introduction de la notion de vecteur furent mises en évidence grâce à une revue de la littérature et par une prise en compte de celles retrouvées dans les manuels. Cette phase inclut donc un premier déblayage des ouvrages suite au recensement préalable des manuels[27] utilisés dans les écoles. Elle est, par conséquent, fondamentale à l'identification des éléments constitutifs (catégories) de la grille d'analyse.

L'exploitation des documents consiste d'une part, à faire un survol de la section de chaque manuel où il y a introduction de la notion de vecteur. C'est alors l'occasion d'identifier la définition donnée au vecteur et à ses manières de le représenter. D'autre part, l'exploitation des manuels se poursuit par l'application de la grille au corpus de données. Plus précisément, on applique chacune des catégories de la grille pour chaque énoncé problèmes des chapitres portant sur l'introduction du vecteur. Cela permet une classification par différenciation pour ensuite les regrouper par analogie d'après des critères définis afin de fournir, par cumul, une représentation simplifiée des données brutes (Bardin, 2005). Le codage/comptage des unités où on applique les catégories au corpus pour ainsi obtenir les grilles d'analyse complétées est aussi une sous-étape associée à l'exploitation des documents (Wanlin, 2007).

L'étape de la mise en relation permet de relier les résultats avec ce qui est déjà connu. Pour ce faire, malgré que cette recherche soit de type qualitatif, des résultats de type fréquentiel apparaitront au chapitre 4 dans différents tableaux. Ceux-ci sont une synthèse de l'analyse des énoncés de problèmes proposés dans chaque manuel. Ces tableaux favorisent l'analyse globale des données par un processus de mise en relation avec les concepts clés du précédent chapitre.

La dernière partie de l'analyse de contenu selon Bardin (2005) est la conclusion, c'est-à-dire l'interprétation finale. Il s'agit de situer les résultats obtenus en rapport à ceux

[27] La justification de ceux retenus est présentée plus loin.

recherchés par l'étude. Dans le cadre de ce mémoire, il s'agit de porter un regard croisé sur les résultats dégagés de l'étude de chaque manuel peut mieux cerner comment se traduit l'introduction de la notion de vecteur. Sous l'éclairage des éléments du cadre conceptuel, les similitudes et les divergences au niveau de l'enseignement de la notion de vecteur en mathématique et en physique seront dégagées.

3.3. PRÉSENTATION DES MANUELS RETENUS

Pour réaliser cette recherche, le corpus des données devait être constitué à partir des manuels de la plus récente réforme (celle de 2003) approuvés par le MELS. Quatre manuels ont été sélectionnés : deux manuels de mathématique ainsi que deux manuels de physique pour un échantillon de quatre manuels. De cette façon, on pourra y faire une comparaison entre la même discipline, mais aussi de façon interdisciplinaire. Après vérification auprès de différents conseillers pédagogiques de deux commissions scolaires différentes, le choix de ces manuels s'est basé sur les plus utilisés dans les écoles. Voici la description bibliographique des quatre manuels retenus.

Tableau 4: Description bibliographique des manuels à l'étude

Titres	Auteurs	Éditeur	Année d'édition
Point de vue mathématique, séquence technico-sciences	Sylvio Guay, Stéphane Laplante, Anabel Van Moorhem	Éditions Grand Duc	2010
Visions mathématique, Séquence sciences-naturelles (Volume 2)	Claude Boivin, Dominique Boivin, Antoine Ledoux, Étienne Myer, François Pomerleau et Vincent Roy	Éditions CEC	2010
Optionscience, Physique la mécanique (cahier de savoirs et d'activités)	Marielle Champagne	Éditions ERPI	2011
Quantum Physique (cahier de savoirs et d'activités)	Ahmed Bensaada	Éditions Chenelière Éducation	2010

Malgré que cette recherche soit centrée sur l'étude de ces manuels, les guides d'enseignement ont aussi été survolés afin d'avoir une vue globale de la planification de l'enseignement. Toutefois, ceux-ci ne font pas partie du cursus de données. Ces lectures permettront de compléter les informations qui englobent l'environnement didactique[28] qu'offre chacun des manuels.

3.3.1 CLARIFICATION DU VOCABLE « ÉNONCÉ »

Dans le cadre de ce mémoire, le vocable «énoncé» a été retenu pour renvoyer à l'étude des différents problèmes ou tâches proposés dans chaque manuel. On entend ici par « énoncé de problème », l'ensemble des données et des questions du problème (définition tirée du Petit Robert, 2003). Dans sa thèse, Voyer (2006) explique qu'un énoncé de problème est constitué de l'ensemble des éléments d'informations complémentaires à la question et on y inclut également celle-ci. La préanalyse des manuels a permis de dégager six types d'énoncés. Le tableau suivant propose une définition de chacun d'eux.

[28] Il s'agit de notre appellation pour englober les réponses aux questions de recherche, présentées au chapitre précédent c'est-à-dire les informations au niveau des cadres exploités, des contextes retenus, de la nature des vecteurs en jeu et des approches préconisées pour les quatre manuels à l'étude.

Tableau 5: Définition du vocabulaire établi pour l'analyse des différents énoncés de problèmes

Mot de vocabulaire		**Définition établie**
Problème déclencheur		Énoncé en contexte issu du réel, présenté au tout début du chapitre ou d'une section de chapitre.
Activité d'introduction		Énoncé en contexte issu du réel ou mathématique, présenté *a priori* la présentation des savoirs mathématiques.
Type d'énoncé proposé à l'intérieur des séries d'énoncés visant le développement de la notion de vecteur	Exercice	Dont le contexte est mathématique.
	Problème contextualisé	Dont le contexte est issu du réel.
	Appropriation de phénomène	Dont l'intention est de faire ressortir les éléments importants du contexte à prendre en considération pour ainsi modéliser mathématiquement des énoncés à contexte semblable ultérieurement.
	Preuve mathématique	Vise la rédaction d'une preuve mathématique ou en proposant une preuve que l'élève doit analyser.

Cette clarification étant faite, la structure du ou des chapitres traitant de la notion de vecteur pour chaque manuel sera exposée. On y présentera les éléments de contenu pour chaque section du manuel. Suite à cela, une présentation de la grille d'analyse et des catégories qu'elle comporte sera effectuée.

3.3.2 STRUCTURE DU MANUEL *POINT DE VUE MATHÉMATIQUE*

Le tableau ci-dessous présente la structure du manuel *Point de vue mathématique.* Ce matériel ne comporte qu'un manuel composé de 14 sections appelées « modules » dont le 13^{e} traite de la notion de vecteur. Le module débute avec un texte sur l'application des vecteurs dans les transformations géométriques, un historique de la notion de vecteur ainsi que la présentation de deux métiers où les auteurs considèrent qu'il y a application de la notion de vecteur. Une section appelée « préparation » suit, afin de réactiver les préalables mathématiques nécessaires au principal sujet par exemple, les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle, la loi des cosinus et la relation de Pythagore. S'en suivent des activités d'introduction mobilisant la notion de vecteur. Plus précisément, les deux premières activités ont pour objectif d’introduire la notion de vecteur dans le but de formaliser la manière de le représenter et de le nommer. La 3^{e} activité a comme visée d’apprendre les techniques permettant d’opérer sur les vecteurs. Le contenu mathématique des trois activités est ensuite synthétisé dans la section appelée « résumé, mes outils en géométrie ». Cette section est suivie d’une autre appelée « exercices » contenant des énoncés soit sous forme d’exercices que l’on nommera « Travail à compléter » pour désigner la section où l’élève est en action de façon plus autonome.

Tableau 6: Contenu du manuel *Point de vue mathématique*

Section	**Contenu**	**Détails sur le contenu**
Texte d’introduction Les vecteurs et les transformations géométriques et activité de préparation	Texte historique de la notion de vecteur et les applications dans certains métiers actuels	Le travail d’urbaniste et d’ingénieur(e) en logiciels. Activité qui fait appel aux connaissances antérieures telles que la loi des sinus et des cosinus.
Les vecteurs	Activité 1 Mise en situation sur les vecteurs	Étude de la représentation du vecteur (flèche) dans le plan en faisant ressortir ses trois composantes importantes : sens, direction, longueur. Sa notation est aussi traitée.
	Activité 2 Les composantes et la norme d’un vecteur dans le plan cartésien	Composantes du vecteur, calcul de la norme, définitions de vecteurs équipollents*, opposés et nuls.
	Activité 3 Les opérations sur les vecteurs	La somme et la différence de deux vecteurs (présentation de la technique du triangle et du parallélogramme), la somme et la différence dans le plan cartésien (méthode des coordonnées), la multiplication d’un vecteur par un scalaire (démonstration géométrique et algébrique), multiplication de deux vecteurs (démonstration géométrique et algébrique), méthode algébrique pour trouver la mesure d’un angle entre deux vecteurs.
	Résumé, mes outils en géométrique divisé selon : 1. Définition 2. Les vecteurs dans le plan cartésien 3. Les vecteurs particuliers 4. Les opérations sur les vecteurs	
	Travail à compléter	29 énoncés.
	Activité 4 Vecteurs, translations du plan cartésien et matrices	Règle algébrique et méthode de la matrice pour la translation.

Les transformations géométriques du plan cartésien et les matrices	Activité 5 Réflexion, homothéties et rotations du plan cartésien	Réflexion selon l'axe des abscisses et des ordonnées, rotation selon un angle de 90, 180 et 270 degrés, homothétie de rapport k et ce, par les méthodes algébriques et par la matrice. Règle algébrique et méthode de la matrice.
	Résumé, mes outils en géométrique divisé selon : 1. La translation du plan cartésien 2. Réflexion, homothéties et rotation dans le plan cartésien 3. Les compositions de transformations géométriques	Pour la translation, la réflexion (selon l'axe des abscisses et des ordonnées), la rotation (90, 180, 270 degrés), l'homothétie (de rapport k) et la composition de transformations géométriques : méthode pour les définir selon la règle algébrique et la matrice.
	Travail à compléter	22 énoncés.
Fin du module**	Travail de consolidation et d'autoévaluation	Regroupement 12 énoncés qui traitent de l'ensemble du contenu du module ainsi que 9 énoncés présentés en guise d'autoévaluation.

* Les auteurs ont choisi de parler de vecteurs équipollents et non de représentants équipollents d'un vecteur.
** Notre appellation

Pour la collecte de données, l'activité de préparation, qui étudie les notions préalables, ainsi que l'activité 5 traitant les autres transformations géométriques du plan cartésien et les matrices, ont été écartées[29]. De plus, les énoncés situés à la fin du module ont également été mis de côté puisque l'objectif est d'étudier l'introduction de la notion de vecteur.

3.3.3 STRUCTURE DU MANUEL *VISIONS MATHÉMATIQUE*

Le 2e manuel *Visions mathématique* est composé de trois chapitres dont le premier est consacré à la notion de vecteur, divisé en quatre sections. Le chapitre débute par une révision des préalables de 3e et 4e secondaire nécessaires à la réalisation d'énoncés qui traitent de la notion de vecteur. Cette section du chapitre est appelée « Réactivation » et elle

[29] Compte tenu de ce qui a été présenté dans le chapitre 2, la partie qui aborde la notion de translation dans le plan cartésien et ses matrices dans l'activité 5 a été retenue.

est composée de deux activités. Une partie appelée « Savoirs en rappel » expose les savoirs mathématiques préalables (voir tableau 7) afin de réaliser les énoncés proposés en guise de mise à jour. Pour chacune des sections qui visent le développement de la notion de vecteur, toutes débutent par un problème déclencheur suivi de deux ou parfois trois activités d'introduction mobilisant la notion de vecteur. S'en suit une section appelée « mise au point » contenant des énoncés soit sous forme d'exercices ou de problèmes contextualisés. La fin du chapitre sur le développement de la notion de vecteur se termine par une section, comportant une autre série d'énoncés aussi sous forme d'exercices ou de problèmes contextualisés, appelée « Vue d'ensemble » abordant l'ensemble du contenu développé. La section « chronique du passé » ferme la boucle avec une lecture sur l'histoire des vecteurs et une section à lire appelée « le monde du travail ». Cette dernière présente aux élèves les applications possibles de la notion de vecteur dans différents domaines.

Tableau 7: Contenu du manuel *Visions mathématique*

Section	**Contenu**	**Détails sur le contenu**
Révision des notions préalables	Activité Réactivation 1 *L'angle mort* (1)	Rapport sinus, cosinus et tangente d'un angle.
	Activité Réactivation 2 *Se rendre à bon port* (2)	Lois des sinus et des cosinus.
	Savoirs en rappel de 3^e et 4^e secondaire	Relations trigonométriques dans un triangle rectangle. Relations dans un triangle quelconque.
	Énoncés de mise à jour	17 énoncés.
Les caractéristiques d'un vecteur	Problème déclencheur *La bonne direction*	Définition d'un vecteur (direction, sens, orientation) et représentation.
	Activité 1 *Collision possible*	Définition d'un vecteur, représentation (direction, sens, orientation).
	Activité 2 *Des mesures fléchées*	Définition de représentants de vecteurs dits équipollents, opposés, colinéaires et orthogonaux.
	Activité 3 *Illusion d'optique*	La projection orthogonale.
	Savoirs essentiels	Distinction entre une grandeur scalaire et une grandeur vectorielle. Définition d'un vecteur et ses caractéristiques. Projection orthogonale. Relations entre les vecteurs.
	Travail à compléter	20 énoncés.

Les opérations sur les vecteurs	Problème *La course d'orientation*	Représentation de l'addition de vecteurs par construction géométrique (méthode du bout à bout) pour trouver le vecteur résultant et donner ses caractéristiques.
	Activité 1 *Le football*	Représentation de l'addition par construction géométrique (méthode du bout à bout) pour trouver le vecteur résultant, donner ses caractéristiques ainsi que les propriétés de l'addition : commutativité et associativité.
	Activité 2 *Les pyramides de Khéops*	Méthode algébrique pour calculer le vecteur résultant.
	Activité 3 *Le ski nautique*	Multiplication d'un vecteur par un scalaire.
	Savoirs essentiels	Relation de Chasles, méthode géométrique et algébrique pour effectuer l'addition et la soustraction de vecteurs, méthode pour trouver les composantes d'un vecteur. Méthode géométrique et algébrique pour effectuer la multiplication d'un vecteur par un scalaire. Propriétés des opérations sur les vecteurs.
	Travail à compléter	16 énoncés.
Combinaison linéaire et produit scalaire	Problème *Le jeu vidéo*	Représentation de déplacements résultant d'une combinaison de deux possibilités de déplacements.
	Activité 1 *La bonne combinaison*	Méthode pour exprimer un vecteur par l'addition de deux autres vecteurs distincts.
	Activité 2 *Au travail!*	Représentation et calcul du travail
	Savoirs essentiels	Méthode géométrique et algébrique de la combinaison linéaire et du produit scalaire. Propriétés du produit scalaire.
	Travail à compléter	15 énoncés.
Fin du chapitre*	Chronique du passé	L'histoire des vecteurs (les débuts, les bipoints, la relation de Chasles, l'algèbre linéaire).
	Le monde du travail	Les aérodynamiciens (le métier, principes de physiques en jeu, le maillage et les expérimentations).
	Vue d'ensemble	31 énoncés.

*Notre appellation.

Aux fins de ce mémoire, certaines parties du chapitre ont été écartées. Plus précisément, l'ensemble de la section de la révision des notions préalables a été éliminé, car les énoncés ne mobilisent pas la notion de vecteur. De plus, les énoncés dans la section de fin du chapitre, c'est-à-dire ceux de la « Vue d'ensemble », ont aussi été écartés puisqu'il s'agit ici d'étudier l'introduction de la notion de vecteur dans les manuels.

3.3.4 STRUCTURE DU MANUEL *OPTIONSCIENCE*

Dans le manuel *Optionscience*, une section appelée « les préalables mathématiques en mécanique » est proposée en entrée de jeu. Elle est suivie d'une série d'énoncés de problèmes. Cette section est divisée en deux dont le contenu est exposé dans le tableau ci-dessous.

Tableau 8: Contenu de la révision des notions préalables du manuel *Optionscience*

Sous-section	**Contenu**	**Détails sur le contenu**
La trigonométrie	Relations trigonométriques dans un triangle rectangle	Rapport sinus, cosinus et tangente d'un angle.
	Relations dans un triangle quelconque	Lois des sinus et des cosinus.
Les vecteurs	Caractéristiques des vecteurs	Définition du vecteur : grandeur, direction et sens.
	Représentation des vecteurs dans un plan cartésien	Méthode pour définir l'angle et le sens d'un vecteur.
	L'addition et la soustraction de deux vecteurs	Méthode géométrique (méthode du triangle) et méthode algébrique (par les composantes), méthode algébrique pour trouver l'orientation d'un vecteur.
	Multiplication et division d'un vecteur par un scalaire	Définition de multiplication d'un vecteur par un scalaire.
	Travail à compléter	9 énoncés.

Il n'y a que la sous-section, « Les vecteurs », qui a été retenue pour ce mémoire.

Pour la partie qui traite de la mécanique en physique, c'est-à-dire celle qui mobilise la notion de vecteur, les chapitres retenus du manuel sont présentés dans le tableau ci-dessous. Pour l'ensemble de ces cinq chapitres, une première partie présente les savoirs essentiels, suivie d'une série d'énoncés de problèmes. À la fin de chaque chapitre, des pages résument ces savoirs en y incluant les relations mathématiques s'il y a lieu. Une série d'énoncés en guise de révision bouclent le chapitre.

Tableau 9: Contenu des chapitres de la mécanique retenus du manuel *Optionscience*

Chapitre	**Contenu**	**Détails sur le contenu**
Chapitre 3 Le mouvement en deux dimensions	Les vecteurs du mouvement	Relations entre le vecteur position, le vecteur vitesse et le vecteur accélération.
	Travail à compléter	6 énoncés visant à identifier les vecteurs du mouvement énumérés précédemment.
	Le mouvement des projectiles	Caractéristiques du mouvement de projectiles et représentation dans le plan cartésien. Lien mathématique avec la parabole. Équations du MRU* pour la dimension horizontale et du MRUA** pour la dimension verticale.
	Travail à compléter	7 énoncés.
	La relativité du mouvement	Description de la relativité dans le mouvement.
	Travail à compléter	5 énoncés.
	Travail à compléter sur l'ensemble du chapitre 3	8 énoncés.
Chapitre 4 La première loi de Newton	Le concept de force	Description de l'effet d'une force sur le mouvement selon le mouvement préalable de l'objet.
	La loi de l'inertie	Définition du principe de l'inertie.
	Travail à compléter	2 énoncés sur le concept de force et 10 énoncés sur le principe de l'inertie.
	La force résultante et l'état d'équilibre	Définition de l'état d'équilibre et de force résultante.
	Travail à compléter	11 énoncés.
	Travail à compléter sur l'ensemble du chapitre 4	8 énoncés.
Chapitre 5 La deuxième loi de Newton	La relation entre la force, la masse et l'accélération	Description de la relation entre la force résultante, la masse et l'accélération d'un objet.
	Les diagrammes de corps libre	Méthode pour représenter un ensemble de forces appliquées sur un objet.
	Travail à compléter	10 énoncés sur la relation entre la force la masse et l'accélération et 2 énoncés de représentation des forces à l'aide d'un diagramme de corps libre.
	La force gravitationnelle	Description et représentation de la force gravitationnelle, description de la loi de la gravitation universelle et la relation entre le poids, la masse et l'accélération gravitationnelle d'un objet, distinction entre masse et poids.
	Travail à compléter	3 énoncés.
	La force normale	Description et représentation de la force normale.
	Travail à compléter	6 énoncés.
	Les forces de frottement	Définition et représentation de la force de frottement. Distinction entre le frottement statique et cinétique et définition de la friction de l'air.
	Travail à compléter	6 énoncés.
	Travail à compléter sur l'ensemble du chapitre 5	12 énoncés.

Chapitre 6 La troisième loi de Newton	La loi de l'action et de la réaction	Description et représentation du principe d'action-réaction entre deux objets.
	Travail à compléter	9 énoncés.
	La force centripète	Description et représentation de la force centripète. Relation entre la force centripète, le rayon de rotation, la masse et la vitesse de l'objet.
	Travail à compléter	6 énoncés.
	Travail à compléter sur l'ensemble du chapitre	8 énoncés.
Chapitre 7 Le travail et la puissance	Le concept de travail	Définition du travail effectué par une force. Relation entre le travail, la valeur de la force appliquée et la longueur de son déplacement.
	Travail à compléter	6 énoncés.
	Le travail d'une force constante et d'une force variable	Description d'une force constante et d'une force variable, définition et représentation de la force appliquée sur un ressort, relation entre la force élastique, la constante de rappel du ressort et la longueur de son déplacement.
	Travail à compléter	3 énoncés.
	Le concept de puissance	Définition de la puissance. Relation entre la puissance, le travail et le temps écoulé pour accomplir ce travail.
	Travail à compléter	5 énoncés.
	Travail à compléter sur l'ensemble du chapitre	9 énoncés.

* Mouvement rectiligne uniforme.
** Mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Dans le tableau précédent, il n'y a qu'une partie du manuel qui est présentée. En effet, les deux sections précédentes sur l'étude du mouvement (mouvement rectiligne uniforme et mouvement rectiligne uniformément accéléré) ont été rejetées puisque l'on reprend ces deux types de mouvements dans l'étude des projectiles. La section sur la notion de l'inertie a aussi été supprimée, car elle est abordée dans le chapitre suivant avec la notion d'action-réaction. Les sections sur la puissance mécanique ainsi que le calcul de l'énergie ont été retirées puisque la notion de vecteur n'est pas essentielle pour résoudre ces problèmes.

3.3.5 STRUCTURE DU MANUEL *QUANTUM*

Le manuel *Quantum* est composé de cinq sections appelées « module » dont le deuxième traite des notions préalables à la mécanique, divisé en trois chapitres. Pour chacun d'eux, une section appelée « rappel » présente les savoirs essentiels suivis d'une série d'énoncés de problème (contexte réaliste ou visant plutôt la représentation des forces en jeu à l'aide de vecteurs). Une dernière section appelée « Consolidation » présente une seconde série d'énoncés en guise de révision des savoirs proposés dans l'ensemble du chapitre. Voici la structure des trois chapitres composant le deuxième module sur la révision des notions préalables.

Tableau 10: Contenu de la révision des notions préalables du manuel *Quantum*

<table>
<tr><th>Chapitre</th><th>Contenu</th><th>Détails sur le contenu</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Chapitre 6 Les systèmes de référence</td><td>L'utilité d'un système de référence</td><td>Description et représentation de mouvement sur un système de référence.</td></tr>
<tr><td>Les systèmes de référence galiléens</td><td>Définition de référence géocentrique et héliocentrique.</td></tr>
<tr><td>Les systèmes de coordonnées</td><td>Description et distinction entre le système de coordonnées cartésiennes (x,y) et polaires(r, θ). Méthode pour passer d'une forme à l'autre.</td></tr>
<tr><td>Travail à compléter</td><td>13 énoncés.</td></tr>
<tr><td>Consolidation</td><td>3 énoncés.</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Chapitre 7 Les grandeurs et les unités</td><td>Grandeur, mesure et unité de mesure</td><td>Définition de chaque terme (grandeur, mesure et unité de mesure). Présentation des unités de base selon différentes grandeurs distinctes (par exemple, le mètre pour mesurer une distance ou le m/s pour mesurer la vitesse).</td></tr>
<tr><td>Le système international d'unités</td><td>Définition d'un mètre, d'un kilogramme et d'une seconde.</td></tr>
<tr><td>Les étalons fondamentaux des unités de base de la mécanique</td><td>Présentation des unités de base utilisées en mécanique selon différentes grandeurs distinctes.</td></tr>
<tr><td>Les unités dérivées du système international</td><td rowspan="2">Préfixes et symboles de différentes multiples et sous-multiples des unités du SI (m, cm, mm).</td></tr>
<tr><td>Les multiples et les sous-multiples des unités</td></tr>
<tr><td>Grandeur scalaire et vectorielle</td><td>Définition et distinction d'une grandeur scalaire et d'une grandeur vectorielle.</td></tr>
<tr><td>Travail à compléter</td><td>13 énoncés.</td></tr>
<tr><td>Consolidation</td><td>6 énoncés.</td></tr>
</table>

Chapitre 8 Les vecteurs	Les propriétés des vecteurs	Rappel de la distinction entre les deux types de grandeurs (scalaire et vectorielle). Méthode de la recherche des composantes d'un vecteur. Calcul de la norme et de l'orientation.
	L'addition de vecteurs	Méthodes géométrique et algébrique pour additionner deux vecteurs.
	La soustraction de vecteur	Méthode algébrique pour soustraire deux vecteurs.
	La multiplication d'un vecteur par un nombre	Méthode algébrique pour multiplier un vecteur par un scalaire.
	Travail à compléter	18 énoncés.
	Consolidation	5 énoncés.

Dans le cadre de cette étude, seulement le chapitre 8 a été retenu, car il traite des différentes dimensions de la notion de vecteur exposées dans le chapitre précédent. La série d'énoncés de consolidation n'a pas été retenue, car on s'intéresse à l'introduction de la notion de vecteur.

Pour la partie qui traite de la mécanique en physique, les sections retenues du manuel où la notion de vecteur est mobilisée sont présentées dans le tableau suivant. Pour l'ensemble de ces six chapitres, une première partie présente un rappel des savoirs importants[30]. Elle est suivie d'une série d'énoncés de problèmes.

Tableau 11: Contenu des chapitres de la mécanique retenus du manuel *Quantum*

Chapitre	**Contenu**	**Détails sur le contenu**
Chapitre 11 Le mouvement des projectiles	La description du mouvement des projectiles	Rappel des concepts et des équations du MRU et du MRUA.
	Le mouvement des objets lancés horizontalement	Description du mouvement de projectiles où la vitesse initiale verticale est nulle.
	Le mouvement des objets lancés obliquement	Description du mouvement de projectiles où la vitesse initiale doit être analysée selon ses dimensions verticale et horizontale de façon indépendante.
	Travail à compléter	26 énoncés.
	Consolidation	7 énoncés.
Chapitre 12	La notion de force	Description d'une force et son unité de mesure.

[30] Pour ce cahier d'activités, contrairement au manuel de physique précédent, l'élève doit avoir son manuel pour compléter les explications des concepts, car on laisse beaucoup plus de place aux exercices.

Les différents types de forces	La force gravitationnelle	Définition de la loi de la gravitation universelle. Description de la relation entre la force gravitationnelle, la masse et l'accélération gravitationnelle.
	La force normale	Définition de la force normale.
	La force de frottement	Définition et distinction entre le frottement statique et cinétique. Relation entre la force de frottement, son coefficient de frottement et la force normale.
	La tension	Définition de la tension dans une corde.
	La force centripète	Définition de la force centripète. Relation entre celle-ci, le rayon de rotation, la masse et la vitesse de l'objet.
	Travail à compléter	28 énoncés.
	Consolidation	11 énoncés.
Chapitre 13 Les corps soumis à plusieurs forces	Le diagramme de corps libre	Définition d'un diagramme de corps libre.
	La résultante de plusieurs forces	Définition de la force résultante. Présentation des techniques géométrique et algébrique pour déterminer la force résultante.
	L'équilibre	Définition et description de l'état d'équilibre. Définition de la force équilibrante. Décomposition en composantes des forces sur un plan incliné.
	Travail à compléter	19 énoncés.
	Consolidation	3 énoncés.
Chapitre 14 Les lois de Newton	La première loi de Newton et l'inertie	Description du principe de l'inertie.
	La notion de force et la deuxième loi de Newton	Relation entre la force résultante, la masse et l'accélération d'un objet. Rappel de leurs unités respectives de mesure. Présentation d'étapes de résolution d'un problème de dynamique.
	La troisième loi de Newton	Définition du principe d'action-réaction.
	Travail à compléter	42 énoncés.
	Consolidation	4 énoncés.
Chapitre 15 Le travail et la puissance mécanique	Le travail	Relation entre le travail effectué par une force, la grandeur de cette force et son déplacement. Unités de mesure et description de cas particuliers (travail maximal, nul, moteur et résistant).
	La puissance mécanique	Relation entre la puissance mécanique, le travail et le temps, unités de mesure.
	Travail à compléter	23 énoncés.
	Consolidation	7 énoncés.
Chapitre 17 L'énergie potentielle élastique	Le comportement des ressorts hélicoïdaux contraints	Définition d'un ressort et présentation des types de ressort. Relation entre la force de rappel, sa constante de rappel et la longueur de l'étirement ou de la compression du ressort.
	L'énergie emmagasinée dans un ressort	Relation entre le travail de la force, sa constante de rappel et la longueur de l'étirement ou de la compression du ressort.
	Travail à compléter	22 énoncés.
	Consolidation	4 énoncés.

Dans le tableau précédent, des sections n'ont pas été retenues pour l'étude dont celle du mouvement rectiligne uniforme et du mouvement rectiligne uniformément accéléré de même que la partie sur l'inertie, le calcul de la puissance mécanique, et ce, pour les mêmes raisons que le manuel précédent. De plus, pour diminuer l'envergure de ce travail, la série d'énoncés de consolidation n'a pas été retenue.

3.4. PRÉSENTATION DE LA GRILLE D'ANALYSE

Pour cette étude, une grille d'analyse a été développée en prenant en compte les dimensions présentées dans le schéma exposé au chapitre 2. L'application de cette grille a permis un codage de chacun des énoncés des sections retenues dans chaque manuel. Suite à ce codage, un portrait plus général de l'introduction du vecteur dans chaque manuel est ensuite dégagé. L'analyse de chaque manuel est succédée par une analyse comparative des contenus appliquée à deux niveaux :

- Analyse tenant compte des recommandations didactiques en vue d'y étudier la cohérence et la pertinence des définitions dans les énoncés proposés;
- Analyse interdisciplinaire des manuels : la grille développée sera à nouveau utilisée afin d'y dégager les similitudes et divergences.

La grille d'analyse élaborée permet de recueillir des informations sur différentes variables touchant notamment le type de contexte, les illustrations, le type de travail exigé, le type de guidage, le type de vecteurs utilisé, les opérations abordées ainsi que l'utilisation des différentes relations possibles entre les vecteurs. Une catégorie nommée « Préalables nécessaires » a aussi été retenue afin de vérifier s'il y a ambigüité dans l'enchainement des énoncés.

3.4.1 LES CATÉGORIES DE LA GRILLE

Les 21 catégories de la grille servent à recueillir des informations sur un énoncé seulement. Ce travail est reproduit autant de fois qu'il y a d'énoncés mobilisant la notion de vecteur. Voici un tableau qui fournit une description pour chacune d'elles. Un exemple d'analyse pour un énoncé suit le tableau.

Tableau 12: Description de chaque catégorie de la grille d'analyse

<table>
<tr><th colspan="2">Catégorie</th><th colspan="2">Description</th></tr>
<tr><td colspan="2">Préalables nécessaires</td><td colspan="2">On note ici les concepts nécessaires à la réalisation de l'énoncé.</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Contexte*</td><td rowspan="2">Réaliste (codage en 2 temps)</td><td rowspan="2">Un contexte dit réaliste est celui qui est susceptible de se produire réellement. Il est donc possible de le rencontrer dans la vie de tous les jours de l'élève. Il s'agit d'une simulation de la réalité ou d'une partie de la réalité.</td><td>Authenticité : il faut nécessairement se demander s'il peut être réalisé pour vrai ou être du moins simulé. Il faut donc que les différents facteurs qui influencent un phénomène soient pris en compte. Si ces facteurs sont, volontairement ou non, rendus opaques à l'élève, on dira que le contexte est non authentique.</td></tr>
<tr><td>Nécessaire à la compréhension : si l'élève doit obligatoirement le considérer pour développer les raisonnements qui permettront la résolution de l'énoncé. Par contre, si le contexte réaliste, bien que présent, n'est jugé que simple habillage pour répondre à la question proposée, on dira que le contexte n'est pas nécessaire.</td></tr>
<tr><td>Mathématique</td><td colspan="2">Un contexte mathématique fait référence à des objets mathématiques, des nombres, des relations ou même des opérations arithmétiques. Il ne renvoie pas à un scénario de la vie.</td></tr>
<tr><td>Associé à un déplacement d'objet</td><td colspan="2">On note par oui ou non si un contexte réaliste amène un déplacement d'objet (selon le plan vertical, horizontal, ou sur plan incliné).</td></tr>
<tr><td>Présence de données inutiles</td><td colspan="2">Un énoncé comportant des informations qui ne sont pas nécessaires pour répondre à la question ou la tâche proposée. Si des données inutiles sont présentes, elles sont identifiées.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Type de vecteurs (codage en 2 temps)</td><td rowspan="2">Vecteur géométrique : si le contexte proposé est codé mathématique</td><td colspan="2">Vecteur lié : si l'origine du vecteur est fixée dans l'énoncé ou dans la représentation dans le plan.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Vecteur libre : emphase mise sur la possibilité de représenter un vecteur donné à l'aide de différents représentants qui sont en fait des</td></tr>
</table>

	(cadre géométrique).	translations du premier. L’énoncé peut aussi exprimer que l’origine du vecteur n’est pas fixée ou est inconnue.
	Vecteur physique : si le contexte proposé est codé réaliste.	Vecteur lié : si le point d’application est fixé dans l’énoncé ou par l’étude de l’objet en jeu.
		Vecteur glissant : si le point d’application est connu certes, mais comme il y a déplacement de l’objet selon une droite, il s’agit plutôt d’un vecteur dit glissant puisque le point d’application se déplace.
	Vecteur algébrique : si le vecteur en jeu dans l’énoncé est présenté à partir de ses composantes, et ce, peu importe le type de contexte.	
Illustrations	Nécessité pour la compréhension	Un énoncé peut être accompagné d’une ou de plusieurs illustrations. On s’intéresse ici à la nécessité de celles-ci dans l’appropriation de la tâche ou de la situation.
	Représentation fournie des vecteurs	On note par oui ou non, si les vecteurs en jeu dans l’énoncé sont déjà illustrés y compris les informations reliées à la norme, la direction et le sens.
Type de travail exigé	Activité d’introduction	Activité qui vise à introduire un nouveau savoir, une nouvelle relation, une nouvelle propriété ou une nouvelle méthode.
	Appropriation de phénomène	Énoncé qui consiste en l'identification et la modélisation préalable des forces en jeu à l’aide de vecteurs ou simplement un énoncé où l'élève est amené à répondre par des mots, sans faire de calculs, afin de faire ressortir les éléments importants du contexte à prendre en considération pour ainsi modéliser mathématiquement des énoncés à contexte semblable ultérieurement.
	Exercisation	Énoncé où on demande d’appliquer un ou des savoirs. Par leur exécution, on augmente l'efficience de l'élève par rapport à l'application d'une méthode.
	Modélisation	Énoncé dont la résolution est un processus de modélisation de la situation dont le vecteur est une ressource.
	Preuve mathématique	Énoncé visant la rédaction d’une preuve mathématique ou proposant une preuve que l’élève doit analyser.
Type de guidage**	Par des explications	Énoncé qui fournit les outils ou les explications permettant de résoudre le problème.
	Par un enchainement de sous-questions	Des sous-questions sont présentes. Elles ont pour visée de faire ressortir une nouvelle méthode, une nouvelle propriété, un nouveau concept.
	Par la procédure	Énoncé qui impose à l’élève une méthode de résolution.
Aborde les opérations		On note par laquelle ou lesquelles des opérations nécessaires pour répondre à l’énoncé (l’addition, la soustraction, la multiplication d’un vecteur par un scalaire, le produit scalaire entre deux vecteurs, la combinaison linéaire ou la projection orthogonale).
Aborde les propriétés sur les opérations		On note par laquelle ou lesquelles des propriétés mathématiques entre les vecteurs sont traitées (la commutativité et/ou l’associativité)
Aborde les relations avec les vecteurs		On note par laquelle ou lesquelles des relations entre les vecteurs sont traitées (l’équipollence, la colinéarité et l’orthogonalité).

*Lors du codage des énoncés, différents sujets ont été abordés par le biais de contextes réalistes issus de la physique. Il a été nécessaire, au chapitre suivant, de les distinguer.

**Cette catégorie a également émergé lors du codage car, il est apparu important de mieux rendre compte de la particularité de certains énoncés qui tendent à accompagner l’élève soit dans la compréhension d’un phénomène, soit dans l’application d’une méthode.

Pour mieux comprendre le codage, voici un exemple d'énoncé analysé selon l'ensemble de ces 21 catégories :

> Une corde de 70 cm de long est attachée à l'extrémité d'un traîneau. Lorsqu'on le tire, l'orientation de la force exercée est identique à l'inclinaison de la corde. Seule la projection orthogonale de $\vec{f}$ sur une droite parallèle au sol engendre un déplacement horizontal du traîneau. Le schéma ci-dessous illustre cette situation pour une personne qui tire ce traîneau. a) Déterminez la force qui engendre un déplacement horizontal du traîneau. b) À quelle hauteur faut-il placer les mains pour que la force qui engendre le déplacement horizontal du traîneau soit égale à la force exercée sur la corde? Expliquez votre réponse (*Visions mathématique*, 2010, p.28).

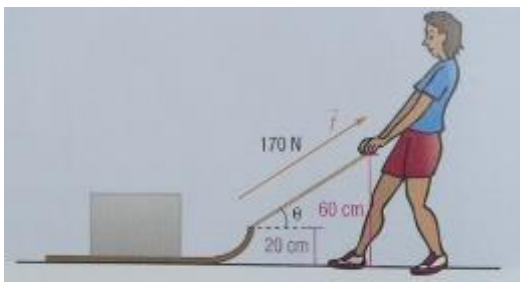


Figure 14: Énoncé #20 p. 28
**Visions mathématique*, 2010

Tableau 13: Exemple d'analyse d'un énoncé selon les différentes catégories

<table>
<tr><th colspan="2">Catégorie</th><th colspan="2">Description</th></tr>
<tr><td colspan="2">Préalables nécessaires</td><td colspan="2">Établissement de rapports trigonométriques dans le calcul des composantes.</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Contexte</td><td rowspan="2">Réaliste (codage en 2 temps)</td><td rowspan="2">Contexte réaliste associé aux forces appliquées à des objets.</td><td>Authenticité : non, car on ne tient pas compte de la force de frottement</td></tr>
<tr><td>Nécessaire à la compréhension : oui, car l'intention de cet énoncé est de démontrer une application de la projection orthogonale dans le calcul de la force efficace pour déplacer un objet</td></tr>
<tr><td>Mathématique</td><td colspan="2">Ne s'applique pas</td></tr>
<tr><td>Associé à un mouvement de translation</td><td colspan="2">Oui, car l'objet est en mouvement.</td></tr>
<tr><td>Présence de données inutiles</td><td colspan="2">Non.</td></tr>
<tr><td>Type de vecteur</td><td>Vecteur physique : car le contexte proposé est codé réaliste.</td><td colspan="2">Vecteur glissant : car le point d'application de la force est connu et comme il y a déplacement de l'objet selon une droite (le plan horizontal), il s'agit d'un vecteur physique glissant.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Illustrations</td><td>Nécessité pour la compréhension</td><td colspan="2">Oui, car l'élève a besoin des informations fournies par celle-ci pour répondre à l'énoncé.</td></tr>
<tr><td>Représentation fournie des vecteurs</td><td colspan="2">Oui.</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Type de travail exigé</td><td>Activité d'introduction</td><td colspan="2">Non.</td></tr>
<tr><td>Appropriation de phénomène</td><td colspan="2">Non.</td></tr>
<tr><td>Exercisation</td><td colspan="2">Non.</td></tr>
<tr><td>Modélisation</td><td colspan="2">Oui, la notion de vecteurs est essentielle pour y répondre.</td></tr>
<tr><td>Preuve mathématique</td><td colspan="2">Non.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Type de guidage</td><td>Par des explications</td><td colspan="2">Oui, car on présente l'application du principe de projection orthogonale d'une force sur le plan horizontal dans l'étude du déplacement d'un objet.</td></tr>
<tr><td>Par un enchainement de sous-questions</td><td colspan="2">Non.</td></tr>
<tr><td>Par la procédure</td><td colspan="2">Non.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aborde les opérations</td><td colspan="2">Oui la projection orthogonale.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aborde les propriétés sur les opérations</td><td colspan="2">Non.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aborde les relations avec les vecteurs</td><td colspan="2">Non.</td></tr>
</table>

3.5. CRITÈRES MÉTHODOLOGIQUES DE RIGUEUR ET DE SCIENTIFICITÉ

L'élaboration d'une grille d'analyse suite à l'écriture du cadre conceptuel est l'un des leviers importants pour l'analyse des énoncés des manuels. Une préanalyse de quelques énoncés a permis d'élaborer les grandes catégories. Pour évaluer la fiabilité de la grille, l'auteure de cette recherche, accompagnée de sa directrice, avait à remplir la grille chacune de leur côté pour ainsi apporter leurs commentaires sur sa fiabilité. Elles ont ensuite confronté leurs idées pour que chacune d'entre elles ait une signification semblable de chaque catégorie de la grille. D'autres catégories ont d'ailleurs émergé suite aux discussions afin de peaufiner la grille d'analyse. Plusieurs rencontres téléphoniques ont été nécessaires, car, au fur et à mesure que l'analyse de contenu avançait, d'autres catégories émergeaient, toujours dans le souci de précision des résultats. Une version légèrement modifiée de la grille ressortait et à chaque fois, il fallait repasser sur chaque énoncé avec la nouvelle version de la grille.

Pour terminer, il est important de noter que cette recherche comporte deux techniques d'analyse : l'analyse qualitative du contenu de chaque manuel dans le codage de la grille, mais aussi une analyse de type quantitatif qui vise à dénombrer le nombre d'énoncés en contexte réaliste, authentique et nécessaire à la compréhension dans un travail de modélisation. En entrecroisant les catégories, ce travail permet de mieux visualiser le souci des auteurs des manuels à développer de façon efficiente la notion de vecteur.

3.6. LES LIMITES DE LA RECHERCHE

Dans le programme québécois, deux des séquences en mathématique (technico-science et sciences naturelles) visent l'introduction au vecteur. Pour chacune d'elles, on compte un minimum de trois compagnies d'édition proposant des manuels. Pour diminuer l'envergure de ce mémoire, on se limitera à deux manuels en mathématique et à deux manuels en physique. Nécessairement, pour avoir une meilleure vue d'ensemble du matériel mis à la disposition des enseignants, cette recherche pourrait se prolonger par l'étude des autres manuels de 5e secondaire. De même, cette recherche ne porte pas sur le matériel développé par les enseignants, ce qui pourrait être l'objet d'une autre recherche. Une telle recherche permettrait de mieux saisir le rationnel des enseignants alors qu'ils organisent et structurent leurs cours en fonction des besoins de leurs élèves ou même du moment de la journée où certaines notions seront vues[31]. Il pourrait être intéressant de rencontrer des enseignants qui ont choisi d'utiliser les manuels étudiés dans ce mémoire pour ainsi documenter le potentiel et les limites des manuels telles que perçues par ceux-ci pour l'enseignement et l'apprentissage de la notion de vecteur.

---

[31] Par notre expérience d'enseignante.

CHAPITRE 4

LES RÉSULTATS ET L'ANALYSE

4.1. INTRODUCTION

Ce chapitre présente les résultats associés au survol de chaque manuel dans l'application de la grille exposée au précédent chapitre à chaque énoncé. L'étude des deux manuels de mathématique retenus sera d'abord discutée, puis l'on poursuivra avec les deux manuels de physique. Une analyse individuelle permettra ensuite de faire une comparaison des quatre manuels qui sera présentée au chapitre suivant.

4.2. ANALYSE DU MANUEL *VISIONS MATHÉMATIQUE*

4.2.1 ANALYSE DE LA PLANIFICATION DE L'ENSEIGNEMENT

Premièrement, pour ce qui concerne les préalables nécessaires[32] au développement de la notion de vecteur, le guide d'enseignement propose seulement une série d'énoncés de problèmes dont l'intention est de faire un retour sur les relations trigonométriques dans le triangle rectangle servant à calculer les composantes du vecteur, la loi des sinus servant à trouver la grandeur de vecteurs lorsqu'ils sont placés bout à bout et la loi des cosinus où découle la relation mathématique du produit scalaire. À noter qu'on ne fait pas mention de la relation de Pythagore qui est primordiale dans le calcul de la norme du vecteur.

[32] Il est important de rappeler que cette section du manuel n'a pas été analysée et les raisons ont été mentionnées dans le chapitre 3.

On remarque ensuite un tableau d'organisation proposé dans le guide d'enseignement.

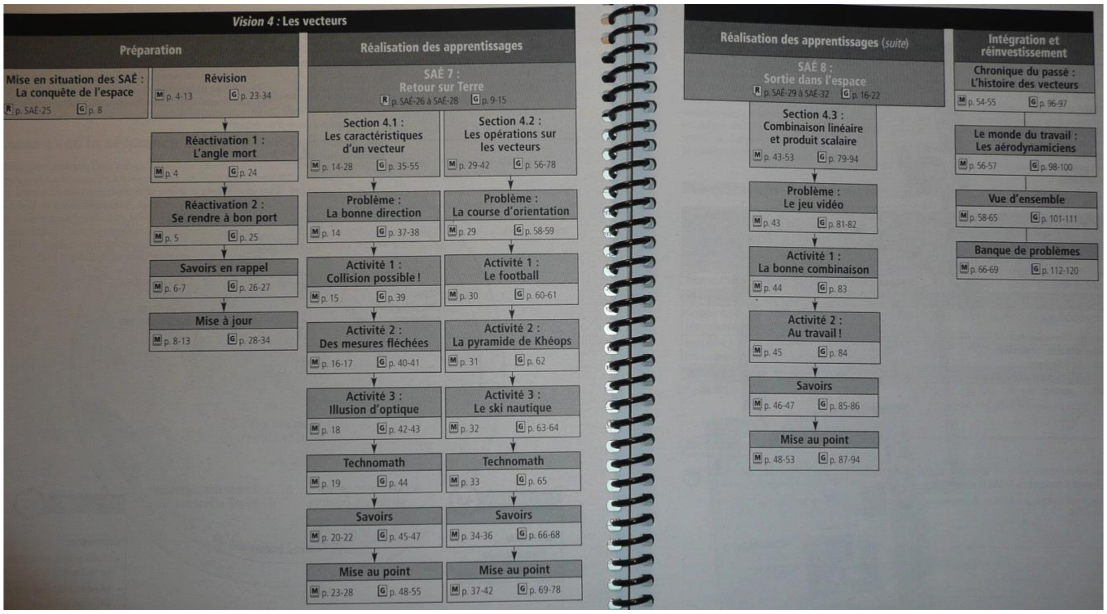


Figure 15: Tableau d'organisation de l'enseignement
**Guide du coup d'oeil*, 2010, p.6

Il s'agit en fait d'une vue d'ensemble du chapitre. Par cette image et le sens proposé des flèches qui relient les cases, on peut comprendre que la partie *réalisation des apprentissages*[33] devrait se compléter en tournant les pages une à la suite des autres. Pourtant, si on examine les notes didactiques accompagnant les situations d'apprentissage et d'évaluation (SAÉ)[34] synthétisées dans le tableau suivant, les auteurs proposent d'abord une *régulation interactive*[35]. De cette façon, on comprend qu'il est prévu des auteurs que la résolution de certains problèmes soit ardue pour les élèves avec les connaissances actuelles qu'ils ont. On planifie alors une intervention de l'enseignant en leur proposant des énoncés

[33] Qui est le contenu analysé par cette étude.
[34] Ces situations d'apprentissage et d'évaluation (SAÉ) n'ont pas fait l'objet de cette étude. Les auteurs recommandent de les présenter en entrée de jeu, au début de l'enseignement de la notion de vecteur, afin de développer la compétence *Résoudre des situations problèmes* et au cours de sa réalisation, l'enseignant vient greffer l'ensemble des notions qui y sont reliées.
[35] Cette expression est celle retenue par les auteurs.

de problèmes à offrir *a priori*, qui permettront d'introduire les «savoirs en jeu[36]», lesquels pourront être réinvestis dans la résolution des problèmes déclencheurs et activités proposés en guise de *régulation rétroactive*[37]. Par cette planification, on remarque que l'on renvoie les élèves à des énoncés de problèmes pour une régulation pendant l'enseignement (*interactive*) et aux problèmes déclencheurs et activités d'introduction en usant plutôt d'une *régulation rétroactive*, celle-ci étant l'occasion d'approfondir les «savoirs» visés.

Tableau 14: Planification d'enseignement proposée par le guide d'enseignement*

SAÉ*	**Section du manuel touchée**	**Régulation interactive****	**Régulation rétroactive*****
Retour sur Terre	Les caractéristiques d'un vecteur	Numéros 14 et 20	Problème déclencheur *La bonne direction*
	Les opérations sur les vecteurs	Numéros 3, 4 et 14	Activité *Le football*
Sortie dans l'espace	Combinaison linéaire et produit scalaire	Numéros 2, 4 et 15	Problème déclencheur *Jeu vidéo* et activité *La bonne combinaison*

*Tiré du *Guide du coup d'œil 4*, 2010
** Énoncés suggérés pendant la réalisation de la SAÉ
*** Énoncés suggérés après la réalisation de la SAÉ

À l'aide de la grille d'analyse élaborée au chapitre précédent, on s'attardera maintenant à étudier davantage cet enchainement du travail proposé afin de mieux visualiser dans quelles conditions on place les élèves pour leurs apprentissages.

[36] Idem
[37] Idem

Tableau 15: Analyse de l'enchainement du travail proposé aux élèves par le biais des SAÉ

Référence	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Savoirs abordés**	**Type de vecteur**
p.26 #14	Mathématique	Exercisation	Calcul de la norme de la projection	Géométrique libre
p.28 #20	Réaliste, non authentique, nécessaire à la compréhension	Modélisation guidée par des explications	Calcul de la norme de la projection orthogonale	Physique lié
p.38 #3	Mathématique	Exercisation	Calcul de la norme et de l'orientation du vecteur somme	Géométrique libre
p.38 #4	Mathématique	Exercisation	Calcul des nouvelles composantes suite aux opérations proposées	Algébrique
p.41 #14	Réaliste, non authentique, nécessaire à la compréhension	Exercisation guidée par des explications	Calcul de vecteur résultant d'une opération	Géométrique libre
Problème *La bonne direction* p.14	Réaliste, authentique et nécessaire à la compréhension	Modélisation	Identification des caractéristiques d'un vecteur	Physique lié
Activité *Le football* p.30	Réaliste, authentique et nécessaire à la compréhension	Activité d'introduction guidée par l'enchainement des sous-questions	Méthode du bout à bout pour l'addition de vecteurs	Physique lié
p.48 #2	Mathématique	Exercisation	Combinaison linéaire	Algébrique
p.49 #4	Mathématique	Exercisation	Combinaison linéaire	Géométrique libre
p.53 #15	Mathématique	Preuve guidée par l'enchainement de sous-questions	Émission d'une conjecture sur la particularité du résultat du produit scalaire entre 2 vecteurs orthogonaux ou dont l'angle entre les deux vecteurs est obtus	Géométrique libre et algébrique
Problème *Le jeu vidéo* p.43	Réaliste, authentique et nécessaire à la compréhension	Modélisation	Recherche d'une combinaison linéaire de deux vecteurs pour en trouver un troisième	Physique lié
Activité *La bonne combinaison* p.44	Mathématique	Activité d'introduction guidée par l'enchainement de sous-questions	Méthode géométrique et algébrique pour trouver une combinaison linéaire de deux vecteurs	Géométrique libre et algébrique

On remarque une tendance dans les énoncés proposés en guise de *régulation interactive*: on amène d'abord à l'élève un énoncé de problème dont le contexte est mathématique pour ainsi s'approprier le «savoir en jeu» dans un travail d'exercisation. On lui propose ensuite un énoncé dont le contexte est cette fois issu de la physique et dont le travail exigé est la modélisation de la situation. On cherche à enrichir le travail mathématique sur un savoir, par exemple, la projection orthogonale, pour ensuite ramener ce-dit savoir dans un contexte réaliste où il sera réinvesti dans un travail de modélisation.

Une fois l'apprentissage des savoirs complété, en guise de *régulation rétroactive*, on plonge l'élève dans la résolution d'un problème déclencheur amenant aussi un travail de modélisation. Il est important de rappeler que, contrairement aux activités d'introduction, les problèmes déclencheurs n'offrent aucune forme de guidage. Finalement, on offre une activité d'introduction où l'on présente le traitement mathématique de ce savoir sous forme de sous-questions qui le guident plus précisément dans son apprentissage, assurant ainsi l'exposition d'une procédure à faire apprendre. Cet enchainement du travail proposé semble être pertinent dans l'optique où le contenu à faire apprendre respecte certaines conditions notamment le passage du vecteur lié au vecteur libre.

Si on pose maintenant un regard plus précis au niveau du contenu de cet enchainement de travail, premièrement pour ce qui est du type de vecteur en jeu, il est plutôt surprenant de constater que dès le premier énoncé, le vecteur en jeu est considéré comme libre dans son cadre géométrique. Les énoncés suivants, dont le contexte est issu de la physique, mettent plutôt en jeu des vecteurs liés dans leur cadre physique. Les recommandations émises suggèrent un travail « inverse » : proposer des situations où le sens du vecteur lié est d'abord mis en évidence soit dans un cadre géométrique ou physique puis amener l'élève au développement du sens du vecteur libre. Il est aussi surprenant de constater que des vecteurs algébriques sont en jeu dès le quatrième énoncé, et ce, dans le but de faire apprendre la technique (dans un travail d'exercisation) pour calculer les composantes d'un vecteur, suite à certaines opérations effectuées. Malgré les possibles interventions de l'enseignant, ces constats portent tout de même à croire que l'élève doit rapidement s'approprier les différentes dimensions de la notion de vecteur dès la première planification proposée. En effet, la suite des énoncés à compléter est centrée sur la combinaison linéaire de deux vecteurs. Ainsi, l'élève s'exercera à l'aide de la méthode de résolution d'un système d'équations à deux variables pour trouver les deux scalaires multiplicatifs. Il est important de rappeler que pour cette partie, la colinéarité doit être maîtrisée. Avec ce qui a été analysé jusqu'à maintenant, elle n'a pas fait l'objet d'apprentissage jusqu'à présent. Ces constats confirment que l'on passe rapidement d'un savoir à un autre, et ce, sans les approfondir à l'aide d'énoncés de problèmes supplémentaires.

Pour terminer, le guide d'enseignement ne propose pas de planification précise pour le reste des énoncés de problèmes[38]. Il en revient donc à l'enseignant de proposer un enchainement dans la réalisation des autres problèmes déclencheurs, activités d'introduction et autres énoncés de problèmes. Comme celui-ci n'est pas tenu de suivre cette planification et pour simplifier ainsi le travail, la section suivante est l'analyse des problèmes déclencheurs et des activités d'introduction sans tenir compte de ce qui vient d'être discuté c'est-à-dire qu'ils seront analysés selon leur ordre de présentation dans le manuel. L'analyse des autres énoncés de problèmes suivra.

4.2.2 ANALYSE DE L'INTRODUCTION DE LA NOTION DE VECTEUR

Avant tout, il est important de rappeler que le chapitre sur le développement de la notion de vecteur de ce manuel est divisé en trois parties. La première touche la définition et la représentation du vecteur dans le plan, la deuxième partie traite des opérations et la troisième partie porte sur le produit scalaire et la combinaison linéaire (voir tableau 7).

[38] On remarque que les énoncés de chacune des trois sections du manuel sont numérotés soit en bleu ou en orange. Ceux numérotés en bleu sont marqués *priorité 1* et ceux marqués en orange *priorité 2*. Plus précisément, il est mentionné dans le guide (*Guide du coup d'œil 4*, 2010, p.VIII) qu'il est possible d'omettre ceux marqués orange. Dans le cadre de cette étude, cette distinction n'a pas été tenue en compte.

Chaque partie est structurée de façon semblable : un problème dit déclencheur comportant une seule question suivi de deux (ou parfois trois selon la section) activités d’introduction où les auteurs proposent un enchainement de questions qui vise à guider l’élève dans son appropriation d’un nouveau concept (nommé savoir essentiel dans le manuel), d’une nouvelle relation, d’une nouvelle propriété ou d’une nouvelle méthode. De même, certaines questions peuvent amener l'élève à expliquer en mots, sans calculs, des éléments importants à prendre en considération dans les énoncés de calculs mathématiques. S’en suit la présentation des savoirs essentiels reliés à chacune de ces sections. Ce qui suit est donc une analyse des tâches proposées à l’élève, divisée selon ces trois parties suivie de l’analyse de la présentation des savoirs essentiels.

4.2.2.1. Analyse de la section sur les caractéristiques des vecteurs

Le premier problème déclencheur est un contexte réaliste de secours d’hydravion. Il est non authentique, car on ne rend pas compte de l’influence possible des vents. Laquelle pourrait déjouer la trajectoire et retarder le sauvetage. Le contexte proposé est toutefois nécessaire à la compréhension, car on a besoin des informations sur le déplacement de l’hydravion pour répondre à la question:

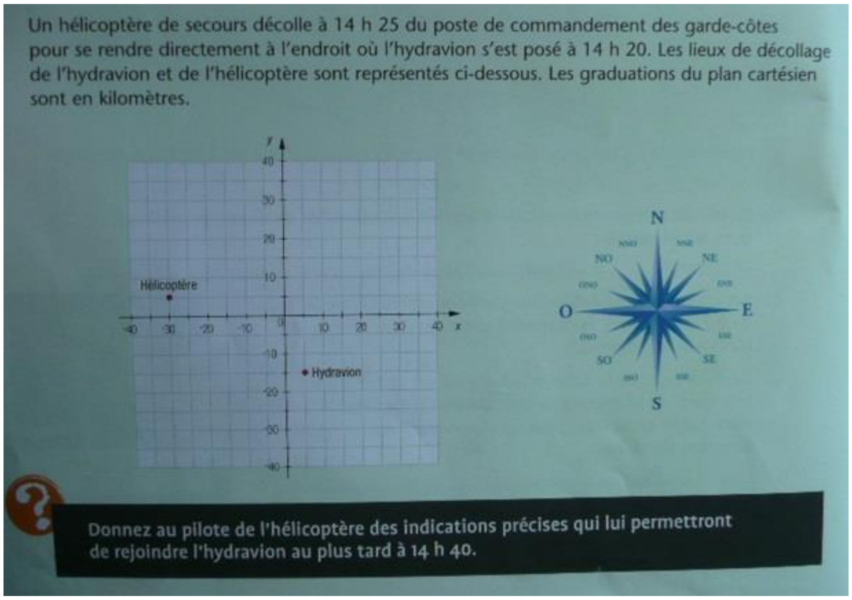


Figure 16: Problème déclencheur *La bonne direction*
**Visions mathématique*, 2010, p.14

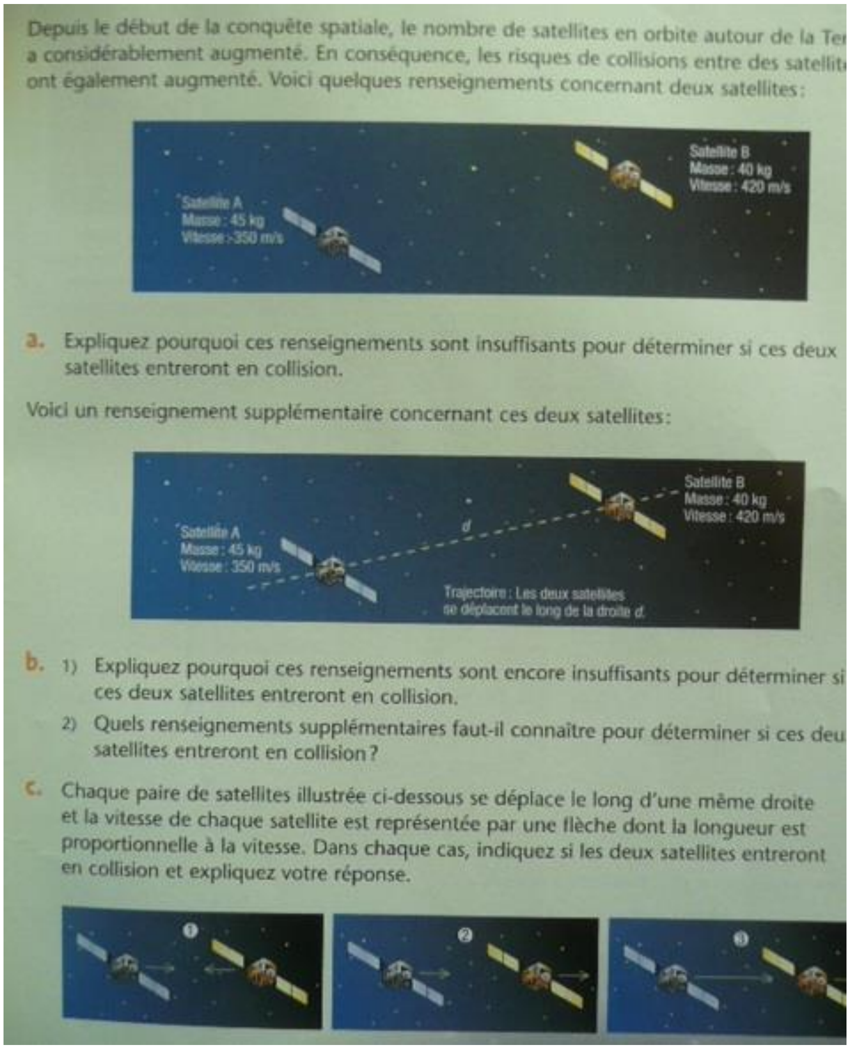
Par ses compétences développées au cours de son parcours scolaire, on s'attend à ce que l'élève soit capable de répondre à la question sans que les notions aient préalablement fait l'objet d'un enseignement. Comme le démontre le tableau 16, ce problème amène l'élève dans un travail de modélisation où la représentation mathématique de la situation est en partie fournie. L'élève n'est pas guidé dans son raisonnement, car la question lui laisse trouver par lui-même les informations nécessaires à la résolution soit: la vitesse et l'orientation de l'hydravion. De cette façon, l'élève fait ressortir les informations essentielles correspondant aux caractéristiques des vecteurs (grandeur et orientation) en plus de fournir une représentation de la situation dans le plan cartésien. Le type de vecteur en jeu est le vecteur physique lié, c'est-à-dire qu'on a un contexte issu de la physique (déplacement) dont la modélisation à l'aide d'un vecteur est limitée par une droite représentant la trajectoire de l'avion. À chaque instant donné (temps), il serait possible de représenter à l'aide d'un vecteur la vitesse de l'avion ou même son déplacement, mais ce n'est pas l'intention de ce problème.

Tableau 16: Synthèse de l'analyse du problème déclencheur *La bonne direction*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Réaliste, non authentique et nécessaire à la compréhension	Modélisation	non	Caractéristiques des vecteurs (grandeur et orientation)	Vecteur physique lié

S’en suivent trois activités qui abordent chacune une dimension différente de la notion de vecteur: une activité revient sur l’ensemble des caractéristiques des vecteurs, la deuxième sur les différentes relations entre les vecteurs et la troisième sur la recherche de la projection orthogonale d’un vecteur.

La première activité propose un contexte réaliste de déplacement de satellites, mais non authentique, car les satellites se déplacent en réalité selon une trajectoire elliptique. Ce contexte est aussi nécessaire à sa compréhension, car l’élève doit comprendre que les satellites ne doivent pas avoir la même orientation afin d’éviter la collision:


Depuis le début de la conquête spatiale, le nombre de satellites en orbite autour de la Ter
a considérablement augmenté. En conséquence, les risques de collisions entre des satellit
ont également augmenté. Voici quelques renseignements concernant deux satellites :

a. Expliquez pourquoi ces renseignements sont insuffisants pour déterminer si ces deux satellites entreront en collision.

Voici un renseignement supplémentaire concernant ces deux satellites :

b. 1) Expliquez pourquoi ces renseignements sont encore insuffisants pour déterminer si ces deux satellites entreront en collision.

2) Quels renseignements supplémentaires faut-il connaître pour déterminer si ces deu satellites entreront en collision ?

c. Chaque paire de satellites illustrée ci-dessous se déplace le long d'une même droite et la vitesse de chaque satellite est représentée par une flèche dont la longueur est proportionnelle à la vitesse. Dans chaque cas, indiquez si les deux satellites entreront en collision et expliquez votre réponse.

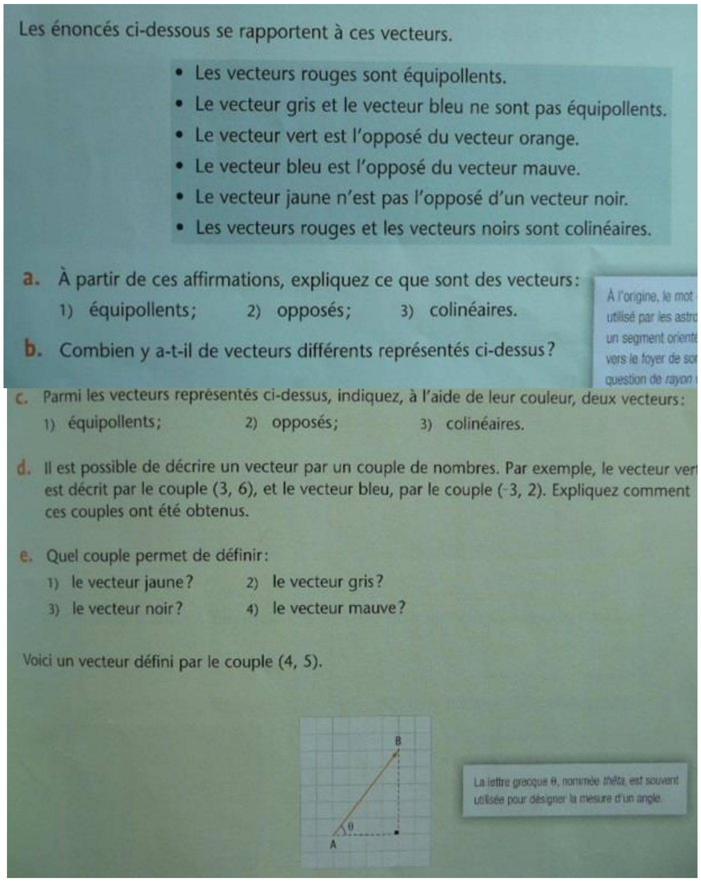
Figure 17: Activité *Collision possible*
**Visions mathématique*, 2010, p.15

Par un enchainement de sous-questions, on guide l'élève vers l'étude des caractéristiques essentielles du vecteur (direction, sens et longueur) décrivant le déplacement des satellites. Comme l'élève est amené à répondre par des mots, sans faire de calculs, pour ainsi faire ressortir des éléments importants à prendre en considération, cette activité a été codée «activité d'appropriation du phénomène». À l'aide de cette dernière, l'enseignant pourra généraliser les caractéristiques d'un vecteur permettant de le définir. Issu du cadre de la physique, le vecteur en jeu est lié de par la nécessité de l'associer au déplacement de chaque satellite, déplacement supporté par une droite. On constate donc ici que le désir d'accoler un contexte aux activités d'apprentissage réduit l'étude de la norme, du sens et de l'orientation d'un vecteur à l'analyse d'un seul de ses représentants. Le contexte n'étant pas propice à la comparaison de multiples représentants d'un même vecteur.

Tableau 17: Synthèse de l'analyse de l'activité *Collision possible*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Réaliste, authentique et nécessaire à la compréhension	Appropriation de phénomène	Par l'enchainement des sous-questions	Caractéristiques des vecteurs (grandeur et orientation)	Vecteur physique lié

La deuxième activité est en contexte mathématique :


Les énoncés ci-dessous se rapportent à ces vecteurs.

- Les vecteurs rouges sont équipollents.
- Le vecteur gris et le vecteur bleu ne sont pas équipollents.
- Le vecteur vert est l'opposé du vecteur orange.
- Le vecteur bleu est l'opposé du vecteur mauve.
- Le vecteur jaune n'est pas l'opposé d'un vecteur noir.
- Les vecteurs rouges et les vecteurs noirs sont colinéaires.

a. À partir de ces affirmations, expliquez ce que sont des vecteurs : 1) équipollents; 2) opposés; 3) colinéaires.

b. Combien y a-t-il de vecteurs différents représentés ci-dessus ?

c. Parmi les vecteurs représentés ci-dessus, indiquez, à l'aide de leur couleur, deux vecteurs : 1) équipollents; 2) opposés; 3) colinéaires.

d. Il est possible de décrire un vecteur par un couple de nombres. Par exemple, le vecteur vert est décrit par le couple (3, 6), et le vecteur bleu, par le couple (-3, 2). Expliquez comment ces couples ont été obtenus.

e. Quel couple permet de définir : 1) le vecteur jaune ? 2) le vecteur gris ? 3) le vecteur noir ? 4) le vecteur mauve ?

Voici un vecteur défini par le couple (4, 5).

Figure 18: Activité *Des mesures fléchées*
**Visions mathématiques*, 2010, p.16

Il s'agit d'une activité qui vise à introduire les relations entre les vecteurs (équipollence, vecteurs opposés et colinéarité) et une nouvelle méthode (méthode de décomposition d'un vecteur selon ses composantes). Dans un premier temps, les élèves doivent déduire les représentants renvoyant à un même vecteur et qui sont donc équipollents[39], les vecteurs opposés et les vecteurs colinéaires. On note au passage que les auteurs sèment eux-mêmes confusion pour aider les élèves à considérer le vecteur comme étant libre. Plus précisément, en parlant de «vecteurs équipollents» et non de «représentants

[39] Dans le guide d'enseignement, on spécifie de mentionner aux élèves que des vecteurs équipollents représentent le même vecteur (p.40).

de vecteurs équipollents», on induit que s'il y a deux représentants de vecteurs qui ne sont pas situés au même endroit dans le plan, ils ne renverraient donc pas à un seul et unique vecteur. Dans un deuxième temps, l'enchainement des sous-questions a) à c) amène les élèves à induire que la notion de direction est associée à la pente d'une droite. De cette façon, les vecteurs de même direction sont supportés par des droites parallèles et que les vecteurs colinéaires sont donc supportés par des droites parallèles. Dans un 3^{e} temps, l'enchainement des sous-questions d) à f) vise la recherche des composantes horizontale et verticale ainsi que l'angle permettant de définir l'orientation du vecteur. On remarque donc que, bien que l'activité ait un potentiel pour travailler l'acception de vecteur géométrique libre pour ainsi amener une réflexion sur les différents représentants d'un même vecteur, l'intention d'introduire les nouveaux qualificatifs (équipollence, vecteurs opposés et colinéarité) conduit les auteurs à ramener le travail des élèves sur des vecteurs géométriques liés. On va ainsi à l'encontre des recommandations de Tanguay (2002).

Tableau 18: Synthèse de l'analyse de l'activité *Des mesures fléchées*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Types de vecteurs**
Introduire de nouvelles relations	Mathématique	Activité d'introduction	Par l'enchainement des sous-questions	Les différentes relations possibles entre les vecteurs (équipollence, opposés et colinéarité)	Vecteurs géométriques : libre : a) et b); vecteur lié : c); vecteur algébrique: d), e) et f)

La troisième et dernière activité pour cette première section du manuel présente maintenant une application de la projection orthogonale d'un vecteur. Elle s'appuie sur un contexte réaliste de déplacement de bateau, mais non authentique, car on ne discute pas de l'influence des vents. Ce contexte est tout de même nécessaire à la compréhension pour comprendre l'illusion d'optique qui se cache derrière cette réalité:

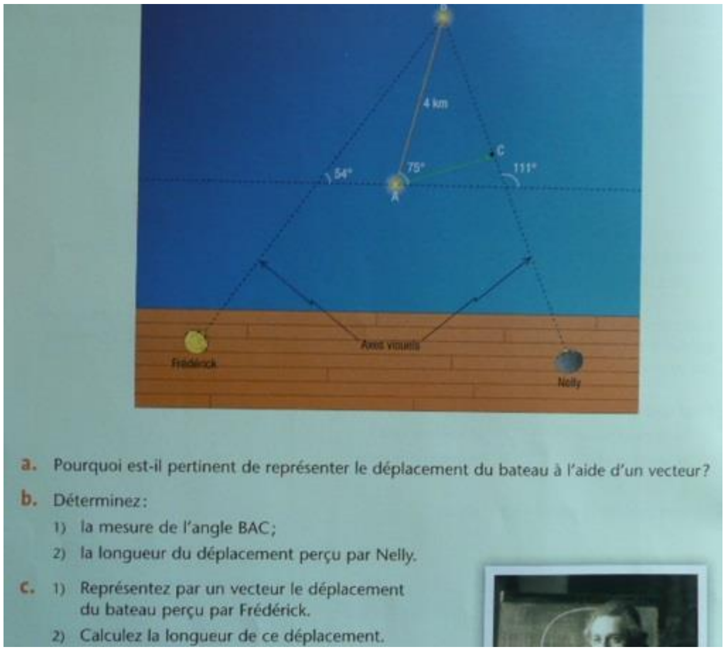


Figure 19: Activité *Illusion d'optique*
**Visions mathématique*, 2010, p.18

On guide donc l'élève dans sa résolution par un enchainement de sous-questions basé sur des notions de géométrie dans les triangles[40] lui permettant de calculer les déplacements perçus. Il s'agit d'une application de la projection orthogonale, dans un travail de modélisation guidé par les sous-questions, mais aussi par l'illustration fournie. Le type de vecteur en jeu est le vecteur physique lié, car il est utilisé dans un contexte relié à la physique et on connait l'origine (départ du bateau) et l'extrémité (arrivée du bateau) de celui-ci. Le tableau 19 résume l'analyse de cette activité.

[40] La valeur d'un angle plat est 180 degrés et la somme des angles intérieurs d'un triangle est 180 degrés.

Tableau 19: Synthèse de l'analyse de l'activité *Illusion d'optique*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Réaliste, non authentique et nécessaire à la compréhension	Modélisation	Par l'enchainement des sous-questions	La projection orthogonale	Vecteur physique lié

Finalement, par ce qui vient d'être analysé, on constate que les auteurs ne semblent pas soucieux de faire un parallèle entre la définition d'une translation mathématique, laquelle peut être représentée par différents vecteurs flèches dans le plan et l'étude du déplacement d'un objet pouvant suivre une certaine trajectoire qui ne sera pas nécessairement rectiligne et la possibilité de modéliser, à différents instants donnés, le déplacement à l'aide d'un vecteur. Les contextes utilisés jusqu'à présent sont principalement des contextes issus de la physique et ils portent exclusivement sur le déplacement d'objets. Donc, pour avoir une définition plus complète d'un vecteur, il faut se tourner vers la section de la présentation des savoirs essentiels de cette section. En voici l'analyse.

Après avoir présenté une définition d'une grandeur scalaire : « grandeur entièrement définie par un nombre » (p.20) et d'une grandeur vectorielle : « grandeur définie par un nombre et une orientation » (p.20), on donne comme définition d'un vecteur : « un vecteur permet de définir simultanément une grandeur, une direction et un sens » (p.20). Voici la représentation géométrique qui accompagne cette définition :

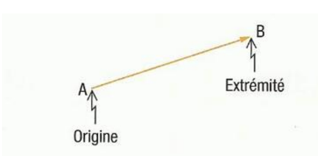


Figure 20: Représentation géométrique du vecteur
**Visions mathématique*, 2010, p.20

La représentation du vecteur proposée semble correcte, mais les propos qui l'accompagnent ne permettent pas de renforcer l'idée de vecteur géométrique libre. On ne fait pas de distinction entre les types de vecteurs malgré que l'on nomme deux façons pour nommer un vecteur :

Un vecteur peut être désigné par :
- une lettre minuscule surmontée d'une flèche ;
- deux lettres majuscules ordonnées surmontées d'une flèche. La première lettre correspond à l'origine du vecteur et la seconde, à son extrémité.

Figure 21: Notation du vecteur
**Visions mathématique*, 2010, p.20

La seconde notation telle que formulée tend vers l'idée de vecteur géométrique lié. Bien que correcte, il faut conserver en tête chez l'enseignant que si les lettres sont des points dans le plan, l'apprentissage du sens du vecteur dit libre est renforcé par un travail de coordination de différents représentants d'un même vecteur. Il ne faut pas négliger la confusion entre origine d'un plan cartésien et origine du vecteur.

La présentation de l'étude et de la recherche des composantes d'un vecteur doit aussi être réfléchie pour s'assurer de tendre la conception de vecteur libre.

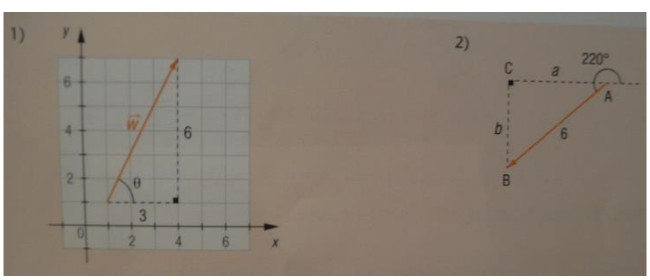


Figure 22: Exemple de calcul des composantes
**Visions mathématique*, 2010, p.21

On présente ici une méthode, à partir du plan cartésien pour trouver les composantes d'un vecteur ici lié (illustration de gauche). De placer celui-ci *a priori* dans le plan cartésien permet de visualiser le déplacement horizontal et vertical qu'engendre l'extrémité du vecteur faisant ainsi un parallèle avec la translation mathématique. L'illustration de droite renforce toutefois l'idée de vecteur libre, car on propose à l'élève une méthode pour calculer les composantes à partir de la norme et de l'orientation du vecteur à l'aide des rapports trigonométriques du triangle rectangle.

Avant de donner une définition des différentes relations entre les vecteurs, on présente la projection orthogonale par une définition et une représentation dans le plan. Il est souhaité que l'élève ait préalablement complété la dernière activité d'introduction *Illusion d'optique* présentée précédemment, car la définition ne lui confère aucune utilité, ni de sens.

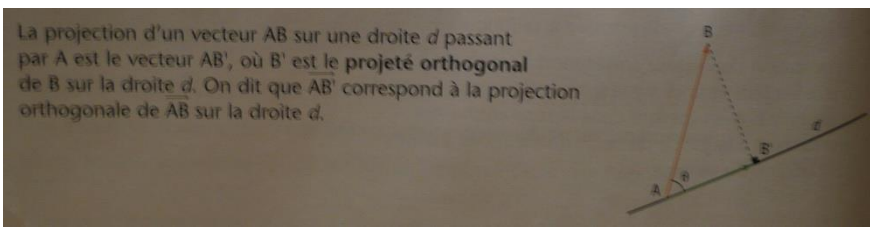

La projection d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$ sur une droite d passant par A est le vecteur $\overrightarrow{AB'}$, où B' est le **projeté orthogonal** de B sur la droite d. On dit que $\overrightarrow{AB'}$ correspond à la projection orthogonale de $\overrightarrow{AB}$ sur la droite d.

Figure 23: Définition de la projection orthogonale
**Visions mathématique*, 2010, p.22

Pour terminer cette section, différentes relations entre les vecteurs sont proposées.

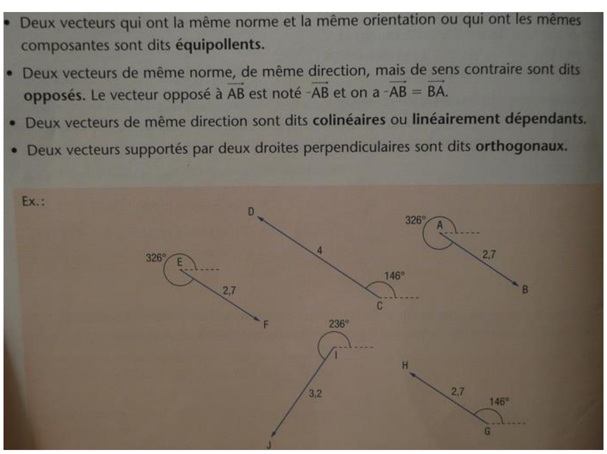

- Deux vecteurs qui ont la même norme et la même orientation ou qui ont les mêmes composantes sont dits **équipollents.**
- Deux vecteurs de même norme, de même direction, mais de sens contraire sont dits **opposés.** Le vecteur opposé à $\overrightarrow{AB}$ est noté $-\overrightarrow{AB}$ et on a $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.
- Deux vecteurs de même direction sont dits **colinéaires** ou **linéairement dépendants.**
- Deux vecteurs supportés par deux droites perpendiculaires sont dits **orthogonaux.**

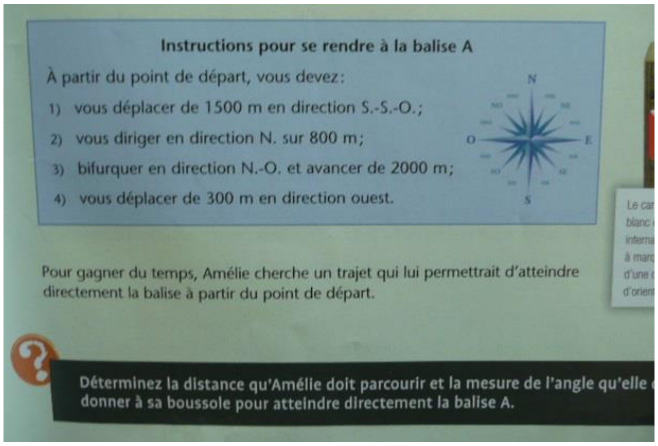
Figure 24: Définition des différentes relations possibles entre les vecteurs
**Visions mathématique*, 2010, p.22

Comme discuté dans l’analyse de l’activité *Des mesures fléchées,* et ici pour le cas de la définition de l’équipollence de représentants de vecteurs, les auteurs ne semblent pas chercher à favoriser l’émergence de raisonnements qui s’appuient sur le vecteur considéré libre. Un vecteur a plusieurs représentants. Ces représentants sont nécessairement équipollents, mais la définition suggérée invite l’élève à considérer chaque vecteur comme une entité distincte même si l’on réfère à des vecteurs égaux qui auraient les mêmes représentants.

Rappelons que cette première section du manuel *Visions mathématique* est suivie d’une série d’énoncés qui seront analysés ultérieurement. Ce qui suit est donc l’analyse de la deuxième section du manuel.

4.2.2.2. Analyse de la section sur les opérations avec les vecteurs

Le problème déclencheur est un contexte réaliste de course à pied à l’aide d’une carte topographique. Par contre, comme il n'y a aucune carte des sentiers des différents trajets possibles et que l’on suppose que les directions données correspondent à des sentiers utilisables, on considère le problème non authentique. Le contexte est tout de même nécessaire à la compréhension du problème puisque les instructions sur les différents déplacements sont essentielles.


Instructions pour se rendre à la balise A

À partir du point de départ, vous devez :

1) vous déplacer de 1500 m en direction S.-S.-O. ;
2) vous diriger en direction N. sur 800 m ;
3) bifurquer en direction N.-O. et avancer de 2000 m ;
4) vous déplacer de 300 m en direction ouest.

Pour gagner du temps, Amélie cherche un trajet qui lui permettrait d'atteindre directement la balise à partir du point de départ.

Déterminez la distance qu'Amélie doit parcourir et la mesure de l'angle qu'elle donner à sa boussole pour atteindre directement la balise A.

Figure 25: Problème déclencheur *La course d'orientation*
**Visions mathématique*, 2010, p.29

Tout comme le problème déclencheur de la section précédente, on s'attend à ce que l'élève soit capable de le résoudre à l'aide de ses connaissances antérieures, car les opérations sur les vecteurs n'ont pas été introduites préalablement. En fait, l'élève doit représenter les différents trajets effectués à l'aide de vecteurs pour ainsi trouver un trajet plus efficace, c'est-à-dire partant du départ vers le point d'arrivée. Il doit ensuite donner la distance à parcourir ainsi que l'orientation de ce déplacement dit efficace. On considère que ce problème amène une modélisation à l'aide de la notion de vecteur dont celle-ci est indispensable pour le résoudre. Pour terminer l'analyse de ce problème, le type de vecteur en jeu est le même que le premier problème déclencheur, c'est-à-dire le vecteur physique lié. Voici donc un tableau qui résume l'analyse de ce problème.

Tableau 20: Synthèse de l'analyse du problème *La course d'orientation*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Réaliste, non authentique et nécessaire à la compréhension	Modélisation	aucun	Caractéristiques des vecteurs (grandeur et orientation) et addition	Vecteur physique lié

Tout comme la section précédente, s'en suivent trois activités: la première revient sur l'addition des vecteurs, la deuxième sur le principe de force résultante (addition) et la troisième sur la multiplication d'un vecteur par un scalaire.

La première activité est un contexte réaliste de déplacements prédéfinis d'un joueur de football dont les vecteurs déplacements sont préalablement représentés dans le plan.

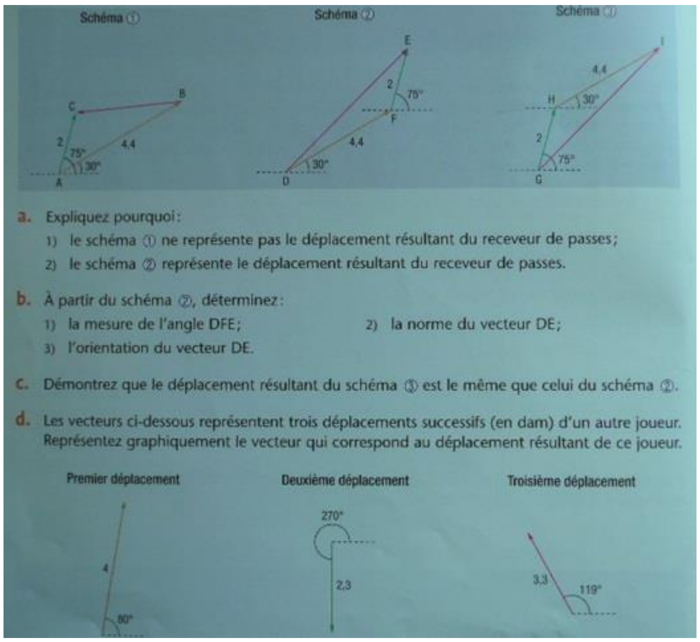


Schéma ①
Schéma ②
Schéma ③

a. Expliquez pourquoi :
1) le schéma ① ne représente pas le déplacement résultant du receveur de passes;
2) le schéma ② représente le déplacement résultant du receveur de passes.

b. À partir du schéma ②, déterminez :
1) la mesure de l'angle DFE;
2) la norme du vecteur DE;
3) l'orientation du vecteur DE.

c. Démontrez que le déplacement résultant du schéma ③ est le même que celui du schéma ②.

d. Les vecteurs ci-dessous représentent trois déplacements successifs (en dam) d'un autre joueur. Représentez graphiquement le vecteur qui correspond au déplacement résultant de ce joueur.

Premier déplacement
Deuxième déplacement
Troisième déplacement

Figure 26:Activité *Le football*
**Visions mathématique*, 2010, p.30

Le contexte est authentique, car il pourrait être réalisé pour vrai et il est aussi nécessaire à sa compréhension, car l'élève doit tenir compte des illustrations des déplacements pour répondre aux questions. Tout comme les activités de la première section, une forme de guidage est présente : l'enchainement des sous-questions induit le sens à donner à l'expression «vecteur résultant» en s'intéressant à l'addition de vecteurs qui doivent être placés bout à bout. Par la suite, sans que la propriété de commutativité de l'addition ne soit nommée, la question c) invite à une réflexion qui tend en ce sens. Le type de vecteur en jeu est le vecteur physique lié. Voici le tableau qui résume cette analyse.

Tableau 21: Synthèse de l'analyse *Le football*

Intention de la situation	Contexte	Type de travail exigé	Présence de guidage	Savoirs en jeu	Type de vecteur
Introduire une nouvelle méthode	Réaliste, authentique et nécessaire à la compréhension	Activité d'introduction	Par l'enchainement des sous-questions	La projection orthogonale	Vecteur physique lié

La deuxième activité s'appuie sur un contexte réaliste où l'on introduit l'étude des forces sur un plan incliné.

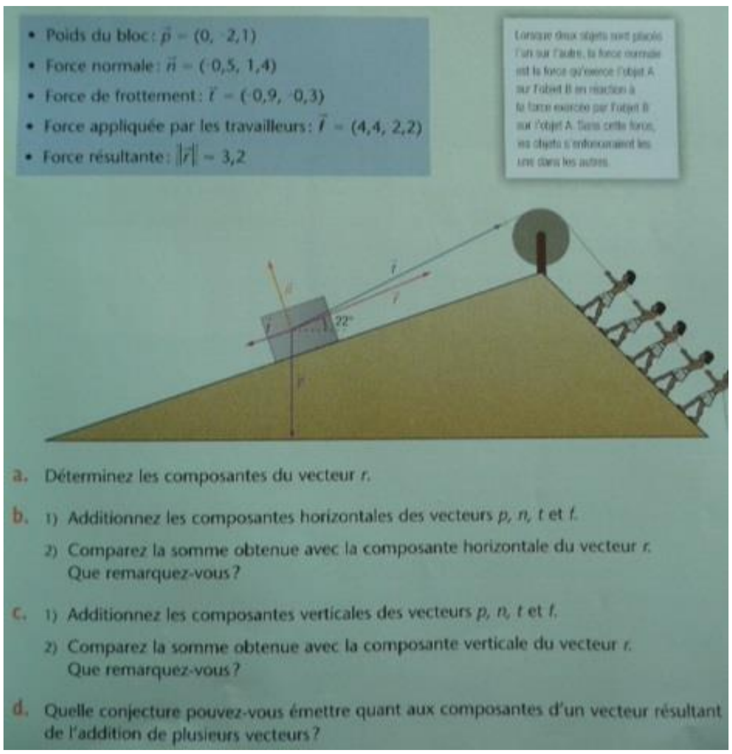


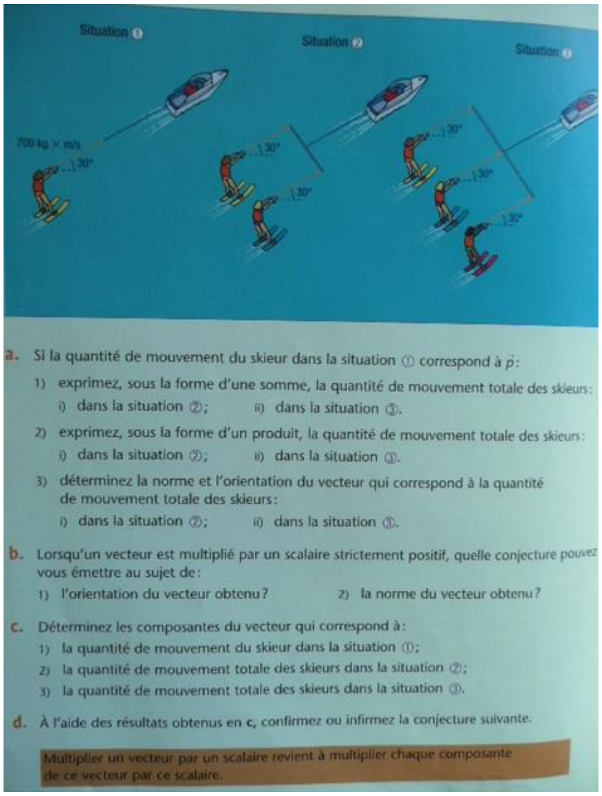
Figure 27: Activité *La pyramide de Khéops*
**Visions mathématique*, 2010, p.31

Ce contexte est authentique, car on tient compte de l'ensemble des forces en jeu. L'illustration exprimant le point d'application des forces en jeu (centre de masse) est quelque peu erronée, puisque ce point devrait être au centre de la face de l'objet représenté. Ce contexte demeure nécessaire à sa compréhension, car l'élève aura besoin des informations contenues dans la mise en situation et dans l'illustration des vecteurs en jeu pour répondre aux sous-questions. On guide l'élève dans sa résolution par l'enchainement des sous-questions qui l'amène à émettre une conjecture sur la force résultante appliquée à un objet par l'addition indépendante des composantes des vecteurs associés à chacune des forces en jeu. De plus, on propose un contexte issu de la physique dont les composantes des vecteurs sont préalablement représentées, le type de vecteur en jeu est le vecteur physique glissant. Le vecteur représentant la situation est contraint par l'étude d'un point d'application dont la trajectoire du déplacement est elle-même limitée à une seule droite qui serait parallèle au plan incliné. Voici le tableau qui résume cette analyse.

Tableau 22: Synthèse de l'analyse de l'activité *La pyramide de Khéops*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle méthode	Réaliste, authentique et nécessaire à la compréhension	Activité d'introduction	Par l'enchainement des sous-questions	addition	Vecteur physique glissant

La troisième activité est un contexte réaliste de ski nautique. Elle débute par l'explication suivante : « Lorsqu'une personne se déplace, elle possède une certaine quantité de mouvement (en kg X m/s) liée à sa vitesse et à sa masse. Dans les schémas ci-dessous, la quantité de mouvement d'un skieur ou d'une skieuse est représentée par un vecteur orange. Tous les skieurs possèdent la même quantité de mouvement » (p32).



a. Si la quantité de mouvement du skieur dans la situation ① correspond à $\vec{p}$:

1) exprimez, sous la forme d'une somme, la quantité de mouvement totale des skieurs :
   i) dans la situation ② ; ii) dans la situation ③.
2) exprimez, sous la forme d'un produit, la quantité de mouvement totale des skieurs :
   i) dans la situation ② ; ii) dans la situation ③.
3) déterminez la norme et l'orientation du vecteur qui correspond à la quantité de mouvement totale des skieurs :
   i) dans la situation ② ; ii) dans la situation ③.

b. Lorsqu'un vecteur est multiplié par un scalaire strictement positif, quelle conjecture pouvez vous émettre au sujet de :

1) l'orientation du vecteur obtenu ? 2) la norme du vecteur obtenu ?

c. Déterminez les composantes du vecteur qui correspond à :

1) la quantité de mouvement du skieur dans la situation ① ;
2) la quantité de mouvement totale des skieurs dans la situation ② ;
3) la quantité de mouvement totale des skieurs dans la situation ③.

d. À l'aide des résultats obtenus en **c**, confirmez ou infirmez la conjecture suivante.

Multiplier un vecteur par un scalaire revient à multiplier chaque composante de ce vecteur par ce scalaire.

Figure 28: Activité *Le ski nautique*
**Visions mathématique*, 2010, p.32

Il est d'abord à espérer que l'élève ne s'interroge pas trop sur le sens à donner à la quantité de mouvement ou du moins, que cette notion ait été traitée dans le cours de physique puisque l'explication fournie est incomplète et on s'interroge toujours sur ce qu'est la « quantité de mouvement ». La question a) porte d'abord sur la recherche de la norme et de l'orientation pour les deux cas où il y a plus d'un vecteur considéré. La question b) est intéressante puisqu'elle invite l'élève à comparer les normes et l'orientation pour les trois cas. Par la suite, on invite l'élève à rechercher les composantes de chaque vecteur «quantité de mouvement totale» (ou plutôt « vecteur résultant »). On termine avec la validation d'un énoncé où l'ensemble des sous-questions devrait lui permettre d'y répondre. De plus, une définition procédurale est seulement fournie à l'élève et elle renvoie tantôt à une somme, tantôt à un produit (sens de l'addition répétée). Par ailleurs, bien que la quantité de mouvement soit reliée à la vitesse et à la masse du skieur, elle renvoie à un déplacement, mais celle-ci n'est pas une grandeur vectorielle. Dans ce contexte, il serait plus authentique que les vecteurs représentent la tension dans la corde. Comme elle est représentée, l'illustration sous-entend que les skieurs ont tous la même masse. Certes, ils ont tous la même vitesse, car ils se font tirer par le même bateau (advenant que le bateau ait toujours la même vitesse). Pour ces raisons, on peut tout de même dire que le contexte est nécessaire à sa compréhension pour répondre aux sous-questions qui guident l'élève vers la méthode de la multiplication d'un vecteur par un scalaire. On considère que le travail de découverte est minoré par un encart au bas de l'activité qui précise la procédure à appliquer sur les composantes d'un vecteur pour obtenir celles du vecteur-produit. Il est vrai que l'énoncé affiché est à valider, mais il teintera tout de même les procédures possibles des élèves. Le type de vecteur en jeu ici est le vecteur physique glissant, car l'objet se déplace selon une direction déterminée. Voici le tableau qui résume cette analyse.

Tableau 23: Synthèse de l'analyse de l'activité *Le ski nautique*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Réaliste, non authentique et nécessaire à la compréhension	Activité d'introduction	Par l'explication et l'enchainement des sous-questions	Multiplication d'un vecteur par un scalaire	Vecteur physique glissant

Dans la partie de la présentation des savoirs essentiels, pour ce qui concerne l'addition de vecteurs, les auteurs ont le souci de présenter une méthode géométrique par la méthode du bout à bout suivi d'une méthode algébrique par la méthode des composantes.

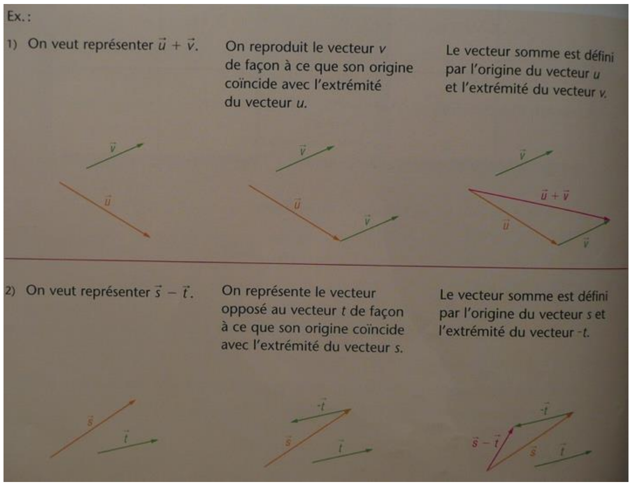
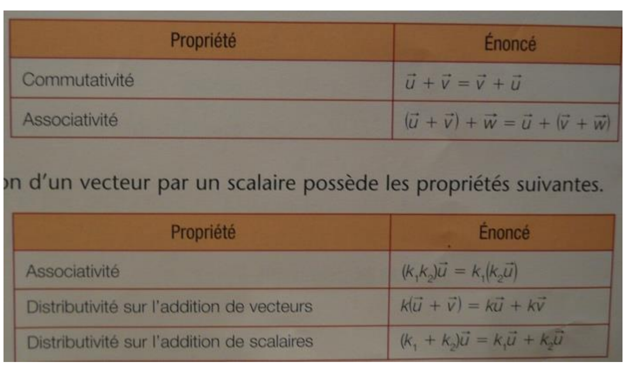


Figure 29: Méthode géométrique pour l'addition de vecteurs
**Visions mathématique*, 2010, p.34

À noter que ces démonstrations ne sont pas accompagnées de contextes réalistes. On pense que les élèves auront travaillé les activités d'introduction *a priori*. On utilise ici la notation du vecteur géométrique libre.

On termine cette partie par les propriétés des opérations sur les vecteurs. On les énonce sous forme de tableau sans qu'il soit accompagné d'exemples :



Propriété	Énoncé
Commutativité	$\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
Associativité	$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

›n d'un vecteur par un scalaire possède les propriétés suivantes.

Propriété	Énoncé
Associativité	$(k_1k_2)\vec{u} = k_1(k_2\vec{u})$
Distributivité sur l'addition de vecteurs	$k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$
Distributivité sur l'addition de scalaires	$(k_1 + k_2)\vec{u} = k_1\vec{u} + k_2\vec{u}$

Figure 30: Propriétés des opérations
**Visions mathématique*, 2010, p.36

Aucune démonstration géométrique n'accompagne ces propriétés. Il est vrai que les propriétés des opérations s'appliquent sur les vecteurs, mais leur transposition aux vecteurs n’est pas aussi transparente qu’on veut bien le laisser croire. Il aurait été pertinent que des problèmes déclencheurs ou les activités d’introduction permettent un approfondissement de celles-ci sur les vecteurs, ces derniers étant eux-mêmes traités de manière à assurer une conceptualisation en tant que vecteurs géométriques libres.

4.2.2.3. Analyse de la section sur la combinaison linéaire et le produit scalaire

La dernière section de ce manuel débute avec un problème déclencheur par le biais d’un contexte réaliste de jeu vidéo où il n’y a que deux déplacements possibles illustrés par des vecteurs.

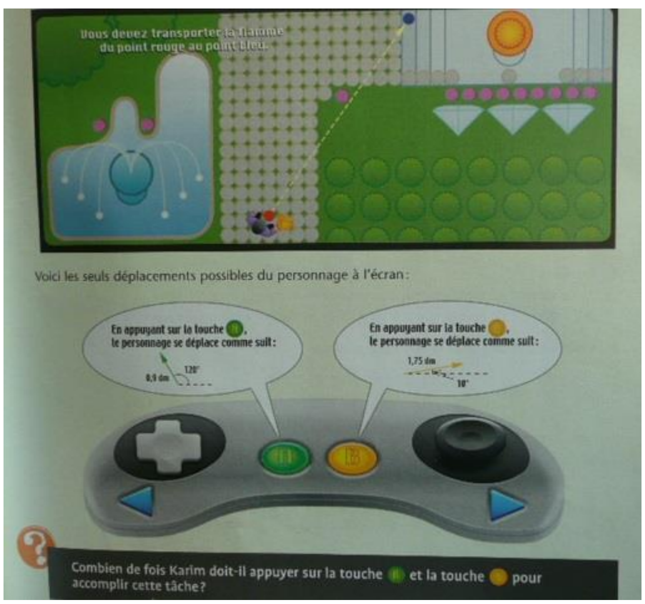


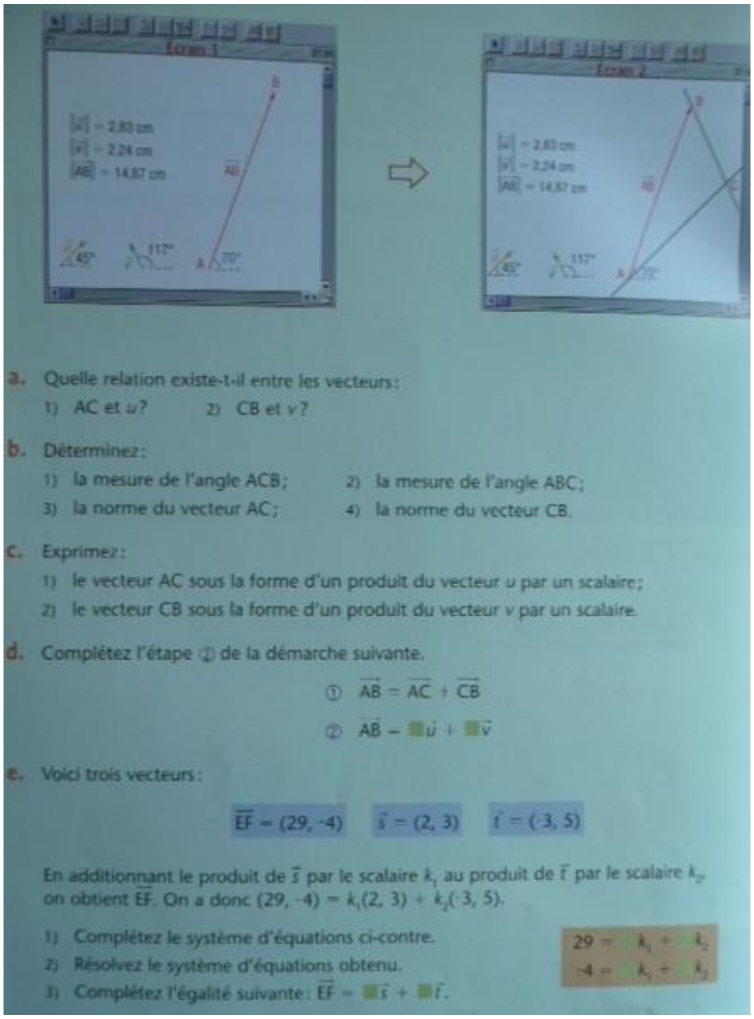
Figure 31: Problème déclencheur *Le jeu vidéo*
**Visions mathématique*, 2010, p.43

Ce contexte est authentique, car ce jeu peut être créé pour vrai. Il est aussi nécessaire à sa compréhension, car l’élève doit connaître les points de départ et d’arrivée ainsi que les deux seuls déplacements possibles. Il s’agit d’un problème de modélisation sans guidage et pour lequel la combinaison linéaire n’a pas été préalablement introduite. L’élève peut alors résoudre ce problème par essais et erreurs. Comme le vecteur est lié à son point de départ et qu'il s'agit d'un vecteur qui représente un déplacement, on a donc un vecteur physique lié.

Tableau 24: Synthèse de l'analyse du problème déclencheur *Le jeu vidéo*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Types de vecteurs**
Introduire une nouvelle notion	Réaliste, authentique et nécessaire à la compréhension	Modélisation	aucun	Multiplication de vecteurs par un scalaire (combinaison linéaire)	Vecteur physique lié

Il n'y a que deux activités d'introduction dans cette section. La première propose un contexte mathématique. Le cadre géométrique façonne les premières questions, puis le passage à l'étude des composantes (question c) nous permet dorénavant d'appréhender les vecteurs dans un cadre algébrique/analytique. Cette première activité guide l'élève par son enchainement de sous-questions vers une méthode pour exprimer un vecteur à l'aide d'une combinaison deux autres vecteurs.



a. Quelle relation existe-t-il entre les vecteurs :
1) AC et *u* ? 2) CB et *v* ?

b. Déterminez :
1) la mesure de l'angle ACB ; 2) la mesure de l'angle ABC ;
3) la norme du vecteur AC ; 4) la norme du vecteur CB.

c. Exprimez :
1) le vecteur AC sous la forme d'un produit du vecteur *u* par un scalaire ;
2) le vecteur CB sous la forme d'un produit du vecteur *v* par un scalaire.

d. Complétez l'étape ② de la démarche suivante.

① $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

② $\overrightarrow{AB} = ■\vec{u} + ■\vec{v}$

e. Voici trois vecteurs :

$\overrightarrow{EF} = (29, -4)$ $\vec{s} = (2, 3)$ $\vec{t} = (-3, 5)$

En additionnant le produit de $\vec{s}$ par le scalaire k_1 au produit de $\vec{t}$ par le scalaire k_2, on obtient $\overrightarrow{EF}$. On a donc $(29, -4) = k_1(2, 3) + k_2(-3, 5)$.

1) Complétez le système d'équations ci-contre.
2) Résolvez le système d'équations obtenu.
3) Complétez l'égalité suivante : $\overrightarrow{EF} = ■\vec{s} + ■\vec{t}$.

$29 = ■k_1 + ■k_2$
$-4 = ■k_1 + ■k_2$

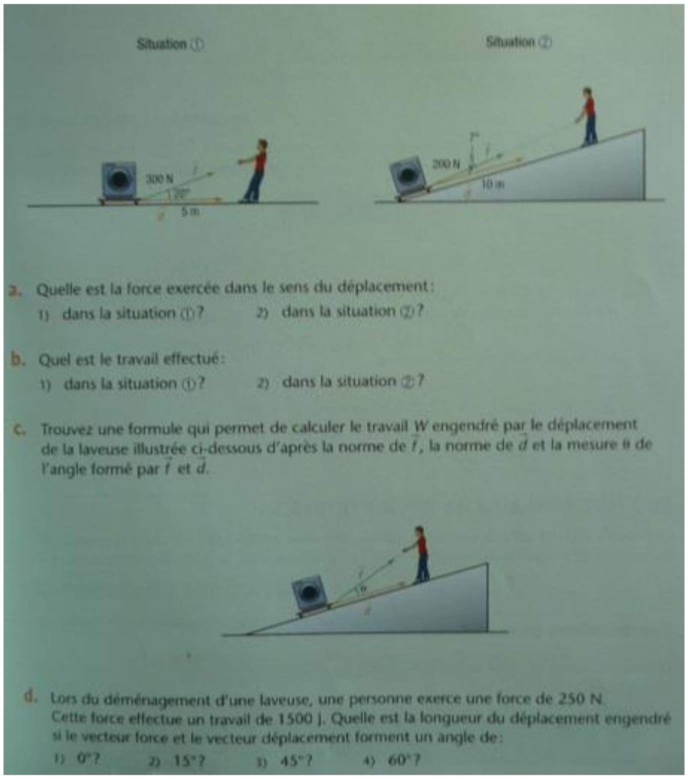
Figure 32: Activité *La bonne direction*
**Visions mathématique*, 2010, p.44

Cette activité propose un enchainement de questions et de directives qui guident l'élève vers la recherche d'une combinaison linéaire qui permet de générer un vecteur donné. À la question a), on demande de trouver la relation entre deux vecteurs qui ne sont pas représentés dans le même plan, mais dont on peut reconnaître la conservation de la direction de façon perceptive. Pour répondre aux questions b) à d), il faut que l'élève se souvienne que lorsque deux vecteurs sont colinéaires, l'un peut être exprimé comme le produit de l'autre et un scalaire. Donc les questions a) à d) amènent l'élève à s'approprier une méthode géométrique pour trouver une combinaison linéaire de deux vecteurs qui permet d'en obtenir un troisième. L'élève travaille donc à partir de vecteurs géométriques libres pour cette partie. À la question e), on invite l'élève à travailler avec des vecteurs algébriques. De cette façon et à l'aide des sous-questions 1) à 3), on le dirige vers une méthode algébrique pour trouver les deux scalaires multiplicatifs en résolvant un système d'équations à deux variables. Voici le tableau qui résume cette analyse.

Tableau 25: Synthèse de l'analyse de l'activité *La bonne combinaison*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire de nouvelles notions et méthodes	Mathématique	Activité d'introduction	Par l'enchainement des sous-questions	Combinaison linéaire	Vecteur géométrique libre : a) à d); vecteur algébrique: e)

Comme deuxième et dernière activité d'introduction dans le développement de la notion de vecteur, on a un contexte réaliste issu de la physique, soit le cas de l'élévation d'une charge sur un plan incliné en introduisant le calcul du travail effectué. D'ailleurs, cette notion n'a pas été vue au préalable tant par le biais d'activités d'introduction que dans la présentation des savoirs.



Situation ①   Situation ②

300 N   20°   5 m   200 N   10 m

a. Quelle est la force exercée dans le sens du déplacement :
1) dans la situation ① ?   2) dans la situation ② ?

b. Quel est le travail effectué :
1) dans la situation ① ?   2) dans la situation ② ?

c. Trouvez une formule qui permet de calculer le travail W engendré par le déplacement de la laveuse illustrée ci-dessous d'après la norme de $\vec{f}$, la norme de $\vec{d}$ et la mesure θ de l'angle formé par $\vec{f}$ et $\vec{d}$.

d. Lors du déménagement d'une laveuse, une personne exerce une force de 250 N. Cette force effectue un travail de 1500 J. Quelle est la longueur du déplacement engendré si le vecteur force et le vecteur déplacement forment un angle de :
1) 0° ?   2) 15° ?   3) 45° ?   4) 60° ?

Figure 33: Activité *Au travail!*
**Visions mathématique*, 2010, p.45

Il s'agit d'un contexte issu de la physique non authentique, car on ne définit pas la force $\vec{f}$. En fait, on se questionne sur la façon de considérer cette force, car il s'agit en fait de la force résultante, c'est-à-dire celle qui tient compte de la force exercée par l'homme, de la gravité et du frottement. Le contexte est nécessaire à sa compréhension, car la notion de travail en physique est une application concrète du produit scalaire de deux vecteurs et les informations contenues dans les illustrations sont aussi essentielles. Cette activité d'introduction guide l'élève par son enchainement de sous-questions. Plus précisément, pour la question a), l'élève doit se rappeler que la force exercée dans le sens du déplacement est la norme de projection orthogonale du vecteur sur le plan incliné. Pour la question b), il doit simplement appliquer ce qui lui a été expliqué dans le deuxième paragraphe de la mise en situation. Il généralise ensuite sa méthode en c) et d). Pour l'ensemble de cette activité, on a un vecteur physique glissant, car il y a un unique point d'application de la force, mais l'objet se déplace dans une direction fixe. Voici le tableau qui résume cette activité.

Tableau 26: Synthèse de l'analyse de l'activité *Au travail!*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire de nouvelles notions et méthodes	Réaliste, non authentique et nécessaire à la compréhension	Activité d'introduction	Par une explication (du travail) et l'enchainement des sous-questions	Produit scalaire	Vecteur physique glissant

Dans la présentation des savoirs essentiels, tout comme la section précédente, les auteurs ont le souci de fournir une démonstration géométrique suivie d'une démonstration algébrique pour la combinaison linéaire et le produit scalaire. Petit bémol pour la construction géométrique au niveau du produit scalaire : comme il a été expliqué au chapitre 2, le produit scalaire devient significatif dans le calcul de la force efficace et par le biais de vecteur algébrique. La construction géométrique fournie ci-dessous ne sert qu'à justifier les éléments mathématiques que comporte la relation proposée.

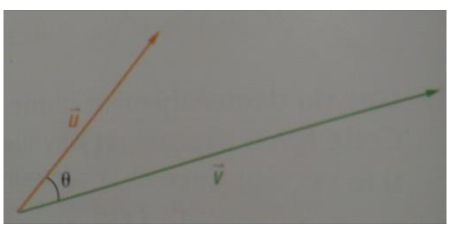


Figure 34: Représentation qui accompagne la définition du produit scalaire
**Visions mathématique*, 2010, p.46

Pour terminer, de la même façon que les propriétés des opérations, on présente sous forme de tableau les propriétés du produit scalaire qui sont en fait les propriétés de la multiplication. Aucun contexte, ni de démonstration géométrique n'accompagnent ce tableau. On ne sait pas en quoi ces propriétés peuvent être utiles dans la résolution de certains problèmes.

Propriété	Énoncé
Commutativité	$\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$
Associativité des scalaires	$k_1\vec{u} \cdot k_2\vec{v} = k_1k_2(\vec{u} \cdot \vec{v})$
Distributivité sur une somme vectorielle	$\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$

Figure 35 : Propriétés du produit scalaire
**Visions mathématique,* 2010, p.47

4.2.2.4. Conclusion de l’analyse de l’introduction de la notion de vecteur

En guise d’introduction de la notion de vecteur pour le manuel *Visions mathématique,* des « activités d’introduction » sont proposées à l’intérieur d’un cadre parfois physique de déplacement et parfois géométrique, mais dont les auteurs semblent anticiper de possibles conflits cognitifs dans les deux cas puisque l’on offre un fort guidage par l’entremise de sous-questions assurant ainsi l’engagement de l’élève et la progression des apprentissages des savoirs en jeu. On remarque que les notions de physique essentielles sont brièvement expliquées et on passe rapidement à la procédure à appliquer pour obtenir le résultat souhaité. Cette façon de faire réduit ainsi une réflexion autonome chez l’élève à voir le vecteur comme un outil essentiel à la résolution de différents contextes. De plus, on passe rapidement au cadre analytique/algébrique à l’intérieur d’une même activité dont le travail est centré sur le calcul des composantes dans un cadre géométrique *a priori* sans toutefois démontrer leurs utilités. Malgré que ces activités proposent un cadre géométrique assurant le développement du sens du vecteur libre, les illustrations proposées renforcent plutôt l’idée du vecteur lié par l’utilisation de lettre majuscule aux extrémités du vecteur en jeu. De plus, celles offertes dans un cadre physique de déplacement d’objets ramènent aussi au sens du vecteur lié. Leurs illustrations proposées des vecteurs en jeu représentent adéquatement la situation par leur point d’application, mais aucune explication ne les accompagne. Au final, on sent que les auteurs misent sur le traitement mathématique du vecteur puisque ces activités sont l’occasion de présenter des méthodes ou des explications sur les savoirs visés.

Les « problèmes déclencheurs » proposés sont exclusivement dans un cadre physique. Par contre, l'élève n'explore que le contexte de déplacement, le restreignant ainsi à l'utilisation du vecteur lié. Tout comme les « activités d'introduction » dont le cadre est physique, très peu d'explications accompagnent les notions de physique abordées, pourtant essentielles à la compréhension de la situation. Ce qui est intéressant, c'est qu'ils sont l'occasion d'offrir des situations amenant un travail de modélisation sans toute forme de guidage, faisant ainsi ressortir l'idée du vecteur comme un outil essentiel à leur résolution.

Finalement, on sent le souci des auteurs à introduire les opérations sur les vecteurs à partir de contextes physiques, mais ils sont dépouillés de leur authenticité. On se retrouve malheureusement avec des activités d'introduction et des problèmes déclencheurs où l'expression d'une compréhension procédurale axée sur la mobilisation de méthodes introduites dans le manuel est priorisée. De plus, aucun énoncé n'a été conçu dans le cadre de l'introduction pour réfléchir au mouvement de translation au sens que propose Ba (2007).

4.2.3 ANALYSE DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES SERVANT AU DÉVELOPPEMENT DE LA NOTION DE VECTEUR

Voici maintenant les résultats globaux de l'analyse de tous les énoncés retenus aux fins d'analyse, ils comprennent tous les énoncés que l'on retrouve dans les sections «travail à faire». Les résultats renvoient à chacune des catégories de la grille. Cette section est divisée en six parties : une étude des contextes, des types de vecteurs en jeu, des illustrations, le type de travail exigé, des opérations abordées et finalement, de l'utilisation des relations possibles entre les vecteurs.

4.2.3.1. Analyse des contextes

Cette section permet de dresser un portrait des différents contextes proposés dans les 51 énoncés étudiés pour l'ensemble des trois sections du manuel. Comme le démontre le tableau 27, on a relevé que 82,4% des énoncés proposent un contexte mathématique. Et, pour les neuf énoncés dont le contexte est réaliste (18%), il est intéressant de constater que tous ces contextes sont issus de la physique. On remarque toutefois une diversité dans les contextes proposés sans pour autant permettre à l'élève d'approfondir les sujets, car il n'y a qu'un seul problème pour chaque contexte dénombré. Les contextes de forces appliquées à un objet reviennent le plus souvent.

Tableau 27: Répartition des énoncés selon le type de contextes et le sujet du contexte

Type de contexte	Sujet		Effectif	Pourcentage (%)
Mathématique			42	82,4
Réaliste	Déplacement sur plan horizontal		1	2,0
	Astronomie (rayon-vecteur* de la Terre)		1	2,0
	Quantité de mouvement		1	2,0
	Levier en équilibre		1	2,0
	Application du modèle de Fishbein**		1	2,0
	Forces appliquées à un objet	Principe d'action-réaction (sans déplacement)	1	2,0
		Calcul des forces (déplacement horizontal)	1	2,0
		Travail (déplacement vertical et horizontal)	1	2,0
		Tension dans une corde (déplacement dans un système de poulies)	1	2,0
	Total		**51**	**100**

* L'appellation des auteurs
** À noter que cet énoncé n'aborde pas la notion de vecteur. Il s'agit d'une application de la méthode mathématique de la combinaison linéaire par le biais de la résolution d'équations à deux variables.

Parmi ces neuf énoncés dont le contexte est dit réaliste, on peut alors s'intéresser à leur authenticité, c'est-à-dire si tous les facteurs ont été pris en compte pour rendre compte de la véracité de la situation proposée. Étonnamment, ils sont tous considérés comme non authentiques, c'est-à-dire qu'il y a certains éléments qui n'ont pas été pris en compte ou ont été, volontairement ou non, rendus opaques à l'élève.

Pour terminer l'analyse des types de contexte, on a examiné si, parmi les neuf énoncés en contexte réaliste, leur contexte était nécessaire à sa compréhension c'est-à-dire qu'il nécessite son appropriation pour s'engager dans la résolution du problème et ainsi enrichir sa compréhension des usages des notions en jeu. Le tableau 28 démontre que, pour la presque majorité d'entre eux, leur contexte est nécessaire à la compréhension.

Tableau 28: Répartition des énoncés en contexte réaliste selon leur nécessité à la compréhension

Variable étudiée	**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Nécessaire à la compréhension	7	77,8
Non nécessaire à la compréhension	2	22,2
Total	**9**	**100**

À noter qu'une dernière catégorie reliée au contexte a été analysée : la présence de données inutiles et aucun des 51 énoncés en comportent. Ce n'est donc pas une catégorie significative pour cette étude.

4.2.3.2. Analyse du type de vecteur en jeu

Comme mentionné dans le chapitre 2, les didacticiens recommandent une évolution dans le développement de la notion de vecteur. Si l'on peut d'abord proposer l'étude des vecteurs liés, on devrait ensuite tendre vers le développement du vecteur dit libre. Il a été mentionné que l'étude du vecteur dans un cadre algébrique, notamment, par l'étude de ses composantes peut être un moyen d'accroître l'idée de vecteur libre. Le tableau 29 démontre la répartition des différents vecteurs recensés dans l'étude des énoncés. Il est ainsi possible de repérer que les énoncés en contexte mathématique sont majoritairement traités dans un cadre algébrique où plus précisément, la notation du vecteur est espérée à l'aide de ses composantes (41,2%). On verra ultérieurement que l'échafaudage des différents énoncés s'accompagne d'un fort guidage afin que les élèves se familiarisent avec les différents vecteurs et leur manière de les noter. Toujours en s'intéressant aux énoncés dont le contexte est mathématique, on observe que 39,2% des énoncés sont issus d'un cadre géométrique et qu'ils favorisent l'acception de vecteur libre. Voici un exemple d'énoncé :

« Dans chaque cas, déterminez les composantes du vecteur représenté »

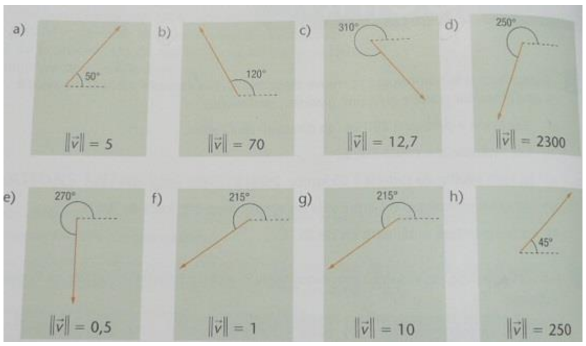


Figure 36: Énoncé #4, p.24
Visions mathématique, 2010

Dans cet exemple, on propose un contexte mathématique (d'où le cadre géométrique) dont les vecteurs proposés sont de types libres. Le travail renvoie au calcul des composantes certes, mais on propose des vecteurs dont l'origine n'est pas spécifiée à l'aide de coordonnées par exemple, on fournit la norme et l'orientation de chaque vecteur en jeu.

Si l'on prend en compte l'étude des problèmes déclencheurs et des activités de la section précédente, on ne détecte pas une progression dans l'utilisation des différents types de vecteurs en jeu. La conception du vecteur libre ne semble pas être prise en compte dans l'avancement des énoncés. En effet, l'élève travaille généralement à partir de vecteur libre dans un cadre géométrique (39,2%) certes, mais dès le troisième énoncé. De plus, il a été démontré que l'utilisation des vecteurs algébriques est recommandée que lorsque la notion de vecteur est bien ancrée et acquise. Pourtant, les auteurs n'ont pas démontré prendre en compte cette recommandation puisque dès le huitième énoncé, l'élève travaille à partir de ce type de vecteur et il s'agit du type de vecteur le plus sollicité (41,9%) pour l'ensemble du manuel.

Tableau 29: Répartition des énoncés selon le type de vecteur en jeu

Type de vecteur	**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Géométrique lié	2	3,9
Géométrique libre	20	39,2
Physique lié	6	11,8
Physique glissant	6	11,8
Algébrique	21	41,9
Total	**51***	**100**

* Pour un énoncé, principalement ceux où il y a des sous-questions, plus d'un type de vecteur peut être touché.

4.2.3.3. Analyse des illustrations accompagnant ces contextes

Les énoncés sont parfois accompagnés d'illustrations[41]. Il est important de se questionner si celles-ci sont d'abord nécessaires à la compréhension du contexte proposé. De plus, pour mieux analyser le type de problème et le guidage qui les accompagnent, il faut également relever si une représentation des vecteurs en jeu est proposée. Plus précisément, dans le tableau 30, on a relevé si l'illustration présente est nécessaire et selon le cas, s'il s'agit d'une représentation des vecteurs en jeu.

On peut remarquer que pour l'ensemble des énoncés en contexte mathématique, soit l'illustration est nécessaire (42,9%) et qu'en plus, il s'agit de la représentation des vecteurs en jeu ou qu'il n'y a aucune illustration (57,1%). De plus, il est important de rappeler que les deux types de vecteurs les plus utilisés dans un cadre géométrique sont le vecteur libre et le vecteur algébrique. De cette façon, on remarque que l'illustration des vecteurs en jeu est donc principalement dans le plan euclidien[42] ou à partir de ses composantes. Très peu de

[41] On entend ici par illustration toutes images accompagnant l'énoncé.
[42] Le plan cartésien est aussi un plan euclidien. Rappelons que l'ajout d'un repère orthonormé est ce qui nous permet de distinguer les deux plans dans le cadre de ce mémoire.

vecteurs sont représentés dans le plan cartésien, limitant ainsi l'utilisation du vecteur géométrique lié. D'ailleurs, dès les premiers énoncés, on propose des vecteurs géométriques libres dans le plan. On tente d'espérer que le travail à partir de vecteur géométrique lié fut fait par le biais des activités d'introduction ou de problèmes déclencheurs.

Du côté des énoncés en contexte réaliste, sept énoncés sur les neuf sont accompagnés d'une illustration pertinente. En plus, il s'agit de celle des vecteurs en jeu. En effet, le vecteur est représenté à son point d'application sur l'objet, renvoyant ainsi au vecteur physique lié ou dans le cas d'un déplacement, au vecteur physique glissant, et ce, pour une grande majorité représentée dans le plan. De cette façon, tout le travail d'appropriation et de modélisation de la situation est géré par l'énoncé. L'élève est guidé dans sa résolution.

Tableau 30: Répartition des énoncés selon la nécessité des illustrations et le type de contexte

Contexte	**Nécessité des illustrations pour la compréhension et présence de l'illustration des vecteurs en jeu**		**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Mathématique	Oui	Présence des vecteurs	18	42,9
		Absence des vecteurs	0	0,0
	Non	Présence des vecteurs	0	0,0
		Absence des vecteurs	0	0,0
	Absence d'illustration		24	57,1
	Total		**42**	**100**
Réaliste	Oui	Présence des vecteurs	7	88,9
		Absence des vecteurs	2	11,1
	Non	Présence des vecteurs	0	0,0
		Absence des vecteurs	0	0,0
	Absence d'illustration		0	0,0
	Total		**9**	**100**

De plus, il y a deux énoncés en contexte réaliste qui sont accompagnés d'une illustration dite nécessaire, mais qui n'est pas celle des vecteurs en jeu. Il s'agit de l'énoncé du barycentre où on propose une image d'une balance dont le point d'application n'est pas central. Les informations que l'on retrouve dans l'énoncé doivent être accompagnées de l'illustration de cette balance pour comprendre la relation mathématique proposée. Par contre, aucun vecteur n'est représenté. Il revient à l'élève de trouver une façon de les placer et de résoudre le problème. Le deuxième énoncé en contexte réaliste dont l'illustration est nécessaire est celui de la masse retenue par un système de poulies (2). Les vecteurs en jeu ne sont pas représentés sur l'illustration, mais la valeur des angles des cordes est essentielle aux calculs demandés. C'est donc à l'élève de le faire selon le déplacement de la masse et des forces appliquées sur les cordes.

4.2.3.4. Analyse du type de travail exigé

Pour les 51 énoncés, une majorité (70,6%) est de type exercisation c'est-à-dire qu'on demande à l'élève une application d'une ou plusieurs méthodes associées aux concepts en jeu. Par l'exécution de ces exercices, on augmente l'efficience de l'élève par rapport à l'application d'une méthode. Seulement 7,8% des énoncés embarquent l'élève dans un processus de modélisation du problème à l'aide de la notion de vecteur. Les énoncés codés «appropriation du phénomène» renvoient à une phase importante du processus de modélisation d'un problème dont le contexte est réaliste. Pourtant, les auteurs n'ont rédigé qu'un unique énoncé de ce type visant à faire la distinction entre une grandeur scalaire et une grandeur vectorielle. Pour terminer, 19,7% des énoncés amènent à faire une preuve mathématique.

Tableau 27: Répartition des énoncés selon le type de travail exigé

Type de travail exigé	**Effectif**	**Pourcentage**
Appropriation du phénomène	1	2,0
Exercisation	36	70,6
Modélisation	4	7,8
Preuve mathématique	10	19,7
Total	**51**	**100**

Si on s'intéresse plus précisément aux énoncés dont le contexte est dit réaliste, à l'aide du tableau 31, on remarque que la quantité d'énoncés de type exercisation chute significativement. De plus, sur les neuf contextes réalistes, le type de problème est maintenant partagé entre un travail d'exercisation (44,4%) et de type modélisation (44,4%).

Tableau 31: Répartition des énoncés en contexte réaliste selon le type de travail exigé

Type de contexte	**Type de travail exigé**	**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Réaliste	Appropriation du phénomène	1	11,1
	Exercisation	4	44,4
	Modélisation	4	44,4
	Preuve mathématique	0	0,0
	Total	**9**	**100**

Pour ce manuel, on remarque une tendance à guider l'élève dans la résolution de problèmes. En effet, le tableau 32 démontre qu'il y a 35,3% des énoncés qui sont dits guidant. Le type de guidage est partagé entre celui où l'on fournit des explications (19,6%) pour permettre à l'élève de s'approprier le contexte et celui où l'on guide par un enchainement de sous-questions (15,7%) c'est-à-dire des questions qui permettent de faire résulter une notion ou une méthode précise.

Tableau 32: Répartition des énoncés selon le type de guidage

Type de guidage	**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Par les explications	10	19,6
Par l'enchainement de questions	8	15,7
Par la procédure	0	0,0
Aucun guidage	35	68,6
Total	**51***	**100**

* Il y a deux énoncés en contexte réaliste qui incluent les deux types de guidage.

On s'est donc questionné afin de cibler davantage où était situé le guidage dans ces 18 énoncés c'est-à-dire qu'il serait pertinent de voir le type de guidage selon le type de contexte. Par le tableau 33, on remarque que l'ensemble des neuf énoncés en contexte réaliste présente une quelconque forme de guidage, mais principalement par les explications c'est-à-dire que l'on fournit les outils ou des explications permettant de résoudre le problème. Il est important de rappeler que sur ces neuf énoncés, seulement quatre d’entre eux amènent l’élève dans un travail de modélisation. Il est donc possible de conclure que ceux-ci sont aussi encadrés par un guidage dans la résolution.

Tableau 33: Répartition des énoncés selon le type de contexte et le type de guidage

<table>
<tr><th>Type de contexte</th><th>Présence de guidage</th><th>Type de guidage*</th><th>Effectif</th><th>Pourcentage (%)</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Mathématique</td><td rowspan="2">Présence de guidage</td><td>Explications</td><td>2</td><td>3,9</td></tr>
<tr><td>Enchainement questions</td><td>7</td><td>13,7</td></tr>
<tr><td colspan="2">Non guidé</td><td>33</td><td>64,7</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Réaliste</td><td rowspan="2">Présence de guidage</td><td>Explications</td><td>8</td><td>15,7</td></tr>
<tr><td>Enchainement questions</td><td>1</td><td>2,0</td></tr>
<tr><td colspan="2">Non guidé</td><td>0</td><td>0,0</td></tr>
<tr><td colspan="3">Total</td><td>51</td><td>100</td></tr>
</table>

* Le guidage par la procédure ne sera pas présenté dans le tableau puisqu’il n’était utilisé dans aucun des 51 énoncés.

Pour terminer la section sur la présence du guidage, il est important de rappeler qu’il n’y a que neuf énoncés en contexte réaliste issus de la physique (tableau 27) et que chacun d’entre eux aborde des sujets distincts. L’élève ne peut donc évidemment pas se les approprier en profondeur. Par exemple, on ne propose qu’un unique énoncé pour la notion de travail et un unique énoncé pour le calcul de la tension dans une corde. De cette façon, on n’approfondit pas comme ce pourrait être le cas dans le cadre du cours de physique. Ces constats amènent à soupçonner les auteurs d’avoir choisi de guider l’élève dans la résolution de problèmes issus de la physique pour ainsi l’aider à s’approprier le contexte.

4.2.3.5. Analyse des opérations abordées

Parmi les 51 énoncés dont la résolution nécessite la mobilisation de la notion de vecteur, 33 (64,7%) touchent aussi l’application de différentes opérations. Le tableau 34 montre que la majorité des énoncés touchant les opérations aborde principalement la multiplication d’un vecteur par un scalaire (43,1%) suivie de l’addition de deux vecteurs (25,5%).

Tableau 34: Répartition des énoncés selon l'opération abordée

Opération abordée	**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Addition de vecteurs	13	25,5
Soustraction de vecteurs	10	19,6
Multiplication d'un vecteur par un scalaire k	k<0 : 5 k>0 : 8 0<k<1 : 3 -1<k<0 : 1 Total : 17 Combinaison linéaire : 5	43,1
Produit scalaire	8	15,7
Projection orthogonale d'un vecteur	5	9,8
Aucune opération abordée	18	35,3
Total	**51**	**100**

Fait surprenant, dans la première section du manuel qui est annoncée comme lieu où l'on traite de la définition et la représentation du vecteur, on aborde pourtant la projection orthogonale à quatre reprises. Pour les deux autres sections du manuel, on sent une tendance marquée à vouloir fortifier les opérations avec les vecteurs, car il n'y a qu'un seul énoncé qui n'aborde pas les opérations.

Pour les propriétés relatives aux opérations sur les vecteurs, seulement cinq énoncés les abordent dont quatre touchent soit la commutativité de l'addition et de la multiplication ainsi que l'associativité ou soit parfois les deux propriétés. Ces dernières n'ont pas été relevées comme déterminantes c'est-à-dire qu'il n'est pas nécessaire de les maîtriser pour comprendre et modéliser ces problèmes.

4.2.3.6. Analyse de l'utilisation des relations possibles entre les vecteurs

Pour les relations entre les vecteurs, 40 énoncés (78,4%) ne les abordent pas, mais il est important de rappeler qu'elles peuvent être un préalable pour résoudre le problème. Donc, 11 énoncés (21,6%) concernent uniquement le développement des relations entre les vecteurs[43] c'est-à-dire qu'elles font l'objet d'un apprentissage, mais uniquement à l'aide d'un contexte mathématique. Le tableau 35 permet de constater que les différentes relations possibles entre les vecteurs sont abordées en quantité semblable. Il n'y a que la notion d'équipollence qui n'est abordée que dans trois énoncés, alors qu'elle est pourtant essentielle afin de passer du vecteur lié au vecteur libre comme discuté au chapitre 2.

Tableau 35: Répartition des énoncés selon la relation abordée

Relation abordée	Effectif	Pourcentage (%)
Colinéarité	5	9,8
Vecteur opposé	5	9,8
Équipollence	3	5,9
Orthogonalité	6	11,8
Aucune relation abordée	40	78,4
Total	**51***	**100**

* Plus d'une relation peut être traitée dans un même problème

De plus, comme il est essentiel de maîtriser l'ensemble des relations présentées dans le tableau précédent, notamment la colinéarité, les vecteurs opposés et l'équipollence de représentants de vecteurs, il est primordial de vérifier à quel endroit elles sont présentées dans l'enchainement des énoncés. À noter que sept de ces onze énoncés sont présentés au début de la première section du manuel (celle sur la définition et la représentation du vecteur). La notion d'orthogonalité est présentée dans la troisième section (celle du produit scalaire et de la combinaison linéaire). Rappelons aussi que la colinéarité, les vecteurs opposés et l'équipollence de représentants d'un vecteur ont été abordés dans la deuxième activité d'introduction de la première section, et ce, en contexte mathématique également. Par leur faible effectif et par leur cadre exclusivement géométrique, les énoncés proposés exclusivement pour le développement des différentes propriétés mathématiques ne leur fournissent pas l'importance nécessaire dans le développement de la notion de vecteur.

[43] Il a été déjà discuté que l'équipollence des représentants d'un vecteur n'est pas initiée par les auteurs dans une perspective de développement du vecteur considéré libre. Ce choix se poursuit dans l'analyse de l'ensemble des énoncés.

4.2.3.7. Conclusion de l'analyse du développement de la notion de vecteur

Pour terminer l'analyse de ce manuel, rappelons que les recommandations émises au chapitre 2 suggèrent le travail dans un cadre géométrique à partir de vecteur lié pour ensuite amener l'élève à développer l'idée de représentants d'un même vecteur et ainsi tendre vers une conception du vecteur libre. L'utilisation de différents contextes issus de la physique permet d'ailleurs cette réflexion. Si on se tourne vers la progression des énoncés de problèmes servant au développement de la notion de vecteur, le cadre géométrique prédomine *a priori* avec l'utilisation du vecteur libre, puis on passe à d'autres contextes issus de la physique mobilisant parfois le vecteur lié et parfois le vecteur glissant dans un cadre physique varié (voir tableau 27). Les énoncés sont formulés de manière à offrir différentes formes de guidage telles qu'au niveau des explications permettant ainsi à l'élève de s'approprier la situation pour mieux la traiter mathématiquement, ou parfois au niveau de la procédure à appliquer ou également par un enchainement de sous-questions assurant ainsi son engagement dans la tâche. Par ces différents types de guidages proposés, on sent tout de même la volonté des auteurs à développer le sens du vecteur libre sans pour autant l'accompagner d'explications autour de la notion d'équipollence puisque celle-ci n'est que très peu abordée et dont les expressions langagières utilisées tendent à considérer chaque représentant comme un vecteur en soit renforçant ainsi le sens du vecteur lié. De cette façon, tout comme les activités d'introduction, les auteurs semblent anticiper les conflits cognitifs à l'intérieur de ces divers contextes issus de la physique. On escamote ainsi la réflexion chez l'élève sur les outils à privilégier pour résoudre ces énoncés, outils dont le vecteur est espéré. Comme les énoncés exigeant un travail de modélisation chez l'élève sont rares, on se retrouve avec quelques lacunes que l'enseignant devrait combler. Les énoncés prennent plutôt la forme d'exercices (70,6% des énoncés) où l'élève doit représenter, nommer ou appliquer une procédure. Des illustrations des vecteurs en jeu accompagnent parfois ces différents contextes.

De plus, on utilise l’expression « origine » pour référer au point initial du vecteur créant ainsi une confusion avec l’origine du plan cartésien. On semble régulièrement proposer deux types de notations, et ce, sur le même vecteur c’est-à-dire que l’on identifie les extrémités du vecteur par des lettres majuscules en plus du lui fournir une notation de type $\vec{u}$. Les auteurs ne semblent pas faire de distinction entre les différentes notations permettant ainsi de développer le sens du vecteur libre.

Finalement, en plus qu’elle n’a pas fait l’objet d’introduction, aucun énoncé n’a été conçu pour réfléchir au mouvement de translation au sens que propose Ba (2007).

4.3. ANALYSE DU MANUEL *POINT DE VUE MATHÉMATIQUE*

4.3.1 ANALYSE DE LA PLANIFICATION DE L’ENSEIGNEMENT

Le chapitre de ce manuel portant sur la notion de vecteur est divisé en deux parties. La première introduit sa définition et sa représentation, les opérations appliquées sur les vecteurs ainsi que le produit scalaire[44]. La seconde partie fait un lien avec la translation mathématique vue en première secondaire et les matrices. Les auteurs n’ont pas choisi de présenter des problèmes déclencheurs, mais des activités d’introduction sont proposées. Pour ce qui est du guide d’enseignement, on ne suggère pas d’ordre précis pour l’enchainement de ces activités d’introduction. Par contre, à la fin de chacune de celles-ci, on renvoie l’élève à la résolution d’un ou de plusieurs énoncés dont l’intention est d’augmenter l’efficience dans la représentation, l’application de méthodes particulières ou la résolution de problèmes. Pour la suite, on suppose que l’élève enchaine les autres énoncés suivant leur ordre d’apparition dans le manuel.

[44] Contrairement au premier manuel de mathématique, la combinaison linéaire n’est pas abordée.

La préanalyse de ce manuel permet de dégager qu'il n'y a pas d'évolution marquée relativement au type de travail demandé[45] pour le développement de la notion de vecteur. Cette planification revient donc à l'enseignant. Il est aussi important de préciser qu'il n'y a aucune activité ou aucun autre énoncé qui amène l'élève dans un travail de modélisation de façon autonome. Comme on le verra, des activités d'introduction s'appuient sur un contexte réaliste et un guidage important permet à l'élève de s'approprier la situation. Peu de contextes proposés sont d'ailleurs réalistes. De fait, on dénombre 34 énoncés sur un total de 298 énoncés analysés dont le contexte est purement mathématique[46]. Pour mieux cerner ce qui est proposé à l'élève en matière d'introduction à la notion de vecteur, il faut se tourner vers l'analyse suivante.

4.3.2 ANALYSE DE L'INTRODUCTION DE LA NOTION DE VECTEUR

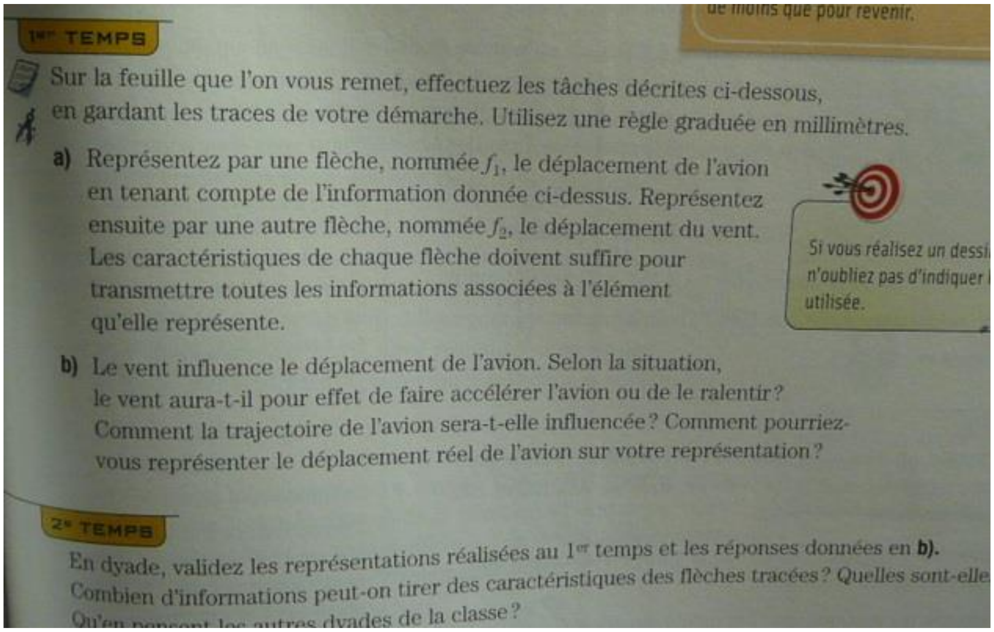
Semblablement au manuel précédent, les activités d'introduction sont suivies de quelques pages qui présentent les savoirs dits essentiels avant de fournir une série d'énoncés de problèmes (travail à compléter). L'analyse de ces activités d'introduction constituera la première partie de cette section. La seconde portera sur la présentation des savoirs essentiels.

4.3.2.1. Analyse de la section reliée à la définition et aux opérations des vecteurs

On débute par la première activité d'introduction dont le contexte est dit réaliste. Il porte sur le déplacement d'un avion allant à une vitesse constante de 840 km/h vers le nord-est subissant un vent d'est de 120 km/h :

---

[45] Rappelons que le type de travail demandé peut être soit l'activité d'introduction, l'appropriation de phénomène, l'exercisation, la modélisation ou la preuve mathématique.
[46] Nous y reviendrons plus loin.



1er TEMPS

Sur la feuille que l'on vous remet, effectuez les tâches décrites ci-dessous, en gardant les traces de votre démarche. Utilisez une règle graduée en millimètres.

a) Représentez par une flèche, nommée f_1, le déplacement de l'avion en tenant compte de l'information donnée ci-dessus. Représentez ensuite par une autre flèche, nommée f_2, le déplacement du vent. Les caractéristiques de chaque flèche doivent suffire pour transmettre toutes les informations associées à l'élément qu'elle représente.

Si vous réalisez un dessi n'oubliez pas d'indiquer l utilisée.

b) Le vent influence le déplacement de l'avion. Selon la situation, le vent aura-t-il pour effet de faire accélérer l'avion ou de le ralentir? Comment la trajectoire de l'avion sera-t-elle influencée? Comment pourriez-vous représenter le déplacement réel de l'avion sur votre représentation?

2e TEMPS

En dyade, validez les représentations réalisées au 1er temps et les réponses données en **b)**. Combien d'informations peut-on tirer des caractéristiques des flèches tracées? Quelles sont-elle

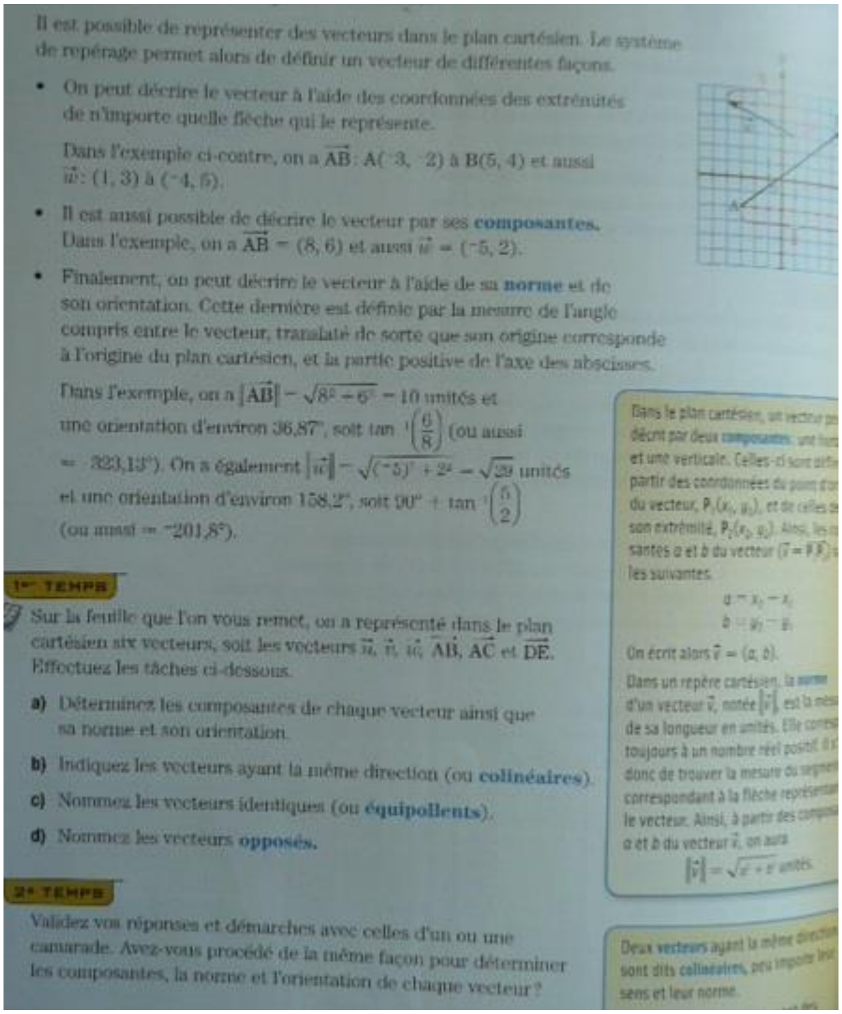
Figure 37: Activité *Mise en situation sur les vecteurs*
**Point de vue mathématique*, 2010, p.431

L'élève est sensibilisé aux informations pertinentes à fournir afin d'arriver à représenter les vecteurs en jeu dans le plan. Ce contexte est authentique et nécessaire à la compréhension, car les caractéristiques du vol d'avion renvoient à des grandeurs vectorielles si on pose un regard sur le déplacement et l'influence du vent de celui-ci. Par contre, on travaille précocement, et de façon sous-entendue, l'addition de vecteurs, car on demande à l'élève une représentation dans le plan cartésien des deux vecteurs en jeu appliqués sur l'avion pour ensuite discuter des informations pertinentes à fournir quant au déplacement résultant de l'avion tel que perçu sur Terre. L'élève doit aussi déduire puisqu'il n'y a aucun encart dans le manuel qui le précise, que l'orientation de l'avion dite « nord-est » est en fait à 45 degrés au nord de l'est. De plus, comme il n'y a pas d'illustration nécessaire à la compréhension, on guide l'élève dans la procédure de résolution. On lui propose une démarche à la question a) afin de faire ressortir les caractéristiques pertinentes des vecteurs (ici appelés "flèches") pour l'aider à les illustrer.

Tableau 36: Synthèse de l'analyse de l'activité *Mise en situation sur les vecteurs*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Réaliste, non authentique et nécessaire à la compréhension	Activité d’introduction	Par la procédure	Caractéristiques des vecteurs (grandeur et orientation) et vecteur résultant (addition)	Vecteur physique glissant

L’activité suivante s’appuie sur un contexte mathématique. Elle est d’abord introduite dans un cadre géométrique par une interprétation des vecteurs dans le plan cartésien, lesquels tendent alors vers le sens du vecteur lié. Puis, on passe au cadre algébrique/analytique par l’étude des composantes du vecteur.



Il est possible de représenter des vecteurs dans le plan cartésien. Le système de repérage permet alors de définir un vecteur de différentes façons.

- On peut décrire le vecteur à l'aide des coordonnées des extrémités de n'importe quelle flèche qui le représente.

  Dans l'exemple ci-contre, on a $\overrightarrow{AB}$: A(−3, −2) à B(5, 4) et aussi $\vec{w}$: (1, 3) à (−4, 5).

- Il est aussi possible de décrire le vecteur par ses **composantes.** Dans l'exemple, on a $\overrightarrow{AB} = (8, 6)$ et aussi $\vec{w} = (-5, 2)$.

- Finalement, on peut décrire le vecteur à l'aide de sa **norme** et de son orientation. Cette dernière est définie par la mesure de l'angle compris entre le vecteur, translaté de sorte que son origine corresponde à l'origine du plan cartésien, et la partie positive de l'axe des abscisses.

  Dans l'exemple, on a $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ unités et une orientation d'environ 36,87°, soit $\tan^{-1}\left(\frac{6}{8}\right)$ (ou aussi ≈ −323,13°). On a également $\|\vec{w}\| = \sqrt{(-5)^2 + 2^2} = \sqrt{29}$ unités et une orientation d'environ 158,2°, soit $90° + \tan^{-1}\left(\frac{5}{2}\right)$ (ou aussi ≈ −201,8°).

Dans le plan cartésien, un vecteur peut être décrit par deux **composantes** : une horizontale et une verticale. Celles-ci sont définies à partir des coordonnées du point d'origine du vecteur, $P_1(x_1, y_1)$, et de celles de son extrémité, $P_2(x_2, y_2)$. Ainsi, les composantes a et b du vecteur ($\vec{v} = \overrightarrow{P_1P_2}$) sont les suivantes.

$a = x_2 - x_1$

$b = y_2 - y_1$

On écrit alors $\vec{v} = (a, b)$.

Dans un repère cartésien, la **norme** d'un vecteur $\vec{v}$, notée $\|\vec{v}\|$, est la mesure de sa longueur en unités. Elle correspond toujours à un nombre réel positif. Il s'agit donc de trouver la mesure du segment correspondant à la flèche représentant le vecteur. Ainsi, à partir des composantes a et b du vecteur $\vec{v}$, on aura

$\|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 + b^2}$ unités

1er TEMPS

Sur la feuille que l'on vous remet, on a représenté dans le plan cartésien six vecteurs, soit les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{t}$, $\vec{w}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DE}$. Effectuez les tâches ci-dessous.

a) Déterminez les composantes de chaque vecteur ainsi que sa norme et son orientation.

b) Indiquez les vecteurs ayant la même direction (ou **colinéaires**).

c) Nommez les vecteurs identiques (ou **équipollents**).

d) Nommez les vecteurs **opposés.**

2e TEMPS

Validez vos réponses et démarches avec celles d'un ou une camarade. Avez-vous procédé de la même façon pour déterminer les composantes, la norme et l'orientation de chaque vecteur ?

Deux vecteurs ayant la même direction sont dits **colinéaires**, peu importe leur sens et leur norme.

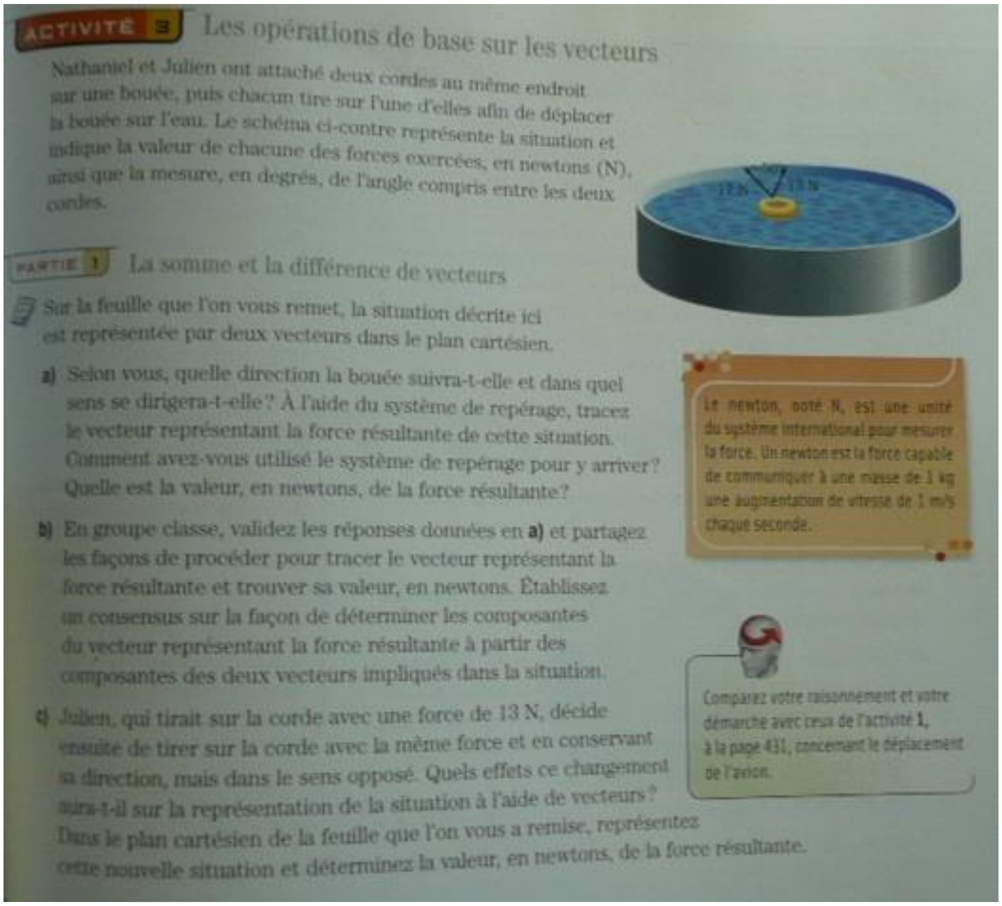
Figure 38: Activité *Les composantes et la norme d'un vecteur dans le plan cartésien*
**Point de vue mathématique*, 2010, p.432

Même si on suppose un travail dans le cadre algébrique/analytique, rappelons les réserves de Côté (2002) sur la résolution de problèmes à partir des composantes des vecteurs, lesquelles ont souvent tendance à être traitées dans un cadre numérique. L'élève est invité à appliquer une procédure à partir des coordonnées numériques fournies pour rechercher les composantes. Il n'y a alors pas nécessairement une invitation chez l'élève à comparer différents représentants d'un même vecteur pour ainsi renforcer l'idée de vecteur libre. Ici, on expose plutôt différentes manières d'annoter un vecteur géométrique en cherchant à faire voir à l'élève qu'un vecteur peut être représenté par différentes flèches dans le plan. Un exercice d’application de ce qui a été introduit suit. On guide ensuite l’élève dans l’apprentissage des différentes relations possibles entre les vecteurs en ne proposant pas de questions qui permettraient de les induire ou de les déduire. On choisit plutôt de définir les relations. D’ailleurs, on ne définit pas l’équipollence de représentants d’un vecteur en utilisant les expressions de «représentants d’un même vecteur», on parle plutôt de «vecteurs identiques». L’élève ayant lu ces définitions des différentes relations est ensuite invité à montrer la compréhension qu’il s’en fait par de courts exercices d’identification. L’introduction aux relations entre les vecteurs se fait donc en contexte mathématique sans pour autant comprendre pourquoi elles sont essentielles dans le développement de la notion de vecteur. En choisissant de parler de vecteurs identiques, on renforce chez l’élève la considération de chaque représentant comme un cas particulier ne renvoyant pas nécessairement à un même vecteur. Le codage du vecteur en jeu n’est pas si simple qu’il en a l’air ici. Le travail fait pour susciter la réflexion sur les similitudes entre différents représentants de vecteurs encourage le sens du vecteur dit libre. Toutefois, les expressions langagières choisies pour référer à une même famille de représentants d’un même vecteur tendent elles-mêmes à renforcer la considération de chaque représentant dans son unicité. Rappelons que ce fut aussi le cas pour le précédent manuel analysé. Le tableau 37 ci-contre propose une synthèse de cette analyse.

Tableau 37: Synthèse de l'analyse de l'activité *Les composantes et la norme d'un vecteur dans le plan cartésien*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Mathématique	Activité d’introduction	Par des explications	Composantes de vecteur et relation entre les vecteurs	Vecteur géométrique lié

La prochaine activité d’introduction est présentée en trois temps, tous à partir d’un contexte réaliste de forces appliquées sur un objet. Pour la première partie, on applique deux forces opposées à une bouée sur l’eau.



ACTIVITÉ 3 Les opérations de base sur les vecteurs

Nathaniel et Julien ont attaché deux cordes au même endroit sur une bouée, puis chacun tire sur l'une d'elles afin de déplacer la bouée sur l'eau. Le schéma ci-contre représente la situation et indique la valeur de chacune des forces exercées, en newtons (N), ainsi que la mesure, en degrés, de l'angle compris entre les deux cordes.

PARTIE 1 La somme et la différence de vecteurs

Sur la feuille que l'on vous remet, la situation décrite ici est représentée par deux vecteurs dans le plan cartésien.

a) Selon vous, quelle direction la bouée suivra-t-elle et dans quel sens se dirigera-t-elle? À l'aide du système de repérage, tracez le vecteur représentant la force résultante de cette situation. Comment avez-vous utilisé le système de repérage pour y arriver? Quelle est la valeur, en newtons, de la force résultante?

b) En groupe classe, validez les réponses données en **a)** et partagez les façons de procéder pour tracer le vecteur représentant la force résultante et trouver sa valeur, en newtons. Établissez un consensus sur la façon de déterminer les composantes du vecteur représentant la force résultante à partir des composantes des deux vecteurs impliqués dans la situation.

c) Julien, qui tirait sur la corde avec une force de 13 N, décide ensuite de tirer sur la corde avec la même force et en conservant sa direction, mais dans le sens opposé. Quels effets ce changement aura-t-il sur la représentation de la situation à l'aide de vecteurs? Dans le plan cartésien de la feuille que l'on vous a remise, représentez cette nouvelle situation et déterminez la valeur, en newtons, de la force résultante.

Le newton, noté N, est une unité du système international pour mesurer la force. Un newton est la force capable de communiquer à une masse de 1 kg une augmentation de vitesse de 1 m/s chaque seconde.

Comparez votre raisonnement et votre démarche avec ceux de l'activité **1**, à la page 431, concernant le déplacement de l'avion.

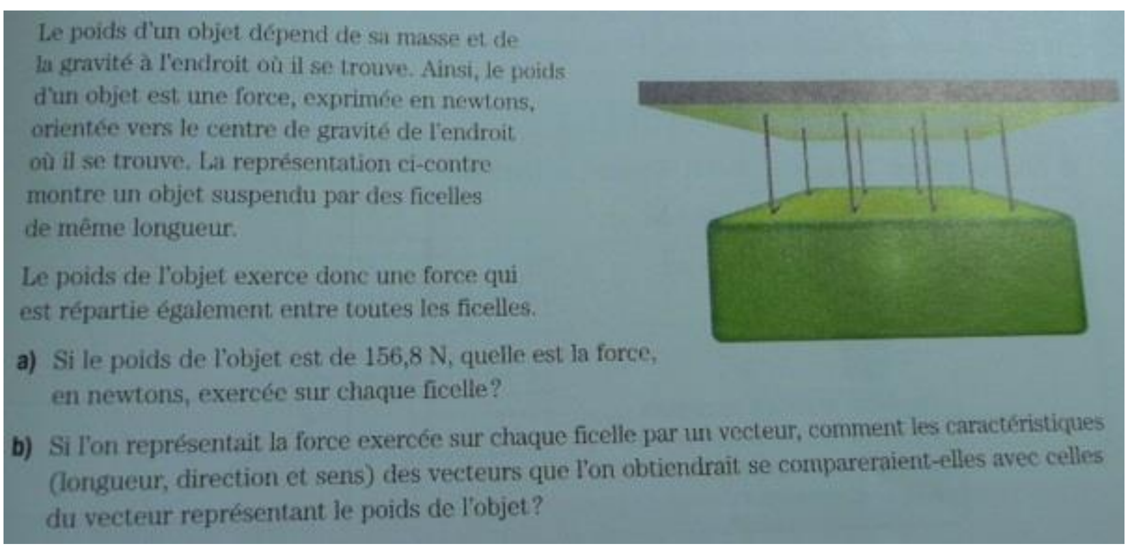
Figure 39: Activité *Les opérations de base sur les vecteurs* (partie 1: La somme et la différence de vecteurs)
**Point de vue mathématique*, 2010, p.433

Le contexte est non authentique, car on ne tient pas compte de la gravité, de la force de l'eau et de l'effet possible d'un vent pour ainsi travailler avec la résultante de toutes ces forces. On représente la situation par des vecteurs physiques glissants, car l'objet se déplace selon une direction fixe et les forces en jeu sont appliquées sur la bouée (en y supposant un centre de masse). Le contexte est tout de même nécessaire à la compréhension. De même, l'illustration devient essentielle pour réaliser l'activité. L'élève est guidé dans sa méthode de résolution, car on lui propose d'utiliser le système de repérage pour tracer le vecteur résultant de l'addition de deux vecteurs. Comme ces derniers sont opposés selon l'axe horizontal, cette addition est en fait une soustraction qui est initiée par la considération du vecteur opposé, lequel n'a pas été abordé jusqu'à présent. Après avoir invité l'élève à comparer sa méthode de résolution avec ses pairs, on constate que l'énoncé en b) oriente les élèves sur la recherche de la résultante à partir des composantes de chacun des vecteurs en jeu. Cette activité permet d'introduire la soustraction de vecteurs et l'institutionnalisation de celle-ci est à la charge de l'enseignant. Le manuel n'en discute pas. Voici le tableau qui résume l'analyse de cette activité.

Tableau 38: Synthèse de l'analyse de l'activité *Les opérations de base sur les vecteurs* (partie 1)

Intention de la situation	Contexte	Type de travail exigé	Présence de guidage	Savoirs en jeu	Type de vecteur
Introduire une nouvelle méthode	Réaliste, non authentique et nécessaire à la compréhension	Activité d'introduction	Par la procédure	Addition et soustraction de deux vecteurs	Vecteur physique glissant

Pour la deuxième partie de cette activité, on a un contexte réaliste d'un objet suspendu à l'aide d'un ensemble de cordes.



Le poids d'un objet dépend de sa masse et de la gravité à l'endroit où il se trouve. Ainsi, le poids d'un objet est une force, exprimée en newtons, orientée vers le centre de gravité de l'endroit où il se trouve. La représentation ci-contre montre un objet suspendu par des ficelles de même longueur.

Le poids de l'objet exerce donc une force qui est répartie également entre toutes les ficelles.

a) Si le poids de l'objet est de 156,8 N, quelle est la force, en newtons, exercée sur chaque ficelle?

b) Si l'on représentait la force exercée sur chaque ficelle par un vecteur, comment les caractéristiques (longueur, direction et sens) des vecteurs que l'on obtiendrait se compareraient-elles avec celles du vecteur représentant le poids de l'objet?

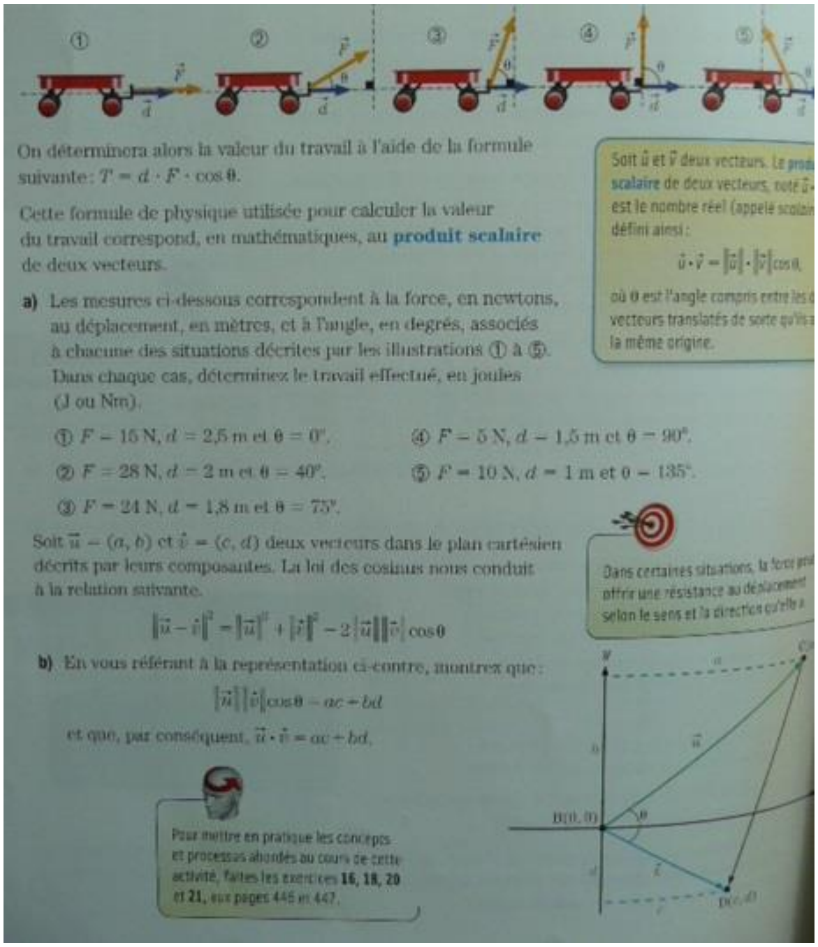
Figure 40: Activité *Les opérations de base sur les vecteurs* (partie 2)
**Point de vue mathématique*, 2010, p.433

Le contexte est non authentique, car on ne tient pas compte de la gravité ou plutôt on néglige d'expliquer les différences entre la force gravitationnelle et la force de tension. Il faut que l'élève comprenne que la force de gravité et de tension s'opposent et qu'elles sont de même grandeur pour ainsi avoir un objet en équilibre. L'élève doit aussi s'approprier le principe de force équilibrante sans qu'il y ait d'information qui s'y rapporte dans l'énoncé. On a tout de même une forme de guidage par les explications de la notion de poids d'un objet. Le contexte est nécessaire à la compréhension pour amener l'élève à représenter les vecteurs physiques liés en jeu. Cette partie de l'activité d'introduction permet donc d'introduire la multiplication d'un vecteur par un scalaire, mais ce n'est pas clairement fait dans les deux sous-questions. De plus, on ne demande pas de comparer la valeur de la tension dans la corde s'il y avait moins de cordes ou une seule corde, dans le but de voir l'influence des forces appliquées. On l'aura deviné, le contexte proposé invite à l'appréhension du vecteur lié. Voici le tableau qui résume cette analyse.

Tableau 39: Synthèse de l'analyse de l'activité *Les opérations de base sur les vecteurs* (partie 2)

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Réaliste, non authentique et nécessaire à la compréhension	Activité d'introduction	Par des explications	Multiplication d'un vecteur par un scalaire	Vecteur physique lié

Pour la troisième partie, on introduit le produit scalaire en choisissant d'y donner un sens à partir de la notion de travail.



On déterminera alors la valeur du travail à l'aide de la formule suivante : $T = d \cdot F \cdot \cos\theta$.

Cette formule de physique utilisée pour calculer la valeur du travail correspond, en mathématiques, au **produit scalaire** de deux vecteurs.

a) Les mesures ci-dessous correspondent à la force, en newtons, au déplacement, en mètres, et à l'angle, en degrés, associés à chacune des situations décrites par les illustrations ① à ⑤. Dans chaque cas, déterminez le travail effectué, en joules (J ou Nm).

① $F = 15$ N, $d = 2{,}5$ m et $\theta = 0°$.

② $F = 28$ N, $d = 2$ m et $\theta = 40°$.

③ $F = 24$ N, $d = 1{,}8$ m et $\theta = 75°$.

④ $F = 5$ N, $d = 1{,}5$ m et $\theta = 90°$.

⑤ $F = 10$ N, $d = 1$ m et $\theta = 135°$.

Soit $\vec{u} = (a, b)$ et $\vec{v} = (c, d)$ deux vecteurs dans le plan cartésien décrits par leurs composantes. La loi des cosinus nous conduit à la relation suivante.

$$\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2 - 2\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos\theta$$

b) En vous référant à la représentation ci-contre, montrez que :

$$\|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos\theta = ac + bd$$

et que, par conséquent, $\vec{u} \cdot \vec{v} = ac + bd$.

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs. Le **produit** **scalaire** de deux vecteurs, noté $\vec{u}$ · est le nombre réel (appelé scalaire) défini ainsi :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cos\theta,$$

où θ est l'angle compris entre les vecteurs translatés de sorte qu'ils a la même origine.

Dans certaines situations, la force peut offrir une résistance au déplacement selon le sens et la direction qu'elle a

Pour mettre en pratique les concepts et processus abordés au cours de cette activité, faites les exercices **16, 18, 20** et **21**, aux pages 446 et 447.

Figure 41: Activité *Les opérations de base sur les vecteurs* (partie 3)
**Point de vue mathématique*, 2010, p. 434

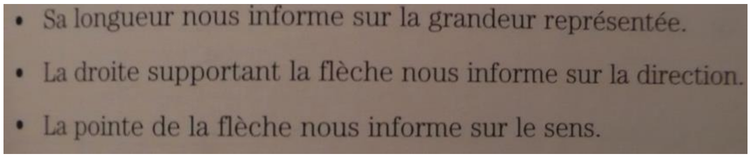
Le contexte est réaliste, mais non authentique, car on ne spécifie pas que la force représentée est la force résultante. On pourrait donc croire qu'il n'y pas de frottement. On ne discute pas de force gravitationnelle, ni de force normale appliquées au chariot. Le contexte est tout de même nécessaire à la compréhension pour l'apprentissage du produit scalaire et les illustrations fournies des vecteurs physiques glissants le sont pareillement. Les auteurs ont choisi d'introduire le produit scalaire en le contextualisant au travail sans que cette notion ne soit davantage explicitée. La procédure à appliquer pour l'obtenir est présentée. De plus, on guide l'élève de deux façons : on explique dans la mise en situation le principe de travail (projection orthogonale de la force appliquée au chariot sur la droite parallèle au sol). On donne aussi la relation mathématique pour calculer la valeur de celui-ci et l'élève n'a qu'à l'appliquer dans les sous-questions qui suivent. On guide également l'élève par l'enchainement des sous-questions qui l'amène à une généralisation de la relation mathématique du produit scalaire. Par rapport à ce qui a été discuté au chapitre 2, comme il n'y a pas de planification précise d'enseignement, cette activité arrive précocement dans le développement de la notion de vecteur. On voit une application du produit scalaire certes, mais tout le travail de modélisation est mis de côté puisque l'on fournit tous les outils et toutes les explications à l'élève. Voici donc un tableau qui résume l'analyse de ces trois parties de l'activité.

Tableau 40: Synthèse de l'analyse de l'activité *Les opérations de base sur les vecteurs* (partie 3)

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Réaliste, non authentique et nécessaire à la compréhension	Activité d'introduction	Par des explications et par l'enchainement des sous-questions	Produit scalaire de deux vecteurs	Vecteur physique glissant

Pour cette première partie, on propose majoritairement des activités dont le contexte est issu de la physique. Par contre, l'élève est précocement placé en situation où l'utilisation du vecteur physique glissant est en jeu en plus de présenter, sans toutefois l'approfondir, la notion d'équivalence entre différents représentants d'un vecteur. De plus, comme le travail de modélisation est absent, on freine du même souffle la réflexion de l'élève sur le potentiel de la notion de vecteur pour résoudre des problèmes d'ordre de la physique.

En ce qui concerne la section intitulée *Mes outils en géométrie* qui présente les savoirs dits essentiels associés à l'apprentissage de la notion de vecteur, on propose d'abord une définition du vecteur : « Un vecteur, représenté par une flèche, est une donnée qui nous informe à la fois sur une grandeur, une direction et un sens. On peut interpréter ce vecteur comme une translation » (p.435). On fournit ensuite quelques spécifications du vecteur quant aux informations contenues par sa représentation «flèche» et par sa notation.



- Sa longueur nous informe sur la grandeur représentée.
- La droite supportant la flèche nous informe sur la direction.
- La pointe de la flèche nous informe sur le sens.

Figure 42: Informations tirées du symbole de la flèche d'un vecteur
**Point de vue mathématique*, 2010, p.435

On fait ici un lien avec la translation mathématique sans pour autant qu'elle ait fait l'objet d'un réinvestissement dans les activités précédentes. Bien que les énoncés en contexte réaliste présentés précédemment soient reliés à des situations issues de la physique (déplacement et forces appliquées à un objet), le lien étroit entre la translation mathématique et le mouvement de translation tel que décrit par Ba (2007) n'est pas considéré. La définition fournie renvoie au vecteur géométrique libre sans le nommer ainsi. Les représentations des vecteurs dans le plan cartésien invitent à la conception de vecteur géométrique lié. Toutefois, la prise en compte du point d'application à considérer dans les situations de la physique ne fait pas l'objet d'un apprentissage explicite. À la suite de la définition du vecteur, on présente la méthode de recherche des composantes pour annoter un vecteur. Dans cette partie, on utilise la notation de vecteur géométrique lié, c'est-à-dire celle qui utilise des lettres majuscules aux deux extrémités.

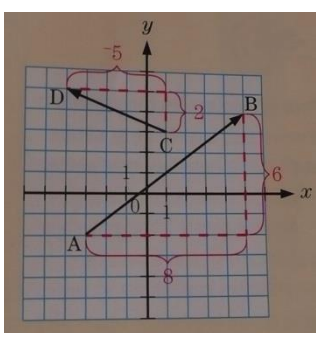


Figure 43: Exemple de calcul des composantes
**Point de vue mathématique*, 2010, p.435

Les auteurs ne semblent pas avoir le souci d'établir le lien entre le vecteur géométrique lié et le vecteur algébrique. On peut supposer que pour les auteurs, la présentation du vecteur sous différentes notations n'est pas nécessairement associée à un enjeu de changement de cadre ou dit autrement, d'une prise en compte de l'acception du vecteur selon qu'on se positionne dans un cadre géométrique ou algébrique.

Il y a un risque de confusion, car l'élève pourrait se questionner sur l'utilisation des lettres majuscules dans l'exemple ci-haut. Cette notation renvoie au vecteur géométrique lié. Et, dans la suite de la présentation des savoirs, on opte plutôt pour une notation qui renvoie aux vecteurs géométriques libres c'est-à-dire à partir d'une notation de type $\vec{u}$.

Avant de discuter des opérations sur les vecteurs, on donne une définition des différentes relations possibles entre ceux-ci c'est-à-dire l'équipollence (appelé vecteurs équipollents[47]), les vecteurs opposés et le vecteur nul. On donne une définition sans fournir d'explications sur leur importance et leur utilité. Précédemment, par le biais d'une activité d'introduction, les élèves ont eu à travailler à partir de vecteurs physiques glissants sans pour autant que la notion d'équipollence n'ait été abordée. De plus, on présente le vecteur nul, mais il n'a pas fait l'objet d'apprentissage dans le cadre des activités précédentes. On ne sait donc pas dans quelles situations il peut être utile.

S'en suivent les objets d'apprentissage associés aux opérations sur les vecteurs. Les auteurs préconisent le développement d'une compréhension procédurale au sens de Skemp (1976). Les «techniques», pour reprendre l'expression du manuel, sont expliquées sans qu'on mette l'accent sur des explications qui permettraient à l'élève de mieux cerner pourquoi l'addition de vecteurs est pertinente et pour quelles situations sa mobilisation est nécessaire. On remarque toutefois que les auteurs ont eu le souci de présenter les deux méthodes géométriques (la méthode du triangle, aussi appelée méthode du bout à bout et du

[47] Comme discuté précédemment, Tanguay (2002) suggérait d'éviter de référer à des vecteurs équipollents, mais bien aux représentants équipollents d'un même vecteur, ou encore à des vecteurs égaux qui voient leurs représentants équipollents.

parallélogramme) *a priori* pour illustrer l'addition, la soustraction et la multiplication d'un vecteur par un scalaire.

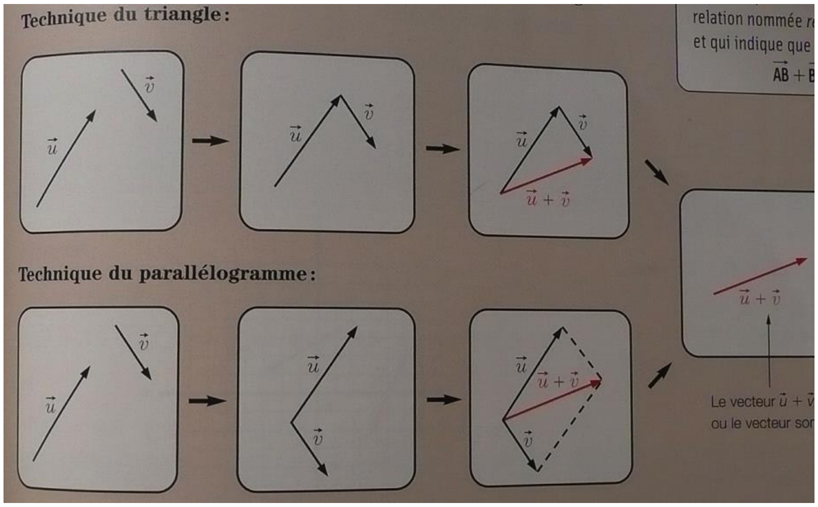


Figure 44: Méthodes géométriques pour l'addition de vecteurs
**Point de vue mathématique*, 2010, p.437

Bien que la notion d'équivalence entre les vecteurs ne soit pas longuement élaborée, ce qui est intéressant avec cette illustration est qu'elle s'appuie sur le sens du vecteur libre pour autant que l'élève l'interprète comme tel. Par contre, la « technique du parallélogramme » peut créer une confusion : le lien avec les caractéristiques spécifiques de la figure plane (deux paires de côtés parallèles et deux paires de côtés isométriques) n'est pas clairement fait. Par la suite, on fournit une méthode algébrique pour accompagner l'explication de chaque méthode, et ce, toujours en contexte mathématique. Cette partie semble avoir été placée pour justifier les deux techniques proposées pour effectuer les opérations sur les vecteurs et non pour démontrer l'utilité, pour certains contextes, de décomposer un vecteur selon ses composantes.

Pour terminer cette section sur la présentation des savoirs essentiels, on amène le produit scalaire, ici appelé « la multiplication de deux vecteurs » et l'on y greffe une application concrète du calcul de l'intensité du travail effectué lorsque l'on tire un objet dont l'image suivante l'accompagne (laquelle est semblable à celle utilisée dans une précédente activité portant sur le sujet) :

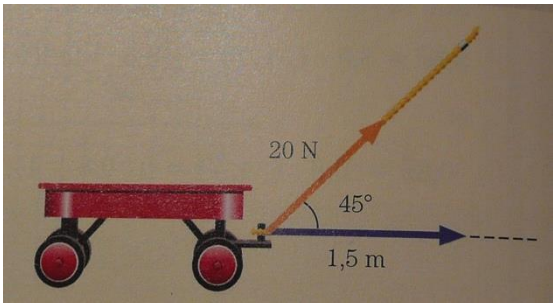
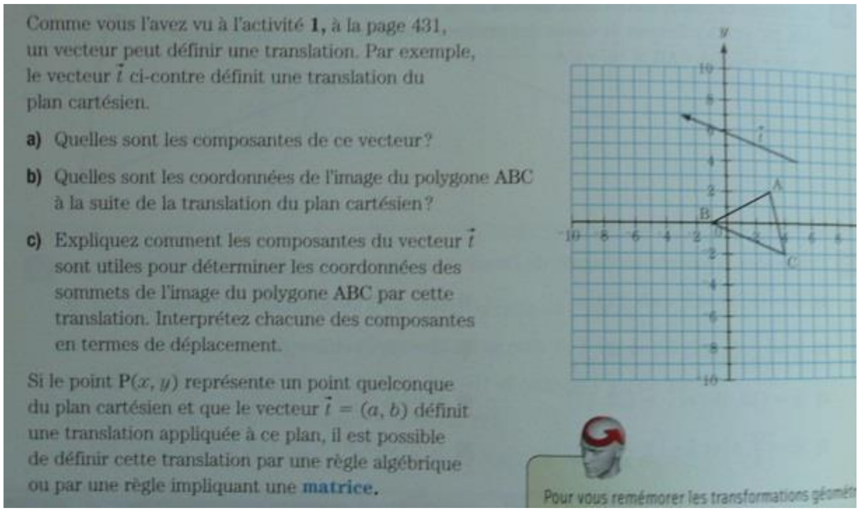


Figure 45: Illustration accompagnant l'exemple de calcul du produit scalaire
**Point de vue mathématique*, 2010, p.440

Premièrement, on remarque que la relation mathématique qui permet de calculer ce travail n'est pas accompagnée d'une démonstration pour comprendre son origine. On présente deux procédures pour calculer le produit scalaire : celle à partir de vecteur géométrique libre et celle à partir de vecteur algébrique. On précise aussi une seconde utilité au produit scalaire soit celle permettant de calculer l'angle entre deux vecteurs. Deuxièmement, en choisissant de discuter « d'intensité du travail », on peut ainsi susciter un questionnement pour un élève en apprentissage. Pour l'élève, il y a double enjeu : s'approprier le calcul du produit scalaire et apprivoiser, sans qu'elle soit définie autrement que par la procédure associée, la notion de travail. Le type de vecteur en jeu est le vecteur physique glissant, tout comme la majorité des activités d'introduction précédentes.

4.3.2.2. Analyse de la section reliée aux translations et aux matrices

L'unique activité qui fait un lien avec la translation mathématique vue en première secondaire, dont on ajoute la méthode à l'aide de matrices, est en contexte mathématique.



Comme vous l'avez vu à l'activité **1**, à la page 431, un vecteur peut définir une translation. Par exemple, le vecteur $\vec{t}$ ci-contre définit une translation du plan cartésien.

a) Quelles sont les composantes de ce vecteur?

b) Quelles sont les coordonnées de l'image du polygone ABC à la suite de la translation du plan cartésien?

c) Expliquez comment les composantes du vecteur $\vec{t}$ sont utiles pour déterminer les coordonnées des sommets de l'image du polygone ABC par cette translation. Interprétez chacune des composantes en termes de déplacement.

Si le point P(x, y) représente un point quelconque du plan cartésien et que le vecteur $\vec{t} = (a, b)$ définit une translation appliquée à ce plan, il est possible de définir cette translation par une règle algébrique ou par une règle impliquant une **matrice**.

Figure 46: Activité *Vecteurs, translations du plan cartésien et les matrices*
**Point de vue mathématique*, 2010, p.450

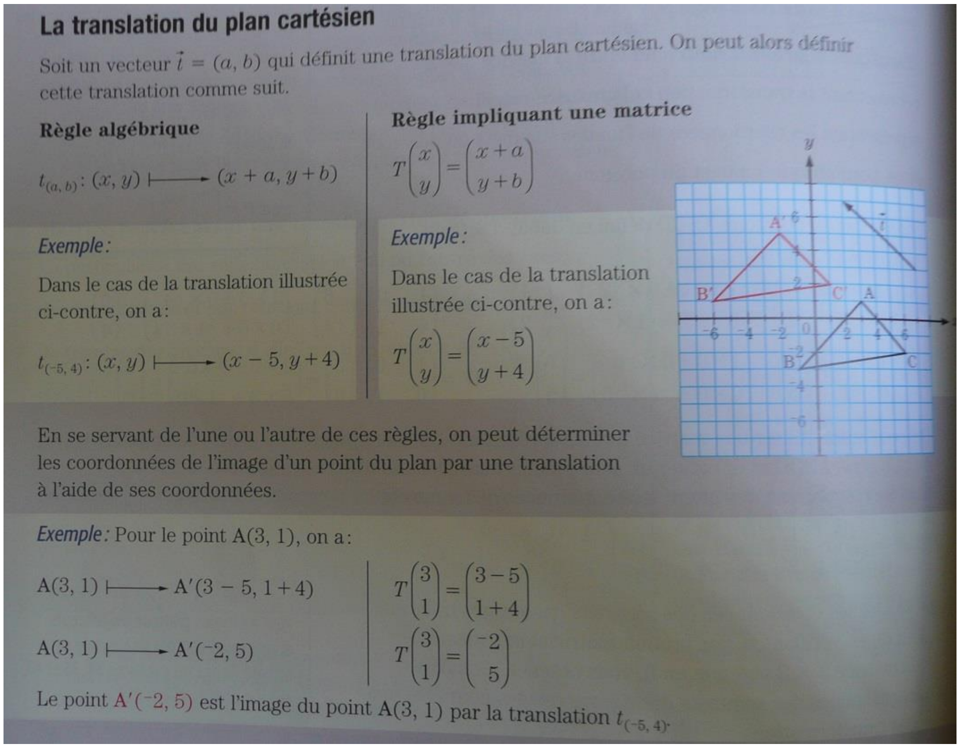
L'enchainement des sous-questions permet d'élaborer une méthode pour définir la translation par la règle algébrique et la matrice en faisant le lien avec la notion de vecteur. On propose ici d'étudier la translation du plan cartésien et non du polygone. Il s'agit ici d'un saut conceptuel important par rapport à la manière de traiter la translation par le passé. L'élève, ayant été habitué de traiter la translation en simulant un déplacement entre la position d'une figure initiale vers la figure image (finale), ne prendra peut-être pas conscience de cette nouvelle manière de conceptualiser la translation en tant que règle permettant d'exprimer une relation entre différents couples de points du plan. Cette manière de voir la translation contribue à mieux comprendre le potentiel de la matrice. N'ayant pas accès au rationnel des auteurs, il est difficile de bien comprendre ce qui a pu les inciter à traiter des composantes en reprenant l'idée de déplacement. Peut-être est-ce ce souci de tisser des liens avec la manière d'introduire la translation au premier cycle du secondaire ? Pour l'enseignant, il faut être conscient du regard «déplacement» et du regard «covariation» qui sont posés dans cette activité sur la translation en voulant introduire la matrice.

En demeurant sur la formulation de la tâche rendant compte de la translation du plan, on codera l'acception mise de l'avant du vecteur comme étant libre. Comme le vecteur est principalement traité dans le plan cartésien, on retiendra le cadre géométrique bien qu'il y ait, par la suite, passage au cadre analytique/algébrique.

Tableau 41: Synthèse de l'analyse de l'activité *Vecteurs, translations du plan cartésien et les matrices*

Intention de la situation	**Contexte**	**Type de travail exigé**	**Présence de guidage**	**Savoirs en jeu**	**Type de vecteur**
Introduire une nouvelle notion	Mathématique	Activité d'introduction	Par l'enchainement des sous-questions	Translation mathématique dans le plan cartésien	Vecteur géométrique libre

La présentation des savoirs essentiels reliés à la translation et à la matrice est aussi centrée sur la technique. En effet, on propose d'abord une définition de la matrice : « Une matrice est un tableau rectangulaire ordonné comportant des données disposées en lignes et en colonnes » (*Point de vue mathématique,* 2010, p.454). On suggère que l'élève complète l'activité précédente pour avoir cette révision des savoirs essentiels. On s'attarde plutôt à la méthode pour représenter une translation à l'aide d'une matrice telle qu'illustrée ici :



La translation du plan cartésien

Soit un vecteur $\vec{t} = (a, b)$ qui définit une translation du plan cartésien. On peut alors définir cette translation comme suit.

Règle algébrique

$t_{(a,\,b)}: (x, y) \longmapsto (x + a, y + b)$

Exemple :

Dans le cas de la translation illustrée ci-contre, on a :

$t_{(^-5,\,4)}: (x, y) \longmapsto (x - 5, y + 4)$

Règle impliquant une matrice

$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + a \\ y + b \end{pmatrix}$

Exemple :

Dans le cas de la translation illustrée ci-contre, on a :

$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 5 \\ y + 4 \end{pmatrix}$

En se servant de l'une ou l'autre de ces règles, on peut déterminer les coordonnées de l'image d'un point du plan par une translation à l'aide de ses coordonnées.

Exemple : Pour le point A(3, 1), on a :

A(3, 1) $\longmapsto$ A'(3 − 5, 1 + 4)

A(3, 1) $\longmapsto$ A'(⁻2, 5)

$T\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - 5 \\ 1 + 4 \end{pmatrix}$

$T\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ^-2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Le point A'(⁻2, 5) est l'image du point A(3, 1) par la translation $t_{(^-5,\,4)}$.

Figure 47: Savoirs essentiels sur la matrice
**Point de vue mathématique*, 2010, p.454

Cet extrait s'appuie sur l'acception du vecteur libre. Il s'agit d'une brève introduction aux usages de la matrice sans que l'élève puisse nécessairement y voir une efficacité plus grande que le travail à partir de la règle.

4.3.2.3. Conclusion de l'analyse de l'introduction de la notion de vecteur

L'analyse des différentes activités visant l'introduction du vecteur et des opérations appliquées sur les vecteurs a permis de constater, dans un premier temps, qu'aucun énoncé de problème, nommé dans le précédent manuel «problème déclencheur», n'a été proposé. Des activités d'introduction sont présentes et un guidage important les accompagne toujours. Ce guidage propose des explications sur les relations en jeu, ou encore, est l'occasion d'exposer la procédure à appliquer. Ce dernier cas de figure apparaît surtout pour les énoncés dont le contexte est réaliste (cadre de la physique). Le manuel ne propose aucune explication des notions issues de la physique qui servent pourtant à rendre les énoncés réalistes. Dans le cas de l'énoncé renvoyant, par exemple, au calcul du travail, la procédure mathématique à appliquer est exposée. L'élève se retrouve alors à apprendre le produit scalaire en misant sur une compréhension procédurale et à apprivoiser la notion de travail sans que ce soit l'enjeu premier du manuel. La proposition de problèmes dont le contexte est réaliste a usuellement comme visée d'encourager chez les élèves un travail de modélisation. Or, pour les activités proposées, ce n'est pas le cas. L'élève se voit trop souvent dicter la procédure à appliquer. Il ne se retrouve donc pas en situation où il doit, de lui-même, chercher dans son répertoire de ressources, la relation, l'opération ou tout simplement, la manière de représenter la situation pour ainsi pouvoir répondre à l'interrogation de l'énoncé. Du même souffle, en proposant des énoncés dont le contexte est réaliste, on renforce le sens du vecteur lié ou glissant. Ce sens du vecteur lié est aussi mis de l'avant dans les énoncés de problèmes et les explications (section des savoirs essentiels) dont le contexte est mathématique. Ainsi, alors que le cadre géométrique colore certains énoncés, l'ajout de représentations dans le plan cartésien accentue l'appréhension du vecteur lié. L'idée de vecteur libre est bien promue dans l'introduction de l'équipollence de représentants de vecteurs. Mais, comme ce fut le cas pour l'autre manuel de mathématique, les expressions langagières utilisées (ici, vecteurs identiques) contribuent à considérer chaque représentant comme un vecteur particulier. De même, au moment de formaliser la notation du vecteur (section des «savoirs»), ce manuel a préconisé celle où il y a usage des lettres majuscules pour ainsi définir les points de départ et d'arrivée, notation qui renforce l'idée de vecteur lié à des points du plan cartésien. L'utilisation de la notation de type $\vec{u}$ a bien été utilisée pour discuter des opérations sur les vecteurs, notamment dans un cadre analytique/algébrique, mais les explications qui les accompagnent ne mettent pas en avant-scène l'idée de vecteur libre.

4.3.3 ANALYSE DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES SERVANT AU DÉVELOPPEMENT DE LA NOTION DE VECTEUR

4.3.3.1. Analyse des contextes

Cette section permet de rendre compte des différents contextes pour les 35 énoncés[48]. Si l'on écarte les activités d'introduction précédemment analysées, un seul énoncé s'appuie sur un contexte réaliste et il est d'ailleurs le premier proposé. Il aborde le déplacement et la vitesse d'un objet. Il est authentique et nécessaire à la compréhension, mais à noter qu'il s'agit d'un énoncé visant l'appropriation d'un phénomène. On demande seulement à l'élève de représenter les vecteurs physiques glissants en jeu. On guide l'élève; on spécifie de fournir l'échelle utilisée et on précise d'écrire la longueur au-dessus de chaque vecteur en centimètres.

Les contextes des 34 énoncés suivants sont mathématiques. Plus précisément, ils s'inscrivent tous dans un cadre géométrique puis, rapidement, dans un cadre algébrique/analytique alors qu'on introduit la notation à l'aide des composantes. Parmi ces énoncés, un seul item comportait une donnée inutile. Considérant le nombre d'énoncés dont le contexte est mathématique, on reconnaît chez les auteurs une intention d'augmenter l'efficience des élèves dans l'application de procédures en minimisant toutefois l'apprentissage de la modélisation, à l'aide de vecteurs, de situations dont les contextes sont réalistes.

[48] Pour ce manuel, comme il n'y a qu'un seul énoncé (le premier) proposé dans un contexte réaliste de déplacement et de vitesse, on en fera une analyse complète dans le paragraphe qui suit. Donc, tout ce qui le succèdera, concernera exclusivement les 34 énoncés en contexte mathématique.

4.3.3.2. Analyse du type de vecteur en jeu

Comme le démontre le tableau 42, seulement 5,9% des énoncés renforcent l'acception de vecteurs géométriques liés. Les autres énoncés sont répartis semblablement entre des vecteurs géométriques dits libres (52,9%) et des vecteurs algébriques (58,8%). On remarque une forte tendance à traiter les vecteurs à partir de leurs composantes. De plus, le développement de la conception du vecteur géométrique libre, en débutant par des situations où un vecteur lié est en jeu, ne semble pas être une préoccupation des auteurs.

Conscient des difficultés associées à la représentation des vecteurs, plusieurs items encouragent l'élève à calculer les composantes d'un vecteur ou à rechercher le vecteur résultant. Voici un exemple d'énoncé proposé :

« Représentez dans le plan cartésien les vecteurs définis ci-dessous : a) $\vec{v} = (2,5)$;
b) $\vec{w} = (-5,4)$; c) $\vec{u}$ sachant que $\|\vec{u}\| = 6$ et que son orientation est de 310 degrés ;
d) $\vec{v}$ sachant que $\|\vec{v}\| = 3$ et que son orientation est de 140 degrés » (Énoncé #2, p.442).

Par cet énoncé, l'élève développe sa technique pour représenter les vecteurs en jeu selon différentes méthodes : à partir de ses composantes ou à partir de sa norme et de son orientation. Bien que le développement de la notion de vecteur propose d'amener l'élève à concevoir le vecteur comme un vecteur libre, encore faut-il débuter par un vecteur lié pour ainsi comprendre le lien entre l'origine et l'extrémité du vecteur où découlent la norme et l'orientation. Ce passage du vecteur lié au vecteur libre n'est pas si transparent qu'on pourrait l'espérer.

Tableau 42: Répartition des énoncés selon le type de vecteur en jeu

Type de vecteur	Effectif	Pourcentage (%)
Géométrique lié	2	5,9
Géométrique libre	18	52,9
Algébrique	20	58,8
Total	**34***	**100**

* Pour un même énoncé, principalement ceux où il y a des sous-questions, plus d'un type de vecteur peut être touché. Comme il n'y a aucun contexte issu de la physique, le tableau ci-dessus a été allégé.

4.3.3.3. Analyse des illustrations accompagnant ces contextes

Le tableau 43 présente maintenant l'analyse des illustrations accompagnant les contextes mathématiques. Parmi ces 34 énoncés, dix (29,4%) sont accompagnés d'illustrations et elles sont nécessaires à la compréhension. Parmi ces dix énoncés, huit d'entre eux offrent une représentation des vecteurs en jeu. Parmi ces énoncés, on constate une progression. Les premiers proposent des vecteurs dans le plan cartésien, mais dont l'origine importe peu. Généralement, le travail à faire est centré sur la recherche des caractéristiques (norme, orientation ou composantes). Pour les énoncés qui suivent, on propose plutôt des vecteurs dans le plan où le travail est centré sur le calcul du produit scalaire. Cette façon de faire renforce l'idée de vecteur libre.

Pour les deux énoncés dont l'illustration a été jugée pertinente, sans être celle des vecteurs en jeu, on note d'abord celle d'un tableau comportant les informations sur la notation du vecteur, sa norme et son orientation. Le travail est de représenter les vecteurs. Le deuxième énoncé présente deux figures planes isométriques (une étant la figure initiale ayant subi une translation) où l'élève est invité à définir la translation qui les associe. Pour terminer, il y a 70,6% des énoncés qui ne comportent aucune illustration.

Tableau 43: Répartition des énoncés en contexte mathématique selon la nécessité des illustrations

Contexte	Nécessité des illustrations pour la compréhension		Effectif	Pourcentage (%)
Mathématique	Oui	Présence des vecteurs	8	23,5
		Absence des vecteurs	2	5,9
	Non	Présence des vecteurs	0	0,0
		Absence des vecteurs	0	0,0
	Absence d'illustration		24	70,6
	Total		**34**	**100**

4.3.3.4. Analyse du type de travail exigé

Si on pose un regard sur les 34 énoncés proposés, on constate que l'ensemble de ceux-ci est de type exercisation (100%). Ce constat soutient l'idée que les auteurs ont plutôt choisi d'approfondir les méthodes associées au développement de la notion de vecteur pour ainsi renforcer l'efficience de l'élève à les exécuter.

Il est tout de même pertinent de se questionner sur la présence du guidage au travers ces 34 énoncés. On constate que près de la majorité des énoncés ne sont pas formulée de manière à offrir un guidage dans la résolution (97,1%) tel que démontre le tableau 44. Pour ce manuel, en plus d'avoir mis de côté de proposer des contextes réalistes et authentiques, les auteurs misent sur l'exercisation pour développer la notion de vecteur et ce, sans toute forme de guidage.

Tableau 44: Répartition des énoncés selon le type de guidage

Type de guidage	Effectif	Pourcentage (%)
Par les explications	0	0,0
Par l'enchainement de sous-questions	1	2,9
Par la procédure	0	0,0
Aucun guidage	33	97,1
Total	**34**	**100**

4.3.3.5. Analyse des opérations abordées

Parmi les 34 énoncés, 15 (44,1%) touchent les différentes opérations possibles. La majorité de ceux-ci aborde principalement l'addition de vecteurs (26,5%). Il est important de mentionner que l'on aborde la multiplication d'un vecteur par un scalaire, on se limite aux cas où le scalaire k est un nombre naturel, c'est-à-dire k>0. Aucun énoncé ne porte sur la projection orthogonale d'un vecteur qui est d'ailleurs une notion importante dans le calcul de la force efficace en physique.

Tableau 45: Répartition des énoncés selon l'opération abordée

Opération abordée	Effectif	Pourcentage (%)
Addition	9	26,5
Soustraction	3	8,5
Multiplication d'un vecteur par un scalaire k	k>0 : 5 autre valeur k : 0	14,7
Produit scalaire	6	17,6
Projection orthogonale	0	0,0
Aucune opération abordée	19	55,9
Total	**34***	**100**

* Pour un même énoncé, plus d'une opération peut être touchée. Le pourcentage est calculé en fonction de 34 énoncés.

On remarque une certaine forme de progression dans le travail à l'aide des opérations appliquées sur les vecteurs. D'abord, les 11 premiers énoncés serviront à camper la définition et la représentation de vecteur et à partir du 12^{e} énoncé, on propose un travail où une addition de vecteurs et une multiplication d'un vecteur par un scalaire sont sollicitées, et ce, à partir de vecteurs exprimés à l'aide de leurs composantes. On devine ici, une réflexion sur l'application de procédures qui soient plus simples pour l'élève. En proposant à ce dernier d'opérer sur des vecteurs exprimés à l'aide de leurs composantes, la procédure revient à n'additionner que les composantes respectives. Ce choix est dommage, car on réduit toute la richesse associée au sens donné à l'addition de vecteurs. La suite des énoncés abordant les opérations se fera autant à partir de vecteurs libres issus d'un cadre géométrique, que des vecteurs que l'on espère appréhendés dans un cadre algébrique/analytique puisqu'il y a alors représentation des vecteurs à l'aide de leurs composantes. On mise encore ici sur la technique d'addition de vecteurs ou celle de la multiplication d'un vecteur par un scalaire.

En terminant, pour ce qui est des propriétés des opérations, aucun exercice ne les aborde et rappelons qu'elles ne faisaient pas l'objet d'apprentissage dans aucune activité d'introduction ni dans la section de la présentation des savoirs essentiels.

4.3.3.6. Analyse de l'utilisation des relations possibles entre les vecteurs

Pour les relations entre les vecteurs, 31 énoncés ne les abordent pas, mais il est important de rappeler qu'elles peuvent être un préalable pour résoudre le problème. Donc, trois énoncés concernent uniquement le développement des relations entre les vecteurs. Le tableau 46 permet de constater que les effectifs sont partagés équitablement, c'est-à-dire que les trois exercices abordent généralement l'ensemble des relations proposées. Pour la relation d'orthogonalité, on ne fait pas de lien avec la pente de la droite supportant les vecteurs en jeu. On ne s'en tient qu'à la méthode à partir des composantes, justifiant ainsi la forte présence de l'utilisation des vecteurs algébriques dans les énoncés.

Tableau 46: Répartition des énoncés selon la relation abordée

Relation abordée	Effectif	Pourcentage(%)
Colinéarité	3	5,9
Vecteur opposé	3	8,8
Équipollence	2	8,8
Orthogonalité	2	8,9
Aucune relation abordée	31	91,2
Total	**34***	**100**

* Pour un même énoncé, principalement ceux où il y a des sous-questions, plus d'une relation peut être abordée.

Ces trois énoncés qui abordent uniquement les différentes relations entre les vecteurs sont présentés avant les énoncés touchant les opérations. Ce procédé rejoint ce qui a été discuté au chapitre 2 : elles doivent être abordées avant de traiter des différentes opérations sur les vecteurs. Comme on semble seulement miser sur l'identification des vecteurs selon la relation proposée, aucun énoncé ne permet réellement d'approfondir l'utilité de ces différentes relations dans le développement de la notion de vecteur.

4.3.3.7. Conclusion de l'analyse du développement de la notion de vecteur

Pour terminer l'analyse de ce manuel, le type de vecteur le plus fréquemment en jeu est le vecteur exprimé dans un cadre algébrique et présenté à l'aide de ses composantes. Comme il a été expliqué au chapitre 2, le travail sur les vecteurs libres n'est pas simple dans un cadre algébrique. Pour espérer une bonne compréhension, des recommandations ont été dégagées invitant à une orchestration didactique qui privilégiera d'abord un travail dans un cadre géométrique, à partir de vecteurs liés qui seront suivis d'un travail visant le renforcement du sens du vecteur libre. Le recours à des situations de physique est utile puisqu'il permet, notamment, par le travail sur les vecteurs glissants d'encourager la réflexion des élèves sur les paramètres permettant de considérer différents représentants d'un même vecteur. L'appréhension des vecteurs libres dans un cadre algébrique/analytique devrait s'appuyer sur ce qui précède et arriver en fin de parcours. Cela ne semble malheureusement pas être la préoccupation des auteurs, car les élèves travaillent avec le vecteur exprimé à l'aide de ses composantes sur plus de la moitié des énoncés. L'élève pourra certes opérer sur les vecteurs, on y favorisera ainsi l'expression d'une compréhension procédurale. Des réserves sont toutefois formulées sur le développement du vecteur libre. Ce constat de l'accentuation faite à l'expression d'une compréhension procédurale se transpose aussi, on le rappelle, dans l'introduction de la translation mathématique à l'aide des matrices.

Finalement, il est utile de rappeler que les énoncés de problèmes associés au développement de la notion de vecteur sont tous majoritairement issus d'un contexte mathématique. Tout comme les activités d'introduction, aucun d'entre eux n'a été l'occasion de discuter du mouvement de translation permettant d'expliquer la relation entre différentes positions de l'objet à différents instants *t*. Comme les situations de déplacements ont été écartées, cela n'est guère surprenant.

4.4. ANALYSE DU MANUEL *OPTIONSCIENCE*

4.4.1 ANALYSE DE LA PLANIFICATION DE L'ENSEIGNEMENT

Pour ce premier manuel de physique, cette section a pour but de mettre en lumière une planification possible de l'enseignement de la notion de vecteur. Ce mémoire s'intéresse à l'introduction de la notion de vecteur, mais dans le cadre des cours de physique, ce n'est pas le vecteur lui-même qui est un enjeu d'apprentissage, mais bien ses usages pour modéliser et ainsi interpréter différentes situations de la physique.

Malheureusement, le guide d'enseignement ne suggère pas d'ordre particulier d'enchainement d'énoncés de problèmes. Le matériel est structuré à partir de situation d'apprentissage et d'évaluation (SAÉ) où différentes notions doivent être apprises et mobilisées pour favoriser la résolution de la SAÉ. L'enseignant a donc le choix de débuter par le biais d'une SAÉ ou il peut enchainer les sections du manuel les unes à la suite des autres sans nécessairement réaliser la SAÉ proposée. On s'intéressera ici à l'analyse des différentes sections du manuel en écartant la SAÉ puisque cette dernière exige plutôt de l'élève qu'il mobilise ce qu'il aura appris dans les sections étudiées.

Avant d'entrer dans les énoncés de problèmes qui font l'objet de cette étude, on remarque que les auteurs n'ont pas eu le souci de faire un rappel de quelques préalables mathématiques essentiels au développement de la notion de vecteur, notamment la relation de Pythagore pour le calcul de la norme du vecteur et les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle pour le calcul des composantes ou de la recherche de l'orientation du vecteur.

Si l'on pose un regard global sur l'enchainement des différentes sections de ce manuel, la première partie des énoncés est celle qui aborde le lancement de projectiles, c'est-à-dire l'étude d'un mouvement dans un plan étudié sous deux dimensions (déplacement horizontal et vertical). Dans cette section, les auteurs ont eu le souci de présenter une partie intitulée *Les vecteurs du mouvement*. On y propose six énoncés considérés comme étant des exercices. Seulement deux parmi ceux-ci favorisent l'expression du vecteur à l'aide de ses composantes tandis que pour les autres énoncés, on propose les informations à l'aide des points cardinaux (par exemple 5,2 km vers le nord-nord-ouest). Fait surprenant, considérant que la décomposition du mouvement en dimensions verticale et horizontale est facilitée par cette manière de noter les vecteurs.

Dans les différentes sections que composent l'étude des forces appliquées sur un objet, encore ici les auteurs ont eu le souci de proposer une partie intitulée *Le concept de force* pour discuter de l'effet de celle-ci sur le mouvement d'un objet, ou plus particulièrement l'influence d'une force sur l'état du mouvement initial. De plus, on propose aussi une section sur l'étude de la force résultante et sur l'état d'équilibre. Par ces différentes parties, quoique le nombre d'énoncés proposé dans chacune soit minime, il semble que les auteurs ont eu le souci d'amener l'élève à réfléchir sur des éléments primordiaux tels que les principes de la résultante et de l'équilibre qui sont nécessaires pour l'étude des forces appliquées à un objet. Cela a d'ailleurs été fait avant d'amorcer l'étude de différentes dimensions de la mécanique aux sections suivantes du manuel (tableau 9).

On s'intéressera maintenant de plus près à ce qui est proposé en guise d'introduction de la notion de vecteur. L'analyse des énoncés de problèmes qui composent chacun des chapitres suivra.

4.4.2 ANALYSE DE L'INTRODUCTION DE LA NOTION DE VECTEUR

Pour ce premier manuel de physique, comme discuté dans sa présentation au chapitre précédent, celui-ci comporte plusieurs chapitres dont les situations peuvent être modélisées à l'aide de la notion de vecteur. Par contre, un chapitre est prévu exclusivement pour l'introduction de celle-ci. Comme scénario d'introduction, il a été convenu de faire l'analyse de la section théorique pour ensuite faire l'analyse des énoncés prévus à cette section.

4.4.2.1. Analyse de la présentation de la section théorique associée à l'introduction de la notion de vecteur

Ce manuel débute l'introduction de la notion de vecteur par une section intitulée *Les vecteurs*. Dans celle-ci, on y traite d'abord la distinction entre une grandeur scalaire et une grandeur vectorielle. On donne comme définition d'un vecteur : « Un vecteur est une variable comprenant une grandeur et une orientation. Cette dernière précise à la fois la direction et le sens » (p.5). Cette définition tend vers le sens du vecteur libre.

Cette définition est accompagnée de l'illustration suivante (figure 48), laquelle vise à rendre apparentes les trois caractéristiques associées au vecteur qui est celle d'une voiture dont le vecteur représentant sa vitesse est dessiné selon l'échelle proposée. La voiture roule 100km/h selon une direction et un sens donnés. On peut supposer que le vecteur vitesse est celui à un instant t. Ne sachant la trajectoire prévue par le véhicule, sinon que de s'approprier la situation en supposant qu'il continuera de rouler dans le même sens et la même direction délimitée par la voie de circulation empruntée, on peut supposer que le vecteur issu de ce contexte réaliste (vitesse et déplacement) est un vecteur physique glissant.

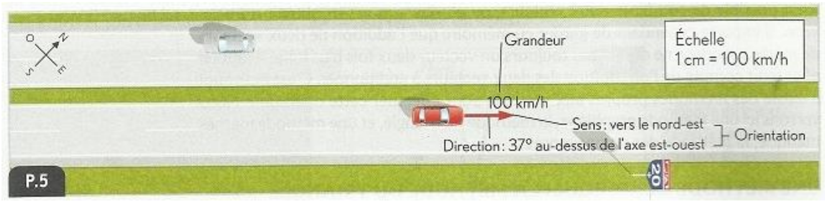


Figure 48: Les caractéristiques des vecteurs sont la grandeur, la direction et le sens
Optionscience, 2010, p.5

À la suite, on retrouve la section intitulée *L'addition et la soustraction de deux vecteurs*. Elle s'amorce avec la notion d'équipollence entre les vecteurs sans que l'expression «équipollence» ou «équivalence» ne soit formulée. On expose d'abord une illustration de plusieurs poissons se déplaçant tous dans un même sens et suivant une même direction. On l'accompagne de la description suivante : « Le déplacement de chacun des poissons peut être représenté par un vecteur. Comme tous les vecteurs ont la même grandeur et la même orientation, ils sont tous égaux, même si leur origine diffère » (p.6). On ajoute ensuite : « De même, si l'on déplace un vecteur sans modifier sa grandeur ou son orientation, il demeure inchangé » (p.6). La première portion de la description considère différents vecteurs, plutôt qu'un seul, déclinés sous différents représentants. Ce choix n'est guère surprenant puisqu'en accolant un contexte réaliste, il est plus simple à la compréhension de considérer le déplacement de chaque poisson de façon individuelle et d'ainsi associer chaque poisson à un vecteur. Il s'agit là d'un bel exemple où le recours à un contexte réaliste pour démontrer les possibles usages d'une notion contribue, du même souffle, à contraindre le sens à donner à cette même notion. La seconde portion de cette description ne met pas davantage l'accent sur la possibilité d'avoir différents représentants d'un même vecteur. En choisissant d'expliquer l'invariance du vecteur au déplacement, on réfère bien au même vecteur, mais on induit moins chez l'élève la multiplicité des représentants.

On présente ensuite une méthode géométrique pour additionner deux vecteurs à partir de vecteurs physiques glissants (sans les nommer ainsi). En effet, le contexte qui accompagne cette partie est celui d'un avion : « Imaginons un avion qui vole vers le nord à la vitesse de 100 km/h. S'il rencontre un vent soufflant vers l'est à 20 km/h, comment la grandeur et l'orientation de sa vitesse seront-elles modifiées? » (p.6). On devrait reformuler le problème pour mieux rendre compte de l'authenticité du contexte. Comme le souligne Tremblay (2016), l'avion ne changera pas de vitesse, il s'agit de la vitesse de l'appareil par rapport à l'air, aussi nommée vitesse aérodynamique. Par contre, sous l'influence des vents et selon le système de référence d'un observateur au sol, on nomme cette vitesse perçue au sol ainsi que la trajectoire de l'avion, vitesse relative de l'avion observée. Elle peut être trouvée par la modélisation vectorielle.

On a donc ici un contexte réaliste, authentique et nécessaire à la compréhension pour démontrer la méthode pour l'addition de vecteurs.

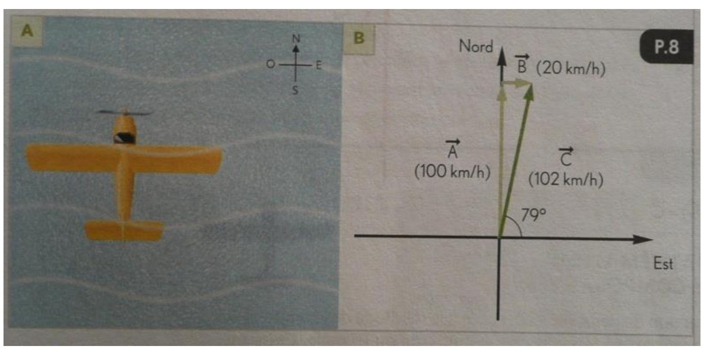


Figure 49: Illustration accompagnant le contexte abordant l'addition de vecteurs
**Optionscience*, 2010, p.7

Par cette illustration, on représente la méthode géométrique qui est celle du triangle (aussi appelée « méthode du polygone[49] », selon les auteurs). Pour reprendre une expression utilisée auparavant, il s'agit en fait de la méthode du bout à bout. On ne spécifie pas pourquoi il est important de placer les vecteurs bout à bout pour trouver le vecteur résultant. Dans une perspective d'appropriation de la situation, il aurait été pertinent de représenter d'abord les vecteurs vitesse (avion et vent) au point d'application fixé sur l'avion. L'intention de trouver le vecteur résultant conduit à la recherche d'une méthode

[49] Première et unique référence à ce nom pour les quatre manuels

(bout à bout ou parallélogramme). Cette méthode étant elle-même supportée par un raisonnement préalable sur l'équipollence de différents représentants d'un même vecteur, lequel justifie mieux l'application de la première.

Pour la soustraction, on propose une explication qui est axée sur l'application d'une méthode. On réfère à l'addition de l'opposé : « Pour soustraire deux vecteurs selon la méthode du triangle, il suffit d'inverser le sens du second vecteur, puis de procéder comme pour l'addition » (p.7). Une représentation dans le plan de l'addition de l'opposé d'un vecteur accompagne cette définition (figure 50). Aucune explication en mots ne l'accompagne.

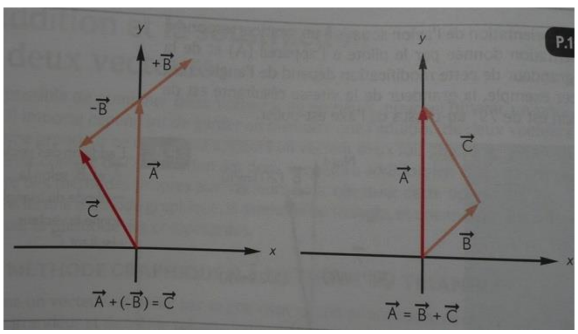


Figure 50: Méthode géométrique pour la soustraction de deux vecteurs
Optionscience, 2010, p.8

De plus, aucun contexte n'accompagne la soustraction de vecteurs. Puisque les auteurs tendent à exposer les méthodes permettant d'opérer sur les vecteurs sans nécessairement les accompagner d'explications permettant de mieux cerner leur pertinence, il est surprenant de constater que la soustraction de vecteurs est présentée sans qu'elle soit réinvestie dans le cadre des problèmes proposés. Le potentiel de ce qui précède renvoie plutôt à l'introduction de la notion de vecteur opposé. Laquelle est réinvestie dans la modélisation de phénomènes visant l'étude des forces appliquées à un objet. La notion de vecteur opposé est alors primordiale dans le cas où, par exemple, des forces s'opposent.

La suite des propositions du manuel va dans le droit fil des propositions exposées au second chapitre. Les démonstrations géométriques, sans explication, s'appuient sur des représentations de vecteurs libres. Puis, les auteurs proposent de traiter l'addition et la soustraction de vecteurs dans un cadre analytique/algébrique en notant alors les vecteurs à l'aide de leurs composantes. Pour amener l'idée d'appréhender un vecteur à partir de ses composantes, on part d'un contexte de déplacement dans les rues d'une ville (associé au vecteur lié) telle que l'illustration ci-dessous.

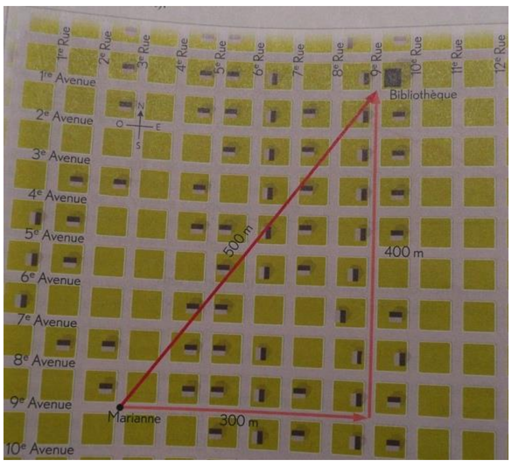


Figure 51: Illustration accompagnant la méthode du calcul des composantes
**Optionscience*, 2010, p.8

On se questionne à savoir en quoi ce contexte est intéressant pour comprendre l'utilité voir la nécessité de travailler à partir des composantes. Les composantes sont deux autres déplacements possibles qui remplacent un déplacement considéré comme plus rapide (qui part du point initial vers le point final, et ce, directement). Par contre, ce-dit déplacement ne semble pas possible compte tenu des bâtiments. Ce contexte est ainsi codé non authentique, car il ne permet pas de faire le lien significatif entre le vecteur et ses composantes.

On présente ensuite la méthode algébrique pour trouver les composantes, celle à partir des rapports trigonométriques dans le triangle rectangle comme que le démontre la figure 52. La mention de la mise en relation des mesures des côtés n'est pas présente. D'ailleurs, l'usage d'un symbole permettant de reconnaître le triangle rectangle n'a pas davantage présent. Il est surprenant qu'en 5e secondaire, on invite l'élève à reconnaître les figures en jeu en demeurant au niveau perceptif alors qu'en mathématique, un travail important est fait pour distinguer dessin et figure (Laborde et Capponi, 1994).

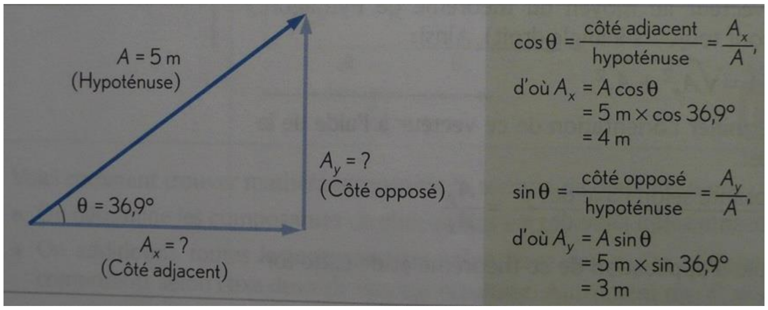


Figure 52: Exemple de calcul des composantes d'un vecteur
**Optionscience*, 2010, p.9

On propose ensuite une méthode algébrique synthétisée dans le tableau ci-dessous (figure 53) dans le cas où l'on additionne deux vecteurs.

P.16 LES COMPOSANTES ET LES CARACTÉRISTIQUES D'UN VECTEUR $\vec{A}$

	Nom	Formule
Composantes	Composante selon l'axe des *x*	$A_x = A\cos\theta$
	Composante selon l'axe des *y*	$A_y = A\sin\theta$
Caractéristiques	Grandeur	$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
	Orientation	$\tan\theta = \dfrac{A_y}{A_x}$

Figure 53: Synthèse du calcul des composantes et des caractéristiques d'un vecteur
**Optionscience*, 2010, p.11

Dans les deux cas, on remarque que la nomination du vecteur à l'aide de la flèche n'est pas présente. On glisse rapidement vers la grandeur du vecteur. Dans le cas de l'orientation, on expose le rapport des mesures des côtés permettant de trouver l'angle recherché. On suppose que l'élève saura déduire l'angle à partir de l'équivalence fournie.

En résumé, les auteurs ont eu le souci de présenter une méthode géométrique *a priori* pour accompagner les explications, de nature procédurale, associées aux opérations des vecteurs. Par contre, l'unique contexte réaliste proposé est celui du déplacement et celui-ci renvoie au vecteur physique lié uniquement. De plus, on ne semble pas faire de distinction entre les types de vecteurs et la notion d'équipollence n'est pas abordée au préalable des opérations.

4.4.2.2. Analyse des énoncés prévus pour l'introduction de la notion de vecteur

S'en suivent huit énoncés pour approfondir ce qui a été présenté précédemment. Comme ils sont peu nombreux et comportant plusieurs divergences les uns comparés aux autres, il a été convenu de les analyser brièvement de façon individuelle avant d'y faire ressortir les éléments importants.

Le premier énoncé s'appuie sur contexte mathématique où l'on demande à l'élève d'additionner et de soustraire à partir de vecteur géométrique libre :

> « Soit deux vecteurs dont la grandeur est, respectivement, de 3 unités et de 4 unités. Comment faut-il placer ces deux vecteurs pour obtenir : a) la plus grande résultante possible? b) la plus petite résultante possible? c) une résultante dont la grandeur est de 5 unités? » (p.14)

On ne mentionne pas l'orientation respective de chacun des deux vecteurs en jeu, car l'intention est de la trouver pour respecter la condition proposée. On peut considérer ces vecteurs comme étant libres, l'origine important peu. La proposition de cet énoncé en introduction est un bel indicateur du rationnel des auteurs. On peut effectivement supposer que ces derniers renvoient l'introduction du vecteur à la mathématique, on y traite bien de certaines relations entre les représentants de vecteurs, mais l'enjeu ne semble pas être leur apprentissage. Dans ce manuel, l'usage du vecteur pour modéliser des situations de la physique ou plus précisément le recours aux opérations sur les vecteurs est une priorité.

Au deuxième énoncé, on demande d'expliquer les conditions pour que deux vecteurs soient égaux. Le contexte est purement mathématique. On voit ainsi un premier lien avec la notion d’équipollence avant de passer à trois contextes réalistes de déplacement. Par contre, à noter qu’aucune mention sur la notion d’équipollence de représentants de vecteurs n’a été faite dans la présentation des savoirs essentiels.

Le troisième énoncé est accompagné de l’illustration suivante. On lui demande d’utiliser la méthode du triangle pour trouver la grandeur du déplacement allant directement de l’usine au magasin : «Un camion de livraison emprunte le trajet indiqué sur l’illustration suivante : a) Trouvez la grandeur et l’orientation du déplacement résultant à l’aide de la méthode du triangle. b) Mesurez les composantes du déplacement résultant » L’élève pourrait toutefois recourir à la règle; le dessin est à l’échelle.

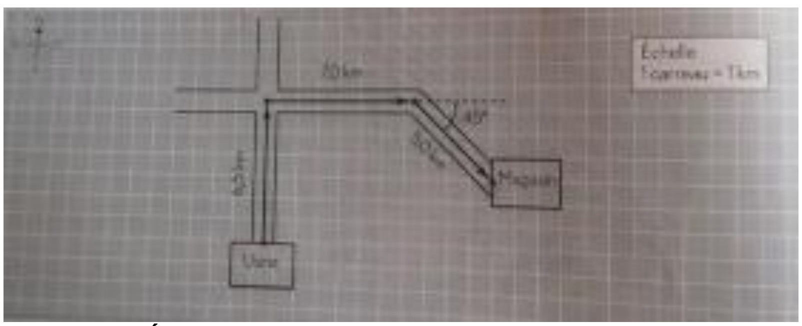


Figure 54: Énoncé #4, p.14
Optionscience, 2010

Cet énoncé guide fortement l’élève sur la manière de le résoudre. On demande aussi de trouver les composantes à l’aide d’une règle à mesurer qui ne semble pas être pertinente au problème, car l’intention est de trouver le déplacement résultant qui est en fait un déplacement plus rapide. Ce contexte réaliste est tout de même authentique et nécessairement à la compréhension à l’intérieur d’un travail d’exercisation.

Le quatrième énoncé est un peu plus intéressant, car les vecteurs en jeu ne sont pas représentés. Ils sont décrits dans la mise en situation. Un certain guidage est présent, car on propose un enchainement de deux sous-questions pour trouver la grandeur et l’orientation du dernier déplacement du randonneur pour revenir à son point de départ (un arbre), et ce, à l’aide de la méthode du bout à bout. Il s’agit d’un contexte réaliste et nécessaire à la compréhension. Il est non authentique, car on ne sait pas s'il s'agit d'un déplacement (d'un sentier) possible dans la forêt. Malgré tout ce guidage dans la résolution du problème notamment au niveau de la méthode, il a été classé comme un énoncé amenant un travail de modélisation, mais il explique faiblement la nécessité de l'utilisation de la notion de vecteur pour résoudre le problème.

Le cinquième énoncé est semblable au troisième. On demande la grandeur et l'orientation d'un troisième déplacement que devrait effectuer un avion pour revenir dans sa trajectoire de départ. L'illustration suivante accompagne l'énoncé. On constate qu'il y a recourt à une grille dont l'échelle est fournie. Il est surprenant de constater qu'il s'agit à nouveau d'un problème dont le contrôle de la résolution, si l'on reprend l'expression de Rolet (1996), est ramené au niveau instrumenté. L'élève n'a qu'à mesurer, avec sa règle, le troisième déplacement. Ce contexte réaliste est nécessairement à la compréhension. Par contre, il a été codé de non authentique, car en mentionnant que l'avion dévie, le vecteur qui représente le déplacement de l'avion non dévié n'est plus nécessaire. Pour éviter la confusion, on n'a qu'à placer un point qui représente la destination finale. On propose donc un travail d'exercisation à partir de vecteurs physiques liés.

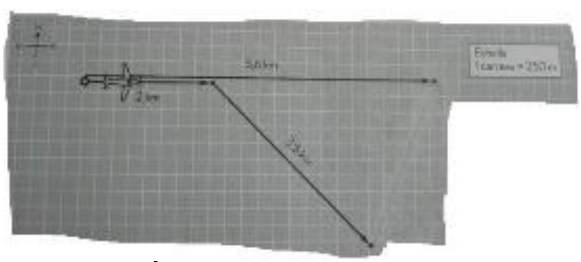


Figure 55: Énoncé #5, p.15
Optionscience, 2010

Le sixième énoncé propose un contexte mathématique dans un cadre géométrique avec souci d'inviter l'élève à dénoter le vecteur sous une forme qui relève davantage du cadre algébrique/analytique. Il s'agit d'un simple exercice invitant l'élève à calculer les composantes du vecteur géométrique libre décrit. À noter que, depuis le début, on propose une méthode géométrique pour répondre à l'énoncé. On pourrait croire que l'on tente de faire un rappel sur la recherche des composantes pour ainsi permettre un réinvestissement aux deux derniers énoncés. Ce n'est pourtant pas le cas.

Le septième énoncé s'appuie aussi sur un contexte réaliste de déplacement où il faut trouver le déplacement résultant. On note ici que la vitesse n'est toujours pas en jeu. Le sens du vecteur physique lié est en évidence ici. On y fournit le point de départ et les informations sur les déplacements faits. On guide l'élève par un enchainement de sous-questions qui l'amène d'abord à représenter les vecteurs en jeu pour ensuite répondre à la question suivante : « À quelle distance Mark se trouve-t-il de son point de départ et quelle est son orientation? » (p.16). Ce qui est intéressant, c'est que la question est reliée directement au contexte en comparaison à, par exemple : « Quelles sont la grandeur et l'orientation du déplacement final ». La notion de vecteur est ainsi sous-entendue dans la question. Ce contexte réaliste est authentique et nécessaire à la compréhension. L'élève doit s'engager dans un travail de modélisation de l'énoncé, mais avec un guidage suggérant la méthode à employer.

Voici maintenant le dernier énoncé dont le contexte est réaliste et toujours formulé sous l'étude du déplacement. On y lit : « Une excursionniste désire atteindre le sommet d'une montagne. Selon sa carte topographique, le sommet est situé à 3590 m vers le sud-ouest et à 1580 m d'altitude. Quelles sont la grandeur et l'orientation du déplacement requis pour atteindre le sommet? » (p.16). On doit d'abord supposer que la description du positionnement du sommet de la montagne est réalisée à partir de la position de l'excursionniste. Le recours aux vecteurs n'est pas nécessaire. La situation pourrait être modélisée à l'aide de triangles et en recourant à la trigonométrie. Mais que l'on utilise les vecteurs ou non, la grandeur du déplacement nécessiterait plutôt de connaître le degré de dénivellement de la montagne, car l'excursionniste escaladera bien cette dernière. Cet énoncé est non recommandé.

4.4.2.3. Conclusion de l'analyse de l'introduction de la notion de vecteur

Pour terminer ce scénario d'introduction à la notion de vecteur, rappelons que l'on propose comme définition du vecteur le vocable « variable » pour renvoyer à la grandeur sans en préciser davantage le sens. On peut appréhender la possible confusion chez les élèves par rapport au concept de variable représentée par une lettre qu'ils connaissent déjà. Puisque l'on ne fournit pas d'explications sur l'utilisation du symbole de la flèche pour définir les caractéristiques (norme, sens et direction) et comme un cas particulier de vecteur est proposé (celui de vitesse), il est plus difficile de comprendre que la norme fournie n'est qu'un exemple de norme pouvant prendre différentes valeurs. De plus, les auteurs n'ont pas eu le souci de présenter les différentes notations du vecteur : il n'y a aucun symbole, par exemple, $\vec{v}$, au-dessus du vecteur flèche représentant la vitesse. Il est plutôt surmonté de la valeur numérique de sa norme en km/h. Cette notation, propre à ce manuel, ne permet pas de développer le sens du vecteur libre, mais le ramène plutôt exclusivement à la situation proposée de vitesse. Finalement, par cette introduction dans un cadre exclusivement physique de vitesse, on n'amène pas l'élève à voir le vecteur comme un outil essentiel à la résolution de différents problèmes d'ordre de la physique.

Tout comme pour la définition proposée du vecteur, les auteurs ont le souci de présenter une méthode géométrique permettant d'additionner des vecteurs *a priori*, suivie d'une méthode algébrique appliquée sur les composantes des vecteurs. On constate qu'il y a d'abord eu un travail de représentation des vecteurs en jeu dans un cadre géométrique puis, dans un cadre analytique/algébrique. Par contre, les énoncés de problèmes prévus pour introduire la notion de vecteur sont pauvres. On se limite aux situations de déplacements d'objets où l'élève doit souvent chercher la distance parcourue, ramenant ainsi au vecteur lié[50]. On voit aussi apparaitre la notation de type $\vec{A}$ en plus de la valeur

---

[50] Rappelons qu'il a aussi été constaté que le recours aux vecteurs, quoique recommandé par les auteurs, n'est pas toujours nécessaire pour résoudre les problèmes. La modélisation à l'aide de triangles suffirait.

numérique du déplacement (en mètre ou en kilomètre). Les contextes proposés ainsi que la notation utilisée ne renforcent pas l'idée de vecteur libre. D'ailleurs, il n'y a aucun encart dans ce manuel qui amène l'élève à voir le vecteur comme un représentant d'un autre vecteur. La notion d'équipollence n'est que partiellement abordée. Ainsi, les auteurs ne semblent pas distinguer de types de vecteurs puisque le pont vers un travail à partir de vecteurs physiques glissants n'est pas présent. La relation de colinéarité n'est pas abordée et la notion de vecteur opposé est brièvement touchée, pourtant essentielle dans le calcul de la force équilibrante qui suivra. Pour la multiplication d'un vecteur par un scalaire, elle sera probablement présentée lors de l'introduction de la notion de travail. De plus, aucun énoncé n'est prévu pour développer le sens du mouvement de translation. Finalement, on remarque que l'on invite également l'élève à utiliser des outils de mesure pour représenter les vecteurs en jeu. Le recours à une géométrie dite instrumentée (Tanguay et Geeraerts[51], 2012) est ici propre aux manuels de physique[52].

4.4.3 ANALYSE DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES SERVANT AU DÉVELOPPEMENT DE LA NOTION DE VECTEUR

4.4.3.1. Analyse des contextes

Cette section s'intéresse maintenant à la diversification des contextes pour les 82 énoncés répertoriés mobilisant la notion de vecteur dans l'ensemble des chapitres du manuel *Optionscience* (tableau 9). Comme le démontre le tableau 47, l'ensemble (100%) des énoncés proposés aux élèves propose des contextes réalistes. Ce tableau permet aussi

---

[51] En effet, cette manière de faire, quoique correcte, surprend puisqu'en mathématique, le cheminement de l'élève du primaire jusqu'à la 5e secondaire, vise à passer de la géométrie du «botaniste-décorateur» pour reprendre l'expression de Duval (2010) et qui est associée à la géométrie du constat perceptif brut, à la géométrie des axiomes et des démonstrations. Ce passage étant lui-même recommandé par une transition préliminaire entre la géométrie perceptive et la géométrie instrumentée, laquelle renvoie à la construction et à la mesure à l'aide d'instruments (Tanguay et Geeraerts, 2012).

[52] Rappelons que la géométrie dite théorique a été favorisée dans les manuels de mathématique.

de rendre compte de la grande variété des contextes reliée à l'étude des forces appliquées à un objet qui, quant à eux, monopolisent 76,8% des énoncés. De plus, parmi ces contextes variés, les trois quarts (75,7%) renvoient au déplacement de l'objet en question donc, à un possible mouvement de translation.

Tableau 47: Répartition des énoncés selon le type de contexte et le sujet du contexte

Type de contexte	Sujet			Effectif	Pourcentage (%)
Mathématique				0	0,0
Réaliste	Projectile			8	9,8
	Chute libre			0	0,0
	Déplacement			11	13,4
	Forces appliquées à un objet	Calcul des forces sans déplacement	sur plan horizontal	8	9,8
			sur plan incliné	0	0,0
		Calcul des forces avec déplacement d'un objet	sur plan horizontal	18	22,0
			sur plan vertical	4	4,9
			sur plan incliné	4	4,9
			sur plan de dimension inconnue	3	3,7
		Tension dans une corde	sans déplacement	2	2,4
			avec déplacement	0	0,0
			avec déplacement circulaire	6	7,3
			avec déplacement à partir d'un système de poulies	1	1,2
		Sur un projectile		0	0,0
		Principe d'action-réaction	sans déplacement	0	0,0
			avec déplacement sur un plan horizontal	5	6,1
			avec déplacement sur un plan vertical	3	3,7
			Mouvement d'un projectile	1	1,2
		Travail	sur un plan horizontal	2	2,4
			sur un plan vertical	1	1,2
			sur un plan incliné	3	3,7
		Ressort	Équilibre horizontal	2	2,4
			Équilibre vertical	1	1,2
			100	1	1,2

De plus, parmi l'ensemble de ces 82 énoncés dont le contexte est réaliste, il est important de se questionner s'ils sont authentiques, voire aussi nécessaires à la compréhension afin de soutenir le raisonnement engendré par le problème. Comme le démontre le tableau 48 ci-dessous, 61% des énoncés sont considérés comme authentiques et 89% sont considérés comme nécessaires à la compréhension. Si on croise les deux qualificatifs, il est intéressant de constater que ces pourcentages ne baissent que légèrement à 57,3% pour des contextes authentiques et nécessaires à la compréhension. Ce qui représente tout de même plus de la moitié des énoncés. Finalement, seulement trois énoncés parmi les 82 ont été classés non authentiques et non nécessaires à la compréhension.

Tableau 48: Répartition des énoncés en contexte réaliste selon l'authenticité et la nécessité à la compréhension

<table>
<tr><th>Variable étudiée</th><th colspan="2">Qualificatifs</th><th>Effectif</th><th>Pourcentage (%)</th></tr>
<tr><td rowspan="6">Authenticité du contexte et sa nécessité pour la compréhension de l’énoncé</td><td rowspan="2">Authentique</td><td>Nécessaire</td><td>47</td><td>57,3</td></tr>
<tr><td>Non nécessaire</td><td>3</td><td>3,7</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Non authentique</td><td>Nécessaire</td><td>26</td><td>31,7</td></tr>
<tr><td>Non nécessaire</td><td>3</td><td>3,7</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ne s’applique pas*</td><td>3</td><td>3,7</td></tr>
<tr><td colspan="2">Total</td><td>82</td><td>100</td></tr>
</table>

* Il s’agit d’énoncés dont le contexte est réaliste, mais qui sont abordés en mettant l’accent sur la représentation graphique. Par exemple, « a) Représentez graphiquement la grandeur de la force requise pour comprimer un ressort en fonction de la position. b) Représentez graphiquement la grandeur de la force exercée par un ressort étiré en fonction de la position. » (p.255, énoncé #2). Les deux qualificatifs ne s’appliquent donc pas.

Une dernière catégorie reliée au contexte a été analysée : la présence de données inutiles. Il a été relevé qu’un seul énoncé présente une donnée inutile. Il s’agit d’un aspect négligeable pour cette recherche.

4.4.3.2. Analyse du type de vecteur en jeu

Le tableau 49 démontre la répartition des énoncés selon le type de vecteur qui est davantage conceptualisé. Comme il n'y a aucun énoncé dont le contexte est mathématique, pour l'ensemble des contextes réalistes, on constate que les vecteurs en jeu sont tous appréhendés dans un cadre physique. Plus de la moitié (57,3%) d'entre eux mettent en évidence le sens du vecteur glissant. Ceci se justifie par la forte présence de contextes visant l'étude des forces appliquées sur un objet, lequel est en déplacement. Le deuxième type de vecteur le plus mobilisé est le vecteur dit lié (29,3%). On le retrouve dans l'étude des forces visant un état d'équilibre, mais également lorsque l'on représente le déplacement d'un objet. Seulement huit énoncés (9,8%) sont traités à partir de vecteurs notés, ou devant l'être, à partir de leurs composantes. Ils sont reliés aux mises en situation étudiant le mouvement de projectiles et celles de l'étude des forces sur un plan incliné. Dans les deux cas, il faut décomposer les forces en jeu selon deux dimensions.

Tableau 49: Répartition des énoncés selon le type de vecteur en jeu

Type de vecteur	**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Physique lié	24	29,3
Physique glissant	47	57,3
Algébrique	8	9,8
Ne s'applique pas*	6	7,3
Total	**82****	**100**

* Par exemple : « Représentez graphiquement la grandeur de la force requise pour comprimer un ressort en fonction de la position » (énoncé #2, p.255). Il s'agit d'un travail mathématique à partir d'un contexte réaliste.
**Plus d'un type de vecteurs peut être utilisé notamment lorsqu'il y a des sous-questions.

Dans l'escalade des contextes, on ne remarque pas de tendance au niveau des vecteurs en jeu. En fait, on semble alterner entre un travail à partir de vecteur physique glissant et lié. Par contre, dès les premiers énoncés, des vecteurs physiques glissants sont en jeu et rappelons que dans la section d'introduction analysée précédemment, il s'agissait plutôt de vecteurs physiques liés. Dans ce manuel, l'analyse faite ne permet pas de croire qu'il y a eu un souci des auteurs de traiter des différents sens du vecteur.

4.4.3.3. Analyse des illustrations accompagnant ces contextes

Le tableau 50 présente l'analyse des illustrations accompagnant l'ensemble des énoncés de problèmes dont le contexte est réaliste. Douze énoncés (14,6%) sont accompagnés d'illustrations nécessaires à la compréhension dont six offrent une représentation des vecteurs en jeu, soit dans le plan euclidien ou dans le plan cartésien. De plus, ce qui est intéressant et pertinent est que 59 énoncés (72%) ne sont pas accompagnés d'illustrations, laissant ainsi libre cours à la possible modélisation de la résolution des énoncés par l'élève.

Tableau 50: Répartition des énoncés en contexte réaliste selon la nécessité des illustrations

Contexte	**Nécessité des illustrations pour la compréhension et présence d'illustration des vecteurs en jeu**		**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Réaliste	Oui	Présence des vecteurs	6	7,3
		Absence des vecteurs	6	7,3
	Non	Présence des vecteurs	1	1,2
		Absence des vecteurs	10	12,2
	Absence d'illustration		59	72,0
	Total		**82**	**100**

Les six énoncés dont l'illustration est pertinente et expose les vecteurs en jeu concernent les situations d'équilibre où l'élève doit compléter le schéma des forces. Voici un exemple :

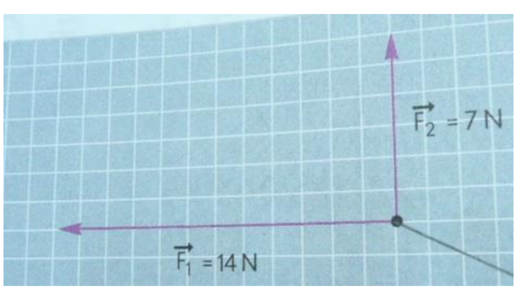


Figure 56: Énoncé #11
**Optionscience*, 2010, p. 150

On sollicite ici le vecteur lié, car il s’agit de forces appliquées à un objet. Plus loin dans ces énoncés, on remarque que des vecteurs physiques glissants sont en jeu lorsqu’une situation où plus d’une force est présente, par exemple, un objet qui se déplace sur un plan incliné tel que l’exemple ci-dessous :

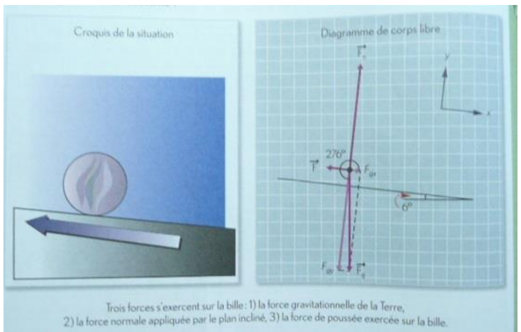


Figure 57:Énoncé #4
**Optionscience*, 2010, p.186

Le type de vecteur en jeu ici est plutôt le vecteur physique glissant, puisque l’objet est en mouvement. De cette façon, on amène l’élève à tendre vers une conception de vecteur libre comme discuté au chapitre 2.

L’unique énoncé dont l’illustration a été jugée comme non pertinente est la suivante :

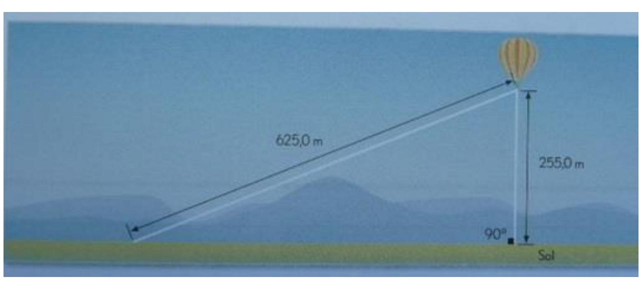


Figure 58:Énoncé #1
**Optionscience*, 2010, p.103

Il s'agit du premier énoncé que l'élève doit compléter. Il a été jugé comme non pertinent dû à l'illustration qui l'accompagne. L'intention de cet exercice est de rechercher les composantes d'un vecteur lié. La montgolfière ne fait aucun déplacement horizontal, ni vertical, mais plutôt en diagonale. Même s'il y a modélisation proposée à l'aide de vecteurs, cet énoncé revient à chercher les mesures des cathètes d'un triangle rectangle.

Onze énoncés parmi les 82 (13,4%) sont accompagnés d'illustrations non pertinentes à la compréhension, par exemple, une illustration d'une situation qui interpelle le réalisme de la situation, comme l'exemple ci-dessous :

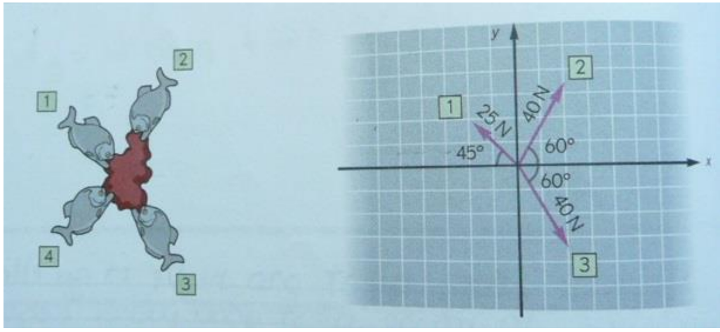


Figure 59:Énoncé #10
**Optionscience*, 2010, p.148

On propose ici une vue du dessus de poissons se disputant un morceau de viande. L'élève doit trouver une façon de placer un quatrième poisson, représenté par un vecteur, pour avoir l'équilibre, c'est-à-dire que le morceau de viande ne bougera pas. Ce qui suscite la confusion renvoie d'abord à la nécessité d'interpréter la situation dans un modèle tridimensionnel pour mieux rendre compte de la position des poissons et des forces qu'ils appliquent sur le morceau de viande. Ce n'est malheureusement pas le cas ici. Les poissons semblent être sur un même plan. Les vecteurs représentant les trois autres poissons ont été disposés dans un plan cartésien où les axes x et y sont bien identifiés, il faut donc supposer que tous ces poissons sont sur un même plan par rapport à l'axe des z, troisième dimension nécessaire pour mieux rendre compte du réalisme de cette situation.

4.4.3.4. Analyse du type de travail exigé

Si on pose un regard sur l'ensemble des 82 énoncés, il n'y a aucune activité d'introduction, ni d'énoncés amenant une preuve mathématique. Ceci n'est guère surprenant considérant que l'on étudie ici un manuel de physique. On a plutôt choisi de proposer pour 46,3% des énoncés, un travail d'appropriation du phénomène. De plus, 46,3% des énoncés sont de l'ordre de l'exercisation et un peu plus du quart (29,3%) entrainent l'élève dans un travail de modélisation.

Tableau 51: Répartition des énoncés selon le type de travail exigé

Type de travail exigé	**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Activité d'introduction	0	0,0
Appropriation du phénomène	38	46,3
Exercisation	20	24,4
Modélisation	24	29,3
Preuve mathématique	0	0,0
Total	**82**	**100**

On remarque donc que le type de travail qui domine est de l'ordre de l'appropriation de phénomène. De plus, la répartition des énoncés amenant un travail d'exercisation est semblable à ceux amenant un travail de modélisation. On considère tout de même que les auteurs misent davantage sur l'explication des forces en jeu que sur le traitement mathématique par le biais d'énoncés se modélisant à l'aide de la notion de vecteur. Finalement, pour l'ensemble de ces 82 énoncés, aucun ne présente une quelconque forme de guidage.

4.4.3.5. Analyse des opérations abordées

Parmi les 82 énoncés, seulement 28 (34,1%) touchent trois opérations possibles : l'addition et la soustraction de vecteurs ainsi que le produit scalaire. Il reste 54 énoncés qui ne requièrent que la représentation de vecteurs. La majorité d'entre eux porte sur l'addition de vecteurs (26 énoncés sur 28) notamment dans l'étude des forces appliquées à un objet.

Tableau 52: Répartition des énoncés selon l'opération abordée

Opération abordée	Effectif	Pourcentage (%)
Addition	26	31,7
Soustraction	2	2,4
Produit scalaire	2	2,4
Aucune opération abordée	54	65,9
Total	**82***	**100**

* Les opérations peuvent être sollicitées simultanément dans un même énoncé

Le deuxième énoncé se traite par l'addition de vecteurs, car l'élève doit trouver le vecteur vitesse résultant renvoyant ainsi au vecteur physique glissant. Pour les autres énoncés mobilisant une ou des opérations, l'élève devra attendre au chapitre sur l'étude des forces sur un objet immobile à partir du 32e énoncé. Il ne semble pas avoir de tendance au niveau du type de vecteur en jeu pour ces énoncés mobilisant une opération. Cela dépendra du contexte dans lequel on travaille c'est-à-dire s'il y a un déplacement, ou s'il s'agit d'une situation d'équilibre.

En terminant, pour ce qui a trait aux propriétés des opérations, elles ne sont abordées dans aucun des 82 énoncés proposés.

4.4.3.6. Analyse de l'utilisation des relations possibles entre les vecteurs

Aucun des énoncés proposés n'aborde exclusivement les différentes relations possibles entre les vecteurs. Malgré une brève apparition dans la présentation des savoirs essentiels analysée précédemment, les relations d'équipollence ou même de vecteur opposé, indispensables pour développer la notion de vecteur comme discuté précédemment, ne sont pas traitées. On semble donc renvoyer ce travail aux mathématiques.

4.4.3.7. Conclusion de l'analyse du développement de la notion de vecteur

On retire de l'analyse de ce développement de la notion de vecteur que, premièrement, ce n'est effectivement pas la notion de vecteur qui est l'enjeu premier des apprentissages visés. Le vecteur est nécessaire à la modélisation de situations qui impliquent elles-mêmes l'apprentissage de phénomènes (travail, forces en jeu, quantité de mouvement). Plusieurs énoncés ne sont d'ailleurs pas accompagnés d'illustrations qui proposent du même souffle une modélisation des situations. Les auteurs semblent conscients que le vecteur est en lui-même un concept difficile pour les élèves. Rappelons que l'on accompagne ces derniers dans leurs apprentissages en leur proposant une brève section théorique portant spécifiquement sur le vecteur, laquelle est accompagnée de quelques énoncés de problèmes. D'ailleurs, pour le reste du manuel, on propose une structure semblable, c'est-à-dire, des encarts explicites qui définissent les notions de physique essentielles, par exemple, la notion de force, d'équilibre ou de travail. Par contre, l'élève est ensuite lancé dans ces apprentissages de notions de physique en plus de peaufiner celles du vecteur. De plus, on remarque que l'on ne revient pas sur les différentes dimensions de la notion de vecteur telles que les caractéristiques (norme, sens et direction), leurs composantes et l'addition de vecteurs pour faire le lien avec les notions de physique essentielles. Par ce contexte d'apprentissage, bien que ce ne soit pas précisé explicitement, on sent que les auteurs renvoient l'introduction de la notion de vecteur aux mathématiques.

En ce qui concerne la suite du contenu pour ce manuel, il est intéressant de constater que pour plus de la moitié des énoncés de problèmes, on invite l'élève dans un travail de modélisation d'un ensemble de contextes issus du réel qui sont à la fois considérés comme authentique et nécessaire à la compréhension. Différents contextes sont proposés (voir tableau 47), permettant ainsi la réflexion autour de différents représentants de vecteurs. Tout comme l'introduction de la notion de vecteur proposée, l'ensemble des énoncés de problèmes suivants offre un cadre physique, mais mobilise généralement le vecteur glissant

(57,3%). Contrairement à la partie d'introduction, on tend donc ainsi à développer le sens du vecteur libre. Par contre, on considère que le traitement mathématique faisant partie du processus de modélisation proposé au chapitre 2 est mis de côté.

On remarque également que très peu d'illustrations accompagnent ces énoncés laissant davantage de place à l'élève dans l'appropriation et la modélisation. Si une illustration des vecteurs en jeu est présente, il s'agit généralement d'un vecteur lié dans le plan, mais dont la notation utilisée est celle du vecteur libre telle que $\vec{F}$. Par contre, à aucun endroit dans le manuel on ne discute du centre de masse permettant ainsi la compréhension sur l'origine du vecteur en jeu. De plus, à quelques reprises on utilise le plan cartésien pour représenter le vecteur lié en jeu, mais dans de très rares cas, les composantes de celui-ci sont représentées. Par ces illustrations proposées, on tend à développer le sens du vecteur lié lorsque pourtant, le vecteur glissant est plus souvent en jeu dans les différentes situations. Finalement, aucun énoncé est prévu pour discuter du mouvement de translation au sens de Ba (2007), et ce, tant dans l'introduction que la suite du contenu. Pour terminer ce chapitre d'analyse, voici la présentation du dernier manuel de physique à l'étude.

4.5. ANALYSE DU MANUEL *QUANTUM*

4.5.1 ANALYSE DE LA PLANIFICATION DE L'ENSEIGNEMENT

Cette section d'analyse du manuel *Quantum* a pour but de mettre en lumière la planification de l'enseignement de la notion de vecteur. Il faut rappeler qu'en physique, la notion de vecteur n'est pas un objet d'enseignement à proprement parler. Par contre, la familiarisation et la modélisation de différentes situations en physique nécessitent de recourir aux vecteurs. Ces apprentissages façonnent la compréhension que l'élève développe de la notion visée.

Premièrement, tout comme le précédent manuel de physique, le guide d'enseignement ne suggère pas d'ordre particulier d'enchainement des situations. Le matériel est structuré à partir de situations d'apprentissage et d'évaluation (SAÉ) pour lesquelles l'apprentissage de différents concepts est visé. Un tableau présente le contenu de chaque SAÉ et en voici un exemple :

Tableau synthèse 1 • Les situations d'apprentissage et d'évaluation et la planification (*suite*)

SAÉ et durée	Description	DGF	CT	CD	Concepts ciblés
4. Un instrument qui rapproche 225 minutes (3 périodes de 75 minutes)	Les élèves comprennent l'apport de l'optique géométrique dans la conception de divers instruments d'observation. Ils doivent concevoir une lunette d'approche rudimentaire (télescope réfracteur) donnant la possibilité d'observer des inscriptions situées à différentes distances ainsi qu'un guide d'utilisation précisant les spécifications de l'appareil et permettant à quiconque de pouvoir l'utiliser efficacement.	Orientation et entrepreneuriat	CT 8	CD 1 CD 3	• Lois de Snell-Descartes – Réfraction – Rayon incident et réfracté – Angle d'incidence et de réfraction – Indice de réfraction • Images – Type d'image (réelle, virtuelle) – Caractéristiques de l'image (grandissement, position)
5. Pour ne pas rater le train… 225 minutes (3 périodes de 75 minutes)	En se fondant sur différentes données relatives à un trajet (distances entre les arrêts, accélération et vitesse maximale du train), les élèves se voient confier le mandat de déterminer différents aspects de la gestion d'une ligne de train de banlieue. Ils sont appelés à réfléchir et à répondre à un certain nombre de questions : « Quel est le temps minimal requis pour se rendre d'un point A à un point B ? », « Si on devait fermer une ou deux stations durant l'heure de pointe pour avoir un train express qui diminuerait la durée du trajet, lesquelles devrait-on choisir ? » et « Si on devait ajouter une station à la ligne, quel effet cela aurait-il sur le temps de déplacement ? »	Vivre-ensemble et citoyenneté	CT 5	CD 2 CD 3	• Mouvement rectiligne uniforme – Relation entre la position par rapport à l'origine, la vitesse et le temps – Déplacement et distance parcourue • Mouvement rectiligne uniformément accéléré – Relation entre l'accélération, la variation de la vitess et le temps – Relation entre l'accélération, la distance parcourue et le temps – Vitesse moyenne et vitesse instantanée

Figure 60: Exemple du tableau synthèse des SAÉ
**Fascicule d'introduction* du manuel *Quantum*, 2010, p.3

L'enseignant peut ainsi cibler une situation d'apprentissage selon les concepts à faire apprendre. On a donc une vue d'ensemble des SAÉ seulement. Si l'on investigue le contenu et la structure d'une SAÉ, aucun lien n'est fait vers des énoncés à compléter. On fait un lien avec les « fiches savoirs » qui, selon le guide, « permettent de synthétiser des connaissances sur les concepts traités et sont essentiellement un rappel des éléments de contenu important pour chacun de ces concepts » (p.3). On précise donc seulement les concepts à maîtriser pour répondre à chacune des SAÉ.

À la lumière de ces constats, la suite de cette analyse s'amorcera en suivant l'ordre d'apparition des énoncés du manuel. Un premier élément a été relevé comme étant problématique. Comme discuté précédemment, des notions apprises en troisième et quatrième secondaire ont été répertoriées comme préalables nécessaires à la résolution de certains problèmes[53]. Pourtant, elles ne font pas l'objet d'un rappel dans le deuxième module du manuel (voir tableau 10 au chapitre 3).

De plus, l'analyse des situations de lancement de projectiles constitue l'amorce des usages du vecteur. Les deux précédents modules ont servi à distinguer et approfondir le mouvement rectiligne uniforme et le mouvement rectiligne uniformément accéléré dans l'étude des lancements de projectiles. Le recours aux vecteurs dans la modélisation des situations se fait d'emblée avec la notation à l'aide des composantes, ce qui renvoie au cadre algébrique/analytique. Contrairement à ce qui est promu au chapitre 2, dans ce manuel, il n'y a pas de travail préalable à l'aide de vecteurs prenant le sens de vecteur lié pour ensuite, encourager le passage au vecteur libre.

La section suivante du manuel porte sur l'étude des forces appliquées sur un objet. Dès les premiers énoncés, l'élève doit représenter les forces en jeu notamment des forces opposées dans une situation d'équilibre. Rappelons que les notions de vecteur opposé et de forces équilibrantes doivent avoir été introduites, et on espère, aussi maîtrisées. Les auteurs n'ont proposé qu'un seul énoncé traitant de la relation d'équipollence, de même qu'un seul pour la notion de vecteur opposé.

S'enchaînent ensuite différents énoncés où l'on a parfois plus d'une force en jeu. Un élément a été relevé comme étant problématique dans la modélisation de certaines situations. D'abord, dans un contexte de forces appliquées à un objet, lorsqu'une force est en jeu et est préalablement représentée, par exemple, tirer un chariot sur un plan horizontal, on ne spécifie pas à l'élève qu'il s'agit de la force résultante. On ne spécifie donc pas que l'ensemble des forces en jeu (le frottement, la normale et la gravité) est pris en compte dans la valeur du vecteur force résultant. De cette façon, on minimise le réalisme au contexte de forces appliquées sur l'objet. De plus, pour ce manuel, rappelons que la section de l'étude des différentes forces appliquées sur un objet est structurée de façon à étudier celles-ci de

[53] Rappelons la relation de Pythagore dans le calcul de la norme d'un vecteur à partir de ces composantes, les relations trigonométriques pour calculer la valeur des composantes du vecteur ou son orientation, l'utilisation d'une échelle pour représenter la grandeur d'un vecteur, les points cardinaux.

manière individuelle (voir tableau 11) préalablement pour ensuite proposer des situations où l'ensemble de ces forces peut être en jeu. De cette façon, il est recommandé de spécifier à l'élève de ne tenir compte que de la force à l'étude dans les différentes sections du manuel.

Pour avoir plus de détails à savoir si les recommandations didactiques ont été respectées dans l'apprentissage de la notion de vecteur, l'analyse qui suit est celle de la section proposée exclusivement en guise d'introduction de la notion de vecteur.

4.5.2 ANALYSE DE L'INTRODUCTION DE LA NOTION DE VECTEUR

Une section dans le manuel *Quantum*, appelée *Les vecteurs*, présente sommairement[54] les objets d'apprentissage essentiels suivant : les propriétés des vecteurs, l'addition et la soustraction de vecteurs, la multiplication d'un vecteur par un scalaire, et ce, selon cet ordre de présentation. Des énoncés accompagnent chacune de ces parties dont la quantité varie comme le démontre le tableau 53 ci-dessous. À noter qu'ils sont tous de type exercisation ce qui porte à croire que l'intention des auteurs est d'augmenter l'efficience de l'élève dans le traitement mathématique de certaines situations au détriment d'un travail de modélisation.

Tableau 53: Répartition des énoncés par sous-section du chapitre *Les vecteurs*

Titre de la sous-section	**Effectif**
Les propriétés des vecteurs	8
L'addition de vecteurs	5
La soustraction de vecteurs	3
La multiplication d'un vecteur par un scalaire	3
Total	**19**

[54] Rappelons que, tout comme le manuel de physique précédent, on l'appelle manuel pour simplifier et uniformiser le texte, mais il s'agit plutôt d'un cahier ne contenant que des énoncés de problèmes. On réfère donc l'élève aux pages de son manuel pour plus d'explications.

4.5.2.1. Analyse des énoncés prévus pour l'introduction de la notion de vecteur

Ces 19 énoncés[55] sont prévus pour introduire la notion de vecteur. Seulement deux sont présentés en ayant recours à un contexte réaliste de déplacement ce qui représente 10,5% des énoncés. Dans la première sous-section sur les propriétés des vecteurs, l'élève doit déjà maîtriser la relation de colinéarité de vecteurs. Dès le deuxième exercice, on lui demande de nommer les conditions pour que deux vecteurs soient égaux. On travaille ainsi le sens du vecteur libre en utilisant des expressions langagières qui tendent à parler de différents vecteurs. Il n'y a pas de travail visant à ramener les différents représentants à un seul et même vecteur pour ainsi parler d'équipollence de représentants. On semble aussi supposer que la relation d'équipollence a été introduite ailleurs et qu'elle n'est pas un objet d'apprentissage à proprement parler, car il s'agit de l'unique énoncé qui aborde les relations entre les vecteurs. Pour les opérations entre les vecteurs, elles sont abordées dans un total de 11 énoncés (57,9%).

On remarque une tendance à guider l'élève dans la procédure de résolution dans cinq énoncés dont deux où, comme ce fut le cas pour le précédent manuel analysé, on invite l'élève à recourir à des outils géométriques tels que le rapporteur d'angle et la règle pour trouver la norme et l'orientation des vecteurs déjà représentées. La géométrie dite instrumentée est donc ici retenue. Rappelons que cette manière de faire permet ce passage recommandé entre la géométrie perceptive et la géométrie instrumentée (Duval, 2010; Tanguay et Geeraerts, 2012), mais que ce choix est surprenant considérant que la géométrie dite instrumentée n'a pas été retenue dans les manuels de mathématique.

Pour les autres énoncés proposant une forme de guidage à l'élève dans leur résolution, il est demandé de définir un vecteur en lui précisant les caractéristiques. Ainsi, pour définir l'orientation, on peut l'inviter à recourir aux points cardinaux, ou encore on lui

[55] Pour diminuer l'envergure de cette partie, nous en ferons une analyse globale vu la quantité d'énoncés, mais les énoncés en contextes réalistes seront discutés davantage plus loin.

précise de recourir à la trigonométrie appliquée dans le triangle rectangle pour définir l'angle. Finalement, on lui suggère aussi de définir un vecteur à partir de ses composantes. De cette façon, tout comme le manuel précédent, il semble avoir un travail de représentation du vecteur dans un cadre géométrique pour ensuite l'amener dans un cadre analytique/algébrique. Par contre, la recommandation d'amener une situation dans un cadre géométrique où un vecteur lié est en jeu pour ensuite l'amener à considérer le sens du vecteur libre semble être manquante. On mise plutôt sur l'efficience de l'élève à maîtriser rapidement l'ensemble des méthodes permettant de définir les vecteurs. De plus, si l'on ne s'en tient qu'à ce matériel, à aucun endroit l'on ne retrouve des informations permettant de se familiariser avec ces différentes manières de définir l'orientation et la norme. On présume que le manuel de référence contiendra les savoirs nécessaires, mais il ne fait pas partie de cette recherche comme expliqué au chapitre 3.

Comme mentionné plus haut, seulement deux énoncés proposent un contexte réaliste, dont un seul est authentique. Plus précisément, il aborde la représentation de vecteur et il est le troisième énoncé à compléter:

> Dans le plan ci-dessous, dessinez les vecteurs représentant les vitesses des véhicules suivant : a) une voiture se déplace à la vitesse $\vec{v_1}$ = 20 m/s [25 degrés S. de O]. b) Un camion se dirige vers son lieu de livraison à la vitesse $\vec{v_2}$ = 40m/s [55 degrés N. de E.]. Représentez l'échelle que vous utilisez (p.82)

Le contexte développe le sens du vecteur libre, mais n'est pas nécessaire à la compréhension puisque l'élève pourrait illustrer ces vecteurs sans savoir qu'il représente la vitesse d'un véhicule. L'illustration qui accompagne cet exercice est un plan dont les axes sont les points cardinaux. Il faut donc percevoir une vue du dessus de la situation. De cette façon, si l'élève se souvient de l'orientation à l'aide des points cardinaux, l'illustration, telle que la suivante, pourrait être considérée comme non nécessaire à la compréhension.

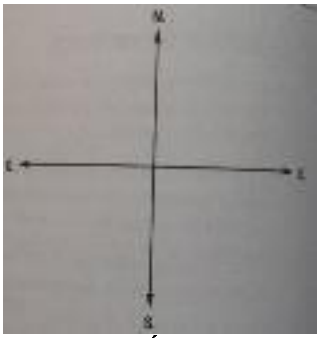


Figure 61: Énoncé #3, p.82
**Quantum*, 2010

De plus, dans ce même énoncé, on ne guide pas l'élève dans sa compréhension ni sa démarche. Il travaille avec des vecteurs physiques glissants, car le vecteur représente une vitesse d'un objet dont on peut supposer un mouvement rectiligne. À noter que l'on passe du vecteur géométrique libre au vecteur physique glissant à l'intérieur de trois exercices. Cette démarche révèle que les auteurs semblent avoir omis de débuter le travail d'apprentissage de la notion de vecteur par des situations qui se traitent à partir de vecteurs liés ou qu'ils présument que ce travail aura été réalisé en mathématique, et ce, avant même que ce chapitre de physique ne soit traité en classe.

Le deuxième énoncé en contexte réaliste est le 11e énoncé à compléter: « Le déplacement d'une voiture peut être décrit par les deux vecteurs suivants $\overrightarrow{s_1} = 2{,}6km$: à 30 degrés et $\overrightarrow{s_2} = 4km$ à 45 degrés. Quel est son déplacement total défini par $\vec{s} = \overrightarrow{s_1} + \overrightarrow{s_2}$? » (p.86). Aucune illustration n'accompagne l'énoncé. Plus précisément, on dit que le contexte est non authentique, car géométriquement, la somme des deux vecteurs veut plutôt dire le « déplacement résultant » et non le « déplacement total » qui renvoie plutôt à une grandeur scalaire. On trouve un vecteur qui permet d'aller directement au point d'arrivée à partir du point de départ. L'expression « déplacement total » pourrait donc semer la confusion. De plus, le contexte est nécessaire à la compréhension, car en supposant le déplacement résultant, l'élève a besoin de connaître les informations contenues par les deux vecteurs qui ont permis ce déplacement. On ne guide pas l'élève dans sa compréhension ou sa démarche et il travaille à partir des vecteurs physiques liés, mais dont la notation est plutôt associée au vecteur libre. Dans un contexte d'introduction de la notion de vecteur, cet élément semble être problématique étant donné le peu d'énoncés qui permet une discussion autour de différents représentants de vecteurs.

4.5.2.2. Conclusion de l'analyse de l'introduction de la notion de vecteur

Parmi les énoncés placés en guise d'introduction, les auteurs ont tenté de proposer des énoncés à l'intérieur d'un cadre principalement géométrique, dont le vecteur libre est en jeu ce qui va dans le même sens que les recommandations émises. Tout comme le manuel précédent, un souci de représentation à l'aide de différents instruments pour différents vecteurs est présent. On remarque quelques énoncés accompagnés d'illustrations des vecteurs en jeu dans le plan cartésien dont l'origine est celle du plan cartésien. On semble de ce fait, développer le sens du vecteur lié, mais on remarque l'utilisation de la notation du vecteur libre, soit celle à l'aide des composantes. Il semble donc, tout comme le manuel précédent, une confusion entre les illustrations proposées et le type de vecteur mis en jeu.

De plus, dans ces énoncés prévus pour l'introduction de la notion de vecteur, il n'y a aucune situation qui amène l'élève à voir différents représentants d'un vecteur comme une classe d'équivalence développant ainsi la conception du vecteur libre. Il n'y a que deux énoncés en contexte réaliste de déplacement, mobilisant ainsi le vecteur lié, mais on remarque l'usage de la notation à l'aide des composantes du vecteur, laquelle tend plutôt vers le sens du vecteur libre. L'ensemble de ces constats porte à croire que les auteurs n'ont pas le souci de différencier les types de vecteur.

En résumé, pour aucun des 19 énoncés on n'amène l'élève dans un travail d'appropriation du phénomène ou de modélisation à partir de contextes à la fois réalistes, authentiques et qui sont nécessaires à la compréhension. L'élève travaille majoritairement à partir de vecteurs libres dans son cadre géométrique et dans très peu de cas, en contexte physique dont le vecteur lié est en jeu, mais dont la notation tend au vecteur libre. Aucune mention n'est faite qui permettrait d'aborder la notion d'équipollence entre les représentants d'un même vecteur. Cette méthode d'introduction à la notion de vecteur prise par les auteurs, contrairement au manuel précédent, est plutôt axée sur le traitement mathématique du processus de modélisation. On craint que les élèves puissent ne pas voir le vecteur comme un outil essentiel. Ils devront attendre puisque, le contexte de l'ensemble des énoncés de problèmes qui suivent, analysés ci-après, est inévitablement issu de la physique et se modélise, pour la plupart, par la notion de vecteur. Ils plongeront les élèves dans un travail différent de celui qu'ils viennent de vivre. De plus, bien que l'on propose quelques situations de déplacements d'objets où la distance et la vitesse sont en jeu, on s'est limité à proposer des situations où la trajectoire des objets demeurait en ligne droite. Il n'y a donc pas eu un souci d'introduire l'idée de mouvement de translation défini par Ba (2007). Finalement, tout comme le manuel précédent, bien que ce ne soit spécifié à aucun endroit dans le manuel, on semble renvoyer l'introduction de la notion de vecteur aux mathématiques[56].

4.5.3 ANALYSE DES ÉNONCÉS DE PROBLÈMES SERVANT AU DÉVELOPPEMENT DE LA NOTION DE VECTEUR

4.5.3.1. Analyse des contextes

Cette section porte plus particulièrement sur la diversité des contextes des 131 énoncés répertoriés et dont la résolution ou encore la présentation nécessite le recours à la notion de vecteur. Comme le démontre le tableau 54, 90,1% des énoncés proposés aux élèves sont issus de contextes réalistes. Ce tableau permet de rendre compte de la grande variété des contextes reliés à l'étude des forces appliquées à un objet qui monopolisent

[56] Rappelons que la section théorique de ce manuel ne fait pas partie de cette étude.

69,5% des énoncés. De plus, l’étude des forces appliquées à un objet peut prendre différentes formes, mobilisant le vecteur lié dans son cadre physique. Enfin, parmi ces contextes variés, près des trois quarts (71%) renvoient au déplacement de l’objet en jeu mobilisant plutôt le vecteur glissant en supposant qu’il s’agisse d’une trajectoire rectiligne. De même, on constate que six énoncés proposent un contexte où il y a étude d’un déplacement dont la trajectoire est sur un cercle. On rappelle qu’il a plus tôt été discuté que rien dans les SAÉ ne portait sur cette distinction entre la trajectoire de déplacement de l’objet pouvant effectivement être circulaire et la translation expliquant bien la relation entre les différents représentants d’un certain vecteur force (exemple, la force gravitationnelle) considéré à différentes positions données. Comme Ba (2007) l’a lui-même démontré dans sa thèse, les enseignants ont eux-mêmes de la difficulté à distinguer la rotation pouvant expliquer la trajectoire de l’objet étudié et l’étude des forces appliquées sur cet objet à différents instants donnés. Cette dernière renvoyant plutôt à la translation.

Tableau 54: Répartition des énoncés selon le type de contextes et le sujet du contexte

Type de contexte	**Sujet**			**Effectif**	**Pourcentage (%)**
Mathématique				13	9,9
Réaliste	Projectile			26	19,8
	Chute libre			1	0,8
	Forces appliquées à un objet	Calcul des forces sans déplacement	sur un plan horizontal	11	8,4
			sur un plan incliné	2	1,5
		Calcul des forces avec déplacement	sur un plan horizontal	24	18,3
			sur un plan vertical	2	1,5
			sur un plan incliné	5	3,8
		Tension dans une corde	sans déplacement	6	4,6
			avec déplacement	2	1,5
			avec déplacement circulaire	6	4,6
			avec déplacement dans un système de poulies	4	3,1
		Sur un projectile		1	0,8
		Principe d'action-réaction	sans déplacement	2	1,5
			avec déplacement sur un plan horizontal	4	3,1
			en chute libre	1	0,8
		Travail	sur un plan horizontal	6	4,6
			sur un plan vertical	1	0,8
			sur un plan incliné	3	2,3
		Ressort	différencier les types de ressorts hélicoïdaux (de compression, de tension et de torsion)	4	3,1
			En équilibre (dimension du plan inconnu)	6	4,6
			Équilibre vertical	1	0,8
	Total			**131**	**100**

Parmi ces 118 énoncés dont les contextes sont catégorisés «réalistes», on s'intéresse maintenant à leur authenticité et on porte notre attention sur la nécessité du contexte pour comprendre le problème. Comme le démontre le tableau 55, 44,3% des énoncés dont le contexte est réaliste est considéré comme authentique, mais ce pourcentage baisse à 33,6% pour ceux aussi considérés comme nécessaire à la compréhension. Donc, seulement 44 énoncés parmi les 131 (33,6%) sont considérés comme authentiques et nécessaires à la compréhension.

Tableau 55: Répartition des énoncés en contexte réaliste selon l'authenticité et la nécessité à la compréhension

Variable étudiée	Qualificatifs		Effectif	Pourcentage (%)
authenticité et la nécessité pour la compréhension	Authentique	Nécessaire	44	33,6
		Non nécessaire	1	10,7
	Non authentique	Nécessaire	61	46,6
		Non nécessaire	2	1,5
	Ne s'applique pas*		22	16,8
	Total		**131**	**100**

* Il s'agit d'une question par exemple « Pourquoi certains ressorts sont-ils appelés hélicoïdaux? » (énoncé #1, p.232) où l'on demande de fournir une définition. L'authenticité et la nécessité à la compréhension ne peuvent être évaluées sur ce type de question.

Une dernière catégorie reliée au contexte a été analysée : la présence de données inutiles. Il a été relevé qu'aucun énoncé ne comprenne des données inutiles. Il s'agit d'un aspect négligeable pour cette recherche.

4.5.3.2. Analyse du type de vecteur en jeu

Comme discuté au chapitre 2, le type de vecteur utilisé dans les énoncés est une catégorie déterminante dans l'analyse de l'introduction de la notion de vecteur. Pour ce manuel, le tableau 56 permet de constater que tous les énoncés s'appuient sur le cadre physique. Cela s'explique par la présence prédominante de contextes réalistes issus de cette discipline. Bien qu'il ait 13 énoncés dont le contexte est mathématique, ils ont tous été codés « ne s'applique pas », car la notion de vecteur n'était soit pas représentée dans l'énoncé, ou encore, n'était pas nécessaire à la résolution. Si l'on revient au sens du vecteur davantage développé dans les énoncés analysés, on remarque que la répartition est plutôt équitable entre les 3 types de vecteurs. Le vecteur physique glissant se démarque tout de même légèrement à 33,4%, suivi du vecteur algébrique à 25,2% qui est suivi de près du vecteur physique lié avec 25,2%.

Tableau 56: Répartition des énoncés selon le type de vecteur en jeu

Type de vecteur	Effectif	Pourcentage (%)
Physique lié	33	25,2
Physique glissant	45	33,4
algébrique	33	25,2
Ne s'applique pas*	23	17,6
Total	**131****	**100**

* Tout comme le manuel de physique précédent, il peut aussi s'agir d'un travail mathématique à partir d'un contexte réaliste par exemple : « Combien de types de ressorts hélicoïdaux distingue-t-on? Lesquels? » (Énoncé #2, p.232) ou parfois un contexte mathématique par exemple «Énoncé la troisième loi de Newton et donnez son expression mathématique » (Énoncé #1, p.194). La notion de vecteur n'est pas mobilisée dans ce type d'énoncé.
** Tout comme les autres manuels, il y a des énoncés qui abordent plus d'un type de vecteur notamment ceux avec des sous-questions.

Dans l'enchainement des énoncés, comme discuté précédemment, on place précocement l'élève dans des situations où le vecteur est défini dans un cadre algébrique/analytique sans qu'on puisse manifestement dire qu'il y ait souci de développer le sens du vecteur libre. La première section analysée porte d'ailleurs sur le lancement de projectiles dont l'étude du mouvement est décomposée sur un seul plan.

Pour les prochaines sections de ce manuel, on propose d'abord l'étude des forces appliquées sur un objet immobile (en équilibre). De cette façon, le vecteur lié, toujours dans un cadre physique, est exploité. Ce qui est intéressant est que l'on étudie ensuite ces mêmes forces, mais avec un objet en mouvement amenant ainsi l'élève à concevoir le vecteur comme glissant. Pour le reste des énoncés, on semble alterner entre le vecteur lié et le vecteur glissant selon les différents contextes proposés. Lorsque l'on a une situation où un objet est sur un plan incliné, la notation du vecteur à l'aide de ses composantes est proposée. Un énoncé de ce type a été proposé dans la première section de l'étude des forces appliquées à un objet en équilibre. On peut finalement conclure par l'analyse de l'ordre d'apparition des énoncés que le passage du vecteur lié au vecteur glissant est bien géré par le manuel. L'amorce avec la section sur l'étude du lancement de projectiles devient trouble-fête lorsqu'on s'intéresse plus précisément à l'apprentissage de la notion de vecteur à proprement parler. L'usage de la notation à l'aide des composantes d'un vecteur ne s'appuie pas sur une idée de développer le sens du vecteur libre. On en use, pour son côté utilitaire pour bien décomposer le mouvement selon les deux axes et ainsi mieux cerner les forces qui agissent sur l'objet à différents instants. Du même coup, il faut bien comprendre que l'enjeu premier n'est pas d'amener l'élève à s'intéresser à l'équipollence de différents représentants.

4.5.3.3. Analyse des illustrations accompagnant ces contextes

Le tableau 57 présente l'analyse des illustrations accompagnant ces 131 énoncés. D'abord, tous les 13 énoncés dont le contexte est mathématique ne sont pas accompagnés d'illustrations. Pour les énoncés dont le contexte est réaliste, 19,5% de ceux-ci est accompagné d'illustrations nécessaires à la compréhension et pour seulement deux d'entre eux, il s'agit d'une représentation des vecteurs en jeu dans le plan. Il ne reste que 25 énoncés parmi les 113 dont le contexte est réaliste (21,2%) qui sont accompagnés d'illustrations non pertinentes à la compréhension telle que l'objet à l'étude. Ce qui est intéressant est que l'on remarque que plus de la moitié des énoncés (59,3%) ne sont pas accompagnés d'illustrations laissant ainsi davantage d'autonomie dans l'apprentissage de la modélisation de la situation.

Tableau 57: Répartition des énoncés selon la nécessité des illustrations et le type de contexte

Contexte	Nécessité des illustrations pour la compréhension et présence d'illustration des vecteurs en jeu		Effectif	Pourcentage (%)
Mathématique	Oui	Présence des vecteurs	0	0,0
		Absence des vecteurs	0	0,0
	Non	Présence des vecteurs	0	0,0
		Absence des vecteurs	0	0,0
	Absence d'illustration		13	100
	Total		**13**	**100**
Réaliste	Oui	Présence des vecteurs	2	1,7
		Absence des vecteurs	21	17,8
	Non	Présence des vecteurs	0	0,0
		Absence des vecteurs	25	21,2
	Absence d'illustration		70	59,3
	Total		**118**	**100**

Les illustrations qui ont été jugées pertinentes incluent régulièrement l'objet à l'étude ainsi que des informations permettant de modéliser plus facilement la situation à l'aide de vecteurs. C'est le cas de l'exemple ci-dessous où la valeur des angles est importante dans le calcul des forces en jeu:

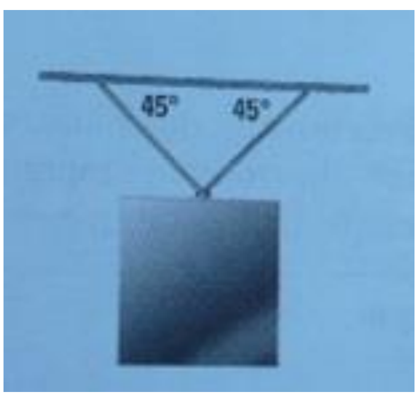


Figure 62: Énoncé #2, p.176
**Quantum*, 2010

Le premier énoncé où le vecteur en jeu est représenté est un contexte de lancement d'un projectile. On amène pour la première fois, une discussion sur la trajectoire d'un projectile :

La trajectoire d'un projectile lancé à partir du sol avec un certain angle θ est représentée dans la figure ci-dessous. a) Représentez sur le graphique, à l'aide d'un vecteur $\overrightarrow{v_h}$, la vitesse du projectile au point correspondant à sa hauteur maximale. b) Quel est l'angle entre ce vecteur $\overrightarrow{v_h}$ et l'axe des y? c) Quelle est la valeur de la composante V_{hy} en ce point? d) Quelle est la relation entre la valeur de la composante V_{ix} de la vitesse initiale et la norme du vecteur $\overrightarrow{v_h}$?

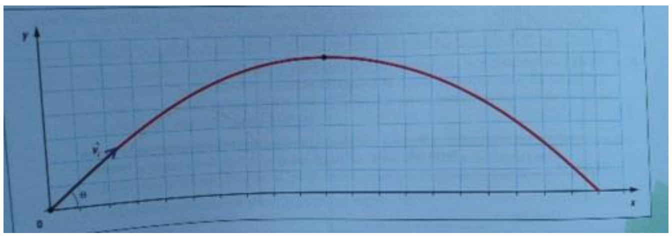


Figure 63: Énoncé #7, p.136
**Quantum*, 2010

Cette illustration est donc une vue de côté de la trajectoire d'un projectile. L'élève voit aussi la parabole représentant la trajectoire du projectile et peut ainsi faire le lien entre la parabole étudiée dans la classe de mathématique et l'étude des différentes vitesses de l'objet. Malgré la situation de projectile, il est l'unique de cette section où le vecteur physique lié[57] est en jeu, car on fixe d'abord l'origine du plan cartésien à l'objet. Rappelons toutefois qu'à aucun endroit dans le manuel on ne discute du mouvement de translation tel que Ba (2007) l'amène. Ce type de situation pourrait être une belle occasion de l'amener, mais ce n'est pas le choix des auteurs. On la traite plutôt dans un cadre analytique/algébrique. De plus, la notation utilisée est celle du vecteur libre. Cet énoncé peut être une porte d'entrée amenant l'argumentaire autour de l'idée de vecteur libre.

Le deuxième énoncé où les vecteurs en jeu sont représentés est un contexte d'équilibre : « Le diagramme de corps libre d'un objet soumis à trois forces est représenté

[57] Les situations faisant intervenir un projectile en mouvement ont été codées comme mobilisant le vecteur algébrique puisque ce cadre est nécessaire pour le traitement mathématique. De plus, les informations contenues dans la mise en situation sont amenées selon la dimension du mouvement par exemple « la vitesse horizontale ».

ci-dessous. Est-ce que l'objet est en équilibre? On donne : F_1 = 5 N ; F_2 = 7 N; F_3 = 10 N » (énoncé #6, p.177, *Quantum*, 2010). Cet énoncé est accompagné de l'illustration ci-dessous.

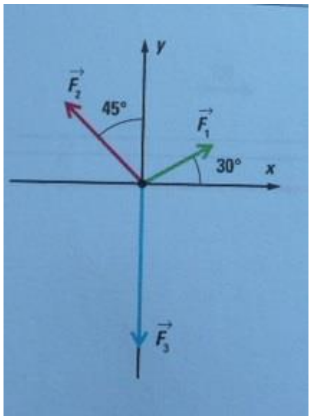


Figure 64: Énoncé #6, p.177
**Quantum*, 2010

Cette illustration renforce la conception de vecteur physique lié. On confond l'origine du plan avec le centre de l'objet. Avec ce type d'énoncé, l'élève travaille à partir de vecteurs physiques liés certes, mais il aura besoin de décomposer les vecteurs selon leurs composantes. Ce type de travail est très fréquent pour l'ensemble des énoncés des manuels de physique. Il semblerait que les auteurs ont eu le souci de mettre en lumière le traitement de ce type de situation mettant en jeu des vecteurs liés dans un cadre analytique/algébrique.

Finalement, on remarque que les axes du plan cartésien sont souvent essentiels à la résolution de problème d'ordre de la physique notamment des situations où les deux dimensions sont sollicitées comme lorsqu'il y a plus d'une force en jeu.

4.5.3.4. Analyse du type de travail exigé

Si on pose un regard sur l'ensemble des 131 énoncés, aucune activité d'introduction n'est proposée aux élèves, 29% sont de type d'appropriation de phénomène et en quantité semblable pour ceux de type exercisation (28,2%). Ce qui est intéressant est que 40,5% sont de type modélisation. Très peu d'énoncés sont de type de la preuve mathématique (2,3%).

Tableau 58: Répartition des énoncés selon le type de travail exigé

Type de travail exigé	Effectif	Pourcentage(%)
Activité d'introduction	0	0,0
Appropriation du phénomène	38	29,0
Exercisation	37	28,2
Modélisation	53	40,5
Preuve mathématique	3	2,3
Total	**131**	**100**

Pour ce manuel, on a aussi voulu avoir un portrait de la répartition du type de travail exigé spécifiquement au niveau des énoncés en contexte réaliste. D'abord, il a été possible de constater que les 13 énoncés en contexte mathématique sont tous des exercices d'appropriation du phénomène, par exemple « Que stipule la loi de Hooke? » (énoncé #5, p.233). Cette question amène l'élève à fournir une explication sur un sujet. De cette façon, on peut conclure que le type de travail exigé pour les énoncés en contexte réaliste est partagé exclusivement entre le travail d'exercisation et de modélisation. Il semblerait que la priorité des auteurs est effectivement de démontrer l'usage du vecteur pour modéliser des situations de la physique en plus de bonifier le traitement mathématique de celles-ci.

Un autre élément important à analyser est le guidage offert. Pour ce manuel, il ne semble pas que les auteurs aient rédigé les énoncés en pensant aux possibles manières d'accompagner l'élève dans la résolution le laissant libre dans sa réflexion autour de la notion de vecteur comme objet mathématique essentiel pour modéliser différentes situations issues de la physique. Cela peut d'abord s'expliquer par le peu d'illustrations présentes accompagnant les énoncés et la prépondérance des problèmes de modélisation. Le tableau 59 démontre que 93,1% des énoncés ne présentent aucune forme de guidage. Il y en a donc seulement neuf énoncés qui encadrent l'élève, soit par un enchainement de sous-questions, soit que l'on impose une procédure de résolution l'aidant ainsi à structurer sa démarche ou soit en lui suggérant un outil de mesure par exemple la règle.

Tableau 59: Répartition du type de guidage

Type de guidage	Effectif	Pourcentage (%)
Par les explications	0	0,0
Par l'enchainement de sous-questions	3	2,3
Par la procédure	6	4,6
Aucun guidage	122	93,1
Total	**131**	**100**

4.5.3.5. Analyse des opérations abordées

Parmi les 131 énoncés mobilisant la notion de vecteur, 52 (39,7%) exigent une opération avec les vecteurs soit une addition (29,8%), une multiplication par un scalaire (7,6%) ou un produit scalaire (9,9%) comme le démontre le tableau 60. Il n'y a aucun énoncé qui est traité par une soustraction de vecteurs. De plus, la multiplication d'un vecteur par un scalaire ne se fait qu'avec un scalaire positif ($k>0$). Les autres valeurs spécifiques comme $k<0$ ou $0<k<1$ ne sont pas touchés. Il reste donc 79 énoncés (60,3%) qui se traitent sans opérations.

Tableau 60: Répartition des énoncés selon l'opération abordée

Opération abordée	Effectif	Pourcentage (%)
Addition	39	29,8
Soustraction	0	0,0
Multiplication d'un vecteur par un scalaire k	$k>0$: 1	7,6
Produit scalaire	13	9,9
Aucune opération abordée	79	60,3
Total	**131***	**100**

* Il y a des énoncés qui sont traités par deux opérations notamment l'addition et le produit scalaire

On mobilise l'addition de vecteurs principalement dans les contextes où il y a plus d'une force en jeu, par exemple, lorsque l'on pousse un objet qui subit aussi une force normale, du frottement et la force gravitationnelle. Si l'on veut trouver la résultante, il faut faire la somme de ces forces, parfois opposées. Il est donc essentiel de vérifier si la notion de vecteur opposé est amenée préalablement. C'est d'ailleurs le cas, car un seul énoncé aborde la notion de vecteur opposé dans le contexte de souque à la corde: l'enchainement des deux sous-questions dirige vers la conclusion que lorsque l'on a deux forces opposées de même grandeur, on a l'équilibre. Cet énoncé a été placé *a priori*, permettant ainsi à la notion de vecteur opposé de devenir un préalable nécessaire pour la suite.

Il faut ensuite passer aux énoncés sur l'étude des forces appliquées sur un objet en équilibre pour mobiliser l'addition de vecteurs. Il ne semble pas avoir de tendance en ce qui concerne les différentes opérations et le type de vecteur en jeu. Cela va dépendre si l'objet est en mouvement ou non. Contrairement au manuel de physique précédent, on ne mise pas seulement sur l'application de procédures permettant d'opérer sur les vecteurs, on souhaite donner une signification à ces opérations et à leurs usages par le biais de situations réelles.

De plus, pour ce qui a trait aux propriétés des opérations, aucun énoncé ne les aborde ou n'est un préalable nécessaire. On laisse probablement encore ici cette partie aux mathématiques.

4.5.3.6. Analyse de l'utilisation des relations possibles entre les vecteurs

Il vient d'être discuté qu'un énoncé abordant la notion de vecteur opposé a été proposé. Quoiqu'il soit unique, il a tout de même été placé de manière stratégique dans l'enchainement des énoncés de problèmes. Aucun énoncé n'aborde la notion de vecteurs orthogonaux, mais elle n'a pas été répertoriée comme un préalable nécessaire. Par contre, aucun énoncé n'aborde la relation d'équipollence qui, quant à elle, développe la conception du vecteur libre. On peut supposer que l'équipollence de représentants est tout de même en jeu lors de l'étude des vitesses ou encore des forces en jeu d'un objet qui se déplace dans le temps. Pour résoudre ces situations, sans que ce soit explicité dans les manuels, il faut tout de même admettre qu'il est possible de considérer certains invariants (exemple : influence de la force gravitationnelle sur un objet à différents instants donnés).

4.5.3.7. Conclusion de l'analyse du développement de la notion de vecteur

Pour les autres énoncés de problèmes proposés à l'intérieur des sections suivantes du manuel, ce qui est intéressant est que les auteurs ont eu le souci de proposer différentes situations en contextes réalistes à la fois authentiques et nécessaires à la compréhension. L'analyse du type de travail exigé a permis de faire ressortir un souci chez les auteurs de considérer le vecteur en tant qu'outil essentiel au traitement de certaines situations issues de la physique en plus de peaufiner leur traitement mathématique. De plus, très peu d'illustrations des vecteurs en jeu accompagnent ces énoncés laissant ainsi une plus grande marge de manœuvre à l'élève à la modélisation des énoncés. Par contre, lorsque l'on propose une illustration des vecteurs en jeu, ceux-ci sont liés à l'origine du plan cartésien en utilisant la notation du vecteur libre, renforçant tout de même le sens du vecteur lié. Aucune illustration des composantes d'un vecteur n'est proposée. On mise plutôt sur le travail numérique à l'aide de rapports trigonométriques afin de les calculer. D'ailleurs, la notation qui semble être mobilisée pour la grande majorité des énoncés est celle du vecteur libre. On ne semble donc pas faire de distinction entre les différentes notations puisqu'il n'y a aucun travail sur le vecteur dont on connait l'origine et l'extrémité c'est-à-dire à l'aide de la notation du vecteur lié.

Finalement, on sent une volonté de proposer des contextes dans un cadre physique dont le vecteur lié est en jeu pour ensuite passer à des situations où le vecteur glissant est mobilisé. Par contre, à noter qu'à aucun endroit, on ne discute du point d'application du vecteur en jeu. De plus, on remarque un passage rapide au cadre analytique/algébrique par le biais de situations de mouvement de projectiles avec usage de la notation à l'aide des composantes du vecteur. On dénombre tout de même quelques énoncés permettant de faire le passage du vecteur lié au vecteur dit algébrique. On rappelle toutefois qu'aucune question ne met l'emphase sur le sens du vecteur libre qui peut être développé avec l'usage de la notation à l'aide des composantes d'un vecteur. Par ailleurs, tout comme le manuel précédent, aucun énoncé n'est prévu pour développer le sens du mouvement de translation au sens de Ba (2007). Cet aspect est surprenant considérant qu'il s'agit bien d'un manuel de physique.

4.6. CONCLUSION

Ce chapitre a donc permis de faire une analyse de chacun des manuels de façon indépendante, et ce, par rapport à chacune des 21 catégories de la grille d'analyse présentée au chapitre 3. Les éléments seyants retenus qui feront place à la discussion au chapitre suivant sont le type de contexte, le type de vecteur en jeu et le type de travail exigé pour ainsi mettre en lumière les cadres exploités et les approches préconisées pour chaque discipline. Ceci permettra ensuite de faire ressortir les aspects similaires et divergents entre les manuels afin d'élaborer quelques recommandations dans la planification de l'enseignement de la notion de vecteur.

CHAPITRE 5
LA DISCUSSION

5.1. INTRODUCTION

Afin de répondre aux objectifs de recherche, des questions de recherche ont permis de guider cette discussion qui s'amorcera par la comparaison des environnements didactiques pour chaque discipline suivie d'une discussion afin de réfléchir sur une pratique interdisciplinaire.

5.2. L'ENVIRONNEMENT DIDACTIQUE DU CÔTÉ DE LA MATHÉMATIQUE

Après une analyse détaillée de chacune des catégories de la grille, il est possible de se rendre compte que les deux manuels de mathématique ont quelques points en commun relativement à l'introduction de la notion de vecteur et aussi, quelques différends.

Premièrement, les auteurs des deux manuels ont choisi de proposer des activités d'introduction à l'intérieur d'un cadre généralement physique où des contextes de déplacement prennent une place considérable. On retrouve, à l'occasion, des énoncés formulés dans un cadre géométrique. Dans l'ensemble, on constate un souci des auteurs de proposer des situations dont la notion de vecteur se révèle être un bon outil à leur modélisation. Si l'on s'intéresse plus particulièrement au processus de résolution dans lequel doit s'engager l'élève, on remarque que les deux manuels lui laissent malheureusement peu d'espace pour explorer et modéliser de façon autonome. Il est alors impossible d’évaluer si l’élève reconnaît bien que les vecteurs sont des ressources pour interpréter une situation et répondre à une problématique associée à celle-ci.

L’enjeu senti est bien d’apprendre la notion de vecteur et ses usages. Les auteurs ont choisi d’encadrer ce processus de résolution par un enchainement de sous-questions qui pointent toutes vers la notation ou la représentation du vecteur, ou encore, des opérations qu’il est possible d’appliquer sur des vecteurs. L’élève devra tantôt reconnaitre des propriétés qui lui auront été énoncées pour ainsi en déduire une autre, ou encore mobiliser un processus annoncé dans l’activité qui aura été préalablement introduit à l’aide d’explications présentes dans les énoncés.

Le manuel *Visions mathématique* est le seul à proposer des « problèmes déclencheurs » dans un cadre physique de déplacement amenant un travail de modélisation sans toute forme de guidage. Ces problèmes deviennent intéressants lorsque l’on veut démontrer l’utilité du vecteur à leur résolution. Par contre, compte tenu que le contexte réaliste proposé par les trois problèmes est centré exclusivement sur le déplacement, ils ne permettent pas de développer le sens du vecteur libre. En supposant que l’élève complète les activités d’introduction dont le cadre est géométrique à la suite, on peut alors suivre la recommandation sur le développement du sens du vecteur libre.

Si l’on étudie plus spécifiquement les cadres en jeu dans les énoncés associés aux activités d’introduction, on constate que dans les deux manuels le cadre analytique/algébrique est rapidement exploité ici et là dans les sous-questions d’une activité. La nature des questions permet de remettre en doute le développement du vecteur dit libre. On limite donc généralement le travail à partir du vecteur lié sauf pour les activités dont le cadre est géométrique. Pour celles-ci, le sens du vecteur libre est promu. On relève toutefois que certaines illustrations qui les accompagnent et la notation utilisée renforcent également l’idée du vecteur lié. Les manuels recourent alors au plan cartésien où l’origine et l’extrémité du représentant de vecteur fourni sont définies par des couples de points qui sont donnés ou que l’élève peut facilement déduire du plan cartésien.

Pour les deux manuels de mathématique, les savoirs dits essentiels sont présentés dans un cadre géométrique. Il est intéressant de constater que l'on propose une méthode géométrique *a priori* pour la définition du vecteur et pour les différentes opérations, et ce, à partir du vecteur libre. Par contre, encore ici, les illustrations et la notation utilisée tendent vers l'idée de vecteur lié par l'utilisation du plan cartésien, associant ainsi les extrémités du vecteur à des points du plan. Les auteurs des deux collections traitent de l'équivalence de vecteurs sans recourir à l'expression de «représentants d'un même vecteur». De plus, ces énoncés sont formulés dans un contexte mathématique. L'importance de voir le vecteur comme une classe d'équivalence de représentants de ce même vecteur, qui serait alors l'occasion de renforcer l'idée du vecteur libre, ne s'exprime donc malheureusement pas aussi clairement qu'on le souhaiterait.

Dans le cadre du second chapitre, l'idée d'étudier le vecteur dans des situations de mouvement de translation a été discutée. Ba (2007) avait promu l'idée d'amener, dans les manuels de mathématique, des contextes où la translation peut effectivement permettre de modéliser le déplacement d'un objet à différents instants donnés, et ce, malgré une trajectoire de l'objet qui puisse ressembler à celle d'un cercle, par exemple. Dans le cas des énoncés des activités ou problèmes visant l'introduction de la notion ainsi que dans la section des savoirs dits essentiels, pour les deux manuels, l'étude de situations de mouvement de translation a été écartée.

Si l'on tourne maintenant l'attention vers l'ensemble des énoncés de problèmes servant au développement de la notion de vecteur on remarque que pour les deux collections, ces énoncés sont majoritairement proposés dans un cadre géométrique pour le manuel *Visions mathématique* et exclusivement géométrique pour le manuel *Point de vue mathématique*. En effet, le type de vecteur régulièrement en jeu diffère selon le manuel : pour *Visions mathématique,* il s'agit du vecteur géométrique libre suivi du vecteur algébrique et inversement, pour le manuel *Point de vue mathématique.* Donc, très peu d'énoncés mobilisent le vecteur géométrique lié ou même le vecteur physique glissant pour les deux manuels. De cette façon, on sent, pour les deux manuels, une certaine réflexion autour de l'idée du vecteur libre, et ce, bien que les illustrations proposées des vecteurs ainsi que les notations ne collent pas toujours au type de vecteurs en jeu. Encore ici, comme discuté précédemment, on sème la confusion par les illustrations et les notations utilisées qui tendent plutôt vers le vecteur lié. De plus, lorsque vient le temps de réfléchir autour de différents contextes issus de la physique pour développer la notion de vecteur, étonnamment, cet aspect manque à l'appel. Pour les quelques contextes proposés, les auteurs ont aussi choisi de guider les élèves de façon semblable aux activités d'introduction c'est-à-dire, par l'entremise de sous-questions ou d'explications permettant l'appropriation rapide du contexte et des savoirs en jeu sans laisser de place à une réflexion faite par l'élève. Par cette pratique, les auteurs de ce manuel reconnaissent que l'appropriation d'un contexte issu de la physique n'est pas simple pour l'élève. Par contre, ce fait diminue l'engagement de l'élève dans sa réflexion et ne permet pas de donner autant de sens aux situations proposées si l'élève ne réinvestit pas de lui-même dans des problèmes contextualisés amenant un travail de modélisation.

Un dernier élément à prendre en considération pour les manuels de mathématique est au niveau des opérations sur les vecteurs. Il a été démontré que l'addition de vecteurs est une dimension essentielle dans le traitement de certains contextes, par exemple, pour calculer la force résultante appliquée à un objet. On remarque que les manuels de mathématique ne font qu'aborder sommairement l'addition tandis que, du côté de la physique, rappelons qu'il s'agit d'une opération fortement sollicitée dans l'étude des différentes forces appliquées sur un objet. De plus, on remarque que l'introduction du vecteur dit «opposé» est écartée tout comme la notion d'équipollence discutée précédemment.

Finalement, l'approche qui semble être préconisée pour les deux manuels de mathématique est d'augmenter l'efficience de l'élève à exécuter des calculs sur les vecteurs. En effet, le vecteur libre est exploité dans un cadre analytique/algébrique et les questions qui accompagnent les énoncés laissent parfois entendre un traitement purement « procédural », réduisant du même souffle, le sens du vecteur libre. Les deux manuels montrent bien, par le nombre élevé d'énoncés de problèmes proposés, qu'ils sont sensibles au fait que les élèves doivent pouvoir mobiliser les différentes procédures apprises de façon autonome. De plus, on sent une tentative de proposer des situations issues de la physique, mais par le fort guidage proposé pour la résolution, on réduit ainsi le travail de modélisation. Il ne s'avère donc pas que les auteurs des deux collections ont réussi à démontrer l'utilité de la notion de vecteur pour résoudre des problèmes issus de la physique. Ces constats vont dans le même sens que discutent Ba et Dorier (2010) : « Les tâches dévolues à l'élève sont en fait dépouillées de la problématique physique attachée aux situations » (p.8). Toute la phase de modélisation parait ainsi limpide et on accorde de l'importance au traitement mathématique de la situation. Ces problèmes semblent donc être un prétexte pour faire faire des mathématiques. De cette façon, la prise en charge des mathématiques de questionner la physique est plutôt problématique.

5.3. L'ENVIRONNEMENT DIDACTIQUE DU CÔTÉ DE LA PHYSIQUE

Les deux manuels de physique ont également quelques points en communs dans leur introduction à la notion de vecteur. D'abord, contrairement aux manuels de mathématique, ce n'est pas la notion de vecteur qui est l'enjeu premier des apprentissages, mais bien ses différents usages pour modéliser différentes situations issues de la physique. Premièrement, rappelons qu'il n'y a aucun problème déclencheur ou d'activité d'introduction comme entrée de jeu. En fait, les auteurs du manuel *Optionscience* proposent, à l'intérieur d'un cadre physique, des capsules-théoriques visant à définir le vecteur, à rappeler ses notations, les manières de les représenter ainsi que les procédures permettant d'opérer sur les vecteurs. Il est intéressant de voir que l'on propose une définition du vecteur qui tend vers le sens du vecteur libre et on l'accompagne d'une illustration permettant de démontrer ses caractéristiques (la norme, le sens et la direction). Par contre, les différentes notations utilisées (rappelons, par exemple, la valeur numérique de la norme du vecteur en jeu 100 km/h ou $\vec{A}$) ne sont pas accompagnées d'explications, pouvant ainsi semer la confusion. On remarque donc que le type de vecteur en jeu ne colle pas toujours à la notation utilisée. On traite aussi le vecteur dans un cadre analytique/algébrique en notant les vecteurs à l'aide de ses composantes, mais le contexte qui l'accompagne ne permet pas de mettre en lumière l'utilité qui lui revient. Finalement, les auteurs se sont penchés exclusivement sur le contexte réaliste de déplacement pour présenter ces différentes dimensions de la notion de vecteur telles que la définition et les opérations. Quoique dans les différents domaines d'étude de la physique, le vecteur lié prend une énorme place, notamment dans l'étude des forces appliquées sur un objet, il se peut que l'objet soit en mouvement et on traitera plutôt la situation par un vecteur glissant. Comme discuté au chapitre précédent, l'importance de voir le vecteur comme une classe d'équivalence de différents représentants d'un même vecteur n'est que partiellement abordée et le contexte ainsi que les explications fournies tendent à considérer chaque représentant comme un vecteur en soit.

Parmi les énoncés de problèmes prévus pour l'introduction de la notion de vecteur, et ce, pour les deux manuels de physique, on sent un travail de représentation du vecteur à l'aide d'une géométrie instrumentée, ici exclusive du côté de la physique, dans un cadre géométrique pour le traiter ensuite dans un cadre analytique/algébrique. Les différents énoncés de problèmes ainsi que leurs illustrations tendent à renforcer l'idée de vecteur lié, car on ne dénombre qu'un seul contexte : celui du déplacement. L'élève n'a donc pas une vue d'ensemble de l'utilité de la notion de vecteur dans la modélisation de phénomène physique si on s'en tient qu'au contexte de déplacement. Pourtant, ce qui est exclusif à cette discipline est que l'élève verra, tout au long de l'année, différents contextes réalistes à modéliser à l'aide de la notion de vecteur. On arrive donc au constat que, comme les explications ou les énoncés de problèmes abordant la définition et les opérations sur les vecteurs sont incomplets, peut-être se fit-on à la mathématique pour amener tout ce côté technique ? Il semble que l'ensemble de l'introduction de la notion de vecteur est un simple prétexte pour faire faire un peu de mathématique aux élèves. Elle ne démontre pas toute l'importance de la notion de vecteur comme objet mathématique essentiel à la résolution d'une panoplie de problèmes relevant de la physique. Il y a là, une belle porte à la mathématique dans le cadre du cours de physique.

Pour la partie sur le développement de la notion de vecteur, ce qui est intéressant est que cette discipline apporte de nombreux énoncés de problèmes amenant un travail de modélisation, et ce, par le biais de différents contextes réalistes et authentiques en minorant le guidage dans la résolution. On remarque que le manuel *Quantum* offre aussi des énoncés de problèmes dans un cadre géométrique permettant d'approfondir la partie du traitement mathématique sur les vecteurs ce qui n'est pas le cas pour le manuel *Optionscience*. De plus, pour le manuel *Quantum*, on sent que le passage du vecteur lié au vecteur libre est fait par le biais d'énoncés de problèmes, mais on passe rapidement au cadre analytique/algébrique. Pour les deux manuels, les quelques illustrations des vecteurs en jeu qui accompagnent ces énoncés ramènent le vecteur au vecteur lié dans le plan, bien qu'un vecteur glissant soit régulièrement[58] en jeu. De plus, les deux manuels utilisent généralement la notation du vecteur libre telle que $\vec{F}$. De cette façon, l'approche que préconisent ces manuels est centrée sur le développement de la compétence à résoudre des problèmes. Plus nombreux dans le manuel *Quantum* (131 énoncés pour 82 énoncés dans le manuel *Optionscience*), ces énoncés permettent de mettre en lumière la fonction d'outil mathématique de la notion de vecteur aux problèmes de physique. Par contre, il faudra se tourner vers la mathématique pour approfondir et peaufiner les techniques et méthodes reliés au traitement mathématique de la situation dans le cadre de l'introduction de la notion de vecteur notamment pour le manuel *Optionscience*.

[58] Rappelons le type de vecteur le plus régulièrement en jeu pour les deux manuels de physique est le vecteur glissant avec 33,4% des énoncés pour *Quantum* et 57,3% des énoncés pour *Optionscience.*

5.4. L'INTRODUCTION ET LE DÉVELOPPEMENT DE LA NOTION DE VECTEUR POUR CHAQUE DISCIPLINE : EST-CE POSSIBLE ?

Il vient d'être démontré que les manuels d'une même discipline, malgré leurs différences, ont tout de même certains éléments en commun. Par contre, lorsque l'on tente de les comparer de façon interdisciplinaire, on remarque des environnements didactiques différents. La suite de ce chapitre sera l'occasion de discuter des conditions d'apprentissage de la notion de vecteur en ne considérant qu'une seule discipline.

On constate que les deux disciplines offrent des approches généralement distinctes dans l'introduction à la notion de vecteur notamment au niveau des cadres exploités, des contextes retenus ainsi que les types de vecteurs en jeu. En effet, bien que les énoncés proposés en mathématique soient parfois formulés dans un cadre physique, force est de constater que le cadre géométrique prédomine dans le développement de la notion de vecteur. Encore que l'on sente un souci de la part des auteurs des deux collections de développer le sens du vecteur libre, on mise sur le traitement mathématique des situations pour ainsi augmenter l'efficience de l'élève à exécuter différents calculs autour du vecteur contrairement du côté de la physique qui, pour sa part, mise plutôt sur la modélisation autonome de différentes situations. De plus, contrairement aux manuels de physique, les manuels de mathématique proposent différentes méthodes de guidage puisque la résolution des problèmes proposés amène son lot de difficultés dans le cadre d'un cours de mathématique. Les auteurs ont donc tenté de prendre en charge la dévolution des énoncés de problèmes en contexte réaliste issus de la physique. Force est de conclure que l'apprentissage de la notion de vecteur par le biais unique de manuels de mathématique ne conduira pas l'élève à voir le vecteur comme outil essentiel à la modélisation de problèmes d'ordre de la physique. Si l'on se limite à l'appropriation possible des situations où les vecteurs pourront potentiellement être investis, on constate que le recours au vecteur est explicitement identifié dans les énoncés. Inversement, l'apprentissage de la modélisation de situations par le biais unique de manuels de physique apporte son lot de lacunes si l'on s'intéresse plus spécifiquement au traitement mathématique, par exemple, les représentations et les notations proposées qui ne concordent pas toujours avec le type de vecteur a mobilisé. Le manuel scolaire occupe une place de choix dans la planification de l'enseignement. Un regard interdisciplinaire sur ce qui façonne la signification d'une notion entre deux disciplines est nécessaire dans une perspective où un enseignement s'inscrivant dans une approche interdisciplinaire est préconisé.

5.4.1 L'ENTRÉE DE JEU À LA PRATIQUE INTERDISCIPLINAIRE

Le premier chapitre avait rapporté une pratique interdisciplinaire au niveau de la mathématique et des sciences comme un levier intéressant afin de mieux outiller les élèves dans une approche par résolution de problèmes. À partir de contextes réalistes, on voit la résolution de problème en tant qu'expression d'un processus de modélisation. Encore faut-il que les enseignants des deux disciplines soient pleinement conscients de l'importance de l'appropriation d'une situation et de sa modélisation par le recours à la notion de vecteur où l'élève pourra tantôt recourir à une représentation dans le plan alors qu'à d'autres, il pourra vouloir opérer sur les composantes des vecteurs par exemple. Ceci renforce le constat de Ba et Dorier (2010) qui relèvent :

> Beaucoup d'enseignants de physique considèrent que le vecteur est un concept mathématique et que les difficultés des élèves avec les forces viennent avant tout de leur carence en mathématiques. Les enseignants de mathématiques eux font le plus souvent allusion au rapport des vecteurs avec les forces, mais ne s'appuient pas sur des situations issues de la physique pour aborder des questions relatives aux vecteurs ou s'ils le font c'est, comme nous l'avons vu dans l'analyse des manuels, dans une sorte de parodie de modélisation (p.14)

Rappelons que chacune des phases de la modélisation est déterminante dans l'ancrage d'une nouvelle notion principalement celle de l'appropriation du phénomène pour permettre d'identifier les concepts et processus en jeu et ainsi pouvoir dégager le modèle qui permettra au mieux d'expliquer la situation proposée. Cet aspect ne semble pas être pris en compte dans les manuels de mathématique, car, soient les auteurs ont tout simplement omis de proposer des contextes réalistes comme ceux du manuel *Point de vue mathématique,* soient ils prennent en charge la partie de l'appropriation du phénomène par le guidage comme le manuel *Visions mathématique*.

Un élément intéressant du côté de la physique est que l'on propose des énoncés qui permettent cette appropriation de phénomène. Ce type de travail exigé, absent du côté de la mathématique, amène pourtant l'élève à mieux comprendre le phénomène à l'étude et à faire ressortir l'outil essentiel pour résoudre les problèmes soit la notion de vecteur. L'ajout de ce type de travail dans les activités d'introduction en mathématique pourrait être un premier point d'amélioration afin de permettre un travail interdisciplinaire.

De plus, comme les contextes reliés à la physique manquent à l'appel du côté de la mathématique, dans une perspective interdisciplinaire, les enseignants de mathématique trouveront tout de même leur compte dans les manuels de physique pour offrir des situations plus riches en matière de modélisation en plus de dénicher des contextes où un vecteur de type lié est en jeu et ainsi faire ce pont suggéré vers le vecteur libre. De plus, le manuel *Quantum* offre une grande quantité d'énoncés de problèmes amenant un travail de modélisation, et ce, excluant toute forme de guidage. Dans un monde plus idéal en matière de développement de la notion de vecteur, il serait plus convenable de travailler à partir de ce manuel dans une classe de physique dont l'enseignant de mathématique s'y joint pour y amener son expertise au moment de la modélisation mathématique. Le côté technique du calcul relié à la notion de vecteur peut ainsi être approfondi. Par cette pratique, on va dans le même sens que les propos de Ba (2007) qui sont que l'élaboration d'une séquence d'enseignement[59], où l'enseignant de mathématique et de physique interviennent de façon coordonnée, permettraient de pallier à certaines difficultés des élèves. En effet, chaque enseignant affiche ses attributs dans la prise en charge d'une partie du cours.

[59] Sans toutefois l'avoir testé.

En terminant, cette présente recherche a tout de même permis de relever des points intéressants de chaque côté des disciplines : les manuels de mathématique apportent à la physique tout l'approfondissement des différentes dimensions de la notion de vecteur élaborées au second chapitre, et les manuels de physique, pour leur part, offrent des contextes réalistes intéressants dont la phase de modélisation n'est pas prise en charge par les auteurs, mais tout le côté de l'approfondissement dans le traitement mathématique de la notion de vecteur est mis à l'écart. Pour ces raisons, si l'on s'en tient qu'à l'une ou l'autre des disciplines pour introduire la notion de vecteur, l'élève restera victime d'un réinvestissement inadéquat des connaissances acquises d'un côté comme de l'autre. D'ailleurs, Ba et Dorier (2010) sont arrivés au même constat :

> Les collaborations entre enseignants des deux disciplines existent, voire sont fréquentes, mais se cantonnent essentiellement à parler des élèves, à faire des ajustements curriculaires, mais très rarement à parler de contenu. Si les enseignants ont conscience qu'il y a un dysfonctionnement entre l'enseignement des deux disciplines, ils croient que sa source est essentiellement liée à des carences des élèves, ou des causes institutionnelles locales (mauvais ajustements curriculaires). Ils n'ont pas conscience à quel point leur propre représentation de leur discipline et de ses liens avec l'autre peut être une barrière encore plus forte (p.13)

Cette référence permet d'ouvrir une porte à une réflexion plus expansive sur la planification de l'enseignement comme source de difficulté des élèves. Comme il vient d'être démontré que les manuels offrent des environnements bien distincts, il revient aux enseignants de sortir du confort qu'apporte l'usage du manuel scolaire et de travailler en équipe afin d'exploiter, à chacun, son expertise. Cela amènerait par contre, quelques aménagements d'horaire afin de planifier des rencontres de discussion possibles. La présente recherche, bien que n'ayant pas pour mandat premier d'amener une réflexion sur la pratique de concertation des enseignants de différentes disciplines traitant d'un même objet d'apprentissage, elle ne peut toutefois s'en écarter compte tenu des résultats recueillis. Aucun enseignant ne peut être en désaccord avec la proposition ministérielle suggérant une approche interdisciplinaire dans les programmes. Toutefois, il faut bien l'admettre, dans le cas de la notion de vecteur, il ne suffit pas de prendre conscience que deux disciplines traitent d'un même objet, ici le vecteur. Il faut surtout se montrer ouvert sur les manières de l'approcher et prendre conscience des facettes de celui-ci qui pourront tantôt être traitées dans un manuel de la discipline de la collaboration.

LA CONCLUSION GÉNÉRALE

Cette présente recherche a été portée par la volonté de mieux comprendre pourquoi il était si problématique de mettre en place une approche interdisciplinaire dans le domaine de la mathématique et des sciences quand pourtant, elle a été relevée comme un objet essentiel dans la réflexion sur l'utilité sociale des savoirs scolaires. Bien que le MELS y soit allé de l'avant en fusionnant les deux programmes de mathématique et de science, quelques recherches (Judson et Sawada, 2000 ; Patonnier, 2004, Gauthier, 2011 ; Ba, 2007) démontrent qu'une approche interdisciplinaire transporte tout de même son lot de lacunes. Ce constat peut d'abord s'expliquer par le biais de la présence prédominante du manuel scolaire dans les classes et que l'utilisation de celui-ci doit s'accompagner d'une certaine vigilance (Langlois, 2015).

Différentes recherches (Lebrun *et al.*, 2002; Lenoir, 2002; Tremblay et Saboya, 2015) démontrent que le manuel scolaire prend une très grande place dans les classes. Dans une perspective interdisciplinaire, il allait de soi de vérifier si les enseignants de mathématique et de physique avaient les conditions gagnantes, du moins au niveau de leur matériel scolaire. Cette recherche s'est donc arrêtée sur une notion commune aux deux disciplines, celle de la notion de vecteur. Pour mieux comprendre et expliquer les conditions de travail dans lesquelles les élèves sont placés en regard aux manuels scolaires, rappelons les deux objectifs qui ont été fixés : (1) Décrire l'introduction de la notion de vecteur et des opérations appliquées sur les vecteurs dans des manuels de mathématique et de physique de 5^{e} secondaire (2) Comparer l'introduction de la notion de vecteur et des opérations appliquées sur les vecteurs dans les manuels de mathématique et de physique de 5^{e} secondaire.

Le cadre conceptuel de cette recherche s’est développé sous deux dimensions. La première dimension dite à saveur purement mathématique, basée sur les travaux, par exemple, de Noirot *et al*., 2004, Leys *et al*., 2013, Pressiat, 1999 et même Lagacé 2015 ainsi qu’un côté plus didactique basée sur les travaux de Côté (2002), Tanguay (2002), Ba (2007) et Lê Thi (1997), pour ainsi mieux rendre compte des recommandations relatives à l’enseignement de la notion de vecteur. La seconde, dite curriculaire, est basée sur les attentes ministérielles. Ce chapitre a donc été porté par des éléments primordiaux à prendre en compte lorsque l’on introduit la notion de vecteur dans nos classes de 5e secondaire.

Cette recherche s’est inscrite d’une méthodologie qualitative par l’entremise de l’analyse de contenu. Un total de 21 catégories ont été analysées notamment au niveau du type de contexte, du type de vecteur en jeu et du type de travail exigé utilisés pour 313 énoncés. D’ailleurs, par le codage des énoncés de chacun des manuels, des résultats forts intéressants ont été relevés.

Quoiqu’ils soient approuvés par le MELS, les manuels scolaires ne sont pas pour autant conformes aux attentes particulières que le MELS énonce lui-même relativement à l’enseignement-apprentissage de la notion de vecteur. Et, on a vu qu’ils n’étaient pas toujours en adéquation avec les recommandations issues des travaux de recherche retenus dans le cadre de ce mémoire. En effet, rappelons que l’étude curriculaire a permis de faire ressortir l’importance donnée à la pratique interdisciplinaire, et ce, en mathématique et en sciences. Effectivement, pour la notion de vecteur, on suggère à la mathématique de questionner la physique pour l’introduire ce que les auteurs ont « tenté » de faire. Les résultats obtenus ont démontré le lien accessoire, voire même absent, entre la physique et les mathématiques. Et, à cela, il faut ajouter l’introduction de définitions du vecteur et de méthodes permettant d’opérer sur les vecteurs qui sont bien distinctes selon la discipline. Par contre, on arrive tout de même à recommander une approche interdisciplinaire afin de pallier à ces lacunes disciplinaires.

Cette recherche a tout de même quelques limites. Lorsque le moment est venu d’analyser les résultats, ces derniers ne prennent pas en compte ce que l’enseignant peut amener à la résolution des énoncés. Plus précisément, ils ont été codés et analysés dans le contexte qu'un élève est laissé de façon autonome avec son manuel, ce qui n'est pas une réalité, car l'enseignant y est pour beaucoup par ses différentes interventions et explications supplémentaires. De plus, comme le guide d'enseignement de chacun des manuels est très discret sur une planification possible d'enseignement, les résultats ont été analysés en fonction que l'élève tourne les pages du manuel les unes à la suite des autres, ce qui n'est pas nécessairement le cas.

Pour terminer, il serait intéressant, dans un prochain avenir, de reprendre les attentes ministérielles et les recommandations issues des travaux de la didactique des mathématiques afin de développer une structure d'enseignement de la notion de vecteur dans une perspective interdisciplinaire. La mathématique offre à la physique des outils nécessaires à la modélisation de ces différents contextes réalistes et les difficultés des élèves demeurent une réalité. Cette recherche a permis de justifier une part de celles-ci en plus de sensibiliser les enseignants sur leur usage du manuel scolaire dans le cadre de l'enseignement de la notion de vecteur.

LES RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

AMERICAN ASSOCIATION FOR THE ADVANCEMENT OF SCIENCE. 1989. « Projet 2061 ». Science for all Americans. Washington, Dc : Author.

AFFOGNON, G., OGOUNYANDJOU, C., et TOSSA, J. 2011. « Utilité des nombres dans l'introduction de la notion de vecteur en classe de 4e. Radisma, no. 7». En ligne < http://www.radisma.info/docannexe.php?id=1169> Consulté le 15 juin 2016.

AROQ, C. et NICLOT, D. 2006. Les évolutions récentes des manuels de géographie de l'enseignement secondaire français et les pratiques déclarées des enseignants. Québec, Québec : Presses de l'Université Laval.

BA, C. 2007. « Étude épistémologique et didactique de l'utilisation du vecteur en mathématique et en physique - lien entre mouvement de translation et translation mathématique ». Thèse de doctorat, Université Claude Bernard, Lyon 1. 267 pages.

BA, C. 2011. «Vecteurs au lycée : difficile articulation entre mathématiques et physique». *Cahiers de la recherche en éducation.* *14*(1), pp.71-83. En ligne < https://www.erudit.org/revue/ncre/2011/v14/n1/1008844ar.pdf > Consulté le 28 juin 2016.

BA, C., et DORIER, J-L. 2010. « Lien entre mathématiques et physique dans l'enseignement secondaire : un problème de profession ? L'exemple des vecteurs ». In A. Bronner, M. Larguier, M. Artaud, M. Bosch, Y. Chevallard, G. Cirade et C. Ladage (Eds.) *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action. (Apports de la théorie anthropologique du didactique)*. Montpellier : IUFM. pp. 289-306.

BA, C. BESSOT, A. et CARON, F. 2012. « Enseignement et apprentissage des mathématiques : interactions avec les autres disciplines scolaires et les pratiques professionnelles ». Compte-rendu du groupe de travail numéro 5. EMF. pp.663 667.

BARACHET, F., LE QUANG, G. et NOIRFALISE, R. 2015. « Ampères ». Une recherche INRP/ADIREM pour dynamiser l'enseignement des mathématiques au collège et au Lycée. APMEP, no. 485. En ligne < http://www.apmep.fr/IMG/pdf/BV485-08C.pdf> Consulté le 4 mai 2016.

BARDIN, L. 2005. « L'analyse de contenu », 11e édition. Paris: Presses Universitaires de France (1e édition 1977).

BITTAR, M. 1998. « Les vecteurs dans l'enseignement secondaire. Aspects outil et objet dans les manuels. Étude de difficultés d'élèves dans deux environnements : papier crayon et Cabri-géomètre II ». Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble 1. 498 pages.

BITTAR, M. 1999. «Les vecteurs issus de la seconde». *Petit x*, numéro 52. Université Federal de Mato Grosso do Sul, Brésil. pp. 49-68.

BOUMGHAR, S., GHEDJGHOUDJ, S. et KENDIL, D. 2012. «Transposition didactique et persistance des conceptions erronées en mécanique élémentaire : cas du concept de force». *Cahier de la recherche et du développement*, ENSK, Algérie. pp.37-46.

CLAESSENS, L. et RICHARD N. 2011. « Exercices et corrigés, Mathématique générale, Version β ». Consulté en ligne <http://www.dphu.org/uploads/attachements/books/books_1328_0.pdf>. Consulté le 8 juin 2016. 251 pages.

CÔTÉ, B. 2002. « Analyse épistémologique des concepts vectoriels élémentaires ». *Association des Mathématiques du Québec,* volume XLII, numéro 2, pp. 22-43.

COTNOIR, G. 2010. « Évolution de l'utilisation des contextes dans les chapitres introductifs à l'algèbre dans les manuels scolaires québécois de 1960 à nos jours ». Mémoire de maîtrise, Université de Sherbrooke. 152 pages.

COOPER, B. et HARRIES, T. 2002. «Children's responses to contrasting "realistic" mathematics problems: Just how realistic are children ready to be? ». *Educational Studies in Mathematics,* volume 49, numéro 1. pp. 1-23.

CROWE, M-J. 1967. «A history of vector analysis: the evolution of the idea of a vectorial system». Notre Dame: University Press. Rééd., New-York : Dover, 1985.

CROWE, M. 2002. « A history of Vecto Analysis. University of Louisville ». En ligne <http://worrydream.com/refs/Crowe-HistoryOfVectorAnalysis.pdf>. Consulté le 4 mai 2016. 17 pages.

DIAZ, F. 2005. « L'observation participante comme outil de compréhension du champ de la sécurité ». En ligne <http://champpenal.revues.org/document79.html> Consulté le 14 juin 2016.

DE VLEESCHOUWER M., et LEBAUD M.-P. 2015. «Nombres complexes» Actes EMF2015 – GT7. En ligne < http://www.i3m.univ-montp2.fr/seminaire/files/seminaire616/EMF2015GT7DEVLEESCHOUWER.pdf > Consulté le 3 juin 2016.

DORIER, J-L. 1997. « L'algèbre linéaire en question ». Collection Bibliothèque de Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.

DORIER, J-L. 2000. «Recherches en histoires et en didactique des mathématiques sur l'algèbre linéaire. Perspective théorique sur leurs interactions ». Cahier du laboratoire Leinbniz, numéro 12.

DOUADY, R. 1986. «Recherches Jeux de cadre et dialectique outil-objet», *Recherches en didactique des mathématiques*, numéro 7(2). pp. 5-31.

DOUADY, R. 1992. «Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement». *Repères*, numéro 6. pp. 132-158.

DUVAL, R. 2005. «Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs raisonnements ». *Annales de didactique et de sciences cognitives*, numéro 10. pp.5-53.

ERNST, J. et ELLIS, D. 2005. «The prairie science class: Pioneering a trail in interdisciplinary learning». *Science Scope*, volume 28, numéro 7. pp.16-19.

FAGNANT, A., DEMONTY, I., et LEJONG, M. 2003. « La résolution de problèmes : un processus complexe de 'modélisation mathématique' ». *Informations pédagogiques*, numéro 54. pp. 29-39.

FORMAN, S-L. et STEEN, L-A. 2000. «Beyond eighth grade: functional mathematics for life and work. In Maurice Burke» (Ed.). *Learning Mathematics for a New Century*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. pp. 127-157.

GABEL, D-L. et BUNCE, D-M. 1994. « Research on Problem Solving : Chemistry ». Toronto, MacWilliam Publishing Compagny. pp. 301-326.

GASSER, J-Y. 1996. « Mathématiques et Sciences physiques : translations et rotations ». *Repères*, IREM 25. pp.19-34.

GAUTHIER, D. 2011. « L'interdisciplinarité et l'enseignement des sciences-technologie au secondaire ». *Centre de recherche interuniversitaire sur la formation et la profession enseignante*, volume 19, numéro 1, pp. 29-32.

GIBBS, J. 1881. « Elements of vector analysis ».

GOHIER, C. 2009. « Le soi et les autres en enseignement. Vers une éthique de lien. ». *Repères pour l'éthique professionnelle des enseignants*. Québec : Presses de l'Université du Québec. pp. 7-29.

GRASSMANN, H. 1846. «Grundzüge zu einer rein geometrischen Theorie der Curven, mit Anwendung einer rein geometrischen Analyse». *Journal für die reine und angewandte Mathematik 31*. pp. 111-132.

GRIESSER, S-A. 2001. « A study of problem solving abilities of seventh grade students who receive anchored problem solving instruction»**.** Master of Arts, Johnson Bible College.

HAMILTON, W-R. 1899. « Elements of quaternions ». Volume 1. London: Longmans, Green and Co. 628 pages.

HASNI, A. *et al.* 2008. « Enseignement des sciences et technologies et interdisciplinarité : point de vue d'enseignants du secondaire québécois sur leurs pratiques ». Dans *Regards sur l'interdisciplinarité dans le contexte de l'enseignement des sciences, technologies et mathématiques au secondaire*, sous la direction de A. Hasni et J. Lebaume. pp. 1 à 25. Québec : Presses universitaires du Québec (INRP).

HAYFA, N. 2006. « L'enseignement de la notion de vecteur au Liban après la réforme de 1998. Analyse anthropologique et cognitive sur un échantillon de manuels d'élèves francophones ». Thèse de doctorat, Université Saint-Joseph, Beyrouth et Université de Claude Bernard, Lyon. 354 pages.

HERRINGTON, J., et OLIVIER, R. 2000. «An instructional design framework for authentic learning environments». *Educational Technology Research and Development*, volume 48, numéro 3. pp. 23-48.

HEYNEMAN, S-P. 2006. «The Role of Textbooks in a Modem System of Education, Textbooks and Quality Learning for All: Some Lessons Learned From International». *UNESCO/International Bureau of Education.* pp. 31-93.

JUDSON, E. et SAWADA, D. 2000. «Examining the Effects of a Reformed Junior High School Science Class on Students' Math Achievement». *School sciences and Mathematics*, Volume 100, numéro 8. pp. 419-425.

KWON, O-N. 2002. « Conceptualising the realistic mathematics education approach in the teaching and learning of ordinary differential equations». In Proceedings of the international conference on the teaching of mathematics. Crete: Grece. pp. 3-11.

LABORDE, C., CAPPONI, B. (1994). « Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique ». RDM, Volume 14, numéros 1 et 2. pp. 174-210.

LAGACÉ, F. 2015. « Réflexions épistémologiques entre mathématiques et sciences : possibles et impossibles de leurs relations ». Mémoire de maîtrise. Université du Québec à Montréal. 147 pages.

LAMBERT, J. 2006. High school marine science and scientific literacy : the promise of an integrated science course. *International Journal of Science Education*, Volume 28, numéro 6. pp. 633-654.

LANDRY, R. 1997. « L'analyse de contenu, In B. Gauthier (dir.), De la problématique à la collecte des données ». Québec : Presses de l'Université du Québec. pp. 329-356.

LANGLOIS, M-J., 2015. « Le développement du langage à travers les activités mathématiques déployées dans les manuels scolaires au primaire ». Mémoire de maîtrise, Université Laval. 180 pages.

LAROUSSE DU XXe SIÈCLE. 1930. *Dictionnaire universelle encyclopédique*, sous la direction de Claude Augé, 6 volumes. Éditions Larousse, Paris.

LEBRUN, J., *et al*. 2002. «Past and current trends in the analysis of textbooks in the Quebec context». *Curriculum inquiry*, volume 32, numéro 1. pp. 51-83.

LENOIR, Y. 2002. « L'utilisation du matériel interdisciplinaire par les enseignants du primaire : impact sur leurs pratiques ». Sherbrooke : Université de Sherbrooke, Faculté d'éducation, Centre de recherche sur l'intervention éducative (CRIE).

LENOIR, Y. et L. SAUVÉ. 1998. « L'interdisciplinarité et la formation à l'enseignement primaire et secondaire: quelle interdisciplinarité pour quelle formation? ». *Revue des sciences de l'éducation*, volume XXIV, numéro 1. pp. 3-29.

LENOIR, Y., LEBRUN, J. et DESJARDINS, J. 2004. « Le manuel scolaire réformé ou le danger de l'illusion du changement : analyse de l'évolution des critères d'évaluation des manuels scolaires de l'enseignement primaire entre 1979 et 2001 ». *Revue des sciences de l'éducation*, volume 30, numéro 3. pp. 509-533.

LE PETIT ROBERT, 2003, Paris : Dictionnaires Le Robert.

LÊ THI, H-C. 1997. Une étude institutionnelle sur l'enseignement des vecteurs au niveau secondaire au Viêt-Nam et en France ». *Petit x*, numéro 46. École Normale Supérieure de Vinh. pp. 19-52.

LEYS, J., GHYS, E. et ALVAREY, A. 2013. En ligne <http://www.dimensions-math.org/Dim_fr.htm>. Consulté le 18 mai 2016.

MATHERON, Y. 2015. « Redynamiser l'enseignement des mathématiques, L'exemple du produit scalaire». Document de formation du 21 janvier 2015. Institut française de l'éducation. En ligne <http://ife.ens-lyon.fr/formation-formateurs/catalogue-des-formations/formations-2014-2015/la-di-en-maths/y-matheron-prod-scalaire.pdf> Consulté le 4 mai 2016.

MELH, S. XX. « Vecteur, flèche ou pas flèche ». En ligne <http://serge.mehl.free.fr/anx/vecteur.html> . Consulté le 3 juin 2016.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU LOISIR ET DU SPORT. 1988a. *Guide pédagogique, Mathématiques, planification de situations d'apprentissage. Fascicule L*. Québec: Gouvernement du Québec.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU LOISIR ET DU SPORT. 2001b. *Évaluation des aspects pédagogiques du matériel didactique. Enseignement primaire*. Québec : Gouvernement du Québec.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION. 2002b. Les ensembles didactiques et les critères d'évaluation. Enseignement primaire. Québec : Gouvernement du Québec.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT. 2005. *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, 1e cycle*. Dans MELS en ligne < http://www1.mels.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/secondaire1/index.asp?page=math2> Consulté le 15 septembre 2013.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT. 2007. *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, 2e cycle*. Dans MELS en ligne <http://www1.mels.gouv.qc.ca/sections/programmeFormation/secondaire2/index.asp?page=math> Consulté le 6 février 2014.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT. 2010. *Progression des apprentissages en mathématique*. Dans MELS en ligne < http://www1.mels.gouv.qc.ca/progressionSecondaire/domaine_mathematique/mathematique/index.asp?page=geometrie_02> Consulté le 15 mars 2014.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION, DU LOISIR ET DU SPORT. 2011. *Progression des apprentissages en physique*. Dans MELS en ligne < http://www1.mels.gouv.qc.ca/progressionSecondaire/domaine_mathematique/physique/index.asp?page=dynamique> Consulté le 15 mars 2014.

NAJAR, R. 2006. «Analyse de la conception de vecteur émergente d'un manuel scolaire». *Petit x*, numéro 72. IREM de Grenoble, Université Joseph Fourier. pp.52-81.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHER OF MATHEMATICS. 1989. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. 1996. En ligne <https://www.nap.edu/catalog/49621/national-science-education-standards>. Consulté le 12 avril 2016.

NOIROT, Y., PARISOT, J-P., et BROUILLET, N. 2004. «Mathématiques pour la physique». France : Dunod. 240 pages.

NOUVEAU LAROUSSE ILLUSTRÉ. 1898. *Dictionnaire universelle encyclopédique*, 7 sous la direction de Claude Augé, 7 volumes. Éditions Larousse, Paris.

NATIONAL SCIENCE TEACHERS ASSOCIATION. 2012. NSTA recommends. <http://www.nsta.org/recommends/> Consulté le 28 mai 2016.

OCDE. 2006. « Compétences en sciences, lecture et mathématiques : Le cadre d'évaluation de PISA 2006 ». Paris : OCDE. En ligne <http://www.oecd.org/dataoecd/60/59/38378898.pdf> Consulté le 14 décembre 2015.

PATONNIER, S. 2004. « Vecteur, objet d'enseignement multiple ». Septième Biennale de L'Education et de la Formation. Lyon : INRP, 14-17 avril 2004.

PATY, M. 2007. « Calcul vectoriel ». *Dictionnaire du XIXe siècle européen*. Presses Universitaires de France, Paris. Consulté en ligne < https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00170831/document>. Consulté le 10 avril 2016.

PAYETTE, M. 2001. « Interdisciplinarité : clarification des concepts ». *Revue Interactions*, volume 5, numéro 1. pp. 19-36.

PRESSIAT, A. 1999. «Aspects épistémologiques et didactiques de la liaison points-vecteurs ». Thèse de doctorat, Université de Paris VII. 486 pages.

POISSON, Y. 1983. « L'approche qualitative et l'approche quantitative dans les recherches en éducation ». *Revue des sciences de l'éducation*, volume IX, numéro 3. pp. 369-378.

ROLET, C. 1996. « Dessin et figure en géométrie : analyse des conceptions de futurs enseignants dans le contexte Cabri-géomètre. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard, Lyon. 341 pages.

ROSS, J-A. et HAGAMBOAM-GRAY, A. 1998. Integrating mathematics, science, and technology: Effects on students. *International Journal of Science Education*, Volume 20, numéro 9. pp. 1119-1135.

SAMSON, G. 2007. « Enseigner les sciences en intégrant les mathématiques et ainsi favoriser le transfert des apprentissages ». Dans *Regards multiples sur l'enseignement des sciences*. Québec : Université de Sherbrooke (CREAS). pp. 411-426.

SAMSON, G., HASNI, A et DUCHARME-RIVARD, A. 2012. « Constats et défis à relever en matière d'intégration et d'interdisciplinarité : résultats partiels d'une recension d'écrits ». *Revue des sciences de l'éducation de McGill*, volume 47, numéro 2. pp. 193-212.

SKEMPS, R-R. 1976. «Relational understanding and instrumental understanding». *Mathematics Teaching*, numéro 77.

SUMRALL, W-J. et HALPIN, R-F. 2000. Integration and presentation. *Science Scope*. Volume 24, numéro 1. pp. 68-71.

TAILLET, R., FEBVRE, P. et VILLAIN, L. 2009. «Dictionnaire de physique. Physique générale». France, De Boeck Supérieur. 754 pages.

TANGUAY, D. 2002. « L'enseignement des vecteurs ». *Association des Mathématiques du Québec*, volume XLII, numéro 4. pp. 23-47.

TANGUAY, D. et GEERAERST, L. 2012. « D'une géométrie du perceptible à une géométrie déductive : à la recherche du paradigme manquant ». *Petit X*, numéro 8. pp. 5-24.

TREMBLAY, M. 2013. « Situations de vie et processus de mathématisation. Document de formation. Regard sur l'apprentissage et l'évaluation en mathématique ». Sous la direction de la Formation générale aux adultes, Ministère de l'Éducation, des Loisirs et des Sports. 15 pages.

TREMBLAY, M. 2016. «Réfléchir aux observables attendus en tenant compte des critères associés à l'évaluation des compétences : le cas de la modélisation à l'aide de vecteurs». Document de formation. Projet d'accompagnement en FGA dans l'implantation du nouveau programme de mathématique en FBD. An 2. Ministère de l'Éducation, Enseignement supérieur et Recherche. 11 pages.

TREMBLAY, M. et SABOYA, M. 2015. « Co-élaboration d'interventions entre enseignantes et chercheures visant le développement d'un choix éclairé de matériel auprès d'élèves en difficultés d'apprentissage au primaire dans la résolution de problèmes additifs ». Texte présenté dans le cadre des XIVe rencontres du Réseau international en éducation et en formation (REF 2015) : Université de Montréal. 18 pages.

VERSCHAFFEL, L., GREER, B. et DE CORTE, E. 2000. « Making sens of word problem ». *Éducational studies in mathematics*, volume 42, numéro 2. pp. 211-213.

VOYER, D. 2006. « L'influence de facteurs liés à l'élève ou à l'énoncé sur la compréhension en résolution de problèmes écrits d'arithmétique. Thèse de doctorat, Université Laval. 219 pages.

WANLIN, P. 2007. « L'analyse de contenu comme méthode d'analyse qualitative d'entretiens : une comparaison entre les traitements manuels et l'utilisation de logiciels ». Actes du Colloque *Bilan et prospectives de la recherche qualitative*, numéro 3. pp. 243-272.

Les manuels étudiés :

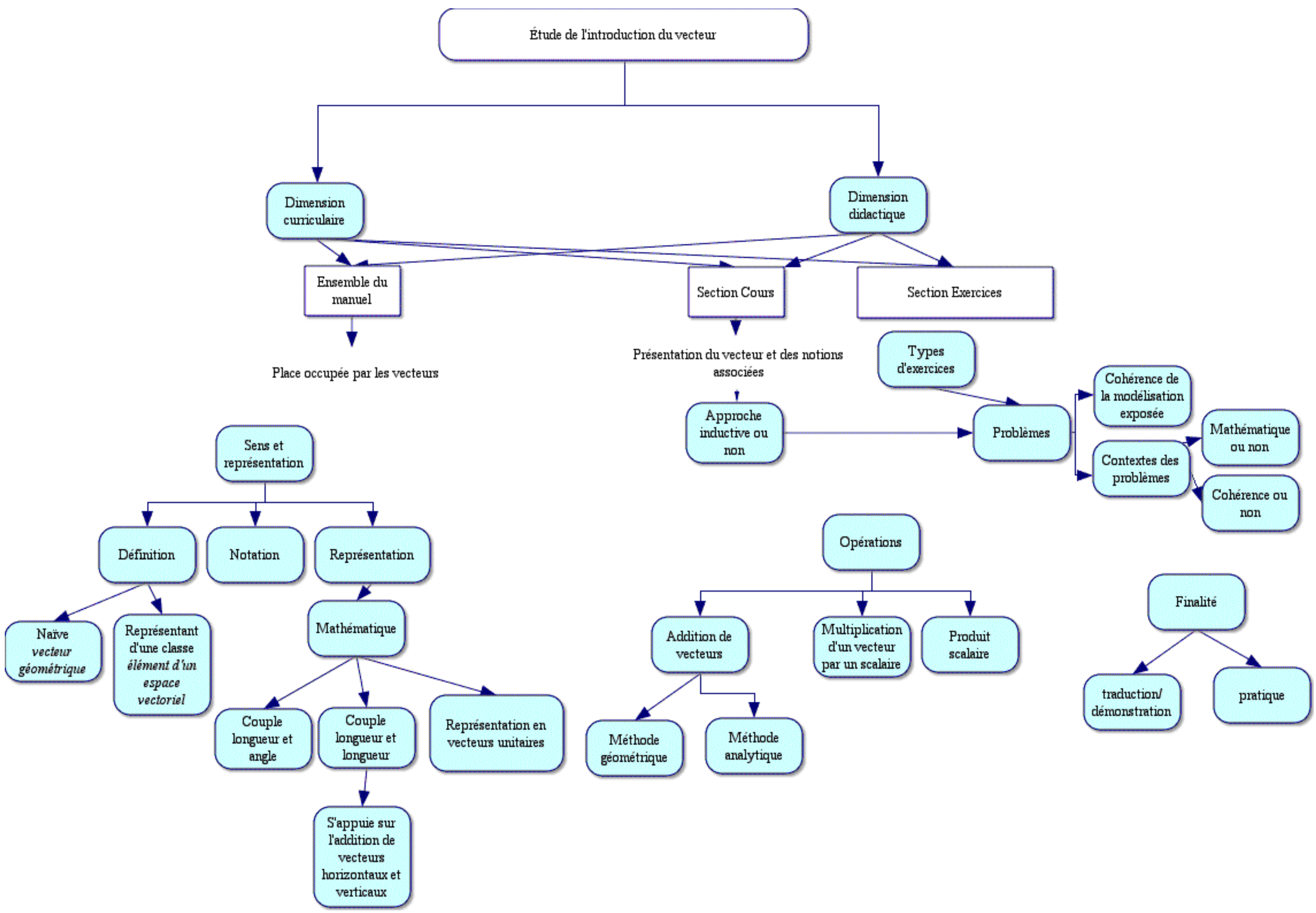
BENSAADA, A. 2010. « Quantum, physique, cahier d'activités ». Éditions Chenelière Éducation, Québec. 252 pages

BOIVIN, C., *et al*. 2010. « Visions mathématique, séquence sciences-naturelles, volume 2 ». Éditions CEC, Québec. 255 pages.

CHAMPAGNE, M. 2011. « Optionscience, physique, la mécanique, cahier des savoirs et d'activités ». Éditions ERPI, Québec. 330 pages.

GUAY, S., LAPLANTE, S. et VAN MOORHEM, A. 2010. « Point de vue mathématique, séquence technico-science ». Éditions Grand Duc, Québec. 538 pages.

ANNEXE I


Étude de l'introduction du vecteur
Dimension curriculaire
Dimension didactique
Ensemble du manuel
Section Cours
Section Exercices
Place occupée par les vecteurs
Présentation du vecteur et des notions associées
Types d'exercices
Approche inductive ou non
Problèmes
Cohérence de la modélisation exposée
Contextes des problèmes
Mathématique ou non
Cohérence ou non
Sens et représentation
Définition
Notation
Représentation
Naïve *vecteur géométrique*
Représentant d'une classe *élément d'un espace vectoriel*
Mathématique
Couple longueur et angle
Couple longueur et longueur
Représentation en vecteurs unitaires
S'appuie sur l'addition de vecteurs horizontaux et verticaux
Opérations
Addition de vecteurs
Multiplication d'un vecteur par un scalaire
Produit scalaire
Méthode géométrique
Méthode analytique
Finalité
traduction/ démonstration
pratique